45/12







EVCLIDIS MEGARENSIS MATHEMATICI CLARISSIMI ELEMENTORUM GEOMETRICORUM. LIB. XV.

Cum expositione THEONIS *in priores* XIII *à Bartholomæo Veneto latinitate donata*, CAMPANI *in omnes*, *&* HYPSICLIS *Alexandrini in duos postremos.*

His adiecta sunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini & Data,

Postremum uero, Opusculum de Leui & Ponderoso, hactenus non uisum, eiusdem autoris.

BASILEAE APVD IOHANNEM HERVAGIVM, MENSE AVGVSTO. ANNO M. D. XXXVII.

Cum priuilegio Cæsareo.

IOHANNES HERVAGIVS Lectori S. D.

QVONIAM inhumanum est repugnare haud ita difficilia rogantibus amicis, non licuit amplius editionem latinam huius autoris in aliud tempus proferre, quod eò alacrius sumus persecuti, ne aditũ ad omnes disciplinas (ꝗ Plato testatur fieri neglecta Geometria, latine tantũ eruditis præcludere uelle uideamur. Collatũ est itaque exẽplar Iacobi Fabri Stapulensis ductu Parisijs ante aliquot annos excusum, ad fidem Græci exemplaris à doctiss. uiro Christanno Herlino Mathematicarum disciplinarum publico apud Argentinenses professore, cui acceptũ feras quicquid hic aut ad Græcum exemplar aut alioqui docte restitutũ uideris. Adiecimus Phænomena, Specularia, Protheoriã Marini, & Data, argumẽtorum similitudine inducti: cumq; eo ipso tẽpore, quo opus absolueretur, libellum, siue potius fragmentum (nam uidetur esse mutilus) mihi afferret quidam de Leui & Ponderoso, eum etiam addidimus, ut si quid hinc possit esse emolumenti boni consulas, sin minus, ne mea fide in studiosos desiderata, tuo commodo alicubi uidear non studuisse.

Vale.

STVDIOSIS ADOLESCENTIBVS. S. D.

NVLLVM aptius ornamentū ueſtibulo huius libri, qui aditum patefacit ad geometriā, addi poſſe ſtatuebam, quam ſymbolum, quod Plato in foribus ſcholæ ſuæ pinxiſſe dicitur, uidelicet, ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω. Multorum autem coniecturas exercuit huius dicti interpraetatio: Alij iudicant Platonem à Schola tanquam pollutos & prophanos arcere imperitos geometriæ, cuius elementa tunc omnibus qui liberaliter inſtituebātur, ſtatim à teneris tradi ſolebant. Alij transferunt ad mores, & ſignificatum putant philoſophiæ ſtudioſis, ut geometrica proportione mediocritatem atque æquabilitatem quandam in omnibus officijs conſeruent, quemadmodum & in Gorgia cum reprehendit iniuſtam opinionem Callidis, inquit eum negligere geometriam. Etſi autem ſatis apparet ex ſcriptis Platonis, libenter eum exempla geometrica ad mores accōmodaſſe, tamen dubitari non poteſt, quin in hoc ſymbolo ſimul aliquid de ordine diſciplinarū monuerit, & in geometria præparandos eſſe ſenſerit eos, qui ad philoſophiam acceſſuri eius eſſent. Eius ſententiæ multæ grauiſſimæ cauſſæ ſunt, Non enim tātum releganda eſt hæc ars, ad mechanicos, qui ædificia, uaſa, aut alia exigua corpora metiuntur, etſi ea etiam exercitatio liberalē doctrinam cōtinet, & magnas ad uitā utilitates affert. Sed philoſopho propter alias multas cauſas opus geometriæ ſcientia. Inde enim oriūtur initia phyſices. Et paſſim in omnibus partibus phyſices plurimæ demonſtrationes ex hac arte ſumuntur, quales ſunt primæ illæ, quæ oſtendunt, Mundū eſſe finitum, nō eſſe plures mundos, nullum eſſe corpus infinitū: ſunt enim hæc uera phyſices exordia. Deinde cum demonſtrationes geometricæ maxime ſint illuſtres, nemo ſine aliqua cognitione huius artis ſatis perſpicit, quæ ſit uis demonſtrationum, nemo ſine ea erit artifex methodi. Quare & Plato dixit, ob eam cauſam etiā diſcendam eſſe geometriā, quia eius cognitio conducat ad hoc, ut aliæ artes facilius, & rectius percipiantur. Sed maxime illuſtris utilitas eſt in metiēda magnitudine terræ, & cœleſtium corporū ac ſpatiorum. Eſtque hæc ſumma laus geometriæ, quod non hæſit in exiguis & his inferioribus machinis, ſed euolauit in cœlum, & humanas mentes humi abiectas rurſus in illam cœleſtem ſedem ſubuexit, & admirandū mundi opificium, & gubernationem eius nobis mōſtrauit. Deniq; exulantes animos, in patriam ac familiaritatem celeſtium, atque adeo ad agnitionem Dei traduxit. Magnam enim uim habet ad confirmandas honeſtas opiniones de Deo, in animis hominum, hæc ipſa doctrina, in qua mūdi opificium & gubernatio ſpectantur. Cum igitur fontes huius

tissimæ partis philosophiæ de motibus cœlestibus, magna ex parte sint in geometria, satis grauis causa est, quare Plato monuerit accessuros ad philosophiam, ut geometriæ studium adderent. Hoc existimo Platonem illa inscriptione præcipue significasse, quam hic recitaui, ut cum adolescentes adhortari cuperem, ad expetendam hanc artem, qua utendũ est duce ad multas philosophiæ partes, adderet aliquid ponderis, nostræ orationi, Platonis autoritas. Quoties igitur in manus accipient hunc libellum studiosi, & in fronte legent Platonicam inscriptionem, cogitabunt se admoneri uoce Platonis, sed uotis & iudicijs omnium eruditorum, ut maximarum utilitatum causa hanc artem expetant. Nec uero dubium est, quin naturas non distortas, delectet per sese Mensurarum ratio, ut natura capimur numerorum collatione aut concentu sonorum. Sed generosa & excelsa ingenia huius utilitatis magnitudo accendere ad hæc studia & inflãmare debet, qđ hæc ars aditũ patefacit ad illam præstantissimam philosophiam de rebus cœlestibus, quæ quãtum habeat dignitatis, quã multipliciter prosit hominum uitæ, minime obscurum est, præsertim ijs, qui non omnino abhorrẽt à ueræ ueterisq́ philosophiæ studijs. Scio has adhortatiões apud eos qui sordidis ingenijs præditi sunt, nihil proficere, qui præstantium disciplinarum dignitatem non prospiciunt, aut sectantur quasdam uendibiliores artes, quæstus causa. Hos cum dupliciter sint ἀγεωμέτρητοι uel maxime excludit Plato. Nam & mentes habent monstrosas, & magno scelere turbant proportionem geometricam, cum non tribuũt suam artibus dignitatem. Sed recta ingenia, etiam mediocria, incitari possunt, ipsa artium admiratione, si admoneãtur, deinde si accedat artifex, qui commode tradat. Ideo spero aliquorum studia commoueri posse. Vos adolescentes adhortor primum ut cogitetis aspirantibus ad ueram laudem, contendendum esse omnibus ingenij atque animi uiribus, ut solidam & perfectam doctrinã uobis comparetis, quæ sit usui reipub. Hanc ad rem opus est toto choro artium, quæ ita inter se deuinctæ copulatæq́ sint, ut in singulis multa sint ex alijs uicinis artibus assumenda. Hæ uero duæ Numerorum & Mensurarum scientia, cum in physicis magnos habent usus, tum uero totam doctrinam de rebus cœlestibus pepererunt. Aristippum ferunt, cum amissis naufragio fortunis omnibus, ipse tamẽ cum paucis ad littus Rhodium saluus peruenisset in tabula, ambulãtem in littore, geometricas figuras in machinis quibusdam conspexisse. Quanquam autem mare & uiatico eos exuerat, & in loca eiecerat ignota, tamen conspectis illis figuris geometricis iussit socios bono animo esse, inquiens se uidisse hominum uestigia, gratulatusque est sibi & reliquis, quod nõ in barbarum littus eiecti essent, confirmauitque humanitatem erga hospites ac naufragos non defuturã illis hominibus, apud quos harum artium studia colerentur. Vtinam

uero

uero hominum uestigia quæ ibi in littore miratus est Aristippus, in scho-
lis etiam frequentiora essent. Iacent enim desertæ & neglectæ hæ artes,
multis iam seculis. Nam proxima ætas iuuentutem ab hac uera philoso-
phia ad insulsissimas cauillationes abduxerat. Nunc postquam hæ explo
sæ sunt è scholis annitendum erat, ut pura & natiua philosophia tradere-
tur, quæ conduceret ad solidam doctrinam consequendam. Nam hæc no-
stra ætas satis commonefacit nos, quantum opus sit reipu. perfecta doctri-
na, quia multi passim tum inopia iudicij, tum quia diserte explicare nihil
possunt. sparserunt, aut defendunt opiniones absurdas & confusaneas, ex
quibus in Ecclesia magna certamina, magnę dissensiones extiterunt. Nec
finis horum malorum erit ullus, nisi ad ueram & eruditam studiorum ra-
tionem iuuentus reuocata fuerit. Hanc ad rem conferre operam hi qui
præsunt Ecclesiæ ac reipub, profecto debebant. Sed eadem cura ad no-
strum officium pertinet, hoc est, ad eos qui docent, aut discunt in scholis.
Nam & nostrum munus ad rempub. pertinet. Diuinitus in hac statione
collocati sumus, ut doctrinam utilem generi humano cõseruemus & pro-
pagemus. Et flagitat hanc diligentiam Deus pariter à doctoribus & disci-
pulis. Quare iuuenes cogitent se etiam Deo hoc officij debere, ut solidam
& perfectam doctrinam expetant, profuturam Ecclesiæ ac reipub. Quos
in templa animos afferimus, eosdem decet in scholam afferre, uidelicet, ut
ibi res diuinas cognoscamus, & alijs patefaciamus. Si quis uenit in scholam
tantum ut inde auferat particulam aliquam doctrinæ, quæ possit ad quæ-
stum, aut ostentationem conferri, is sciat se polluere sanctissima doctrinæ
templa. Itaque si munus suum intelligent adolescentes, si scient quo ani
mo uersari in studijs debeant, facile impetrabimus ab ingenijs non mon-
strosis, ut recte atque ordine percipiant omnes artes, ut non inanem erudi
tionis umbram, sed ueram doctrinam auferre conentur. Quosdam deter-
ret à mathematis difficultas, sed hi, quod est iniquissimum, ante pronun
ciant quàm inspiciunt, priusquam degustarunt elementa, abijciunt & dam
nant totũ studium. Certe initia sine magno negocio percipi possunt,
quæ usum habent in uita, & in multis artibus. Hæc saltem prius cognosci
oportuit, quàm pronũciarent de difficultate. Deinde ordo qui præsertim in
geometricis est commodissimus, leuat laborem, & multum addit lucis. Po
stremo ubique traduntur demonstrationes, quæ etsi in artis extrema par
te, quasi in fastigio, longius recedunt ab oculis & conspectu nostro, ut ur
bes, quas procul uidemus, tamen in cæteris partibus, quia magis obuiæ
sunt oculis, multo minus habent difficultatis. Extrema ignauia est, prius
abijcere studium, quàm periculum feceris. Et mollities animi iniusta est,
nihil laboris uelle suscipere in discendo, cum quidem militia quædam sit,
uersari in literis. Et respubli. nobis maximarum rerum curam & conser-

uationem commendauerit, quas tueri sine acerrima contentione animorũ non possumus. Quare exuscitent nos, & ipsa artium dignitas, & publica utilitas, & meminerimus his uirtutis studijs etiam fortitudinem adiungendã esse, quæ non sinat animos languescere pigricia, quæ per omnes difficultates, ut ita dicã, uiã sibi uiã faciat. Ac generosæ & heroicæ naturę, quę ad illas summas artes de rebus cœlestibus diuino aliquo adflatu, & ἐνθουσιασμῷ incitantur, facile has artes arripiunt, perinde ut hi, qui natura ad carmẽ idonei sunt, cito percipiunt syllabarum & pedum mensuras. Multum tamẽ ut in cæteris artibus etiam mediocria ingenia studio & diligentia assequentur. Ac siqui non totos se huic studio dedent, tamen his ad iudicia formanda, & ad intelligendos multos locos, qui in Aristotele & alijs laudatis autoribus obuij sunt, opus est cognitione elementorum geometriæ. Aristoteles pulcherrime pingit iusticiam in quinto Ethicorum his geometricis figuris, & species eius eruditissime discernit collatas ad Arithmeticam & Geometricam proportionem. Et traduntur eo in loco præcepta necessaria ijs, qui erudite de legum causis iudicare cupiunt. His plurimum affert lucis collatio sumpta ab Arithmeticis & geometris. Sed quia interpretes, quorum quidem libri extant, non intellexerunt hanc collationem, non solum obscurarunt, sed plane corruperunt totam Aristotelis sententiam, non secus ac si aliquam excellentem Apellis picturam sordibus & cœno conspersissent atque obruissent. Porro non solum turpe est interpreti, sed etiam molestum alijs lectoribus in tali loco tanquam in luto hærere & fraudari sententia autoris. Aristoteles enim prudentissime duas iusticiæ species constituit, quarum altera personarum gradus in legendis magistratibus, in imperijs, in ciuitate, & in familijs ordinat. Altera gubernat non solum contractus, sed omnes compensationes rerum, ut mercedes, damna, iniurias, pœnas. Iam cum explicatur quare in compensationibus requiratur Arithmetica portio. In altera uero iustitia legente magistratus ualeat geometrica, causæ iustitiæ ualde fiunt illustres. Ac sumpsit hanc ipsam collationem Aristoteles à Platone, qui cum summa uenustate & grauitate disputat, æqualitatem in ciuitatibus efficiendam esse, quia æqualitas gignat mutuum amorem, ut dici solet ἴσον ἴσῳ φίλον. Sed æqualitatem arithmeticam ait in imperijs, in legendis magistratibus turbulentam esse, geometricam uero salutarem esse ciuitatibus. Nam Geometrica æqualitas est, cum gradus constituuntur & delectus adhibetur, ut pro proportione tribuantur summa imperia optimis & prudentissimis ciuibus, & singuli intelligant quam partem muneris publici sustineant, & in suo ordine manent, non conturbant proportionem. Hunc statum ita prædicat Plato, ut hanc geometriam diuinam esse dicat, ac tum demum beatas fieri ciuitates, cum

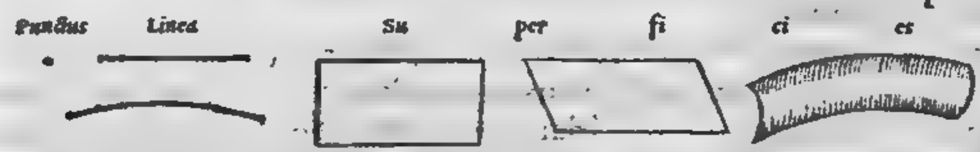
Deus particulam huius geometriæ eis impertit, denique addit, ab hac geometria proficisci, quicquid est boni in rebus humanis, ut si in Ecclesia, autoritas esset summa optimorum, ac doctissimorum, & per gradus suum officium singuli intelligerent, & facerent, & suam quisque Spartam, ut dicitur, ornaret, imperiti cederent sententijs eruditorum. Quid Ecclesia beatius esset, si hac geometrica proportione constituta esset, quæ & tyrannidem prohibet, & popularem licentiam. Nam in tyrannide gradus nulli sunt, sed pariter omnes boni opprimũtur. In democratia, dominatur æqualitas arithmetica, iuxta quam omnes infimi sine delectu consequuntur summa imperia, fitq; status ille, quem maxime uituperat Achilles apud Homerum, cũ ait, nolle se in ea rep. esse in qua nullum sit discrimen bonorum & malorũ ciuium. ἐν δὲ ἰῇ τιμῇ ἠμὲν κακὸς, ἠδὲ καὶ ἐσθλός. Quid bonis omnibus accidere posset optabilius quàm si geometrica proportio, quæ & tyrannidem & popularem licentiam prohibet gubernaret synodum Ecclesiasticam. Nec uero sine causa doctissimi homines delectati sunt geometricis similitudinibus, incurrunt enim in oculos, uelut picturę. Quare cum intelliguntur, ualde illustrãt disputationes, & multa monent admiratione digna, Inuitet igitur adolescentes & hæc causa ad elementa cognoscenda, quia magnos uiros uident amasse has figuras, & eorum scripta nõ posse intelligi nisi degustatis his artibus, etsi enim aliæ sunt multo maiores utilitates, de quib⁹ paulo ante dixi, tamen liberalibus ingenijs stimulum addit hoc quoq;, quod tales sentẽtias magnorum autorum & amãt, tanquã preciosissimas gẽmas, & uim earũ penitus perspicere cupiunt. Iã hæc ipsa exempla docẽt sententiam Platonicam, quam scripsit in uestibulo scholæ, nõ inepte ad mores accommodari, ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω. Excludit à scholis eos, qui cõturbant geometricã proportionem, qui gradus honestorũ officiorũ nec intelligunt nec tuentur, qui sine lege inęqualiter, qua fert impetus, ruunt. Verissimũ enim est illud Æschyli dictũ, alium hominẽ alteri ciuitati cõuenire, ἄλλον ἄλλῃ πρὸς πόλει τεταγμένον. Vt igitur illa fera & barbarica ingenia, nõ cõueniunt ciuitati philosophicę, quia neq; mirãtur artes neq; doceri possunt. Ita ecõtra præditi moderatis ingenijs, quia incitari possunt ad hæc optima studia colenda, cõueniunt philosophicæ ciuitati, Tales inuitat Plato ac simul significat, quæ natura capax sit philosophię, quales mores apti sint his studijs, quæ ingenia ad amorẽ philosophiæ accendi possint, & quo doctrinę genere principio opus sit. Quare studiosi, cũ legẽt hãc Platonis inscriptionem ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω, meminerint se & geometricam æqualitatem in moribus præstare debere, & ad cæteras adiungere geometriæ studium. Vtrũq; est ingens ornamẽtum, & propter multas causas expetendũ. Bene Valete. Vuittẽberge. Mense Augusto. Anno M. D. XXXVII.

EVCLIDIS MEGAREN SIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMATICORVM

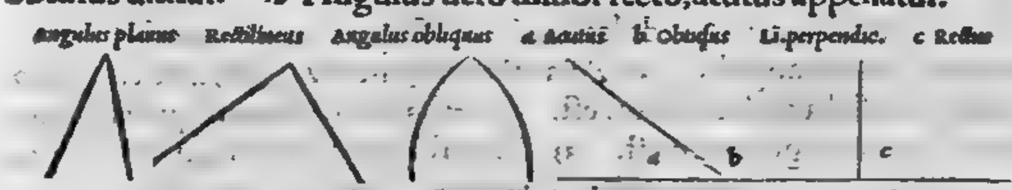
facile principis: primum ex Campano, deinde ex Theone græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

Ex Campano: triplex principiorum genus.
Primum Diffinitiones.

Punctus est, cuius pars non est. 2 Linea, est longitudo sine latitudine. 3 Cuius quidem extremitates, sunt duo puncta. 4 Linea recta, est ab uno puncto ad alium breuissima extensio, in extremitates suas eos recipiens. 5 Superficies, est quæ longitudinem & latitudinem tantum habet. 6 Cuius quidem termini, sunt lineæ. 7 Superficies plana, est ab una linea ad aliam breuissima extensio, in extremitates suas eas recipiens.



8 Angulus planus, est duarum linearum alternus contactus, quarum expansio est super superficiem, applicatioq; non directa. 9 Quando autem angulũ continent duæ lineæ rectæ: rectilineus angulus nominatur. 10 Quando recta linea super rectam steterit, duoq; anguli utrobiq; fuerint æquales, eorum uterque rectus erit, lineaq; lineæ superstans, ei cui superstat, perpendicularis uocatur. 11 Angulus uero qui recto maior est, obtusus dicitur. 12 Angulus uero minor recto, acutus appellatur.

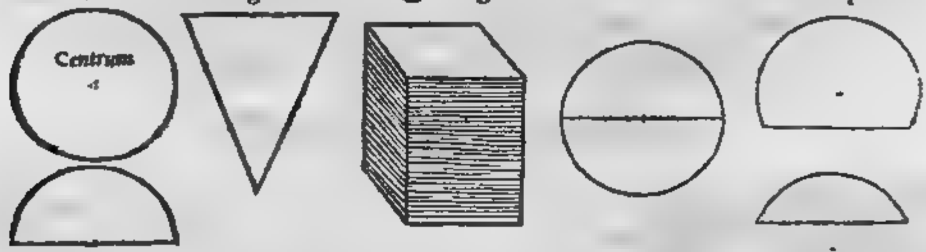


13 Terminus, est quod uniuscuiusq; finis est. 14 Figura, est quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, est figura plana una quidem linea contenta quæ circũferentia nominatur, in cuius medio punctus est, à quo omnes lineæ rectæ & ad circunferentiam exeuntes, sibi inuicem

 sunt

ſunt æquales. 16 Et hic quidem punctus: centrum circuli dicitur.

17 Diameter circuli, eſt linea recta quæ ſuper eius centrum tranſiens, extremitatesq́ ſuas circunferentiæ applicans, circulum in duo media diuidit. 18 Semicirculus, eſt figura plana diametro circuli & medietate circunferentiæ contenta. 19 Portio circuli, eſt figura plana recta linea & parte circunferentiæ contenta, ſemicirculo quidem aut maior aut minor.



20 Rectilineæ figuræ, ſunt quæ rectis lineis continentur. 21 Quarum quædam trilateræ: quæ tribus rectis lineis. 22 Quædam quadrilateræ: quæ quatuor rectis lineis. 23 Quædã multilateræ, quæ pluribus q̃ quatuor rectis lineis continentur.



24 Figurarũ trilaterarũ, alia eſt triangulus, habẽs tria latera æqualia. 25 Alia, triangulus duo habens æqualia latera. 26 Alia, triangulus trium inæqualiũ laterũ. 27 Harum iterũ alia eſt orthogoniũ, unum, ſcilicet, rectum angulũ habens. 28 Alia eſt amblygoniũ, aliquẽ obtuſum angulum habens. 29 Alia eſt oxygoniũ, in qua tres anguli ſunt acuti.



30 Figurarũ autem quadrilaterarũ, alia eſt quadratum, quod eſt æquilaterum atq; rectangulũ. 31 Alia eſt tetragonus longus, quæ eſt figura rectangula, ſed æquilatera non eſt. 32 Alia eſt helmuayn, quæ eſt æquilatera, ſed rectangula non eſt. 33 Alia eſt ſimilis helmuayn, quæ oppo-



ſita

ſita latera habet æqualia atque oppoſitos angulos æquales, idem tamen nec rectis angulis nec æquis lateribus continetur. 34 Præter has autem omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphe nominantur.

35 Æquidiſtantes lineæ, ſunt quæ in eadem ſuperficie collocatæ, atq; in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam ſi in infinitū protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A quolibet puncto in quemlibet punctū, rectam lineam ducere: atq; lineam definitam, in continuū rectumq; quantum libet protrahere.



2 Super centrū quodlibet, quantūlibet occupando ſpatium, circulum deſignare. 3 Omnes rectos angulos, ſibijnuicem eſſe æquales. 4 Si linea recta ſuper duas lineas rectas ceciderit, duoq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint, iſtas duas lineas in eandem partem protractas: proculdubio coniunctum iri 5 Duas lineas rectas, ſuperficiem nullam concludere.

Tertium Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem ſunt æqualia, & ſibijnuicem ſunt æqualia. 2 Et ſi æqualibus æqualia addātur, tota quoq; fient æqualia. 3 Et ſi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquūtur erunt æqualia. 4 Et ſi ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquūtur erunt inæqualia. 5 Et ſi inæqualibus æqualia addas, ipſa quoq; fient inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipſæ ſibijnuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res quarum utraq; unius eiuſdem fuerit dimidium, utraq; erit æqualis alteri.

8 Si aliqua res alicui ſuperponatur, applicetur q; ei, nec excedat altera alterā, ille ſibijnuicē erunt æquales. 9 Omne totū, eſt maius ſua parte.

CAMPANVS. Sciendum eſt autem, quod præter has cōmunes animi conceptiones, ſiue cōmunes ſententias, multas alias quæ numero ſunt incōprehenſibiles, prætermiſit Euclides: quarum hæc eſt una. Si duæ quantitates æquales ad quamlibet tertiam eiuſdem generis comparētur: ſimul erunt ambæ illa tertia, aut æque maiores, aut æque minores, aut ſimul æquales. Item alia. Quanta eſt aliqua quantitas ad quamlibet aliam eiuſdem generis, tantam eſſe quamlibet tertiam ad aliquā quartam eiuſdem generis. In quantitatibus continuis hoc uniuerſaliter uerum eſt, ſiue antecedentes maiores fuerint conſequentibus, ſiue minores: magnitudo enim decreſcit in infinitum: in numeris autem, non ſic. Sed ſi fuerit primus ſubmultiplex ſecundi, erit quilibet tertius æque ſubmultiplex alicuius quarti: quoniam numerus creſcit in infinitum, ſicut magnitudo in infinitum minuitur.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, BARTHOLOMAEO ZAMBERTO Veneto interprete: Triplex principiorum genus.

Primum Diffinitiones.

SIgnum, eſt cuius pars nulla. 2 Linea uero, longitudo illatabilis. 3 Lineæ autẽ limites, ſunt ſigna. 4 Recta linea, eſt quæ ex æquali, ſua interiacet ſigna. 5 Superficies, eſt quæ longitudinem latitudinemq́ꝫ tantum habet.

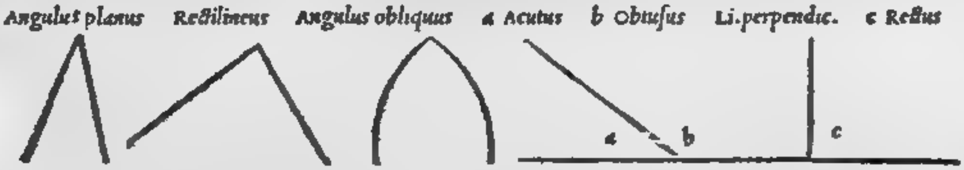
6 Superficiei extrema, ſunt lineæ. 7 Plana ſuperficies, eſt quæ ex æquali, ſuas interiacet lineas. 8 Planus angulus, eſt duarum linearũ in plano ſeſe tangentiũ & non in directo iacentiũ, ad alterutrã inclinatio.

Punctus Linea Su per fi ci es



9 Quando autem quæ angulum continent, rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur. 10 Cum uero recta linea ſuper rectam conſiſtens lineam, utrobiq́ꝫ angulos æquales adinuicẽ fecerit, rectus eſt uterq́ꝫ æqualiũ angulorũ: & quæ ſuperſtat recta linea, perpendicularis uocitatur, ſuper quam ſteterit. 11 Obtuſus angulus, maior eſt recto. 12 Acutus uero, minor eſt recto. 13 Terminus, eſt quod cuiuſq́ꝫ finis eſt.

Angulus planus Rectilineus Angulus obliquus a Acutus b Obtuſus Li. perpendic. c Rectus

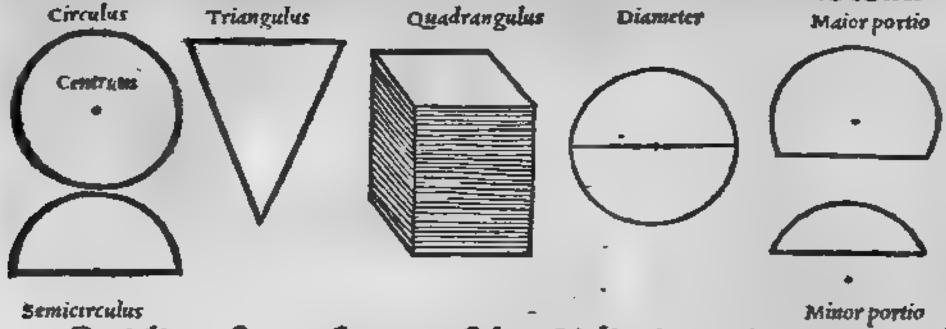


14 Figura eſt quæ ſub aliquo, uel aliquibus terminis comprehenditur.

15 Circulus, eſt figura plana una linea contenta quæ circunferentia appellatur, ad quam ab uno ſigno intorſum exiſtente omnes prodeuntes lineæ, ipſiuſq́ꝫ circuli circunferentiam incidentes, adinuicem ſunt æquales.

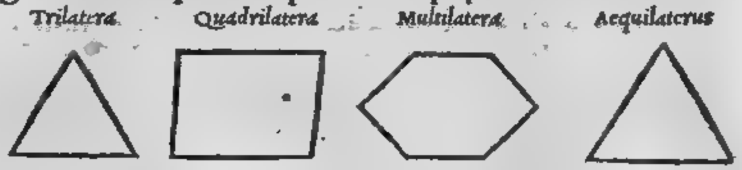
16 Centrum uero ipſius circuli id ſignum appellatur. 17 Dimetiens circuli, eſt recta quædam linea per centrum acta, & ex utraque parte in circuli circũferentiam terminata, quæ circulũ bifariam diſpeſcit. 18 Semicirculus, eſt figura quæ ſub dimetiente & ea quæ per ipſam circuli circunferentia

ferentia sublata est, continetur. 19 Sectio circuli, est figura quæ sub recta linea & circuli circũferentia aut maiore aut minore semicirculo continetur.



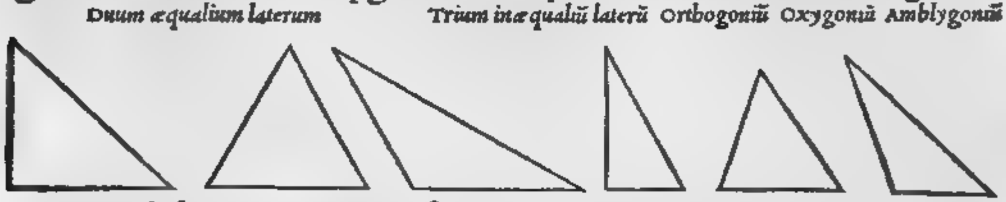
20 Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur. 21 Trilateræ figuræ, sunt quæ sub tribus rectis continentur lineis. 22 Quadrilateræ figuræ, sunt quæ sub quatuor comprehenduntur rectis lineis.

23 Multilateræ figuræ, sunt quæ sub pluribus q̃ quatuor rectis lineis cõprehenduntur.



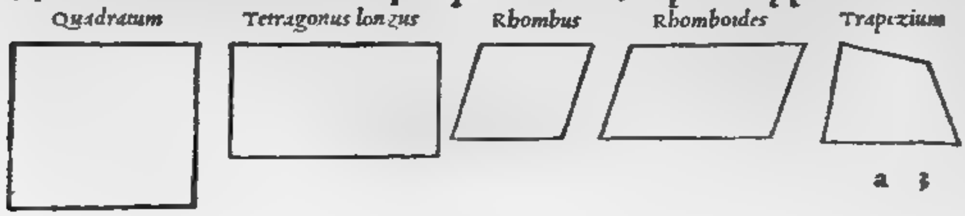
24 Trilaterarũ porrò figurarũ, æquilaterũ est triangulum, quod sub tribus æqualibus lateribus continetur.

25 Isosceles autem, est quod sub binis tantum æqualibus lateribus continetur. 26 Scalenum uero, est quod sub tribus inæqualibus lateribus continetur. 27 Amplius trilaterarũ figurarũ, rectangulum triangulũ est quod rectum angulum habet. 28 Amblygoniũ autem, quod obtusum angulum habet. 29 Oxygoniũ uero, quod tres habet acutos angulos.



30 Quadrilaterarum autem figurarum, quadratum quidem, est quod & æquilaterũ ac rectangulum est. 31 Altera parte longius, est quod rectangulum quidem, at æquilaterũ non est. 32 Rhombus, est quæ æquilatera, sed rectangula non est. 33 Rhomboides uero, est quæ ex opposito latera & angulos habens æquales, neq; æquilatera neq; rectangula est.

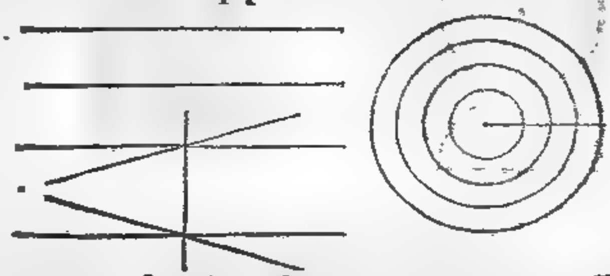
34 Præter hæc autem, reliqua quadrilatera, trapezia appellantur.



35 Parallelæ rectæ lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex utraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Postulata.

1 Ab omni signo in omne signum, rectam lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectumq; producere. 3 Omni centro & interuallo, circulum describere. 4 Omnes angulos rectos, adinuicem æquales esse. 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadẽ parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitũ productas concurrere necesse est ad eas partes in quibus anguli duobus rectis minores existunt.



Tertium Communes sententiæ.

1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia. 2 Et si æqualibus æqualia adijciãtur, tota erunt æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur æqualia erunt. 4 Et si inæqualibus æqualia adiungantur, tota erunt inæqualia. 5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt. 6 Quæ eiusdem duplicia sunt, adinuicem sunt æqualia. 7 Et quæ eiusdem sunt dimidium, æqualia sunt adinuicem. 8 Et quæ sibimetipsis cõueniunt, æqualia sunt adinuicem. 9 Totum, est sua parte maius. 10 Duæ rectæ lineæ,* superficiem non concludunt.

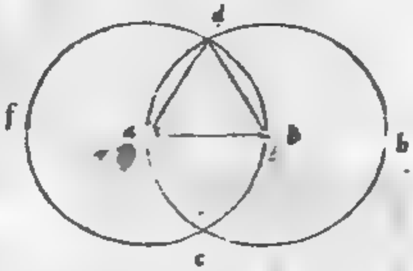
χωρίον

EVCLIDIS MEGARENSIS GEOMETRICA ELEMENTA: EX CAMPANO.

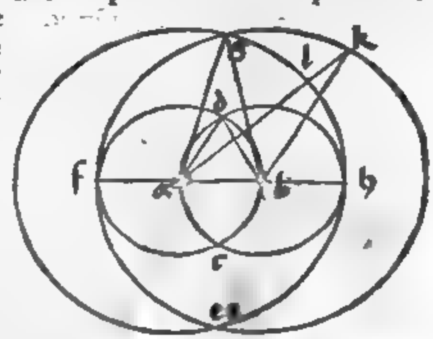
Primi libri propositio prima.

1 **T**Riangulum æquilaterum: supra datam lineam rectam collocare.

Esto data linea recta: a b. uolo: super ipsam, triangulum æquilaterum constituere. Super alteram eius extremitatē, scilicet in puncto a, ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam usq; ad ad b: & describam secundum quantitatem ipsius lineæ datæ, per secundam petitionem circulum c b d f. Rursus alterā eius extremitatem, scilicet, punctum b faciam centrum: & per eandem petitionem & secundum eiusdem quantitatem, lineabo circulū c a d h. qui circuli intersecabūt se in duobus punctis quæ sint c, d. Et alteram duarū sectionū sicut sectionem d, continuabo cum ambabus extremitatibus datæ lineæ: protractis lineis d a, d b per primam petitionē. Quia ergo à puncto a, quod est centrum circuli c b d, protractæ sunt lineæ a d & a b usque ad eius circunferentiam: ipsæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoq;. quia a puncto b quod est centrū circuli c a d h, protractæ sunt lineæ b a & a d usq; ad eius circunferentiā, ipsæ erunt etiam æquales. Quia ergo utraq; duarum linearum a d, b d, æqualis est lineæ a b, ut probatū est: ipsæ erunt æquales inter se, per primam cōmunem animi conceptionē. Ergo super datam rectam lineam: collocauimus triangulum æquilaterum, quod est propositum.



CAMPANI additio. Si autē super eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorū species, scilicet triangulum duûm æqualium laterum, & triangulū trium inæqualiū laterum: protrahatur linea a b, in utranq; partem, usq; quo occurret circūferentijs amborum circulorum super duo puncta f & h. Et posito centro in puncto a: lineetur circulus e h g, secūdum quantitatē lineæ a h. Item posito centro in puncto b: lineetur circulus e f g, secundum quantitatē lineæ b f. Hi autē circuli intersecabunt se in duobus punctis quæ sunt e, g. Coniungantur igitur extremitates datæ lineæ cum altera dictarū sectionum: per duas lineas rectas quæ sint a g, b g. Et quia hæ lineæ a b, & a f, exeunt à centro circuli c d f, ad eius circūferentiā: ipsæ erunt æquales. Similiter quoq; a b & a h quia exeunt à centro circuli c a d h usque ad ipsius circunferentiā: ipsæ erunt æquales. Quia ergo utraq; duarum linearū a f & b h æqualis est lineæ a b: ipsæ erunt inter se æquales, ergo posita a b cōmuni: erit b f æqualis a h. sed b f æqualis ipsi b g: quia ambæ exeūt à centro circuli e f g, ad eius circunferentiā. Similiter quoq; a h: est æqualis ipsi a g. & utraq; earum est maior a b: eo quòd utraq; duarum linearum b f & a h maior est a b. Quare super datam lineam: collocauimus triangulum duorum æqualium laterum. Triangulum etiam trium inæqualium laterum super eandem lineam collocabimus: si aliquod punctum existens in circunferentia alterutrius duorum maiorū circulorum quod non sit in altera duarum sectionū, & cui non obuiet f h, cum in utramlibet partem producta fuerit in continuum & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus k signatus in circunferentia circuli e f g: & non sit in altera sectionum, nec occurrat ei f h, cum protraheretur in continuum & directum eius usq; ad circunferentiā. protraham ergo lineas a k & b k. & secabit linea a k: circūferentiā circuli e h g: secet ergo in puncto l, eritq; b k per 1 cōmunem animi conceptionem æqualis a l, quia b k per diffinitionē circuli est æqualis b g, & a l æqualis a g: qua-

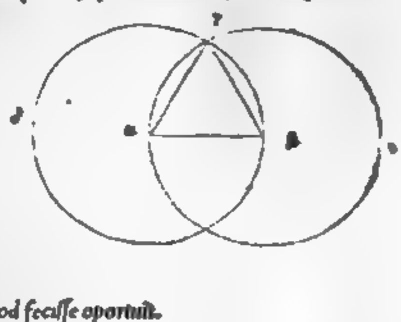


re a k, est maior b k. Sed & b k, est maior a b: triangulus ergo a b k, est trium inæqualiū laterū. Sic igitur super datam lineā rectam, omnes triangulorū species collocauimus.

Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propositio 1.

Super data recta linea terminata: triangulū æquilaterū constituere. 1

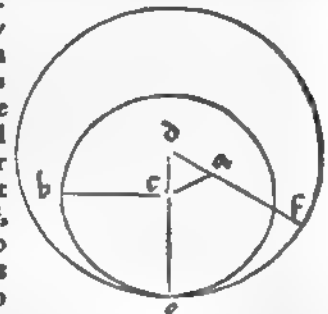
THEON *ex Zamberto.* *Sit data recta terminata linea: α β. Oportet super α β: triangulum æquilaterum constituere. Centro quidem α, spatio uero α β, circulus describatur β γ δ (per 3 postulatū) & rursus (per idem) centro quidem β, spatio uero β α, alter circulus describatur α γ ε. Et (per 1 postulatū) à signo γ, in quo se circuli adinuicē secant, ad α, β, signa connectantur rectæ lineæ γ α, γ β. Et quoniā α signū, centrū est circuli γ β δ, æqualis est (per 15 diffinitionē) α γ ipsi α β. Rursus quoniā β signum, centrū est circuli γ α ε, æqualis est β γ ipsi β α (per 15 diffinitionē). At ostensa est linea α γ, ipsi α β æqualis: utraque igitur & γ α & γ β, ipsi α β est æqualis. Quæ autē eidem æqualia, & ad inuicē sunt æqualia (per 1 communem sententiā) & γ α igitur, ipsi γ β est æqualis. Tres igitur lineæ γ α, α β, β γ, æquales adinuicē sunt. Aequilaterū igitur est triangulum α β γ, & constitutum super data recta linea terminata α β, quod fecisse oportuit.*



Euclides ex Campano. Propositio 2.

A Dato puncto: cuilibet lineæ rectæ propositæ æquam rectam lineam ducere. 2

CAMPANVS. Sit a, punctus datus: & b c linea recta data. uolo à puncto a, ducere lineam unam æqualem lineæ b c: in quamcunque partem contingat. Coniungam ergo punctum a, cum altera extremitate lineæ b c: cum qua uolueró: & coniungam ipsum a, cum extremitate c, per lineam a c: super quam constituam triangulum æquilaterū secundum doctrinā præcedentis. qui sit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a scilicet: in extremitate c ponam pedem circini immobilem, describamque super ipsum (per 3 petitionem) circulum secūdum quantitatem ipsius datæ lineæ: qui sit circulus e b. & latus trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato, scilicet latus d c protraham per centrum circuli descripti usque ad eius circūferentiam: & sit tota linea f c protracta d c e. secundum cuius quantitatē, lineabo circulum, posito centro in d: qui sit circulus e f. Postea protraham latus d a usque ad circunferentiam huius ultimi circuli: & occurrat circunferentiæ ipsius in puncto f. Dico igitur quod a f: est æqualis b c. nam b c, & c e sunt æquales: quia exeunt à centro circuli e b, ad eius circunferentiam. Similiter quoque d f & d e sunt æquales: quia exeunt à centro circuli e f, ad circunferentiā. sed d a & d c sunt æquales: quia sunt latera trianguli æquilateri. ergo si d a & d c demantur de d e & d f quæ sunt æquales: erunt residua quæ sunt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraque duarū linearū a f & c b est æqualis c e: ipsæ per 1 cōmunem animi conceptionē: adinuicem sunt æquales. Quare à puncto a, protraximus lineam a f æqualē b c: quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

Ad datum signum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere. 2

THEON *ex Zamb.* *Sit datum signum, α: data autē recta linea, β γ. oportet ad ipsum α: ipsi β γ rectæ lineæ æquā rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α, signo in β signum, recta linea α β, (per 1 postulatum) & constituatur super ea (per 1 propositionem,) triangulum æquilaterum: sitque illud, δ α β & producantur (per 2 postulatum) in rectum ipsis, δ α, δ β lineæ α ε, β ζ & (per 3 postulatum) centro β, spatio uero β γ: circulus describatur γ η θ & rursus (per idem) centro δ, spatio uero δ η, circulus describatur η κ λ. Quoniam igitur β signum, centrū est circuli γ η θ, æqualis est (per 15 diffinitionem) β γ ipsi β η: & quoniam δ signum centrum est circuli η κ λ: æqualis est (per eandem) δ λ ipsi δ η, quarum δ α ipsi δ β.*

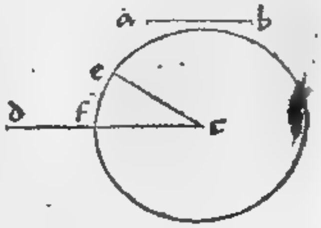


est æqualis (per præcedentem:) reliqua igitur α λ, reliquæ β κ (per 3 cōmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod β γ ipsi β κ est æqualis, utraq; igitur & α λ & β γ, ipsi β κ est æqualis. Quæ autem eidem æqualia, (per primam cōmunem sententiam) & adinuicem sunt æqualia, & linea α λ igitur, ipsi β γ est æqualis. Ad datum igitur signum, α, datæ rectæ lineæ β γ æqua recta linea collocata est α λ, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 PRopositis duabus lineis inæqualibus, de longiori earum, breuiori æqualem abscindere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, & sit a b minor: uolo ex c d abscindere unam, quæ sit æqualis a b. Duco primo a puncto c, unam lineam æqualem a b, secundum quod docuit præcedens, quæ sit c e: posito ergo centro in puncto c, describam circulum secundum quantitatem c e, qui secabit lineam c d: sit ergo ut secet eam in puncto f, eritq; linea c f, æqualis lineæ c e, quia ambæ exeunt à centro eiusdem circuli ad circunferentiam, & quia utraque duarum linearū a b & c f est æqualis c e, ipsæ per 1 cōmunem animi conceptionem sunt inter se æquales, quod est propositum.



Eucli. Ex Zamb. Problema 3. Propositio 3.

3 Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiore, minori æqualem rectam lineam abscindere.

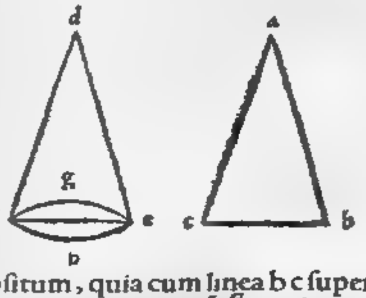
THEON ex Zamberto. Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales, α β, γ, quarum maior sit α β: oportet ab ipsa α β maiore, ipsi γ minori æqualem rectam lineam abscindere. Ponatur (per secundam propositionē) ad signum α, lineæ (uero) rectæ γ, æqualis α δ, & centro quidem α, interuallo uero α δ, (per 3 postulatum) circulus describatur δ ε ζ. Et quoniam α signum, centrum est circuli δ ε ζ, æqualis est α ε ipsi α δ. At linea γ, ipsi α δ est æqualis: utraq; igitur & α ε, & γ, ipsi α δ est æqualis: quare & linea α ε, ipsi γ est æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus α β, γ, ab ipsa α β maiore, ipsi γ minori æqualis abscisa est α ε, quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 OMnium duorum triangulorū quorum duo latera unius duobus lateribus alterius æqualia fuerint, duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri, latera quoq; illorum reliqua sese respicientia æqualia, reliqui uero anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; latus a b, æquale lateri d e, & latus a c, æquale lateri d f, & angulus a, æqualis angulo d. Tunc dico, quod basis b c, est æqualis basi e f, & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c, æqualis angulo f, & totus triangulus a b c, toti triangulo d e f, quod probatur. Superponam triangulū a b c, triangulo d e f, ita quod angulus a, cadat super angulum d, & latus a b super latus d e, & latus a c super latus d f. Patet autem per penultimam conceptionē, quod nec anguli, nec latera sese excedent, eo quod angulus a, est æqualis angulo d, & latera superposita: ijs, quibus superponūtur, per hypothesin: puncta ergo b c, cadent super puncta e f. Si ergo linea b c, cadit super lineam e f, patet propositum, quia cum linea b c superposita lineæ e f, non excedat eam nec excedatur ab ea, est ei æqualis per conuersionem penultimæ cōceptionis. Eadem ratione erit angulus b, æqualis angulo e, & angulus c æqualis angulo f. Si autem linea b e non cadit super lineam e f, sed cadit intra triangulum sicut linea e g f, aut extra sicut linea e h f, tunc duæ lineæ rectæ concludunt superficiem, quod est contra ultimam petitionem.



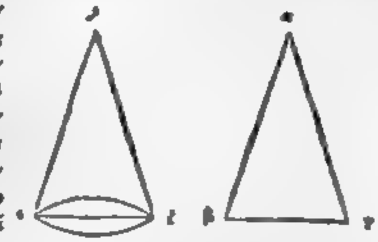
per conuersionē penultimę conceptionis

Euclidis

Euch. ex Zamb. Theorema primum. Propositio 4.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æqualem sub æqualibus rectis lineis contentum, & basin basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquũ erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. 4

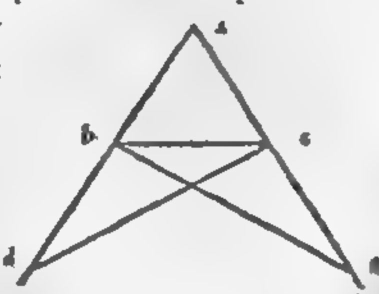
THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ. δ ε ζ. duo latera videlicet α β. α γ. duobus lateribus, hoc est. δ ε. δ ζ. æqualia habentia alterum alteri, scilicet α β. ipsi δ ε. & α γ. ipsi δ ζ. & angulum β α γ. angulo ε δ ζ æqualem. Dico quod & basis β γ. basi ε ζ. est æqualis. & triangulũ α β γ. triangulo δ ε ζ. æquum erit. & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri sub quibus æqualia latera subtenduntur, hoc est, α β γ ipsi δ ε ζ. & α γ β ipsi δ ζ ε. Congruente namq; triangulo α β γ ipsi δ ε ζ triangulo, ac posito signo α super δ. & α β recta linea super δ ε. congruit & signum β signo ε. ex eo quia linea α β ipsi δ ε est æqualis (per hypothesin). Et congruente linea α β ipsi lineæ δ ε. congruit & linea recta α γ ipsi lineæ δ ζ: quoniam angulus β α γ. angulo ε δ ζ est æqualis (per hypothesin). At quoniam linea recta α γ. ipsi δ ζ est æqualis (per hypothesi) signum igitur γ. ipsi signo ζ congruit. Rursus quoniam γ signum ipsi ζ signo congruit, at β signũ ipsi ε signo congruit: basis igitur β γ. basi ε ζ congruit. Si enim congruente β ipsi ε. & γ ipsi ζ. basi. β γ. basi ε ζ non congruit: duæ rectæ lineæ superficiem concluderent, quod (per 10 communem sententiam) est impossibile. Congruit ergo basis β γ. basi ε ζ. & ei est æqualis. Quare totum triangulum α β γ. toti triangulo δ ε ζ congruit (per 8 communem sententiam), & ei est æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc est angulus α β γ. angulo δ ε ζ. & angulus α γ β angulo δ ζ ε. Cum igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquum sub æqualibus rectis lineis contentum: basin quoque basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit. & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Quod oportuit demonstrasse.



Euch. ex Camp. Propositio 5.

Omnis trianguli duûm, æqualiũ laterũ angulos qui super basin sunt, æquales esse necesse est. Quod si eius duo latera directe protrahantur, fient quoq; sub basi duo anguli inuicẽ æquales. 5

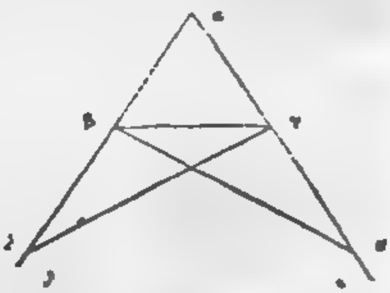
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius latus a b sit æquale lateri a c. Dico quod angulus a b c, est æqualis angulo a c b. Quod si protrahantur a b & a c usq; ad d & e, fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. Quod sic probatur. Protractis a b & a c, ponam per tertiam propositionem, lineam a d æqualem lineæ a e, & protraham lineas e b, d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d, quos probabo esse æquales, & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d. trianguli a c d, & angulus a, cõmunis utriq;: ergo per præmissam, basis b e est æqualis basi d c, & angulus e æqualis angulo d, & angulus a b e æqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b, quos similiter probabo esse æquilateros & æquiangulos. Nam duo latera b d & d c trianguli b d c, sunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli c e b, & angulus d, angulo e: ergo per præmissam basis basi, & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus d b c est æqualis angulo e c b (Et est secundum propositum, scilicet, quod anguli sub basi sunt æquales) & angulus d c b, est æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a b c, est æqualis toti a c d, ut probatum fuit supra: ergo angulus a b c residuus, est per 3 cõmunem animi conceptionem æqualis angulo a c b residuo, quorum uterque est supra basin. Et hoc est primum propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 5

5 Isoscelium triangulorũ qui ad basin sunt anguli, adinuicem sunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui sub basi sunt anguli, adinuicem æquales erunt.

THEON ex Zamberto. *Sit triangulũ isosceles α β γ, æquum habens latus α β, lateri α γ, & producantur, (per 2 postulatũ) in rectum ipsis α β, α γ, rectæ lineæ β δ. Dico quod angulus α β γ, angulo α γ β est æqualis: & angulus γ β δ, angulo β γ ε. Capiatur in linea β δ, contingens signũ, sitq; illud ζ, & auferatur (per 3 propositionẽ) à linea α ε maiore, ipsi α ζ minori æqualis, sitq; illa α ε, & connectantur ζ γ & ε β. Quoniam α ζ, ipsi α ε, & α β, ipsi α γ, sunt æquales duæ igitur ζ α, α γ, duabus ε α, α β, sunt æquales altera alteri, & cõmunem angulum cõcludunt: qui sub ζ α ε, cõtinetur. Basis igitur ζ γ, basi ε β (per 4 propositionẽ) est æqualis: & triangulũ α ζ γ, triangulo α ε β, erit æquale, & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, sub quibus latera æqualia explicantur: hoc est angulus α ε ζ, angulo α β ε, & angulus α ζ γ, angulo α ε β. Et quoniã tota α ζ, toti α ε, est æqualis, quarum linea α β, lineæ α γ est æqualis: reliqua igitur β ζ reliquæ γ ε (per 3 cõmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod ζ γ ipsi β ε est æqualis. Duæ autem β ζ, ζ γ, duabus γ ε, æquales sunt altera alteri: & angulus β ζ γ, angulo γ ε β (per 4 propositionem) est æqualis: & β γ basis eorum, cõmunis est.*

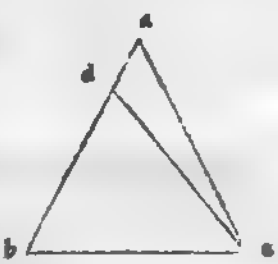


Triangulum igitur β ζ γ, triangulo γ ε β, erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur. (per eandem). Angulus igitur ζ β γ, angulo ε γ β & angulus β γ ζ angulo γ β ε sunt æquales. Quoniam igitur totus angulus α β γ, toti angulo α γ ζ (ut ostensum est) æqualis est, quorũ γ β ε, angulo β γ ζ est æqualis: reliquus igitur angulus α β γ, reliquo angulo α γ β, (per 3 cõmunem sententiã) est æqualis. & ad basin sunt trianguli α β γ. Ostensum est autem, quod angulus ζ β γ, angulo ε γ β, est æqualis, & sub basi existunt. Isoscelium igitur triangulorũ qui ad basin anguli sunt, æquales sunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui sub basi existunt, æquales erunt adinuicem, quod demonstrandum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 SI duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duo quoq; latera eius illos angulos respicientia æqualia erunt.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ: quantũ ad primã partem ipsius. Sit enim triangulus a b, cuius duo anguli b & c sunt æquales. Dico quod latus a b, est æquale lateri a c. Si enim non sunt æqualia, erit alterũ maius: sitq; a b maius, q̊d resecetur ad æqualitatem a c per 3 propositionem, ut superfluũ sit a d, ad partẽ a, & resecetur in puncto d, sitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & d b c, quos probabo esse æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b æqualis angulo c totali per hypothesin: ergo basis d c est æqualis basi a b per 4 propositionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, est æqualis angulo a b c per hypothesin: ergo angulus d c b, est æqualis angulo a c b, pars uidelicet toti, quod est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 6.

6 Si trianguli duo anguli æquales adinuicẽ fuerint, æquales quoq; angulos subtendentia latera æqualia adinuicẽ erunt.

THEON ex Zamberto. *Sit triangulum α β γ, æquum habens angulum α β γ, angulo α γ β. Dico quod & latus α β, æquũ est lateri α γ. Si enim æquale non est latus α β ipsi lateri α γ, alterũ eorum erit maius. Si maius α β. Et auferatur (per 3 propositionem) ab ipso α β, maiore, ipsi α γ minori linea æqualis: sitq; illa, δ β. protrahatur linea δ γ, (per 1 postulatum). Igitur quoniam latus δ β est æquale lateri α γ, communis uero linea β γ: duo igitur δ β, β γ, latera duobus lateribus α γ & γ β sunt æqualia alterum alteri. & angulus δ β γ, angulo α β γ, (per hypothesin).*



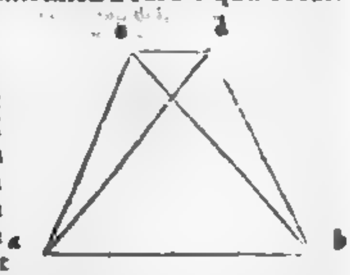
Basis

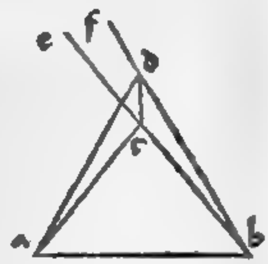
Basis igitur δγ. (per 4 propositionem) basi α ε. est æqualis: & triangulum δβγ. (per eandem) triangulo αγβ æquum erit, minus scilicet maiori, quod est impoßibile. Latus igitur α β. latere α γ non est inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinuicem fuerint: æquales quoque angulos subtendentia latera æqualia ad inuicem erunt: quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Cam. Propositio 7.

SI à duobus punctis aliquam lineã terminantibus, duæ lineę ad punctum unũ concurrentes exierint, ab eisdẽ punctis alias duas lineas singulas suis conterminalibus æquales qui ad alium punctũ concurrant, in eandem partem adduci est impossibile.

CAMPANVS. Sit linea a b: à cuius extremitatibus a & b, protrahantur duæ lineæ in partem unam quæ concurrant in eodem puncto. Vt sint lineæ a c & b c: quæ cõcurrant in puncto c. Dico quod in eandem partem non protrahentur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ a b, quæ cõcurrant ad alium pũctum: ita quod illa quæ egredietur à puncto a sit æqualis a c, & quæ egredietur à pũcto b sit simul æqualis lineæ b c. quod si fuerit possibile, protrahãtur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrãt in pũcto d, & sit a d æqualis lineæ a c, & simul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo punctus d cadet intra triangulum a b c: aut extra: nam in alterum laterum non cadet: quia tunc pars esset æqualis suo toti. Si ergo cadat extra, aut altera linearum a d & b d secabit alteram linearum a c & b c, aut neutra neutram. Et secet primo altera alteram, & protrahatur linea c d. Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d sunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c (per 5 propositionẽ.) Similiter quia in triangulo b c d duo latera b c & b d sunt æqualia: erunt anguli b c d & b d c per eandem æquales. Et quia angulus b d c est maior angulo a d c, sequitur angulum b c d esse maiorem angulo a c d, partẽ s. toto, quod est impossibile. Si autẽ d cadat extra triãgulũ a b c, ita quod lineæ se nõ secẽt, protrahã lineam d c & producã, b d & b c sub basi usq; ad e & f. Et quia lineæ a c & a d sũt æquales, erũt anguli a c d & a d c æquales per 5, similiter quia b c & b d sunt æquales, erunt anguli sub basi qui sunt c d f & e c d, æquales per 2 partem eiusdẽ. Quia ergo angulus e c d minor est angulo a c d: sequitur angulum f d c esse minorem angulo a d c, quod est impossibile. Eodem modo ducetur aduersarius ad inconueniens: si d punctus cadat intra triangulum a b c.

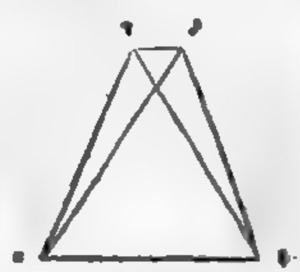




Eucli. Ex Zamb. Theorema 4. Propositio 7.

Super eadem recta linea duabus eisdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur, ad aliud atq; aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

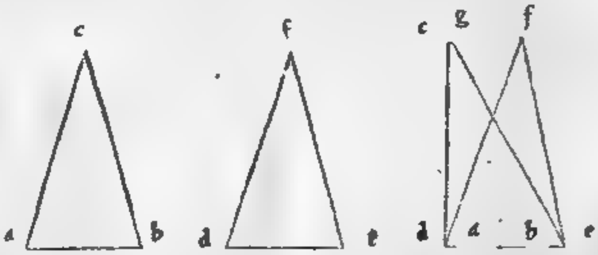
THEON ex Zamb. Si enim est poßibile, super eadem recta linea α β. duabus rectis lineis α γ, γ β, aliæ duæ rectæ lineæ α δ, δ β, æquales altera alteri constituantur ad aliud atq; aliud signum, hoc est, γ & δ, ad easdem partes scilicet γ δ, eosdem fines, hoc est. α β, poßidentes, ut, æqualis sit γ α. ipsi δ α, eundem finem habens, hoc est, α, & γ β. ipsi δ β, eundẽ finẽ habens, hoc est, β: cõnectatur γ δ (per 1 postulatum). Quoniam igitur α γ æqualis est ipsi, α δ: æqualis erit quoq; angulus α γ δ, angulo α δ γ. Minor igitur est angulus γ δ, angulo β δ γ: multo minor igitur est angulus β γ δ angulo β δ γ. Rursus quoniã β γ, ipsi δ β est æqualis æquus est igitur & angulus β γ δ, angulo γ δ β. Ostẽsum est autẽ quod admodũ minor, quod est impoßibile. Super igitur eadẽ recta linea duabus eisdẽ rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituentur ad aliud atq; aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines rectis primis lineis possidentes, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 OMniũ duorũ triãgulorũ quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerit æqualia, basisq; unius basi alteri æqualis duos angulos æquis lateribus contentos, æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f: sitq; a c æqualis d f et b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo q̃d angulus c est æqualis ãgulo f, & angulus a, angulo d, & angulus b angulo e. Superponã basin a b, basi d e quæ cũ sint æquales neutra excedit alteram per conuersionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet super punctum f: aut nõ. Si sic, tunc quia angulus c superpositus est angulo f, & neuter excedit alterũ eo quòd a c super d f & b c super e f cadunt, ipsi sunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos esse æquales. Si autem punctus c non cadat super f: cadat super quemlibet aliũ qui sit punctus g. quia e g est æqualis b c, imo eadẽ: itemq; quia d g est æqualis a c: erit d g æqualis f, & c g æqualis e f, quod est impossibile per præcedentẽ.



Eucli ex Zam. Theorema 5. Propositio 8

8 Si bina triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoq; basi æqualẽ: angulum quoq; angulo suo æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt.

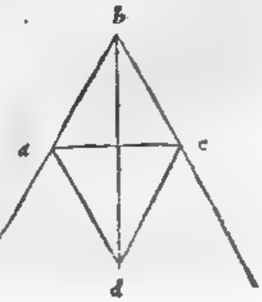
THEON ex Zamb. Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera α β, α γ duobus lateribus δ ε, δ ζ, æqualia habentia alterum alteri hoc est α β ipsi δ ε & α γ ipsi δ ζ: habeantq; basin β γ basi ε ζ æqualẽ. Dico quod angulus β α γ: angulo ε δ ζ est æqualis. Cõgruente enim triangulo α β γ ipsi triangulo δ ε ζ. & posito quidem β signo, super ε signum & recta linea β γ super ε ζ. congruit quoq; signũ γ ipsi ζ signo, quoniã β γ æqualis est ipsi ε ζ: Cõgruẽte uero b c ipsi ε ζ: congruũt quoq; & β α, α γ ipsis ε δ, δ ζ. Si enim basis β γ basi ε ζ cõgruit, at β α, α γ latera, lateribus ε δ, δ ζ, nõ congruent, sed different, sicut ε η, η ζ: constituentur super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud signũ ad easdem partes, eosdemq; fines poßidentes Non constituuntur aũt (per 5 propositionem.) cõ igitur congruente basi β γ basi ε ζ non cõgruunt quoque & β α, α γ latera ipsis ε δ, δ ζ lateribus, congruunt igitur. Quare & angulus β α γ, angulo ε δ ζ cõgruet: & eidem æqualis erit. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, basimq; basi æqualem: angulum quoq; angulo sub æqualibus rectis lineis contentum æqualem habebunt quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 DAtum angulum: per æqualia secare.

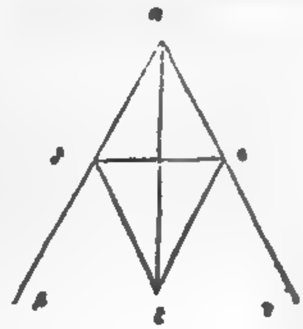
CAMPANVS. Sit datus angulus quẽ oportet diuidere: angulus a b c. Lineas ipsum cõtinentes quæ sunt a b & b c, ponam æquales, per 3 propositionem, & producã lineam a c: super quã constituam triangulum æquilaterũ, a d c per 1 propositionẽ, & protraham lineã b d. Dico quod ipsa diuidit datum angulũ per æqualia Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera a b & b d trianguli a b d sunt æqualia duobus lateribus c b et b d trianguli c b d: & basis a d basi c d. ergo per præceden-



tem angulus a b d est æqualis angulo c b d; quod oportebat efficere.

Eucli. ex Zamb. *Problema 4.* *Propositio 9.*

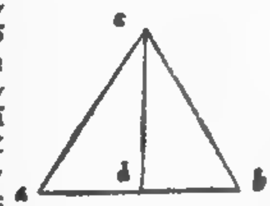
9 Datum angulum rectilineum, bifariam secare.



THEON. ex Zamberto. *Sit datus rectilineus angulus β α γ. Oportet ipsum bifariam secare. Suscipiatur super linea α β cōtingens signum, sitq; illud δ. & à linea α γ (per 3 propositionem) auferatur α ε: ipsi α δ æqualis. & (per 1 postulatum connectatur linea δ ε: constituaturq; (per 1 propositionem) super δ ε, triangulum æquilaterum, sitq; illud δ ζ ε, & cōnectatur (per primum postulatum: linea α ζ. Dico quod angulus β α ε: à linea α ζ bifariam secatur. Quoniam α δ est æqualis ipsi α ε, cōmunis uero α ζ: binæ igitur δ α, α ζ sunt altera alteri æquales. At basis δ ζ, basi ε ζ (per 1 propositionē) est æqualis: angulus igitur δ α ζ angulo ζ α ε (per 8 propositionē) est æqualis. Datus igitur angulus rectilineus qui sub β α γ, bifariā sectus est à recta linea α ζ, quod fecisse oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 10.*

10 Proposita recta linea: eam per æqualia diuidere.



CAMPANVS. Sit proposita linea quā oportet diuidere per æqualia: linea a b, super ipsam cō stituam triangulum æquilaterū a b c, & angulum c diuido per æqualia secundum doctrinā præcedentis, per lineam c d. Dico quòd linea c d: diuidit datam lineā a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos: a c d & b c d, & argumentor sic: duo latera a c & c d trianguli a c d, sunt æqualia duobus lateribus b c & c d triāguli b c d, & angulus c unius angulo c alterius: ergo per 4. basis a d, basi b d q^d est ꝓpositū.

Euclidis ex Zamb. *Pro. lema 5. Propositio 10.*

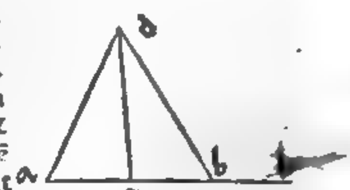
10 Datam rectam lineam terminatam: bifariam secare.



THEON. ex Zamberto. *Sit data linea terminata α β oportet lineā α β bifariam secare. Constituatur (per 1 propositionem) super ea, triangulum æquilaterum α β γ. Et (per 9 propositionem) secetur angulus α γ β bifariam: à recta linea γ δ. Dico quod linea recta α β: bifariam secatur in signo δ. Quoniam enim (per 1 propositionem) α γ ipsi γ β est æqualis, communis uero γ δ: duæ igitur α γ, γ δ, duabus β γ, γ δ sunt æquales altera alteri. & angulus α γ δ angulo β γ δ æquus est. basis igitur α δ, (per 4 propositionem) δ β est æqualis. Data igitur recta linea terminata α β, bifariam secta est in signo δ, quod faciendum fuerat.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 11.*

11 Data linea recta, à puncto in ea signato perpendicularem extrahere: duobus quidem angulis æqualibus ac rectis utrinque sub nixam.



CAMPANVS. Sit data linea a b in qua sit datus punctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propositionem: lineam b c æqualem lineæ a c. & super totam a b constituo triangulum æquilaterum a b d. & protraho lineam c d. de qua dico quod ipsa est perpendicularis super lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d sunt æqualia duobus lateribus c b & c d, trianguli c b d, & basis a d basi b d: erit per 8 propositionē angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterque eorum erit rectus, per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis super lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. Quod est propositum.

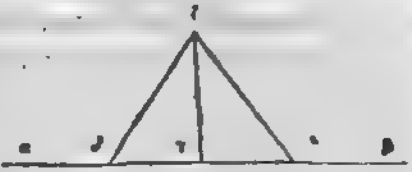
Eucli. ex Zamb. *Problema 6.* *Propositio 11.*

11 Data recta linea, à signo in ea dato rectā lineā ad angulos rectos excitare.

THEON. ex Zamb. *Sit data recta linea α β datū uero in ea signum sit γ. Oportet ab ipso signo γ, ipsius rectæ lineæ α β: ad angulos rectos rectā lineam excitare. Suscipiatur in ipsa α γ cōtingens signū, sitq; illud δ: & ponatur ipsi δ γ: (per 3 propositionem) æqualis linea γ ε, & super δ ε, (per 1 propositionē) cōstruatur triangulum æqui*

laterum

interuum ζ δ ε, & connectatur linea ζ γ. Dico quod datæ rectæ lineæ α β, à dato in ipsa signo quod est γ, ad rectos angulos, ζ γ recta linea excitata est. Quoniam enim δ γ æqualis est ipsi γ ε, communis uero linea γ ζ, duæ igitur δ γ, γ ζ duabus ε γ & γ ζ altera alteri sunt æquales: & basis δ ζ (per 1 propositionem) basi ε ζ est æqualis. Angulus igitur δ γ ζ, angulo ε γ ζ (per 8 propositionem) est æqualis, & sunt * utrobique. Cum autem recta linea super recta linea cōsistens,* utrobique angulos ad inuicem æquales fecerit, uterque æqualium angulorum rectus est. (per 10 diffinitionem.) Igitur angulus δ γ ζ, & angulus ζ γ ε, sunt recti. Datæ igitur rectæ lineæ α β, à dato in ea signo γ, ad rectos angulos recta linea γ ζ excitata est, quod fecisse oportuit.

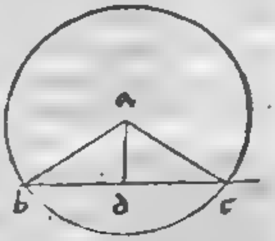


* ipsi se
ipsis

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

12 Puncto extra signato, ad datam lineam indefinitæ quantitatis, perpendicularem deducere.

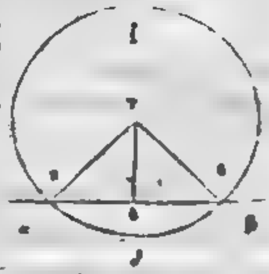
CAMPANVS. Sit a, punctus signatus extra lineā b c, à quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in utranque partem, quantum libuerit: & super punctum a, describā circulum b c, sic ut secet lineam datam in punctis b, c, & protraham lineas a b & a c, & diuidam angulū b a c per æqualia, per lineam a d, per 9 propositionem. Dico quod a d est perpendicularis super lineam b c. Intelligo duos triangulos a b d & a c d, & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, sunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d, erit per 4 propositionē basis b d æqualis basi d c, & angulus a d b æqualis angulo a d c: quare uterque eorum rectus, & linea a d perpendicularis super lineam b c, per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 7. Propositio 12.

12 Super datam rectam lineam infinitā, à dato signo quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea infinita, sitque illa α β, datum uero signum quod in ea non est, sit γ. Oportet super datam rectam lineam infinitam α β, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularē rectam lineam ducere. Suscipiatur enim in altera parte ipsius α β rectæ lineæ contingens signum, sitque illud δ, & centro quidem γ, interuallo uero γ δ, (per 3 postulatum) circulus describatur ε ζ η. Seceturque (per 10 propositionem) ε η bifariam, in signo θ, & connectantur (per 1 postulatum) rectæ lineæ γ ε, γ θ, γ η. Dico quod super datam rectam lineam infinitā α β, à dato signo quod in ea nō est, uidelicet, γ, perpendicularis ducta est recta linea γ θ. Quoniā ε θ ipsi θ η est æqualis, cōmunis uero θ γ, duæ igitur ε θ, θ γ, duabus η θ, θ γ, sunt altera alteri æquales, & basis γ ε, basi γ η (per 15 diffinitionē) est æqualis. Angulus igitur γ θ ε, angulo η θ γ (per 8 propositionē) est æqualis, suntque * utrobique. Cūm autem recta linea super rectam consistens lineam, angulos * utrobique adinuicem æquales fecerit, uterque æqualium angulorū rectus erit (per 10 diffinitionem) & superstans recta linea perpendicularis uocatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam α β, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularis ducta est γ θ, quod fecisse oportuit.

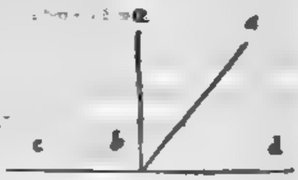


ipsi se
ipsis

Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 Omnis rectæ lineæ super rectam lineam stantis duo utrobique anguli, aut sunt recti, aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sit ut linea a b, superstet lineæ c d, quæ si fuerit super eam perpendicularis, faciet duos angulos rectos per conuersionē diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non fuerit super eam perpēdicularis, à puncto b ducatur b e perpendicularis super c d, per 11, eruntque duo anguli e b c & e b d recti per conuersionē dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adæquātur angulo d b e, ipsi cum angulo c b e, erunt æquales duobus rectis: quare tres anguli qui sunt d b a, a b e, & c b e, sunt æquales duobus rectis, sed angulus c b a, est æqualis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo anguli c b a & a b d sunt æquales



b a duobus

duobus rectis. quod est propositum. Ex quo patet totum spatium quod in qualibet superficie plana punctum quodlibet circumstat, quatuor rectis angulis esse æquale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 13.

13 Cum recta linea super rectam consistens lineam angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

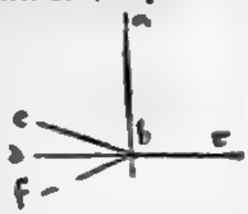
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β, super rectam lineam γ δ consistens, angulos efficiat γ β α & α β δ. Dico quod γ β α & α β δ anguli, aut duo recti sunt, aut duobus rectis æquales. Quod si angulus γ β α, est æqualis angulo α β δ, iam duo recti sunt. At si non excitetur (per 11 propositionem) à dato signo β lineæ γ δ, ad angulos rectos linea β ε, anguli igitur γ β ε, ε β δ, (per 10 diffinitionē) sunt recti. At quoniā angulus γ β ε, duobus γ β α, α β ε angulis est æqualis, cōmunis ponatur angulus ε β δ. igitur anguli γ β ε, ε β δ, tribus angulis, hoc est γ β α, α β ε, ε β δ, sunt æquales. Rursus quoniā angulus δ β α duobus angulis δ β ε, ε β α est æqualis, cōmunis ponatur angulus α β γ. Igitur anguli δ β α, α β γ, tribus angulis δ β ε, ε β α, α β γ sunt æquales. Ostensum est autem quod anguli γ β ε, ε β δ, eisdem tribus sunt æquales: quæ autem eidem sunt æqualia, (per 1 cōmunem sententiam) & sibi inuicem sunt æqualia: anguli igitur γ β ε, ε β δ, angulis δ β α, α β γ sunt æquales. At anguli γ β ε, ε β δ sunt duo recti, & anguli igitur δ β α, α β γ, duobus rectis sunt æquales. Cum igitur recta linea super rectam consistens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 SI duæ lineæ à puncto unius lineæ in diuersas partes exierint, duosq́ circa se angulos rectos, aut duobus rectis æquales fecerint, illæ duæ lineæ sibi directe coniunctæ sunt, & linea una.

CAMPANVS. Sit ut à puncto b lineæ a b, exeant duæ lineæ in oppositas partes, quæ sint b c & b d, & faciant duos angulos qui sunt c b a & d b a, æquales duobus rectis: tunc dico quod duæ lineæ c b & d b, sunt sibi inuicem directe cōiunctæ & linea una. Hæc est quasi conuersa prioris. Quod si non fuerint linea una, tūc protrahatur c b in continuū & directū, quæ quia non est linea una cum d b, transibit super eam ut b e, aut sub ea ut b f. Quia ergo super lineā rectam quæ est c b e, cadit linea a b, erūt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per præcedentē, & quia omnes recti sunt adinuicē æquales per 4 petitionē, anguli quoq; c b a & d b a sunt æquales duobus angulis rectis per hypothesin, erūt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a: ergo dempto cōmuni angulo c b a, erit angulus e b a æqualis āgulo d b a, pars toti, qđ est impossibile. Similiter linea c b protracta, probabis angulū d b a esse æqualem angulo f b a, si forte diceret aduersarius lineam c b protractam cadere infra b d.



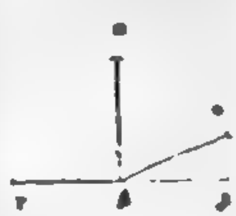
Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 14.

14. Si ad aliquam rectam lineam adq́ in ea signum duæ rectæ lineæ non ad easdē partes ductæ, * utrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint, ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

ipsi

THEON ex Zamb. *Ad aliquam enim rectam lineam α β, signumq; in ea β, duæ rectæ lineæ β γ, β δ non ad easdem partes ductæ, * utrobiq; angulos α β γ, α β δ duobus rectis æquos efficiant. Dico quod ipsi γ β, recta linea β δ in directum est constituta. Si enim ipsi γ β recta linea β δ non est in directum, sit ipsi γ β recta linea β ε in directum constituta. Quoniam igitur recta linea α β super rectam lineam γ β ε stetit, anguli igitur α β γ, α β ε duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionē.) At anguli α β γ & α β δ, duobus rectis sunt æquales. anguli ergo γ β α, α β ε, angulis γ β α, α β δ sunt æquales. Communis auferatur angulus α β γ, reliquus igitur angulus α β ε, reliquo angulo α β δ est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Linea igitur β ε ipsi β γ in directum minime est. Similiter quoq; ostendemus, quod nec aliqua præter lineam β δ. In directum igitur est ipsi γ β, linea β δ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad signumq; eius duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, utrobique angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipsæ rectæ lineæ sibiinuicem erunt, quod demonstrasse oportuit.*

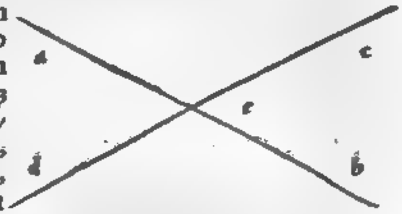
ipsi



Euclides

Eucli. ex Camp. Propositio 15.

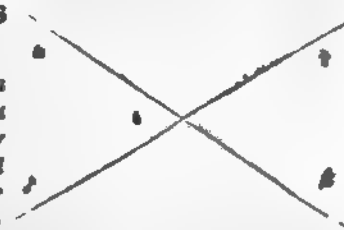
15 OMnium duarũ linearũ se inuicẽ secantiũ, omnes anguli cõtra se positi sunt æquales. Vnde manifestũ est, cum duæ lineæ rectæ se inuicem secãt, quatuor qui fiunt angulos, quatuor rectis esse æquales.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, se inuicẽ secantes in puncto e: dico ꝙ angulus d e b est æqualis angulo a e c, & angulus b e c est æqualis angulo a e d. Erũt enim per 13 duo anguli a e c & c e b æquales duob. rectis, itẽq; duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis per eandem, quare duo primi sunt æquales duobus postremis, eo ꝙ omnes recti sunt adinuicẽ æquales per 4 petitionẽ, dempto ergo cõmuni angulo qui est c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem modo probabitur, angulũ c e b esse æqualẽ angulo a e d, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 15.

15 Si duæ rectę lineę se adinuicẽ secuerint, angulos qui circa uerticẽ sunt æquos adinuicẽ efficient.

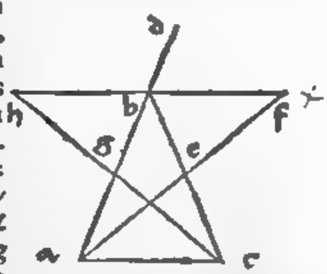


THEON ex Zamb. Duæ rectæ lineæ α β & γ δ, se inuicem secent in signo ε. Dico quod angulus α ε γ, æqualis est angulo δ ε β. Quoniã enim recta linea α ε super rectã lineã γ δ stetit, angulos efficiẽs γ ε α & α ε δ, igitur anguli γ α ε, α ε δ, duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionẽ.) Rursus quoniã recta linea δ ε super rectã lineam α β stetit, angulos efficiens α ε δ, δ ε β, igitur anguli α ε δ, δ ε β, duobus rectis sunt æquales (per eandem 13 propositionẽ.) Ostensum autẽ est, quod anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis sunt æquales: anguli igitur γ ε α, α ε δ, angulis α ε δ, δ ε β, sunt æquales. Cõmunis auferatur α ε δ, reliquus igitur angulus γ ε α, reliquo angulo δ ε β, est æqualis. Similiterq; ostendetur quod & anguli γ ε β, δ ε α, sunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ se adinuicẽ secuerint, angulos qui circa uerticẽ sunt, adinuicẽ æquales efficient, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. Propositio 16.

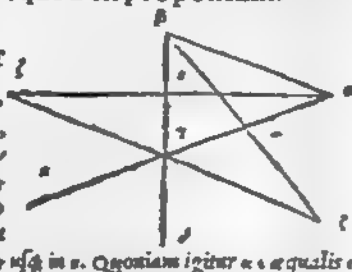
16 SI quodlibet laterũ trianguli directe protrahatur, faciet angulũ extrinsecũ utroq; angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorẽ.

CAMPANVS. Sit ut trianguli a b c, latus a b protrahatur usq; ad d, dico ꝙ angulus d b c, maior est utroq; duorũ angulorũ intrinsecorũ sibi oppositorum, qui sunt b a c & b c a. Diuidam enim per 10 propositionẽ, lineam c b per æqualia in puncto e, & protrahã a e usq; ad f, ita ut e f fiat æqualis a e, & protrahã lineam f b. Intelligo duos triangulos, c e a & b e f, & quia duo latera a e & e c trianguli a e c sunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e unius est æqualis angulo e alterius per præmissam quia sunt anguli cõtra se positi, erit per 4 propositionẽ angulus e c a, æqualis angulo e b f, & ideo angulus c b d, maior erit angulo b c a. Similiter quoq; probabitur ꝙd est maior angulo c a b. Nam diuidam a b per æqualia in puncto g, per 10 propositionẽ: & protrahã lineam g h, æqualẽ lineæ c g per 3 propositionẽ, postea protrahã h b [illegible], eruntq; duorũ triangulorũ qui sunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h secundi, & angulus g unius, angulo g alterius per 15: ergo per 4 angulus g c a, est æqualis angulo g b h, quare per 15 & angulo [illegible] b d. Et quia angulus c b d est maior angulo [illegible] b d, erit etiam maior angulo b a c, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 16.

16 Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex opposito, maior est.



THEON ex Zamb. Sit triangulũ α β γ, & producatur ipsius latus unũ, sitq; illud β γ usq; in δ. Dico quod exterior angulus α γ δ, maior est utroq; interiore & ex opposito cõstituto, hoc est angulo γ β α & β α γ. Secatur linea α γ bifariã (per 10 propositionẽ) in signo ε, & protracta linea β ε (per 2 postulatũ) extendatur in signũ ζ: collocetur q; ipsi β ε (per 3 propositionẽ) æqualis linea ε ζ, & cõnectatur (per 1 postulatũ) ζ γ & extendatur (per 2 postulatũ) linea α γ usq; in η. Quoniam igitur α ε æqualis est ipsi ε γ, & β ε ipsi ε ζ, duæ igitur α ε & ε β, duabus γ ε & ε ζ sunt æquales altera alteri, & angulus α ε β (per 15 propositionem)

tionẽ) angulo ζ ε γ est æqualis, circa uerticem enim. Basis igitur α β, basi ζ γ (per 4 propositionẽ) est æqualis. & triangulũ α β ε, triangulo ζ ε γ est æquale. & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri sunt æquales, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur β α ε, angulo ε γ ζ est æqualis. At angulus ε γ δ, angulo ε γ ζ maior est: maior igitur est angulus α γ δ, angulo β α ε. Similiter quoq; si secetur bifariã linea β γ, ostendetur & angulus β γ ι, hoc est α γ δ, maior angulo α β γ. Omnis igitur triãguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex opposito maior est, quod fuerat ostendendũ. Eucli. ex Camp. *Propositio 17.*

17 Omnis trianguli duo quilibet anguli, duobus rectis sunt minores.

CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, dico ꝙ duo quilibet eius anguli, duobus rectis sunt minores, ꝓtrahatur enim unũ latus eius, ut b c, usq; ad d, eritq; per præcedentẽ, angulus c extrinsecus, maior a & maior b, sed c extrinsecus cũ c intrinseco, est æqualis duobus rectis per 11, ergo anguli b & c intrinseci, siue anguli a & c intrinseci, sunt minores duob. rectis. Similiter si ꝓtrahatur latus b a, probabitur quod duo anguli a & b sunt minores duobus rectis, quod est propositũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 17.



17 Omnis triãguli duo anguli duob. rectis sunt minores, omnifariã sumpti.

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ, dico quod ipsius α β γ trianguli duo anguli, duobus rectis omnifariã sumpti, sunt minores. Producatur enim (per 2 postulatũ) β γ, usq; in δ. Et quoniam trianguli α β γ (per præcedentẽ) exterior angulus qui est α γ δ, maior est angulo α β γ, interiore & ex aduerso cõmunis admittatur angulus α γ β. Anguli igitur α γ δ, α γ β, angulis α β γ, β γ α sunt maiores, sed anguli α γ δ, α γ β (per 13 propositionẽ) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur α β γ, β γ α, duobus rectis sunt minores. Similiter quoq; ostendemus quod anguli β α γ, α γ β, duobus rectis sunt minores, & etiam anguli α γ β, α β γ. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores, quomodocũq; assumpti. Quod demonstrasse oportuit.* Eucli. ex Camp. *Propositio 18.*



18 Omnis trianguli longius latus, maiori angulo oppositum est.

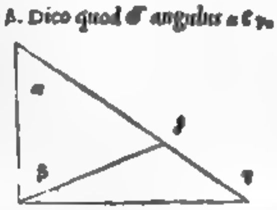
CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, angulus a sit maior angulo c, dico ꝙ latus c b, maius erit latere a b. Si enim sit æquale, erit per 5 angulus a æqualis angulo c, quod est contra hypothesin. Si autẽ a b sit maius resecetur ad æqualitatẽ a b per 3, sitq; d b æquale c b, erit ergo per 5, angulus d c b, æqualis angulo b d c, sed b d c est maior angulo b a c per 16, ergo b c d, est maior b a c, quare multo fortius maior angulo a c b, pars toto, quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 18.



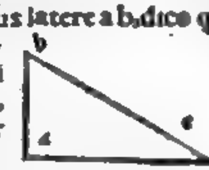
18 Omnis trianguli maius latus, maiori angulo subtenditur.

THEON ex Zamb. *Sit enim triangulũ α β γ, habens latus α γ, maius latere α β. Dico quod & angulus α β γ, angulo β γ α maior est. Quoniã α γ maius est α β, ponatur ipsi α β (per 3 propositionẽ) æqualis linea α δ, & connectatur (per 1 postulatũ) linea β δ. Et quoniã trianguli β δ γ angulus exterior α δ β (per 16 propositionẽ) maior est interiore & opposito angulo δ γ β, æqualis autẽ est (per 5 propositionẽ) angulus α δ β angulo α β δ, quoniã latus α β ipsi α δ est æquale, maior est igitur angulus α β δ angulo α γ β, multo maior est igitur angulus α β γ angulo α γ β. Omnis igitur triãguli maius latus, maiori subtẽditur angulo. Quod oportuit demõstrasse.* Eucli. ex Camp. *Propositio 19.*



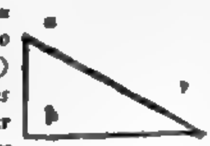
19 Omnis trianguli maior angulus, longiori lateri oppositus est.

CAMPANVS. Sit ut in triangulo a b c, latus b c sit maius latere a b, dico ꝙ angulus a, erit maior angulo c. Hæc est cõuersa præcedentis. Si enim sit æqualis, tunc per 6, latus a b est æquale lateri b c, q̃d est contra hypothesin. Si autẽ c sit maior, tunc per præcedentẽ, latus a b est maius latere b c, q̃d est cõtra hypothesin. Quare astruitur propositũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 19.



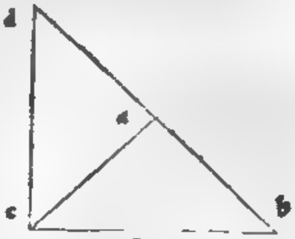
19 Omnis trianguli sub maiorem angulum, maius latus subtenditur.

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ, maiorem habens angulum α β γ angulo β γ α. Dico quod latus α γ, maius est latere α β. Si autẽ non, aut est æquale latus α γ lateri α β, aut eo minus. æquale quidem minime est latus α γ, ipsi α β: æqualis namq; esset (per 5 propositionẽ) angulus α β γ, angulo α γ β, non est autẽ: latus igitur α γ, lateri α β minime est æquale. At latus α γ, latere α β minus non est, nam angulus α β γ, angulo α γ β minor esset, at non est: latus igitur α γ latere*



α γ latere α β minus minime est. Maius igitur est latus α γ, latere α β. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere subtenditur. Quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. *Propositio* 20.

20 OMnis triãguli duo quælibet latera simul iuncta, reliquo sunt longiora.



CAMPANVS. Sit triãgulus a b c, dico quod duo latera a b & a c, sunt lõgiora latere b c. Protrahatur linea b a usque ad d, ita ut a d sit æqualis a c, & protrahatur c d, per 5 propositionẽ erit angulus a c d, æqualis angulo d, quare angulus b c d est maior ãgulo d, ergo per 19 latus b d, est maius latere b c, sed b d, est æquale a b & a c, quare b a & a c simul iuncta, sunt maiora b c. Eucli. ex Zamb. *Theorema* 15. *Propositio* 20.

20 Omnis triãguli duo latera, reliquo sunt maiora quomodocũque assumpta.

THEON ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ. Aio ipsius α β γ trianguli bina latera, reliquo esse maiora quomodocunque suscepta, hoc est β α, α γ, ipso β γ & α β, β γ, ipso α γ & β γ, γ α ipso α β. Producatur namque (per 2 postulatũ) β α ad δ signum & ponatur (per 2 propositionẽ) ipsi α γ æqualis α δ, connectaturque δ γ. Quoniã igitur δ α ipsi α γ est æquale, angulus igitur α δ γ (per 5 propositionẽ) angulo α γ δ est æqualis. Sed angulus β γ δ, angulo α γ δ maior est: igitur angulus β γ δ, angulo α δ γ maior est. Et quoniã triangulũ est δ γ β, maiorem habens angulum β γ δ angulo α δ γ, atque maiorem angulũ maius latus subtendit (per 19 propositionem) ergo δ β ipso β γ maius est. Aequale autem est δ β ipsis α β, α γ: maiora igitur sunt latera β α & α γ, latere β γ, æquale autem est δ α ipsi α γ: maiora igitur sunt latera β α, α γ, ipso β γ. Similiter uero demõstrabimus quod etiam latera α β & β γ, ipso γ α sunt maiora. Sed β γ, γ α, ipso α β. Omnis igitur triãguli bina latera, reliquo maiora sunt, quoquo modo assumpta, quod demonstrasse oportuit.*



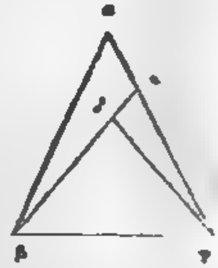
Eucli. ex Camp. *Propositio* 21.

21 SI de duobus punctis terminalibus unius lateris trianguli duæ lineæ exeuntes, intra triangulum ipsum ad punctum unum conueniant, eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt, & maiorem angulum continebunt.



CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, ab extremitatibus lateris b c concurrant duæ lineæ b d & c d, ad punctum d, intra triangulum a b c. Dico quod ipsæ lineæ b d & c d simul iunctæ, sunt breuiores duabus lineis a b & a c simul iunctis, & quod angulus d est maior angulo a. Protrahã enim b d, usquequo secet latus a c in puncto e, eruntque per 20 propositionẽ b a & a e simul iunctæ, maiores b e, ergo b a & a c, sunt maiores b e & e c. At uero d e & e c simul iunctæ, per eandem sunt maiores d c, quare b e & e c sunt maiores b d & d c, & quia b a & a c sunt maiores b e & e c, ut probatũ est prius, erunt multo fortius b a & a c maiores b d & d c, quod est propositũ. At quoniã angulus b d c est maior angulo d e c per 16 propositionẽ, & angulus d e c est maior angulo c a b per eandem, erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod est propositũ. Eucli. ex Zamb. *Theorema* 14. *Propositio* 21.

21 Si trianguli à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur, quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorem uero angulum continebunt.



THEON ex Zamb. *Trianguli enim α β γ super latere β γ, à terminis ipsius β γ, duæ rectæ lineæ interius constituãtur β δ & γ δ. Dico quod β δ & γ δ, reliquis trianguli lateribus β α & α γ sunt minores, angulum uero β δ γ maiorem, ipso α β γ comprehendunt. Producatur enim (per 2 postulatum) linea β δ ad ε. Et (per 20 propositionem) quoniam omnis trianguli bina latera reliquo sunt maiora, trianguli α β ε (per 20 propositionẽ) duo latera α β & α ε ipso β ε sunt maiora. Cõmunis ponatur linea ε γ, lineæ igitur β α & α γ, lineis β ε & ε γ sunt maiores. Rursus quoniam (per eandem) trianguli γ ε δ bina latera γ ε & ε δ ipso δ γ sunt maiora, cõmunis ponatur δ β, lineæ igitur γ ε & ε β, lineis γ δ & δ β sunt maiores. Sed ostensum est quod β α & α γ, sunt maiores ipsis β ε & ε γ: longe igitur maiores sunt β α & α γ lineæ, ipsis β δ & δ γ. Rursus quoniã (per 16 propositionẽ) omnis trianguli exterior angulus interiore & opposito maior est, trianguli ergo γ δ ε, angulus β δ γ exterior, maior est angulo γ ε δ, quare & trianguli α β ε, angulus γ ε β exterior, maior est*

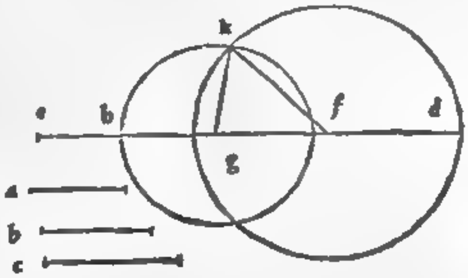
 angulo

angulo β α γ. Sed ostensum est quod angulus β δ γ, eo qui sub γ ε β, est maior: longe igitur maior est angulus β δ γ, angulo β α γ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur, quæ constituentur, reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorẽ uero angulum continebunt, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. *Propositio 22.*

22 PRopositis tribus lineis rectis quarũ duæ quælibet simul iunctæ reliqua sint longiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulũ constituere.

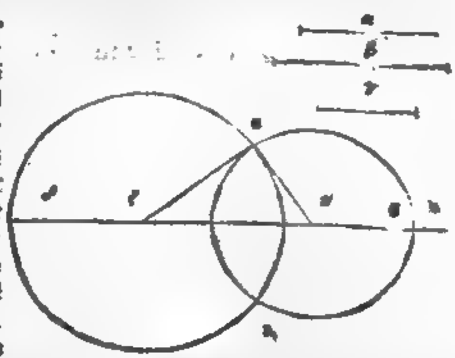
CAMPANVS. Sint tres lineæ rectæ propositæ a, b, c, & sint quælibet duæ simul iunctæ longiores reliqua, aliter enĩ ex illis tribus datis æqualibus, triangulus non posset constitui, per 20 propositionẽ. Cum ergo ex illis tribus prædictis uolo cõstituere triangulũ, sumo lineam rectam quæ sit d e, cui nõ pono à parte e determinatũ finẽ, dẽ qua sumo per 3 propositionẽ, d f æqualem a & f g æqualẽ b, & g h æqualẽ c, factoq; puncto f, centro, describo secũdum quantitatẽ lineæ f d, circulum d k, itemq; facto g, centro, describo secundũ quantitatẽ lineæ g h, circulũ k h, qui circuli intersecabũt se in duobus punctis, quorũ unum sit k: alioquin sequeretur, unam dictarum linearũ esse æqualẽ alijs duabus iunctis, aut maiorẽ eis, quod est contrariũ positioni. Duco ergo lineã k f & k g, eritq; triangulus k f g, constitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c, sunt enim f d & f k æquales, quoniã sunt à centro ad circũferentiã, quare f k, est æqualis a. Similiterq; g h & g k sunt æquales, quia exeunt à centro ad circũferentiã, quare g k, est æqualis c, & quia g f sumpta fuit æqualis b, patet propositũ manifeste.



Eucli. ex Zamb. *Problema 8. Proposítio 22.*

22 Ex tribus rectis lineis quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulũ construere. Oportet autẽ duas lineas reliqua esse maiores quomodocũq; assumptas, quoniã omnis trianguli bina latera quomodocunq; assumpta, reliquo sunt maiora.

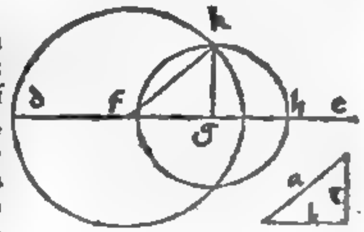
THEON ex Zamb. *Sint datæ tres rectæ lineæ α, β, γ, quarũ duæ reliqua sint maiores quomodocunq; assumptæ, hoc est α, β, ipsa γ, & α, γ, ipsa β, & β, γ, ipsa α: oportet iam ex tribus lineis rectis, ipsis α, β, γ æqualibus, triangulũ cõstruere. Proponatur recta linea finita quidem ex parte δ, infinita uero ex parte ε, ponaturq; (per 3 propositionẽ) ipsi α æqualis linea δ ζ, ipsi uero β, linea ζ η, ipsi uero γ, linea η θ. Et centro quidem ζ, spatio uero ζ δ (per 3 postulatũ) circulus describatur δ κ λ: rursus centro quidem η, spatio uero η θ (per idem) circulus describatur κ λ θ, & cõnectantur (per 1 postulatũ) κ ζ & κ η. Dico quod ex tribus rectis lineis æqualibus ipsis α, β, γ triangulũ κ ζ η constitutũ est. Quoniã enim ζ signũ, centrũ est circuli δ κ λ, æqualis est (per 15 diffinitionẽ) ζ δ ipsi ζ κ. Sed α, ipsi ζ δ est æqualis, & κ ζ igitur (per 1 cõmunem sententiã) est ipsi α æqualis. Rursus quoniã η signũ, centrũ est circuli λ κ θ, æqualis est (per eandem diffinitionẽ) η κ ipsi η θ, sed γ ipsi η θ est æqualis, & η κ igitur (per 1 cõmunem sententiã) ipsi γ est æqualis. At ζ η ipsi β est æqualis (per hypothesin): tres igitur rectæ lineæ κ ζ, ζ η, η κ, ipsis tribus α, β, γ, sunt æquales. Ex tribus igitur rectis lineis, hoc est κ ζ, ζ η, η κ, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est α, β, γ, sunt æquales, triangulũ κ ζ η constructũ est, quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 23.

23 DAta recta linea, super terminum eius, cuilibet angulo proposito æquum angulum designare.

CAMPANVS. Sit data linea f e, quæ est in superiori figura, & sint lineæ b, a, continentes angulũ datum, cui subtendam basin c. Super punctum f lineæ e f, iubeor facere æqualem angulum angulo dato. Ad lineam e f adiungo f d æqualem lineæ a, & ex f e sumo f g æqualem b, & ex g e sumo g h æqualẽ c, & super puncta f & g describo duos circulos d k & k h secundum quanti-



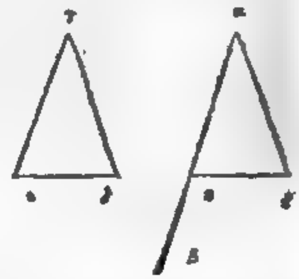
tatem

titem duarum linearũ f d & g h, intersecantes se in puncto k sicut docuit praecedens. ductisq́; lineis k f & k g, erunt aequalia duo latera k f & f g trianguli k g duobus lateribus a & b trianguli a b c, & basis g k aequalis basi c: ergo per 8 angulus k f g, aequalis erit angulo contento sub a & b, quod est propositum.

Euclidis ex Zamb. *Problema 9.* *Propositio 23.*

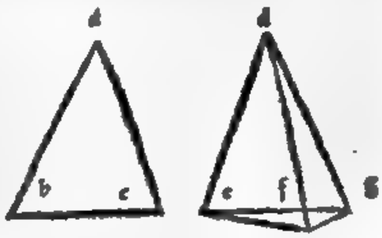
23 Ad datam rectam lineam, ad datumq́; in ea signum, dato angulo rectilineo aequalem angulum rectilineum constituere.

THEON *ex Zamb.* *Sit data recta linea α β, datumq́; in ea signum sit α: datus autem angulus rectilineus, sit δ γ ε. Oportet ad datam rectam lineam α β, ad datumq́; in ea signum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, aequalem angulum rectilineum collocare. Sunt in utrisq; lineis δ γ & γ ε, contingentia signa sintq́; illa δ ε, & connectatur (per 1 postulatum) δ ε. Et ex tribus rectis lineis α ζ, ζ η, η α, quae tribus datis rectis lineis, hoc est γ δ, δ ε, γ ε, sunt aequales, (per praecedentem) triangulũ construatur, sitq́; illud α ζ η. Ita ut linea γ δ aequalis sit α ζ, & γ ε ipsi α η, & insuper δ ε ipsi ζ η. Et quoniã duae lineae δ γ & γ ε duabus lineis, hoc est ζ α & α η sunt aequales altera alteri, & basis δ ε (per hypothesin) basi ζ η, angulus igitur δ γ ε, angulo ζ α η (per 8 propositionem) est aequalis. Ad datam igitur rectam lineam α β, ad datumq́; in ea signum α, dato angulo rectilineo δ γ ε, aequalis angulus rectilineus ζ α η collocatus est. Quod fecisse oportuit.*

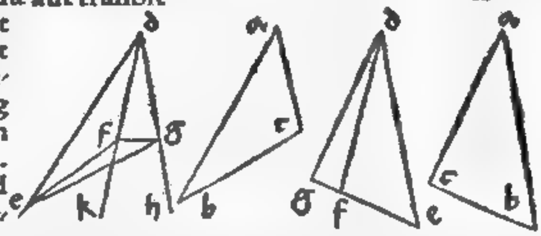


Eucli. ex Camp. *Propositio 24.*

24 OMnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint aequalia, si fuerit angulorum sub illis aequis lateribus contentorũ alter altero maior, basis quoq; eiusdem, basi alterius maior erit.



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & e d f, sintq́; duo latera a b & a c, aequalia duobus lateribus d e & d f: & unumquodq; suo correlatiuo, dextrum, scilicet, dextro, sinistrumq́; sinistro, sitq́; angulus a, maior angulo d dato. Dico q́ basis b c, maior erit basi e f. Faciã enim iuxta doctrinã praecedentis, angulũ e d g aequalem angulo a, eritq́; angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g aequalẽ a c, protrahã e g, quae aut trãsibit supra e f, ut secet lineã d f, aut super e f, ut sit secum linea una, aut infra. Transeat ergo primo supra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c sunt aequalia e d & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit per 4 propositionem. basis b c aequalis basi e g. At uero quia d g & d f sunt aequales (nam utraq; est aequalis a c) erit per 5 propositionẽ angulus d f g aequalis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior est eodem f g e: ergo per 19 propositionẽ latus e g maius est latere e f, quare & b c maior est e f, quod est propositũ. Si uero e g transeat super e f & sit secum linea una, tunc e f erit pars e g, per ultimã ergo conceptionẽ patet propositũ. Si uero e g transeat infra e f, protrahãtur duae lineae d f & d g quae sunt aequales ut probatũ est, usq; ad k & ad h: fientq́; per secũdam partẽ 5 propositionis sub basi f g, anguli k f g & f g h aequales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo per 19 propositionẽ latus e g maius est latere e f, quare b c maior est e f, quod est propositũ. Istud ultimũ membrũ posset etiam probari per 21 propositionẽ: per ipsam enim erunt in dispositione tertia duae lineae d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e, & quia d g est aequalis d f, propter hoc quod ambae sunt aequales a c, erit e g maior ẽ f, quare & b c maior e f, quod est propositũ. Melius tamen est demonstrare priori modo ut in omni dispositione arguatur per quintam.

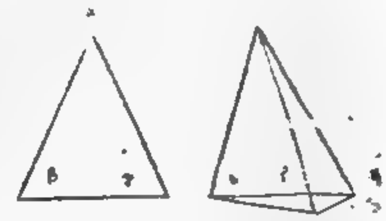


Eucli. ex Zamb. *Theorema 15.* *Proposit.o 24.*

24 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus aequalia habuerint alterum

terum alteri, angulum uero angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum, basin quoq; basi maiorem habebunt.

THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula αβγ, δεζ, duo latera, hoc est αβ, αγ, duobus lateribus, hoc est δε, δζ, æqualia habentia, alterum alteri, hoc est latus αβ lateri δε, & latus αγ lateri δζ: angulus uero qui sub βαγ, angulo εδζ esto maior. Dico quod & basis βγ, basi εζ maior est. Quoniam enim angulus βαγ maior est angulo εδζ, collocetur (per 23 propositionem) ad rectam lineam δε, ad datumq; in ea signum δ, dato angulo βαγ æquus angulus εδη. Et ponatur alterutri, hoc est lineæ αγ uel δζ, æqualis ipsa δη: & connectantur (per 1 postulatum) ηε & ζη. Quoniam igitur αβ æqualis est ipsi δε, & αγ ipsi δη, binæ lineæ βα & αγ duabus lineis εδ & δη sunt æquales altera alteri, & angulus βαγ (per 23 propositionem) angulo εδη est æqualis: basis igitur βγ, (per 4 propositionē) basi εη est æqualis. Rursus quoniam æqualis est δη ipsi δζ: angulus igitur δηζ, angulo δζη est æqualis. Angulus igitur δζη, angulo εηζ maior est: longe maior igitur est angulus εζη, angulo εηζ. At quoniam triangulum est εζη habens angulum εζη maiorem angulo εηζ, maiorem autem angulum (per 18 propositionē) latus maius subtendit: maius igitur est latus εη latere εζ. Aequale autē est latus εη, lateri βγ. latus igitur βγ, maius est latere εζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, & quæ sequuntur reliqua ut in propositione, quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 OMnium duorum triangulorũ quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, basis uero unius basi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus trianguli maioris basis illis æquis lateribus contentus, angulo alterius se respiciente maior.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f: sintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d e & d f secundi, unũquodq; suo correlatiuo: sitq; basis b c, maior basi e f: dico q̃d angulus a, maior erit angulo d. Hæc est cõuersa præcedentis. Aequalis quidem non erit. Sic enim esset per 4 basis, b c æqualis basi e f: quod est cõtra hypothesin. Sed nec minor, q̃a sic esset d maior: & ita per præcedentẽ basis e f erit maior basi b c, q̃d est contrariũ positioni, quare maior erit. Sicq; propositũ astruitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 25.

25 Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterũ alteri æqualia habuerint, basin uero basi maiorem, angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint duo triangula βγδ, δεζ, duo latera hoc est αβ, & αγ, duobus lateribus, hoc est δγ & δζ æqualia habentia alterum alteri, αβ, scilicet, ipsi δε, & αγ ipsi δζ. basis autem βγ, basi εζ maior esto: dico quod angulus βαγ, maior est angulo εδζ. Si autem non, aut ei est æqualis, aut eo minor. Aequalis autem nõ est angulus βαγ, angulo εδζ: si enim æqualis esset, basis quoq; βγ (per 4 propositionē) basi εζ esset æqualis: at non est: angulus igitur βαγ, angulo εδζ æqualis minime est. Neq; etiam minor est angulus βαγ eo qui sub εδζ: nam β basis γ, basi εζ minor esset: at non est, minor igitur non est angulus βαγ, eo qui sub εδζ: ostensum autem est quod neq; æqualis: maior igitur est angulus βαγ, angulo εδζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ sequuntur reliqua, ut theoremate. Quod ostendere oportuit.*



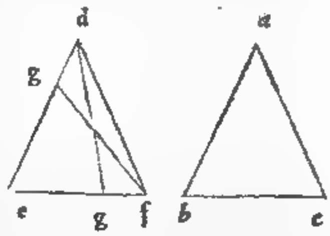
Eucli. ex Camp. Propositio 26.

26 OMnium duorum triangulorum quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterque se respicienti æquales fuerint, latus quoque unius lateri alterius æquale, fueritq; latus

illud

illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppositum, erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; se respicienti æqualia, angulusq; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, sitq; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d f, sita quod a b sit æquale d e, aut a c, d f. Dico quod reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus, uidelicet, a angulo d. Ponam ergo primo ut latus b c, super quod iacent anguli b, c, sit æquale lateri e f, super quod iacent anguli e, f, qui positi sunt æquales angulis b, c. Tunc dico, quod latus a b est æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non sit æquale lateri d e, alterum erit maius: sit ergo maius d e, quod resecabo ad æqualitatem a b, sitq; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq; per 4 propositionem angulus g f e, æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod est impossibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo per 4, d f æquale a c, & angulus d æqualis angulo a: quod est primū membrum diuisionis propositæ. Sint rursus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f: sitq; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui positus est æqualis angulus c. Dico, quod latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: sit ergo e f, maius: ponatur itaq; e g æquale b c, producam lineam d g: eritq; per 4 propositionem angulus d g e, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e, extrinsecus, uidelicet, intrinseco, quod est impossibile per 15 propositionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propositionem, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod est secundum membrum diuisionis propositæ. Quare totum manifeste patet.

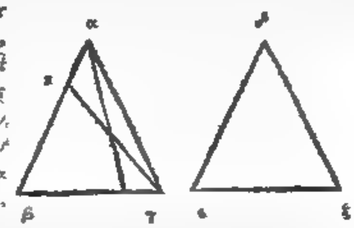


Eucli. Ex Zamb. Theorema 17. Propositio 26.

26. **Si bina triangula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, unumq; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum subtenditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.**

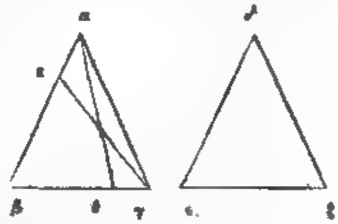
THEON ex Zamb. *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ: duos angulos, hoc est, α β γ & β γ α æquales habentia duobus angulis, hoc est δ ε ζ & ε ζ δ, alterum alteri, hoc est angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum β γ α angulo ε ζ δ, unumq; latus uni lateri æquum: & primum id quod æquis adiacet angulis, hoc est latus β γ lateri ε ζ. Aio quod & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt, alterum alteri, hoc est latus α β, lateri δ ε, & latus α γ, lateri δ ζ: & reliquum angulum reliquo angulo æqualem, hoc est β α γ ipsi ε δ ζ. Si enim α β ipsi δ ε est non æqualis, earum altera maior est: esto maior α β, & * collocetur (per 3 propositionem) ipsi δ ε æqualis linea η β, & connectatur η γ. Quoniam igitur η β æqualis est ipsi δ ε, & β γ ipsi ε ζ: duæ igitur lineæ η β & β γ, duabus δ ε & ε ζ, altera alteri sunt æquales: & angulus η β γ, angulo δ ε ζ æquus est: basis igitur η γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis, & triangulū η ε β triāgulo δ ε ζ æquū est: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtendūtur: æqualis igitur est angulus η γ β, angulo δ ζ ε. Sed angulus δ ζ ε ipsi β γ α supponitur æqualis: angulus igitur β γ η (per primam cōmunem sententiam) angulo β γ α est æqualis, minor maiori. Quod est impoßibile. Inæqualis igitur nō est α β, ipsi δ ε, æqualis igitur. Est autem & β γ, ipsi ε ζ æqualis: duæ iam α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ sunt altera alteri æquales: & angulus qui sub α β γ, angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Basis igitur α γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ est æqualis.*

* ἐφίδω ponatur, sit.



Rursus

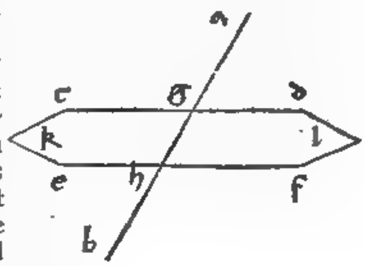
Rursus sint ad angulos æquos latera subtensa, æqualia, sintq; α β & δ ε. Dico rursus quod reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt, hoc est latus α γ lateri δ ζ, & latus β γ lateri ε ζ: & insuper reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ æqualis erit. Si enim β γ ipsi ε ζ æquale non est, alterum eorum maius erit: sit igitur (si possibile est) maius latus β γ: & ponatur (per 3 propositionem) ipsi ε ζ æqualis linea β θ. & connectatur (per 1 postulatum) α θ. Et quoniam æqualis est β θ ipsi ε ζ, & α β ipsi δ ε: duæ igitur α β & β θ, duabus δ ε & ε ζ sunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Basis igitur α θ, (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: & triangulum α β θ, triangulo δ ε ζ est æquale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales, sub quibus æqualia subtenduntur latera: angulus igitur β θ α, angulo ε ζ δ est æqualis. Sed angulus ε ζ δ, angulo β γ α est æqualis. Angulus igitur β θ α, angulo β γ α est æqualis: trianguli igitur α θ γ angulus exterior β θ α, interiori angulo β γ α est æqualis & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Latus igitur ε ζ, ipsi β γ inæquale nō est, æquale igitur. Est autem α β, ipsi δ ε æqualis: duæ igitur α β & β γ, duabus δ ε & ε ζ sunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Basis igitur α γ (per 4 propositionem) basi δ ζ est æqualis: & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ est æquale: & reliquus angulus β α γ, reliquo angulo ε δ ζ est æqualis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 27.

SI recta linea super duas lineas rectas ceciderit, duosq; angulos coalternos sibi inuicem æquales fecerit, illæ duæ lineæ erunt æquidistantes. 27

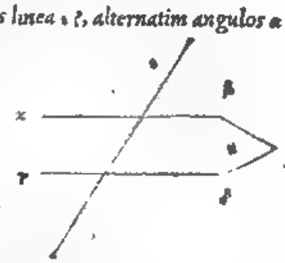
CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat super duas lineas c d, e f, & secet lineam c d in puncto g, & lineam e f in puncto h: sitq; angulus d g h æqualis angulo e h g: dico quod lineæ c d & e f, sunt æquidistantes. Si enim non, concurrant aut ad partem c, e, super punctum k, aut ad partem d, f, super punctum l: & qualitercunq; fuerit, accidet impossibile, per 16, uidelicet, angulum extrinsecum, esse æqualem intrinseco & opposito: nam unus dictorum angulorum coalternorum qui positi sunt æquales, erit extrinsecus, & reliquus intrinsecus & oppositus. Quia igitur impossibile est eas cōcurrere, in alterutram partem protractas, ipsæ per ultimam diffinitionē erunt æquidistantes, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidens linea, alternatim angulos æquos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipsæ rectæ lineæ erunt. 27

THEON ex Zamberto. *In binas enim rectas lineas α β, γ δ recta incidens linea ε ζ, alternatim angulos α ε ζ & ε ζ δ æquales adinuicem efficiat. dico quod parallelus est α β, ipsi γ δ. Si autem non, productæ concurrunt aut ad partes β, δ aut ad α, γ: producantur igitur & concurrant ad partes β, δ, in signo η, si est possibile. Trianguli ergo η ε ζ, angulus α ε ζ exterior, æqualis est angulo ε ζ η interiore & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Igitur α β & γ δ productæ, ad partes β, δ, minime concurrunt: similiter quoq; ostendetur, quod neq; ad partes α, γ. Quæ autem in nulla parte concurrunt, parallelæ sunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur est α β, ipsi γ δ. Si in binas igitur rectas lineas & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.*

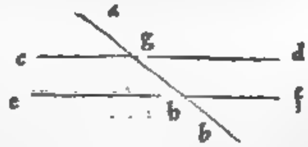


Eucli. ex Camp. Propositio 28.

SI linea recta duabus lineis rectis superuenerit, fueritq; angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito æqualis, aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis æquales, illæ duæ lineæ æquidistantes erunt. 28

CAMPANVS. Sit ut linea a b, secet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: sitq; angulus g

lus g extrinſecus, æqualis angulo h intrinſeco ex eadem parte ſumpto, aut duo anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti, ſint æquales duobus angulis rectis. Dico ꝙ duæ lineæ c d & e f ſunt æquidiſtantes. Sit ergo primo angulus d g a, æqualis angulo f h g: erit quoqꝫ per 15 propoſitionẽ angulus c g h, æqualis eidem angulo f h g, quare per præmiſſam, c d & e f, ſunt æquidiſtantes. Sint rurſus duo anguli d g h & f h g, æquales duobus rectis: & quia per 13 propoſitionẽ duo anguli d g h & c g h ſunt ſimiliter æquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmiſſam c d & e f, erunt æquidiſtantes, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 25.

28 Si in binas rectas lineas recta incidens linea, exteriorẽ angulũ interiori & oppoſito ad eaſdem partes æqualẽ fecerit, aut interiores & ad eaſdẽ partes duobus rectis æquales, parallelæ erunt adinuicem ipſæ rectæ lineæ.

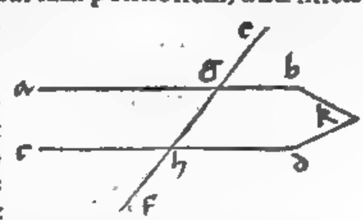
THEON ex Zamb. *In binas enim rectas lineas α β & γ δ, recta linea incidens ε ζ, angulum exteriorem ε η β, angulo interiori η θ δ & oppoſito, æqualem efficiat, aut interiores & ad eaſdem partes, hoc eſt β η θ, η θ δ, duobus rectis æquales. Dico quod parallelus eſt α β, ipſi γ δ. Quoniam angulus ε η β (per hypotheſin) æqualis eſt angulo η θ δ, & angulus ε η β (per 15) æqualis eſt angulo α η θ: angulus igitur α η θ æqualis eſt angulo η θ δ, & ſunt alterni. (per 27 propoſitionem) parallelus eſt igitur α β ipſi γ δ. Rurſus quoniã anguli β η θ & η θ δ (per hypotheſin) duobus rectis ſunt æquales, & anguli α η θ & β η θ (per 13 propoſitionem) duobus rectis ſunt æquales: anguli ergo α η θ & β η θ, angulis β η θ & η θ δ ſunt æquales. Cõmunis auferatur angulus β η θ: reliquus igitur α η θ, reliquo η θ δ eſt æqualis, & ſunt alterni. Parallelus igitur eſt α β, ipſi γ δ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ ſequuntur reliqua quod oſtendendum fuerat.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 29.

29 SI duabus lineis æquidiſtantibus linea ſuperuenerit, duo anguli coalterni æquales erunt, anguluſqꝫ extrinſecus angulo intrinſeco ſibi oppoſito æqualis, itemqꝫ duo anguli intrinſeci ex alterutra parte conſtituti duobus rectis angulis æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidiſtantes: ſuper quas cadat linea e f, ſecans eas in punctis g & h, dico ꝙ anguli g & h coalterni ſunt æquales, & quod angulus g extrinſecus eſt æqualis angulo h intrinſeco ſibi oppoſito ex eadem parte ſumpto, & ꝙ duo anguli g & h intrinſeci ex eadem parte ſumpti ſunt æquales duobus rectis. Et hæc eſt conuerſa duarum præcedentium. Primum ſic patet. Si enim angulus b g h non eſt æqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, ſit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d ſunt æquales duobus rectis, ~~ergo per 13 propoſitionem~~ erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionem, duæ lineæ a b & c d ſi protrahantur, concurrent in parte b & d, ad punctum aliquem, ut ad k: non ergo ſunt æquidiſtantes per ultimam diffinitionẽ, quod eſt contra hypotheſin, & quia hoc eſt impoſſibile, erunt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales, quod eſt primum propoſitũ. Ex hoc patet ſecundum. Eſt enim per 15 propoſitionẽ angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinſecus, uidelicet, intrinſeco, quod eſt ſecundum propoſitũ. Ex hoc rurſus patet tertium. Sunt enim per 13 propoſitionẽ duo anguli a g e & a g h, æquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui ſunt duo intrinſeci ex eadem parte ſumpti, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20. Propoſitio 29.

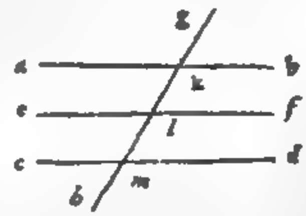
29 In parallelos rectas lineas recta incidens linea, & alternatim angulos ad inuicem æquales, & exteriorẽ interiori & oppoſito & ad eaſdẽ partes æqualem, & interiores & ad eaſdem partes duobus rectis æquales efficit.

THEON ex Zamb. In parallelos enim rectas lineas αβ & γδ, recta incidat linea εζ. Dico quod & alternos angulos αηθ & ηθδ æquos efficit, & exteriorē angulum εηβ interiori & opposito & ad easdem partes, hoc est ipsi ηθδ æqualem, & interiores & ad easdem partes, hoc est βηθ & ηθδ duobus rectis æquales. Si enim æqualis nō est αηθ ipsi ηθδ, alter eorū maior est. Sit maior αηθ. Quoniam igitur αηθ, maior est ipso ηθδ, cōmunis ponatur angulus βηθ: anguli ergo αηθ & βηθ, maiores sunt ipsis βηθ & ηθδ. Sed anguli αηθ & θηβ (per 13 propositionē) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur βηθ & ηθδ duobus rectis sunt minores: quæ autem à minoribus duobus rectis producūtur in infinitū, concurrunt (per 5 postulatū.) Rectæ igitur lineæ αβ & γδ, in infinitū productæ, concurrūt: non concurrunt autem, quoniam paralleli, per hypothesin. Angulus igitur αηθ, angulo ηθδ inæqualis nō est: æqualis igitur. Sed angulus αηθ, angulo εηβ (per 15 propositionē) est æqualis: angulus igitur εηβ (per 1 cōmunem sententiam) angulo ηθδ est æqualis, cōmunis ponatur βηθ, anguli εηβ & βηθ igitur, anguli εηβ & ηθδ sunt æquales. Sed anguli εηβ & βηθ, duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionem) & anguli βηθ & ηθδ, duobus rectis sunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 30.

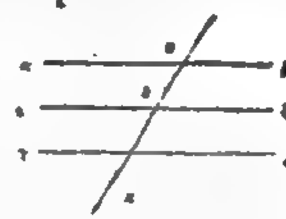
30 SI fuerint duæ lineæ uni æquidistantes, eædem sibi inuicem æquidistantes erunt. CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, quarum utraque æquidistet lineæ e f. Dico illas duas, uidelicet, a b & c d, esse æquidistantes. Hoc autem est uniuersaliter uerum, siue duæ lineæ a b & c d sint in una superficie cum linea e f, siue non: hic tamen non intelligitur, nisi secūdum quod omnes sunt in superficie una, secundum enim quod sunt in diuersis superficiebus, probatur in 9 undecimi libri, quod sunt æquidistantes. Sint ergo omnes in superficie una: protraham autem lineam g h, secantē lineas a b, e f, & c d, in punctis k, l, m. Et quia a b æquidistat e f, erit angulus b k l æqualis angulo e l k per primā partē præcedentis, cum illi sint coalterni: at quia c d æquidistat e f, erit angulus k l e extrinsecus æqualis angulo l m c intrinseco, per secundā partem præcedentis, ergo angulus b k l, est æqualis angulo c m l, qui cum sint coalterni, erunt per 27, lineæ a b & c d æquidistantes. Quod est propositum.



Eucli ex Zamb. Theorema 21. Propositio 30.

30 Quæ eidem rectæ lineæ paralleli, & adinuicem sunt paralleli.

THEON ex Zamb. Sint αβ & γδ, ipsi εζ paralleli, dico quod αβ, ipsi γδ est parallelus. Incidat enim in eas recta linea ηθκ, & quoniā in parallelos rectas lineas αβ & εζ, recta linea ηθκ incidit: æqualis est igitur angulus αηθ ipsi ηθζ (per 29 propositionē.) Rursus quoniā in parallelos rectas lineas εζ & γδ recta linea ηκ incidit, (per eandē) æqualis est angulus ηθζ, ipsi ηκδ: patuit autē quod αηθ ipsi ηθζ est æqualis, & quod ηκδ æqualis est ipsi ηθζ. & αηκ igitur, ipsi ηκδ est æqualis, & sunt alterni: parallelus igitur est αβ ipsi γδ. Quod ostendendū erat.



Eucli. ex Camp. Propositio 31.

31 A Puncto extra lineam dato, lineæ propositæ æquidistantē ducere. CAMPANVS. Punctus extra lineā datus intelligitur, cum linea utrinque protracta, per ipsum non transit. Sit ergo punctus a, datus extra lineā b c, ab eodem pūcto a, à quo oportet protrahere lineā æquidistantē ipsi b c, protraho lineam a d lineæ b c superstantem qualitercūque contingat, & super punctū a qui est extremitas lineæ a d, constituo angulum e a d per doctrinā 23 propositionis, æqualem angulo b d a sibi coalterno, eritque a e æquidistans b c per 27 propositionē, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Problema 10. Propositio 31.

31 Per datum signum, datæ rectæ lineæ parallelum rectam lineam ducere.

THEON ex Zamb. Sit quidem datum signū α, data uero recta linea sit βγ. Oportet iam per datum signū α, ipsi βγ rectæ lineæ, parallelū rectam lineā ducere. Suscipiatur in ipsa βγ, contingens signum, sitque illud δ, & connectatur (per 1 postulatū) αδ, & constituatur (per 23 propositionē) ad datam rectam lineam αδ, ad datumque in ea signū α, dato angulo αδγ, æqualis angulo δαε, & producatur (per 14 propositio-

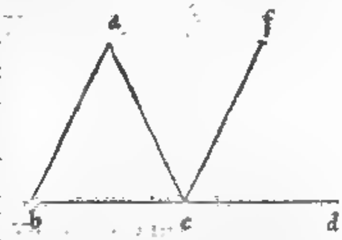




propositionē) in rectū ipsi α ε, linea α ζ. Et quoniā in rectas lineas β γ & ε ζ, recta linea incidens α δ, alternos angulos ε α δ & α δ γ æquales adinuicē fecit, parallelas est igitur ε ζ ipsi β γ (per 27 propositionē.) Per datum ergo signum α, datæ rectæ lineæ β γ parallelus recta linea ε α ζ ducta est, quod fecisse oportuit.

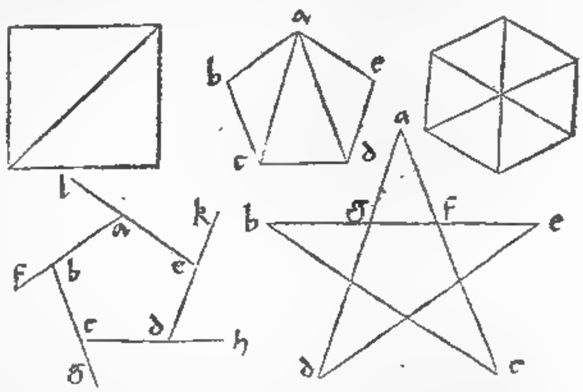
Euc'i. ex Camp. Propositio 32.

32 OMnis trianguli angulus extrinsecus, duobus intrinsecis sibi oppositis est æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.



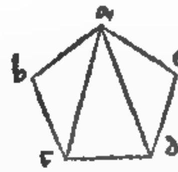
CAMPANVS. Sit triāgulus a b c, cuius latus b c protrahatur usq; ad d, dico quod angulus c extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis simul iunctis: & q; tres anguli triāguli a b c simul iuncti, sunt æquales duobus rectis. A pūcto c protrahā c f æquidistantē a b, secūdum doctrinā præcedentis, eritq; angulus f c a æqualis angulo a, quia sunt coalterni per primā partem 29 ꝓpositionis, & angulus f c d extrinsecus, æqualis angulo b intrinseco per secundā partem eiusdem, quare totus a c d extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis, quod est primū. Et quia duo anguli a c b & a c d sunt æquales duobus rectis per 13 propositionē, erunt tres anguli a, b, & c intrinseci æquales duobus rectis, quod est secundum propositum.

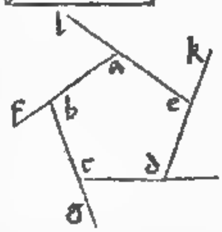
CAMPANI additio. Ex hac autē patet, quod omnis figuræ polygoniæ omnes anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt æquales, quotus est numerus quo a prima defuerit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarū figurarum, est triangula prima, quia si esset duarum linearū, cum figura sit clausio linearū, tunc duæ lineæ rectæ includerent superficiem, quod est impossibile per ultimā petitionē. Quadrilatera, secunda, pentagona, tertia. Similiter autem quælibet tota erit in ordine, quotus erit numerus laterū aut angulorū eius, inde dempto binario. Dico ergo q; triāgulæ (quæ est prima) omnes anguli sunt æquales duobus rectis, quadrilateræ (quæ est secūda) erūt æquales quatuor rectis: & pentagonæ (quæ est tertia) erunt æquales sex rectis. Hoc autē inde manifestum est, quoniam cum quælibet

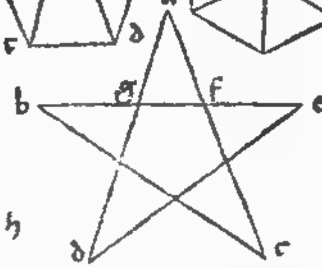


talis figura sit in tot triāgulos resolubilis, quota ipsa fuerit a prima ductis rectis lineis à quouis angulorū eius ad omnes angulos oppositos, sintq; omes anguli omnis trianguli duobus rectis æquales, erunt omnis lateratæ figuræ omnes anguli bis tot rectis æquales, quota ipsa fuerit à prima, quod est propositū. Sit enim exempli gratia, pentagonus a b c d e, à cuius angulo a, ducam lineas ad angulos c, d, ipsi oppositos, erit totus pentagonus resolutus in tres triangulos a b c, a c d, & a d e, quorum cum cuiuslibet sint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales sex rectis, quod est duplum eius numeri quo à prima distat, siue duplum numeri angulorū aut laterum eius, inde dempto binario. Possumus quoq; & sic idem proponere, dicētes quod omnis figuræ polygoniæ omnes anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis æquales, quantus est numerus quem eius anguli duplicāt, inde demptis quatuor: puncto enim quouis intra figuram signato, & ab eo ad singulos angulos lineis protractis, erit ipsa figura in tot triangulos resoluta quoti fuerint eius anguli, ideoq; omnes anguli omniū illorū triangulorū pariter accepti, tot rectis angulis erunt æquales, quantus est numerus quem duplicāt anguli propositæ figuræ. Cum itaq; sint omnes anguli triangulorū in quos ipsa resoluta est, punctum medium circunstantes, quatuor rectis æquales per 15 propositionē, manifestum constat propositū. Similiter quoq; patet, quod omnis figuræ polygoniæ anguli omnes extrinseci, quatuor rectis angulis sunt

æquales: sunt enim intrinseci & extrinseci bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, per 15 propositionem. Intrinseci autem sunt bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos demptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis æquales, quod est propositum. Exempli gratia, propositi pentagoni latera protrahantur, ut fiãt anguli extrinseci, a b quidem protrahatur usque ad f, b c usque ad g, c d usque ad h, d e usque ad k, e a usque ad l: eruntque per 13 propositionẽ duo anguli, a intrinsecus & a extrinsecus, æquales duobus rectis: eadem autem ratione, duo anguli b intrinsecus & b extrinsecus: sic & cæteri: quare a, b, c, d, e, anguli intrinseci & extrinseci, decem rectis æquantur, demptis igitur intrinsecis qui sunt æquales sex rectis, erunt extrinseci, uidelicet, b a l, c b f, d c g, e d h, & a e k, æquales quatuor rectis.

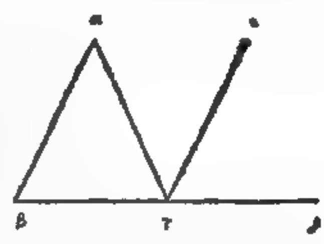





Patet etiam quod omnis pentagonus cuius unũquodque latus duo secat ex reliquis habet quinque angulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e, & secet latus a c, latus b e in puncto g, & latus a d idem latus b e in puncto f: erit angulus a f g æqualis duobus angulis b & c, cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo f d b. Itemque angulus f g a erit æqualis duobus angulis d & e, cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo g d e, sed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, sunt æquales duobus rectis: ergo quatuor anguli b d & c e, sunt cum angulo a æquales duobus rectis, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 32.

32 **Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus binis interioribus ex opposito est æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.**



THEON *ex Zamb. Sit triangulũ α β γ, & producatur unum illius latus (sitque β γ) usque in δ. Dico quod exterior angulus α γ δ, ipsis γ α β & α β γ duobus interioribus ex opposito, est æqualis, & trianguli tres anguli interiores, hoc est α β γ, β γ α, & γ α β, duobus rectis sunt æquales. Excitetur enim (per præcedentem) per signum γ, ipsi α β rectæ lineæ parallelus γ ε. Et quoniam parallelus est α β ipsi γ ε, & in ipsas incidit linea α γ, alterni anguli β α γ & α γ ε, æquales sunt adinuicem. Rursus quoniam parallelus est α β ipsi γ ε, & in eas incidit recta linea β δ, exterior angulus ε γ δ, (per uicesimamseptimam, uicesimamoctauam, & uicesimamnonam propositiones) æqualis est angulo α β γ interiori & opposito: patuit autem quod α γ ε ipsi β α γ est æqualis. Totus igitur exterior angulus α γ δ, æqualis est duobus interioribus & oppositis, hoc est ipsis β α γ & α β γ. Communis ponatur, α γ β angulus: igitur α γ δ & α γ β, tribus angulis α β γ, β γ α & β α γ, sunt æquales. Sed α γ δ & α γ β, duobus rectis (per 13 propositionem) sunt æquales, anguli α γ β & γ α β & γ β α igitur duobus rectis sunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate. Quod oportuit ostendere.*

Eucli. ex Camp. Propositio 33.

33 **SI in summitatibus duarum linearum æquidistantium & æqualis quantitatis, aliæ duæ lineæ coniungantur, ipsæ quoque æquales & æquidistantes erunt.**



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidistantes, quarum extremitates coniungam per lineas a c & b d. Quas dico esse æquales & æquidistantes: protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d sunt æquidistantes, erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem uicesimænonæ propositionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d, æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a, & angulus a primi, æqualis angulo d secundi, ergo per quartam propositionem basis

nem basis b d primi, est æqualis basi a c secundi, & anguli a d b primi, æqualis angulo d a c secundi. At quia ipsi anguli a d b & d a c sunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidistantes, per uicesimam septimam. Et quia prius probatum est ipsas esse æquales, patet propositum utrumque.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propositio 33.*

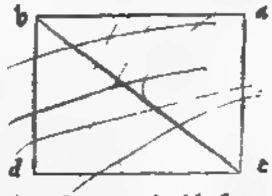
33 Aequas & parallelos ad easdem partes, rectæ lineæ cōiungentes, & ipsæ æquales & parallelæ sunt.

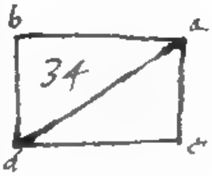


THEON ex Zamb. *Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, α β, & γ δ, & ipsas coniungant ad easdem partes, rectæ lineæ α γ & β δ, dico quod α γ & β δ, æquales & paralleli sunt. Connectatur enim (per primum postulatum) β γ. Quoniam parallelus est α β ipsi γ δ, & in eas incidit β γ, alterni anguli α β γ & β γ δ adinuicem sunt æquales, (per uicesimamnonam propositionem.) Et quoniam æqualis est α β ipsi γ δ, communis autem β γ, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ sunt æquales, & angulus α β γ, angulo β γ δ est æqualis. Basis igitur β δ (per quartam propositionē) basi α γ est æqualis, & triangulum α β γ, triangulo (ei quod sub) β γ δ, æquum est, & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur α γ β, æqualis est ei qui sub γ β δ, & angulus β α γ, ei qui sub β δ γ. Et quoniam in duas rectas lineas α γ & β δ, recta linea incidit β γ, alternos angulos, hoc est α γ β & γ β δ æquales adinuicem efficiens, parallelus igitur est α γ ipsi β δ, (per uicesimamseptimam propositionem.) Ostensum autem est, quod & ei æqualis est. Aequales igitur & parallelos ad easdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipsæ æquales & paralleli sunt. Quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 34.*

43 OMnis superficies æquidistantibus contenta lateribus, lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.

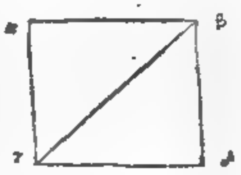




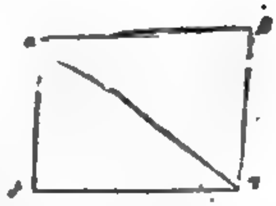
CAMPANVS. Sit superficies a b c d æquidistantiū laterum, ita quod linea a b æquidistet c d, & a c ipsi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d, esse æquales: similiter dico angulum a esse æqualem angulo d, & angulū b angulo c. Protraham diametrū a d, quæ etiam diuidet superficiem illam per medium. Cum a b & c d sint æquidistantes, erunt anguli b a d & c d a, qui sunt coalterni, æquales per uicesimamnonam. At quia etiam a c & d b sunt æquidistantes, erunt anguli c a d & b d a, qui sunt coalterni æquales per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c, & quia duo anguli a & d trianguli a d b, sunt æquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d super quod iacent illi anguli in utroq; triangulo, est commune, erit per uicesimamsextam propositionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet esse æqualem angulo d totali per secundam communem animi conceptionem, totum propositum cum correlario liquet.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propositio 34.*

34 Parallelogrammorū * locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem, & dimetiens ea bifariam secat.



THEON ex Zamber. *Sit parallelogrammus locus α γ δ β, dimetiensq; illius esto β γ. Dico quod parallelogrammi α γ δ β latera & anguli ex opposito, adinuicem sunt æqualia, & illud β γ dimetiens bifariam secat. Quoniam enim parallelus est α β ipsi γ δ, & in eas incidit recta linea β γ (per 29 propositionem) alterni anguli α β γ & β γ δ sunt adinuicem æquales. Rursus quoniam parallelus est α γ ipsi β δ, & in eas incidit recta linea β γ, anguli alterni, hoc est α γ β & γ β δ æquales sunt adinuicem. Bina igitur triangula sunt α β γ & β γ δ, duos angulos qui sub α β γ & α γ β, duobus angulis β γ δ & γ β δ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum β γ, & reliqua latera igitur (per 26 propositionem) reliquis lateribus æqualia erunt alterum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur α β est æquale lateri γ δ, & α γ ipsi β δ, & angulus β α γ angulo β δ γ est æqualis. Et quoniam angulus α β γ æqualis est angulo β γ δ, & angulus γ β δ ei qui sub α γ β,*

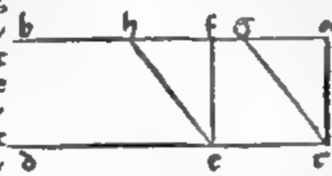


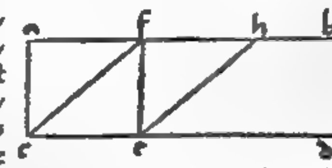
*totius igitur angulus αβδ toti angulo αγδ, (per 2 communem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quod angulus βαγ angulo γδβ est æqualis. Parallelogrammum igitur * locorum anguli & latera ex opposito, adinuicem sunt æqualia. Dico etiam, quod dimetiens ea bifariam secat. Quoniam enim αβ æquum est ipsi γδ, & βγ communis est, duæ igitur αβ & βγ, duabus βγ & γδ sunt altera alteri æquales: & angulus αβγ angulo βγδ est æqualis: basis igitur αγ (per 4 propositionē) basi βδ est æqualis, & triangulũ αβγ triangulo βγδ est æquale. Dimetiens igitur βγ, bifariam secat pallelogrammum αβγδ. Quod erat ostendendum.*

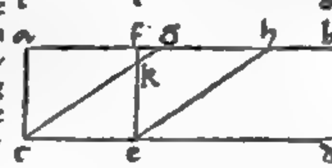
Eucli. ex Camp. Propositio 35.

35 Omnes superficies æquidistantiũ laterum super unam basin atque in eisdem alternis lineis constitutæ, æquales esse probantur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes, inter quas fiat a c f e superficies æquidistantiũ laterum super basin c e, & super eandem basin, & inter easdem lineas fiat alia superficies g c h e, similiter æquidistantium laterum: dico duas prædictas superficies, esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea c g secabit lineã a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraque duarum linearum a f & g h est æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit æqualis alteri, dempta ergo linea f g communi, remanebit a g æqualis f h. Et quia per præcedentem iterum est a c æqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per secũdam partem 29, uidelicet, extrinsecus intrinseco, erit per 4 triãgulus a c g æqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera quæ est g c f e, addita utrique, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositum. Secet secundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in secunda figuratione apparet, eruntque simili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f e h, æquales, quare utrobique addito triangulo f c e, patet propositum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo puncta, f, b, ut in tertia figuratione apparet, secabitque lineam f e, sit ut in puncto k, & quia simili argumẽtatione priori, linea a f est æqualis lineæ g h, facta communi linea g f, erit c g æqualis f h, & triangulus a g c, æqualis triangulo f e h. Addito ergo utrique, triangulo c k e, & detracto ab utroque triangulo f h g, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositum.

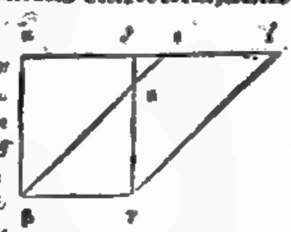






Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 35.

35 Parallelogramma in eadem basi & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.



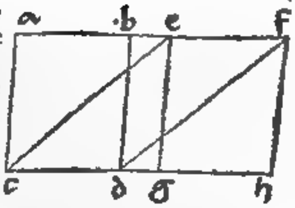
THEON ex Zamb. Sint parallelogramma αβγδ & εβγζ, in eadem basi existentia, (hoc est) βγ. & in eisdem parallelis (hoc est) αζ & βγ. Dico quod parallelogrammum αβγδ, æquale est parallelogrammo εβγζ. Quoniam enim parallelogrammũ est αβγδ, æqualis est αδ ipsi βγ (per 34 propositionem.) & id propterea etiam εζ ipsi βγ est æqualis: quare & αδ ipsi εζ est æqualis, & communis δε: tota igitur αε, toti δζ est æqualis. At αβ ipsi δγ est æqualis, duæ igitur εα & αβ, duabus ζδ & δγ sunt altera alteri æquales, & angulus ζδγ, angulo εαβ est æqualis, exterior interiori. Basis igitur εβ, (per quartam propositionem) basi ζγ est æqualis, & triangulum εαβ, triangulo ζδγ est æquale. Cõmune auferatur triangulum δηε, reliquum igitur trapezium αβηδ, trapezio εηγζ est æquale. Commune autem ponatur triangulum ηβγ: totum igitur parallelogrammum αβγδ, toti parallelogrãmo εβγζ est æquale. Parallelogrãma igitur & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 36.

36 Omnia parallelogramma in basibus æqualibus atque in eisdem lineis constituta, æqualia esse necesse est.

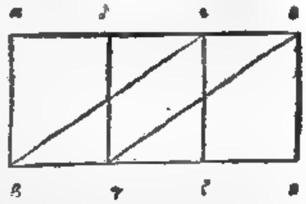
CAMPANVS. Parallelogrammum, dicitur superficies æquidistantium

tium laterum. Sint duæ ſuperficies a b c d & e f g h, æquidiſtantium laterum, conſtitutæ inter duas lineas æquidiſtantes quæ ſunt a f & c h, & ſuper æquales baſes quæ ſunt c d & g h, dico eas eſſe æquales, nam protraham duas lineas c e & d f, eritq; per 33, ſuperficies c d e f, æquidiſtantium laterum, propter hoc quod e f eſt æqualis & æquidiſtans c d, nam utraque earum eſt æqualis g h. Quia ergo per præmiſſam utraq; duarum ſuperficierum a b c d & e f g h eſt æqualis ſuperficiei c d e f, ipſæ erunt ſibi inuicem æquales, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propoſitio 36.

36 Parallelogramma in æqualibus baſibus & in eiſdem parallelis exiſtentia, adinuicem ſunt æqualia.

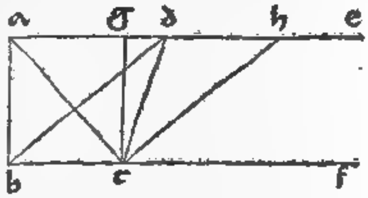


THEON ex Zamb. *Sint parallelogramma α β γ δ & ε ζ η θ, in æqualibus baſibus conſtituta, hoc eſt β γ & ζ η. & in eiſdem parallelis, hoc eſt α θ & β η. Dico quod parallelogrammum α β γ δ eſt æquale parallelogrammo ε ζ η θ. Connectantur enim β ε & γ θ. Quoniam æqualis eſt β γ ipſi ζ η, ſed ζ η æqualis eſt ipſi ε θ, & β γ igitur ipſi ε θ eſt æqualis: ſunt autem paralleli, & coniungunt eas β ε & γ θ: æquales autem & parallelos, coniungẽtes lineæ, æquales & paralleli ſunt (per 33 propoſitionem.) Igitur ε β & γ θ, æquales & paralleli ſunt. Parallelogrammum igitur eſt ε β γ θ, & eſt æquale parallelogrammo α β γ δ: baſin enim eandem habet, hoc eſt β γ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt β γ & ε θ: ac per hoc etiam ε ζ η θ, ipſi ε β γ θ eſt æquale. Quare parallelogrammũ α β γ δ parallelogrammo ε ζ η θ eſt æquale. Parallelogramma igitur & quæ ſequuntur reliqua ut theoremate. Quod erat oſtendendum.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 37.

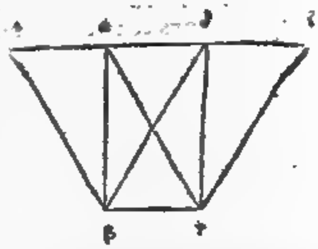
37 Æquales ſunt ſibi cuncti trianguli, qui ſuper eandem baſin, atq; inter duas lineas æquidiſtantes ſunt conſtituti.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, conſtituti ſuper baſin b c, inter duas lineas a e & b f, quæ ſint æquidiſtantes, dico eos eſſe æquales. Protraham enim c g æquidiſtantem a b, & c h æquidiſtantem d b per 31, eruntq; duæ ſuperficies a b c g & d b c h, æquales per 35. Et quia dicti trianguli ſunt earum dimidia per correlarium 34 propoſitionis, ipſi erunt æquales per cõmunem ſcientiam quæ eſt, quorum tota ſunt æqualia, & dimidia, ſicq; patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 37.

37 Triangula in eadem baſi & in eiſdem parallelis conſtituta, adinuicem ſunt æqualia.

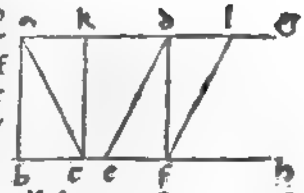


THEON ex Zamb. *Sint triangula α β γ & δ β γ, in eadem baſi β γ, & in eiſdem parallelis α δ & β γ conſtituta. Dico quod triangulum α β γ, eſt æquale triangulo δ β γ. Producatur (per 2 poſtulatum) α δ ex utraq; parte, in ε & ζ, & per β, ipſi γ α (per 31 propoſitionem) excitetur parallelus β ε, & per γ, ipſi β δ (per eandem) parallelus excitetur γ ζ. Parallelogrãma igitur ſunt ε β γ α & δ β γ ζ, & parallelogrammum ε β γ α, (per 35 propoſitionem) æquale eſt ipſi δ β γ ζ parallelogrammo: in eadem enim ſunt baſi β γ, & in eiſdem parallelis β γ & ε ζ. At parallelogrammi ε β γ α, triangulum α β γ, dimidium eſt (per 34 propoſitionem) nam α β dimetiens, illud bifariam ſecat, parallelogrammi uero δ β γ ζ (per eandem) triangulum δ β γ dimidum eſt, nam β ζ dimetiens illud bifariam ſecat: at quæ æqualium ſunt dimidium, adinuicem ſunt æqualia (per ſeptimam cõmunem ſententiam:) triangulum igitur α β γ, triangulo δ β γ eſt æquale. Triangula igitur & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat oſtendendum.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 38.

38 SI duo trianguli ſuper baſes æquales atq; inter duas lineas æquidiſtantes ceciderint, æquales eos eſſe neceſſe eſt.

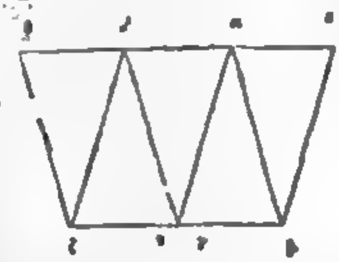
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d e f, conſtituti ſuper baſes



b c & e f æquales, & inter lineas a g & b h æquidistantes, dico eos esse æquales. Protraham c k æquidistantem a b, & f l æquidistantem e d, eruntq́ duæ superficies a b c k, & d e f æquales per 36. & quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis, ipsi erunt æquales per antedictam communem scientiam.

Eucli. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 38.

38 **Triangula in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, ad inuicem sunt æqualia.**

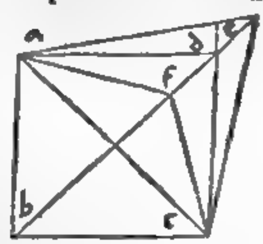


THEON ex Zamb. *Sint triangula α β γ & δ ε ζ, in æqualibus basibus constituta, hoc est β γ & ε ζ, & in eisdem parallelis, hoc est β ζ & α δ. Dico quod triangulum α β γ, æquum est triangulo δ ε ζ. Producatur enim (per secundum postulatum) α δ, ex utraq; parte in η, θ, & per β, ipsi γ α (per 31 propositionem) parallelus excitetur β η, & per ζ, ipsi δ ε parallelus excitetur ζ θ (per eandem) Parallelogrammum igitur est, & η β γ α & δ ε ζ θ. At parallelogrammũ η β γ α, (per 36) æquum est ipsi δ ε ζ θ parallelogrammo. in æqualibus enim sunt basibus, hoc est β γ & ε ζ, & in eisdem parallelis, hoc est β ζ & η θ. At parallelogrammi η β γ α (per 34 propositionem) triangulum α β γ, medietas est, α β enim dimetiens, illud bifariam secat: & triangulum δ ε ζ, parallelogrammi δ ε ζ θ, medietas est (per eandem), nam dimetiens ζ δ, illud secat bifariam. Aequalium uero ea quæ sunt dimidium, sibi inuicem sunt æqualia. (per 7 cõmunem sententiam.) Triangulum igitur α β γ, triangulo δ ε ζ est æquale. Triangula igitur in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, sibi inuicem sunt æqualia. Quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 39.

39 **Omnes duo trianguli æquales, si in eandem basin & ex eadem parte ceciderint, inter duas lineas æquidistantes erunt.**

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c ex una eademq́ parte, sintq́ æquales: dico eos esse inter lineas æquidistantes. Et hæc est conuersa 37. A puncto a, protraham lineam æquidistantem lineæ b c, quæ si pertransierit per punctum d, liquet propositum. Sin autem, pertransibit supra aut infra. Transeat primo supra, & sit a e, producam b d, usquequo secet lineam a e in puncto e, & protraham lineam e c. Et quia triangulus e b c est æqualis triangulo a b c per 37, & triangulus d b c positus est æqualis triangulo a b c, erit triãgulus d b c æqualis triangulo e b c, pars toti, quod est impossibile. Non igitur pertransibit linea quæ a puncto a ducitur æquedistanter b c, supra d. Transeat ergo infra, & sit a f, secans lineam d b in puncto f. Protraham ergo lineam f c, & quia per 37, trangulus f b c est æqualis triangulo a b c, ipse etiam erit æqualis triangulo d b c, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo a puncto a, æquidistans b c non transit nisi per punctum d, patet propositum.



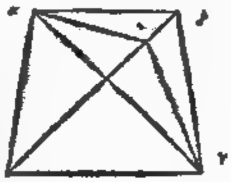
CAMPANI additio. Ex hac autem & præmissa, nota quod si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua secet uel secuerit, ipsa erit tertio æquidistans, quod sic probatur. Sit triangulus a b c, cuius duo latera quæ sunt a b & b c, secet linea d e per æqualia, a b quidem in pũcto d, & b c in puncto e, dico quod linea d e est æquidistans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq́ per 31 a puncto c ipsi a b æquidistante, erit per 38 triangulus a e d æqualis triangulo d e b, propter id quod linea a d basis triãguli a e d posita est æqualis lineæ d b basi triãguli d e b. Rursus quia ducta a puncto d per 31 ipsi b c æquidistante, per eandem triãgulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id quod linea c e posita est æqualis lineæ e b, triangulus a e d est æqualis triangulo c e d. Quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basin, uidelicet, lineam e d, & ex eadẽ parte, ipsi erunt per hanc 39 inter lineas æquedistantes, ergo linea d e, est æquidistans lineæ a c. Quod quidem propositum, ad quintam quarti tibi ualebit.



Euclides

Eucli.ex Zamb. Theorema 29. Propositio 39.

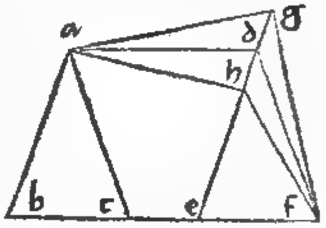
39 Triangula æqualia in eadem basi & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.



THEON ex Zamb. *Sint bina triangula $\alpha\beta\gamma$ & $\delta\gamma\beta$, constituta in eadem basi $\beta\gamma$, & ad easdem partes, dico quod & in eisdē sunt parallelis. Connectatur $\alpha\delta$. Dico quod $\alpha\delta$ ipsi $\beta\gamma$ est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionē) per α signum, ipsi $\beta\gamma$ rectæ lineæ parallelus $\alpha\varepsilon$, & connectatur $\varepsilon\gamma$. Triangulum igitur $\varepsilon\beta\gamma$ (per 37 propositionē) æquale est triangulo $\alpha\beta\gamma$: in eadem enim sunt basi $\beta\gamma$, in eisdemq́; parallelis $\alpha\varepsilon$ & $\beta\gamma$. At triangulū igitur $\delta\beta\gamma$, ipsi triāgulo $\alpha\beta\gamma$ est æquale (per hypothesin. Triangulū igitur $\delta\beta\gamma$, triangulo $\varepsilon\beta\gamma$ est æquale, maius, uidelicet, minori, quod est impossibile. parallelus igitur minime est $\alpha\varepsilon$ ipsi $\beta\gamma$. Similiterq́; ostendmeus quod nulla alia præter $\alpha\delta$: parallelus igitur est $\alpha\delta$ ipsi $\beta\gamma$. Triangula igitur æqualia, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 40.

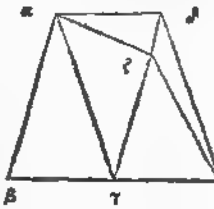
40 SI duo trianguli æquales super æquales bases unius eiusdemq́; lineæ ex eadē parte fuerint constituti, eos inter duas lineas æquedistantes necesse est contineri.



CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquales, constituti super duas bases quæ sunt b c & e f, & ex eadem parte: dico eos esse inter duas lineas æquidistantes, & hæc est cōuersa 38. Et, ꝓbatur per ipsam, sicut præcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidistās lineæ b f, quæ si transierit per punctum d, patet propositū: sin autem, pertranseat supra ut a g, & producatur e d usq; ad ipsum g, ut sit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triāgulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f, erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod est impossibile: non ergo transibit supra. Transeat ergo infra, secetq́; lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triāgulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triāgulo d e f, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo non transibit nisi per punctum d, patet ꝓpositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 40.

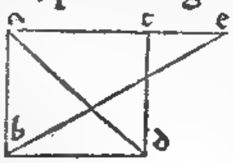
40 Triangula æqualia in æqualibus basibus & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.

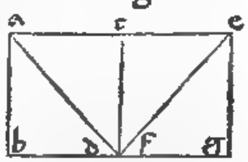


THEON ex Zamb. *Sint triangula æqualia $\alpha\beta\gamma$ & $\gamma\delta\varepsilon$, in æqualibus basibus constituta, hoc est $\beta\gamma$ & $\gamma\varepsilon$, & ad easdem partes α. Dico quod & in eisdem sunt parallelis. Connectatur (per 1 postulatū) $\alpha\delta$. Dico quod $\alpha\delta$ ipsi $\beta\varepsilon$ est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionē) per α ipsi $\beta\varepsilon$ parallelus $\alpha\zeta$, & connectatur $\zeta\varepsilon$. Triangulum igitur $\alpha\beta\gamma$, triāgulo $\gamma\zeta\varepsilon$ est æquale: (per 38) in æqualibus enim sunt basibus constituta $\beta\gamma$ & $\gamma\varepsilon$, & in eisdem parallelis $\beta\varepsilon$ & $\alpha\zeta$, sed triangulū $\alpha\beta\gamma$, triangulo $\delta\gamma\varepsilon$ est æquale. Triangulū igitur $\delta\gamma\varepsilon$, æquū est triāgulo $\zeta\gamma\varepsilon$, maius minori, quod est impossibile: parallelus igitur minime est $\alpha\zeta$ ipsi $\beta\varepsilon$. Similiterq́; ostendemus quod nulla præter $\alpha\delta$. Parallelus igitur est $\alpha\delta$ ipsi $\beta\varepsilon$. Quod ostendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 41.

41 SI parallelogrammū triangulusq́; in eadem basi atq; in eisdem alternis lineis fuerint constituta, parallelogrammū triangulo duplum esse conueniet.





CAMPANVS. Sit parallelogrammū a b c d, & triāgulus e b d super basim b d, & inter lineas a e & b d quæ sint æquidistantes. Dico parallelogrammū, duplum esse triangulo. Protraham in parallelogrāmo diametrum a d, erit triangulus a b d, dimidium parallelogrammi per correlarium 34, & quia triangulus e b d est æqualis triangulo a b d per 37, patet triangulū e b d, esse dimidiū parallelogrammi a b c d, quod est propositum. Similiter quoq; potest probari, quod si parallelogrammū triangulusq́ in æqualibus basibus atq; inter lineas æquidistantes fuerint constituta, parallelogrammū duplum erit triāgulo. Quod ideo non posuit Euclides,

des, quia leuiter patet ex hac præcedente correlariũ & 35, diuiso parallelogrammo per diametrũ in duos triangulos, uel super basin parallelogrãmi inter easdem lineas æque distantes triangulo constituto, ad quem duplum erit parallelogrammũ per hanc præcedentem, & ipse æqualis alteri dato triangulo per 37.

Eucli. ex Zamb. Theorema 31. Propositio 41.

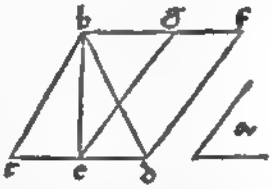
41 Si parallelogrammũ & triangulũ eandem basin habuerint, in eisdemq́ fuerint parallelis, trianguli parallelogrammũ duplum erit.

THEON ex Zamb. *Parallelogrammũ enim α β γ δ, & triangulum ε β γ, eandem habeant basin β γ, in eisdemq́ sint parallelis β γ & α ε. Dico quod parallelogrammũ α β γ δ, trianguli β ε γ duplum est. Connectatur enim (per 1 postulatũ) α γ. Triangulũ igitur α β γ (per 37) æquale est triangulo ε β γ: in eadem enim sunt basi β γ, & in eisdem parallelis β γ & α ε. Sed parallelogrammũ α β γ δ, duplum est ipsius trianguli α β γ (per 34 propositionem) etenim dimetiens α γ, illud bifariam secat. Quare parallelogrammũ α β γ δ, ipsius trianguli ε β γ duplum est. Si parallelogrammum & triangulũ igitur, & quod sequitur reliquum. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 42.

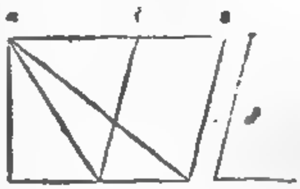
42 AEquidistantiũ laterum superficiem designare, cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uero superficies triangulo assignato æqualis.



CAMPANVS. Sit assignatus angulus a, & assignatus triangulus b c d, uolo describere superficiem æquidistantiũ laterum æqualem triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorũ ex aduerso positorũ sit æqualis a. Diuido basin c d per dimidium in puncto e, & protraho lineam b e, & à puncto b duco b f æquidistantẽ c d, eritq; per 38 triangulus b e d, æqualis triangulo b e c, quare triãgulus b e d, est dimidiũ totalis trianguli b c d. Igitur super punctum e lineæ d e, constituo per 23 angulũ d e g, æqualem angulo a, & perficio parallelogrammũ g e d f, quod etiam quia per præcedentẽ est duplum trianguli b e d, erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc cõmunem scientiam, quorũ dimidia sunt æqualia, ipsa quoq; sunt æqualia: est enim triangulus b e d, utriusq; dimidium. Quare descripsimus parallelogrammũ g e d f æquale triangulo b c d, cuius uterq; duorũ angulorũ g e d & d f g ex aduerso positorum est æqualis angulo a, quod fuit propositum.

Euclidis ex Zamb. Problema 11. Propositio 42.

42 Dato triangulo æquale parallelogrammũ constituere, in dato angulo rectilineo, THEON ex Zamb. *Sit datum triangulũ α β γ, datus uero angulus rectilineus sit δ. oportet iam ipsi triangulo α β γ æquale parallelogrammum construere in angulo rectilineo æquali ipsi δ. Secetur (per 10 propositionẽ) linea β γ bifariam, in signo ε, & connectatur (per 1 postulatum) α ε. Constituaturq; (per 23 propositionẽ) ad datam rectam lineam ε γ, ad datumq; in ea signum ε, ipsi angulo δ, æqualis angulus γ ε ζ. Et (per 31 propositionem) per α, ipsi ε γ excitetur parallelus α η, & (per eandem) per γ ipsi ε ζ, parallelus excitetur γ η: parallelogrammũ igitur est ζ ε γ η. Et quoniam æqualis est β ε ipsi ε γ, triangulũ α β ε (per 38) triangulo α ε γ est æquale: in æqualibus enim sunt basibus β ε & ε γ, & in eisdem parallelis β γ & α η. Duplum igitur est triangulũ α β γ, trianguli α ε γ. Parallelogrammũ autem ζ ε γ η (per 40) duplum est trianguli α ε γ: basin enim eandem habet, in eisdemq́ parallelis est, parallelogrammũ igitur ζ ε γ η æquũ est ipsi triãgulo α β γ, & habet angulũ γ ε ζ æqualem dato angulo δ. Dato igitur triãgulo α β γ, æquale constitutũ est parallelogrammũ ζ ε γ η, in angulo γ ε ζ qui æqualis est ipsi δ, quod fecisse oportuit.*

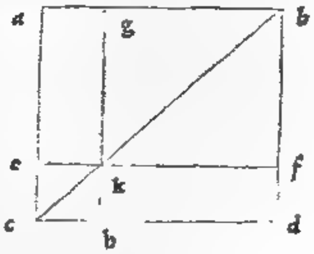


Eucli. ex Camp. Propositio 43.

43 OMnis parallelogrãmi spatij, eorum quæ circa diametrũ sunt parallelogrammorũ supplementa, æqua sibi inuicẽ esse necesse est.

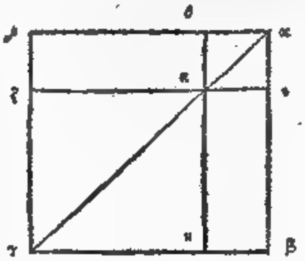
CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, in quo protrahã diametrũ b c, & protraham e f æquidistantẽ utriq; duorũ laterũ a b & c d, quæ secet diametrũ in puncto k, à quo ducam k g æquidistantẽ utriq; duorũ laterũ a c & b d, & producã eam quousq; secet

fecet utrunq; latus a b & c d, sitq; tota g k h. Erit totum parallelogrammū a b c d diuisum in quatuor parallelogrāma, quorū duo, scilicet, e c k h & g k b f dicuntur cōsistere circa c b, eo q; diameter transit per medium eorū, & ideo sunt circa diametrū, reliqua duo, scilicet, a e g k & k h f d: dicūtur supplemēta. Hæc duo supplemēta, dicūtur esse æqualia, sunt enim duo trianguli a b c & c d b, æquales per correl. 34 propositionis, similiter quoq; duo triāguli g k b & f k b, sunt æquales per idem correlariū: at duo triāguli c e k & k h c, similiter sunt æquales per idem correlariū. Demptis igitur duobus triāgulis b g k & k c e de totali triāgulo a b c, ac duobus triāgulis reliquis b f k & k c h de totali triāgulo reliquo c d b, erunt per 3 cōmunē animi conceptionē residua quæ sunt duo dicta supplemēta æqualia, q̄d est, ppositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32. Propositio 43.

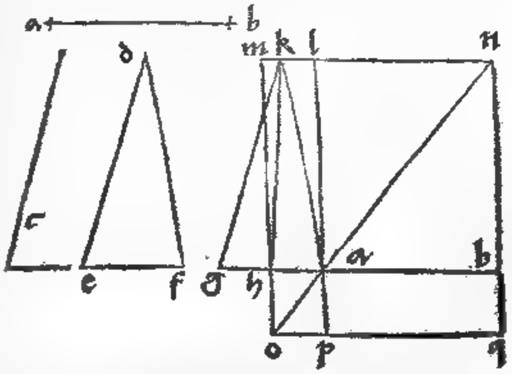
43 **Omnis parallelogrāmi eorum quæ circa dimetientē sunt parallelogrāmorū supplementa, sibi inuicem sunt æqualia.**



THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammū α β γ δ, dimetiens uero illius sit α γ, circa uero α γ, sint parallelogramma ε θ & η ζ, supplementa uero sint β κ & κ δ. Dico quod supplementū β κ, æquale est supplemento κ δ. Quoniam enim parallelogrammū est α β γ δ, dimetiens uero illius est α γ, triangulum α β γ (per 34 propositionē) æquum est triangulo α δ γ. Rursus quoniam parallelogrammū est α ε κ θ, dimetiens uero illius est α κ, triangulum igitur α ε κ (per eandem) æquum est triangulo α θ κ, ac per hoc etiam triangulū κ ζ γ, æquū est triangulo κ η γ. At quoniam triangulū α ε κ triangulo α θ κ est æquale, & triangulū κ ζ γ triangulo κ η γ est æquale, triāgula igitur α ε κ & κ η γ, triangulis α θ κ & κ ζ γ sunt æqualia: est autē totum triangulū α β γ, toti triangulo α δ γ æquale: reliquū igitur supplementū β κ (per 3 cōmunem sententiam) reliquo supplemento κ δ est æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod sequitur reliquum, quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 44.

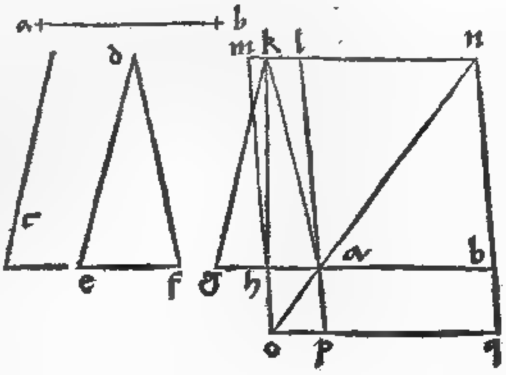
44 **PRoposita linea recta, super eam, superficiem æquidistantiū laterum cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uero superficies triangulo assignato æqualis designare.**



CAMPANVS. Designare superficiē æquidistantiū laterū super lineam aliquā, est lineam ipsam facere latus unū ipsius superficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triāgulus d e f. Super lineam a b uolo designare superficiē unam æquidistantiū laterū, ita q; linea a b sit unū ex lateribus eius, cuius uterq; duorū angulorū ex aduerso positorum sit æqualis angulo c, & ipsa totalis superficies sit æqualis triāgulo d e f. Differt autē hæc a 42, quia hic datur latus unius superficiei describendæ, scilicet, linea a b, ibi autē nullū. Cum ergo hoc uoluero facere, adiungo lineam a g lineæ a b secundū rectitudinē, quam pono æqualē lineæ e f basi triāguli dati, super quam cōstituo triangulum unum dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Constituo angulum a k g æqualem angulo e, & angulū g a k æqualem angulo f, per 23, & quia g a posita fuerat æqualis e f, erit per 26 triangulus g a k æqualis & æquilaterus triangulo e f d. Diuidam ergo g a per æqualia in puncto h, & protraham k h, & producam a puncto k, lineam m k n æquidistantē lineæ g b, eritq; per 38 triangulus a h k, æqualis triangulo g h k. Tunc super punctum a lineæ g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo super basin a h, & inter lineas g b & m n æquidistantes, superficiem æquidistantium laterum m l h a, quæ per 41 dupla erit ad triangulum h k a: æqualis igitur totali triangulo k g a, quare & triangulo d e f proposito.

Protraham

Protraham ergo b n æquidistantem a l,& producam diametrū n a, quam protraham quousq; concurrat cum m h producta in puncto o, & complebo superficiem æquidistantium laterum m o n q,& protraham l a usq; ad p punctum lineæ o q, eritq; per præcedentem, supplementū a b p q, æquale supplemento m l h a, quare & triangulo d e f,& quia per 15 angulus l a h est æqualis angulo b a p, & ideo angulus b a p est æqualis angulo c, patet super datam lineam a b descriptam esse superficiem æquidistantium laterum a b p q æqualem dato triangulo d e f, cuius uterque duorum angulorum ex aduerso positorum qui sunt a & q, est æqualis dato angulo c, quod fuit propositum.



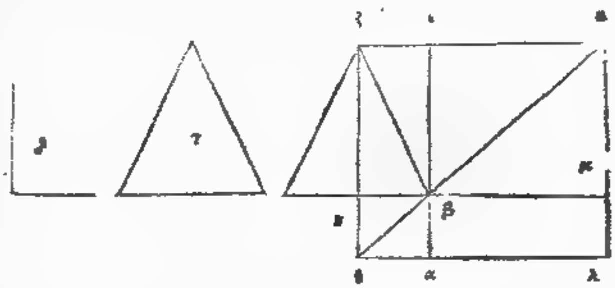
Eucli. ex Zamb. Problema 12. Propositio 44.

44 Ad datam rectam lineam, dato triangulo æquale parallelogrammum * construere in dato angulo rectilineo.

παραβαλεῖν

THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea α β, datum uero triangulū, sit γ, datus autem angulus rectilineus sit δ: oportet iam ad datam rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum * prætendere in angulo qui æqualis δ. Constituatur (per 42) ipsi γ triangulo æquale parallelogrammū β ε ζ η, in angulo ε β η qui ipsi δ est æqualis. Et, per 2 postulatū) ponatur ut β ε sit in rectum ipsi α β, & extendatur ζ η in θ, & per α (per 31 propositionem) utrisque & β η & ε ζ parallelus excitetur α θ, & connectatur (per 1 postulatum) θ β. Et quoniam in parallelos α θ & ε ζ recta linea incidit θ ζ, anguli ergo α θ ζ, θ ζ ε, (per 29 propositionem) duobus rectis rectis sunt æquales: anguli uero β θ η & η ζ ε, duobus rectis sunt minores, quæ autem à minoribus duobus rectis in infinitum producuntur; (per 5 postulatum) concurrunt. Lineæ igitur θ β & ζ ε, in infinitum productæ concurrunt: producantur igitur, & concurrant in κ. Et (per 31 propositionem) per κ signum utrisq; ε α & ζ θ parallelus excitetur κ λ, & producantur (per 2 postulatum) lineæ θ α & η β ad λ, μ, signa. Parallelogrammum igitur est θ λ κ ζ, illiusq; dimetiens est θ κ, circa uero ipsum dimetientem θ κ parallelogramma sunt α η & μ ε, supplementa uero λ β & β ζ. Igitur (per 43) λ β ipsi β ζ est æquale, sed β ζ (per 42) ipsi triangulo γ est æquale, igitur & λ β, ipsi γ est æquale. Et quoniam angulus η β ε (per 15) angulo α β μ est æqualis, sed angulus η β ε, ipsi δ est æqualis, angulus igitur α β μ, ipsi δ est æqualis. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato triangulo γ æquale parallelogrammum * prætenditur λ β, in angulo α β μ qui ipsi δ est æqualis, quod fecisse oportuit.*

παραβαλεῖν



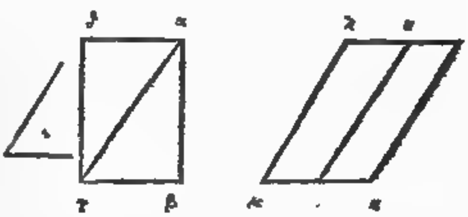
παραβέβληται

Euclidis ex Zamb. Problema 13. Propositio 45.

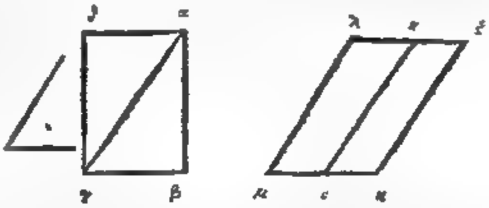
45 DAto rectilineo, æquale parallelogrammum constituere in dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. *Sit datum rectilineum α β γ δ, datus uero angulus rectilineus sit ε, oportet iam ipsi α β γ δ rectilineo æquale construere parallelogrammum in dato angulo rectilineo. Connectatur enim (per 1 postulatum) δ β, & constituatur (per 42) triangulo α β δ æquale parallelogrammum ζ θ, in angulo θ κ ζ, qui ipsi ε est æqualis, & * prætendatur (per 44) ad rectam lineam η θ, triangulo δ β γ æquale parallelogrammū η μ, in angulo η θ μ qui ipsi ε est æqualis. Et quoniam angulo ε, angulus θ κ ζ, & angulus η θ μ est æqualis, angulus igitur θ κ ζ, angulo η θ μ æqualis. Cōmunis ponatur angulus κ θ η, anguli ergo ζ κ θ & κ θ η, angulis κ θ η & η θ μ sunt æquales. Sed anguli ζ κ θ & κ θ η (per 29 propositionē) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur κ θ η & η θ μ, duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam igitur rectam lineam η θ (per 14 propositionem) ad aliquodq;*

παραβεβλήσθω



quodq; in ea signum θ, binæ rectæ lineæ κ θ & θ μ non in eisdem partibus existentes, + utrobiq; angulos binis rectis æquales efficiunt. In rectum igitur est κ θ ipsi θ μ. At quoniam in parallelos κ μ & ζ η recta linea incidit θ η, alterni anguli μ θ η & θ η ζ (per 29 propositionem) sibi inuicem sunt æquales. Communis ponatur angulus θ η λ. Anguli ergo μ θ η & θ η λ, angulis θ η ζ & θ η λ sunt æquales. Sed anguli μ θ η & θ η λ (per eandem) duobus rectis sunt æquales, anguli igitur θ η ζ & θ η λ duobus rectis sunt æquales. In rectum est igitur linea ζ η, lineæ η λ. At quoniam κ ζ ipsi θ η (per 34) æqualis est & parallelus, & ipsi θ η ipsa μ λ, igitur (per 1 cõmunem sententiam) ζ κ ipsi γ λ æqualis est, & parallelus (per 30 propositionẽ.) ipsũe



Sed eas coniungunt rectæ lineæ κ μ & ζ λ, lineæ igitur κ μ & ζ λ (quæ per 33 propositionem) æquales & paralleli sunt: parallelogrammũ igitur est κ ζ λ μ. Et quoniam (per 42) triangulum α β δ parallelogramo θ ζ θ est æquale, & triangulum δ β γ parallelogrammo η μ, totum igitur α β γ δ rectilineum, toti κ ζ λ μ parallelogrãmo est æquale. Dato igitur rectilineo α β γ δ, æquũ parallelogrammũ constitutũ est κ ζ λ μ, in angulo ζ η μ ipsi ε dato æquali, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 45.

45 EX data linea, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum describere. A punctis a & b lineæ a b educo per 11 lineas a c & b d perpẽdiculares ad lineam a b, quæ erunt æquidistantes per ultimã partem 28, & pono utramq; earũ, eidem a b per 3 æqualem, & protraho lineam c d, eritq; ipsa æqualis & æquidistans lineæ a b per 33. Et quia uterq; duorũ angulorũ a & b est rectus, erit uterq; duorum c & d rectus per ultimam partem 29, ergo per diffinitionem quadrati, a b c d est quadratum, quod est propositum.



Idem aliter ostendere. Sit a c perpendicularis super lineam a b per 11, & sit ei æqualis ut prius, & à puncto c per 31 ducatur c d æquidistans a b, & ponatur æqualis ei, & ducatur linea d b, quæ per 33 erit æqualis & æquidistãs a c, & omnes anguli recti, per ultimam partem 29, quare per diffinitionẽ quadrati habemus propositũ.

Eucli. ex Zamb. Problema 14. Propositio 46.

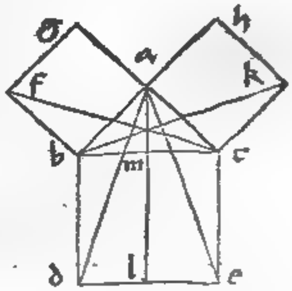
45 Ex data recta linea, quadratum describere.



THEON ex Zamb. Sit data recta linea α β, oportet ex α β recta linea, quadratum describere. Excitetur (per 11 propositionem) ipsi, rectæ lineæ α β, à dato signo α ad angulos rectos α β, & ponatur (per 3 propositionem) ipsi α β æqualis α δ. Et (per 31 propositionem) per signum δ, ipsi α β parallelus excitetur δ ε, & (per eandem) per signum β, ipsi α δ excitetur parallelus β ε. parallelogrammũ igitur est ipsum α δ ε β, æqualis igitur est α β ipsi δ ε, & α δ ipsi β ε. Sed α β ipsi α δ est æqualis: quatuor igitur β α, α δ, δ ε, & ε β, sibi inuicem sunt æquales: æquilaterũ igitur est α δ ε β parallelogrammũ. Dico quod etiam rectangulum est. Quoniã enim in parallelos α β & δ ε, recta linea incidit α δ, anguli igitur β α δ & α δ ε, (per 29 propositionem) duobus rectis sunt æquales: angulus autem β α δ est rectus, angulus igitur α δ ε, est etiam rectus, parallelogrammorũ * locorum autem latera & anguli ex opposito, sibi inuicem sunt æqualia (per 34 propositionem). Ex opposito igitur ambo & α β ε & β ε δ anguli, sunt recti. Rectangulum igitur est α β ε δ, ostensum autem est quod & æquilaterũ. Quadratum igitur est, atq; ex data recta linea α β descriptum, quod facere oportebat.

Eucli. ex Camp. Propositio 46.

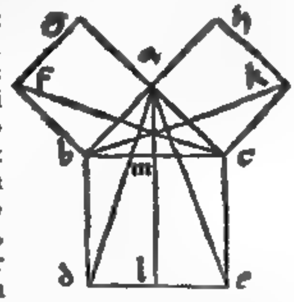
45 IN omni triangulo rectangulo, quadratum quod à latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur, æquũ est duobus quadratis quæ ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.



CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quod quadratum lateris b c, æquũ est quadrato lateris a b & quadrato lateris a c simul sumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera, secũdum doctrinã præcedentis, sitq; quadratũ b c, superficies b c d e, & quadratum b a, superficies b f g a, & quadratũ a c, superficies a c h k. Ab angulo a, recto, ducam ad basin d e basin maximi quadrati, tres lineas, scilicet, a l æquidistantem utriq; lateri b d & c e, quæ secet b c in puncto m, & hypothenusas a d

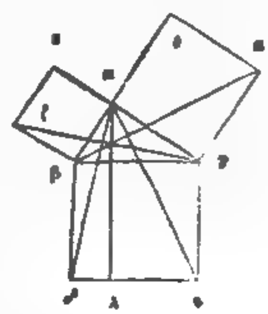
d &a e.

& a e. Itemq́ à duobus reliquis angulis trianguli,qui ſunt b & c,ducam ad duos angu los duorum quadratorum minorum, duas lineas ſe interſecantes intra ipſum trian/ gulum, quæ ſunt b k & c f. Et quia uterq; duorum angulorum b a c & b a g, eſt rectus, per 14 erit g c linea una: eadem ratione erit b h,linea una,quia uterque duorum angu/ lorũ c a b & c a h eſt rectus. Quia ergo ſuper baſin b f,& inter duas lineas æquidiſtantes quæ ſunt c g & b f,conſtituta ſunt parallelogrammum b f g a & triangulo b f c,erit per 41 paral lelogrammũ b f g a duplum triangulus b f c, ſed triangulus b f c eſt æqualis triangulo b a d per 4,quia f b & b c latera pri mi ſunt æqualia a b & b d lateribus poſtremi, & angulus b primi eſt æqualis angulo b poſtremi,eo quod uterq; conſtat ex angulo recto & angulo a b c cõmuni: ergo parallelogram mum b f g a, eſt duplum ad triangulum a b d. Sed parallelo grammũ b d l m eſt duplum ad eundem triangulum per 41, quia conſtituti ſunt ſuper eandem baſin, ſcilicet,b d, & inter lineas æquidiſtantes quæ ſunt b d & a l, ergo per cõmunem ſcientiam quadratum a b f g, & parallelogrammum b d l m ſunt æqualia, quia eorum dimidia,uidelicet,prædicti trianguli ſunt æqualia. Eodem modo & per eaſdem propo ſitiones mediantibus triangulis k b c & a e c probabimus quadratũ a c h k eſſe æquale parallelogrammo c e l m. Quare patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 33. Propoſitio 47.

47 **In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulũ ſub/ tendente fit, æquum eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus rectum angulũ continentibus.**

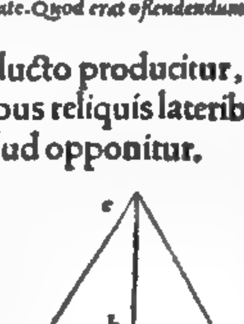


THEON *ex Zamb.* *Sit triangulũ rectangulum α β γ, rectum habens qui ſub β α γ angulum.* Dico *quod quadratũ quod fit ex β γ, æquum eſt qua/ dratis quæ fiunt ex β α & α γ.* Deſcribatur *enim (per 46) ex β γ, quadratum β δ γ ε, & (per eandem) ex β α & α γ, quadrata η β & θ γ.* Et *per α, ipſis β δ & γ ε, (per 31 propoſitionem) parallelus excitetur α λ, & connectantur (per 1 poſtulatum) α δ & γ ζ.* Et *quoniam anguli β α γ & β α η ſunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam β α ad datumq́; in ea ſignum α, duæ rectæ lineæ α γ & α η non in eaſdem partes proiectæ, angulos *utrobiq; duobus rectis æquos ef/ ficiunt (per 14 propoſitionem) in rectum igitur eſt α γ ipſi α η.* Ac *per hoc & β α ipſi α θ eſt in rectum.* Et *quoniam angulus δ β γ æqualis eſt angulo ζ β α, rectus enim uterque eſt, communis ponatur angulus α β γ: totus igitur δ β α, toti ζ β γ eſt æqualis.* Et *quoniam duæ δ β & β α duabus β ζ & β γ ſunt altera alteri æquales, & angulus δ β α angulo ζ β γ eſt æqualis, baſis igitur α δ baſi ζ γ (per 4 propoſitionem) eſt æqua/ lis, & triangulum α β δ triangulo ζ β γ eſt æquale.* Trianguli *uero α β δ (per 41) parallelogrammum β λ duplum eſt: baſim enim habet eandem, hoc eſt β δ, in eiſdemq́; eſt parallelis, hoc eſt β δ & α λ.* Et *trianguli quoq; ζ β γ (per eandem) quadratum η β duplum eſt, baſim namq; eandem habet, hoc eſt β ζ, & in eiſdem eſt parallelis, hoc eſt ζ β & η γ.* Quæ *autem æqualium dupla ſunt (per 6 cõmunem ſententiam) adinuicem ſunt æqualia: parallelogrammũ igitur β λ æquum eſt quadrato η β.* Similiterq́; *ſi connectantur (per 1 poſtulatum) α ε & β κ, oſtendetur parallelo/ grammũ γ λ, æquale eſſe quadrato θ γ.* Totum *igitur quadratum β δ ε γ, duobus η β & θ γ quadratis æquum eſt.* Et *quadratum β δ ε γ, eſt deſcriptum ex β γ: at quadrata η β & θ γ, ſunt deſcripta ex β α & α γ.* Quadratum *igitur quod ex β γ latere, æquũ eſt quadratis quæ fiunt ex lateribus β α & α γ.* In *rectangulis igitur triangulis, quadratũ quod ex rectum angulum ſubtendente latere fit, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate.* Quod *erat oſtendendum.*

ipſiſit

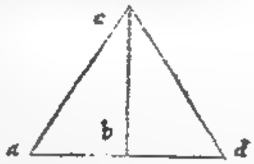
Eucli. ex Camp. Propoſitio 47.

47 **SI quod ab uno trianguli latere in ſeipſum ducto producitur, æ/ quum fuerit duobus quadratis quæ à duobus reliquis lateribus deſcribuntur, rectus eſt angulus cui latus illud opponitur.**



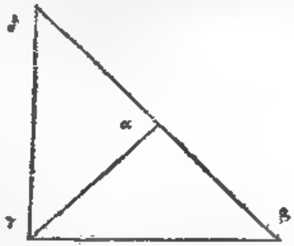
CAMPANVS. Lineam in ſeipſam ducere,eſt eius quadra/ tum deſcribere. Sit triangulus a b c, ſitq́ quadratũ lateris a c,æquale quadratis duorũ laterum a b & b c ſimul iunctis, dico angulum b cui latus a c opponitur, eſſe rectum. Et hæc eſt conuerſa prioris. A puncto b extraho lineam b d per 11 perpen/

perpendicularem super lineam b c, quam pono æqualem a b, & produco lineam d c, erit per præcedentem, quadratum d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c, & quia b d posita est æqualis b a, erunt per communem scientiam quæ est linearum æqualium æqualia esse quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c, ergo per aliam cõmunem scientiam quæ est conuersa prioris, scilicet, lineas, quarum quadrata sunt æqualia, esse æquales, erit d c æqualis a c, quare per 8 angulus b trianguli a b c, est rectus, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 34. Propositio 48.*

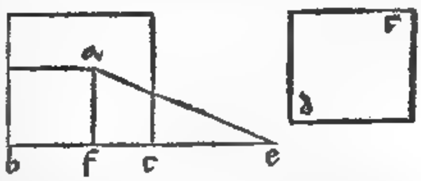
48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratum, æquale fuerit eis quæ ex reliquis trianguli lateribus quadratis, angulus comprehensus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.



THEON *ex Zamb. Trianguli namq; α β γ, quod ex uno latere β γ quadratum, æquum sit eis quæ ex β α, α γ lateribus, quadratis. Dico quod angulus β α γ, rectus est. Excitetur enim (per 11 propositionem) ab α, signo, ipsi α γ rectæ lineæ ad angulos rectos α δ. Et (per 3 propositionem) ponatur ipsi α β, æqualis α δ, & (per 1 postulatum) connectatur δ γ. Et quoniam æqualis est δ α ipsi α β, quadratum quod ex δ α, æquum est quadrato quod ex α β. Commune apponatur quadratum quod ex α γ, quadrata igitur quæ ex δ α & α γ, æqualia sunt eis quæ ex β α & α γ quadratis. At (per præcedentem) quadratis quæ ex δ α & α γ, æquum est quadratum quod ex δ γ. Rectus enim est angulus δ α γ. Quadratis autem ex α β & α γ (per hypothesin) æquum est quadratum quod ex β γ, nam id receptum est. Quadratum igitur quod ex δ γ, æquum est quadrato quod ex β γ. Quare latus δ γ, lateri β γ est æquale: & quoniam α δ, ipsi α β est æquale, communis autem α γ, duæ igitur δ α & α γ, duabus β α & α γ sunt æquales, & basis δ γ, basi β γ æqualis. Angulus igitur δ α γ angulo β α γ (per 8 propositionem) est æqualis. At angulus δ α γ, rectus est: rectus igitur est & angulus β α γ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus, quadratis, angulus comprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit. Quod erat ostendendum.*

CAMPANI additio.

Propositis quibuscunq; quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem describere.



Proponantur ergo duo quadrata, scilicet, a b & c d, & sit propositum producere gnomonem circa quadratum a b, æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unum latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & sit f e, ita quod f e sit æquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam rectam ad a: fit ergo triangulus orthogonius, quia f est angulus rectus. Nectatur ergo sic argumentũ secundum penultimam primi, quadratum e a est tantum, quantum quadratum e f & quadratum f a, sed quadratum e f est æquale quadrato c d, & quadratum f a est æquale quadrato a b, ergo quadratum a e, est æquale quadratis a b & c d. Item e f a, est triangulus, ergo e f & f a latera, sunt longiora a e latere, secundum 20 primi, sed f a est æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b sunt longiora a e, ergo illa totalis linea, scilicet, e b, est maior a e: resecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quod b c sit æquale a e, ergo quadratum b c est æquale quadrato a e, sed quadratum a e, ut prius probatũ fuit, est æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c est æquale eisdem. Sed quadratum b c addit supra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, est quadrato c d æqualis, quod erat probandum.

LIBRI PRIMI FINIS.

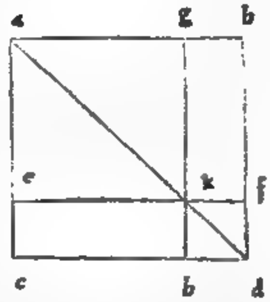
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

Euclides ex Campano.

OMne parallelogrammũ rectangulum, sub duabus lineis angulũ rectum ambientibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, est superficies æquidistantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, est superficies æquidistantium laterum habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex suis angulis, ducto in reliquum, & ideo sub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrammi spatij ea quidem quæ diameter secat per medium parallelogrãma, circa eandem diametrũ consistere dicuntur. Eorum uero parallelogrammorũ quæ circa eandem diametrum consistunt, quodlibet una cum supplementis duobus, gnomo nominatur.



CAMPANVS. Quæ parallelogrãma dicuntur consistere circa diametrũ. & quæ sunt supplementa, expositum est supra in demonstratione 41 primi. Sit enim parallelogrammum a b c d, cuius diametrũ a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidistanter lateribus oppositis dicti parallelogrammi secantes se super diametrũ a d, in puncto k, erit ipsum parallelogrammum diuisum in 4 parallelogramma. Et unumquodq; duorum parallelogrammorũ quæ sunt a g e k & k f h d, quæ diameter secat per medium, dicitur consistere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non secat, dicuntur supplementa cum utroque dictorum parallelogrammorũ consistentium circa diametrum componunt figuram quandam qui gnomo appellatur, cui deest ad complementum parallelogrammi, parallelogrammũ unum reliquum circa diametrum consistens, quod si addatur, supra diametrum totalis compositi consistet, eritq; simile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis crescat, minime tamen alteratur, quemadmodum dixit Aristoteles in prædicamentis.

Eucli. ex Zamb. *Parallelogrammum rectangulum.*

OMne parallelogrammũ rectangulum, sub duabus rectum angulum comprehendentibus rectis lineis dicituu contineri.

Quid gnomon.

Omnis parallelogrammi * loci eorum quæ circa dimetientẽ illius sunt parallelogrammorũ unumquodq; cum binis supplementis gnomon uocetur.

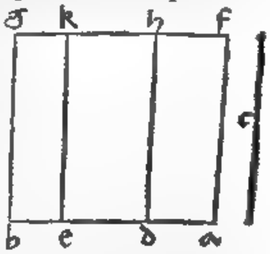
Eucli. ex Camp. *Propositio* 1.

1 SI fuerint duæ lineæ quarum una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquum erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuisæ in unamquamq; partem lineæ particulatim diuisæ rectangula producentur.

CAMPANVS. Lineam in aliam lineam ducere, est supra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & superficiem æquidistantiũ laterum rectangulam complere, quæ sub illis duabus lineis per diffinitionẽ dicitur contineri.

Sint duæ

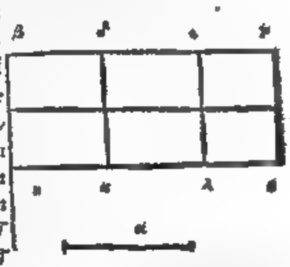
Sint duæ lineæ a b & c, quarũ una scilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ sint a d & d e & e b: dico ꝙ illud quod fit ex ductu c in totum a b, æquum est illis parallelo/grãmis rectangulis simul iunctis quæ fiunt ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a, b, erigam lineas a f & b g perpendiculares super lineam a b, quarũ utraq; sit æqualis lineæ c, & complebo rectangulã superficiẽ a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & sub illis dicitur cõtineri. Protraham quoq; per 31 primi a punctis d & e, lineas d h & e k æquidistãtes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum æqualis c per 34 primi, quoniã utraq; earũ est æqualis a f: per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & sub illis dicitur contineri, & rectangulũ d h e k, ex c in d e, & rectangulũ e k b g, ex c in e b. Et quia hæc rectangula simul iuncta sunt æqualia totali rectãgulo a f b g, patet uerũ esse propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Si fuerint binæ rectæ lineæ, seceturq; ipsarũ altera in quotcunq; segmenta, rectangulũ comprehensum sub duabus rectis lineis, æquum est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.

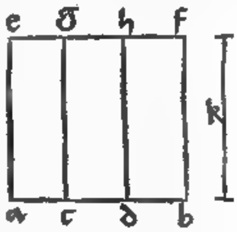
THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ α & βγ, seceturq; earũ altera βγ utcunq; in δ, scilicet, & ε signis: Dico quod rectangulũ cõprehensum sub α & ϐγ æquũ est rectangulo cõprehenso sub α & βδ, & ei quod sub α & δε, & etiã ei quod sub α & εγ. Excitetur nanq; (per 11 propositionẽ primi) ex β, ipsi ϐγ ad angulos rectos βζ: ponatur quoq; (per 3 primi) ipsi α æqualis βη & per η, ipsi βγ (per 31 primi) parallelus excitetur ηθ, & (per eandem) per δ, ε, γ, ipsi βη excitentur paralleli δκ, ελ, γθ. Aequũ est iam ϐθ ipsis βκ, δλ, & εθ, & βθ ei quod sub α & βγ: cõprehenditur enim sub ηβ & ϐγ, æqualis autẽ est ϐη ipsi α. At ϐκ ei quod ex α & ϐδ: comprehenditur nanq; sub ηϐ & βδ, æqualis autẽ est βη ipsi α. At δλ ei quod sub α & δε: æqualis nanq; est δκ, hoc est βη ipsi α. Et insuper similiter εθ ei quod sub α & εγ. Quod igitur sub α & ϐγ cõprehenditur, æquum est ei quod sub α & ϐδ, & ei quod sub α & δε, & ei insuper quod sub α & εγ. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ, seceturq; earũ altera, & quæ sequũtur reliqua, quod erat ostendendũ.*



Eucli. ex Camp. Propositio 2.

2 SI fuerit linea in partes diuisa, illud quod ex ductu totius lineæ in seipsam fit, æquũ erit ijs quæ ex ductu eiusdẽ in omnes suas ptes.

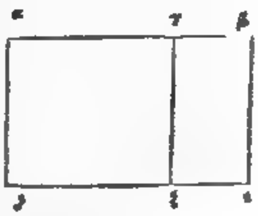
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & c d & d b, dico ꝙ illud quod fit ex ductu totius a b in se q̃d fit a e b f, æquũ est ijs quæ fiunt ex ipsa tota in unamquamq; dictarũ partium, quod palàm patebit, ductis e g & d h æquidistanter a c & b f. Aliter. Sumatur k æqualis a b, eritq; per præmissam q̃d fit ex ductu k in totã a b, æquũ ei quod fit ex ductu k in omnes partes a b. Et quia ex k in a b tantũ fit quantũ ex a b in se, & ex k in omnes partes a b quantũ ex a b in omnes partes eiusdẽ, propter id ꝙ k & a b sunt æquales, patet uerum esse propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si recta linea secetur utcunq;, quæ sub tota & quolibet segmentorũ rectangula cõprehenduntur, æqualia sunt ei quod ex toto est quadrato.

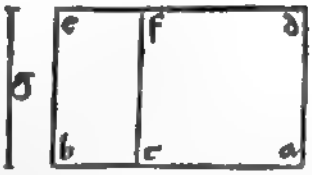
THEON ex Zamb. *Recta enim linea αβ, secetur utcunq; in signo γ. Dico quod rectangulũ comprehensum sub αϐ & βγ, cum rectangulo cõprehenso sub βα & αγ, æquũ est quadrato quod ex αϐ. Describatur enim (per 46 primi) ex αϐ, quadratũ αβδε, exciteturq; (per 31 primi) per γ, utriq; & αδ & ϐε parallelus γζ, æquũ est igitur αε ipsis αζ & γε, est autẽ αε ex αβ quadratũ. Et αζ sub βα & αγ rectangulũ contentũ, comprehenditur enim sub δα & αγ, æqualis autẽ est αδ ipsi αϐ. Et γε ei quod sub αβ, βγ: æqualis enim est ϐε ipsi αϐ. Quod igitur sub βα & αγ cum eo quod sub αϐ & βγ, æquũ est quadrato quod ex αϐ. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 3.

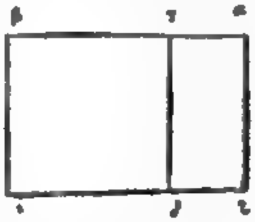
3 SI fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet ex ductu totius in alterutrã partem, æquũ erit ijs quæ ex ductu eiusdem partis in

seipsam & alterius in alteram.



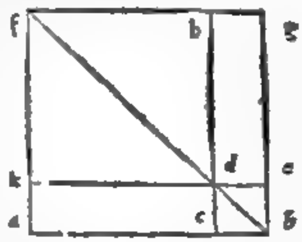
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & b c, dico ꝙ illud quod fit ex tota a b in eius partem a c, æquū est quadrato eiusdem a c partis, & ei quod fit ex eadem parte a c in b c. Fiat quadratū lineæ a c q̃d sit a c d f, & perficiatur superficies a b d e, patebitq; propositū. Aliter. Sumatur g æqualis a c. Et quia b a in a c tantū est quantū a c in a b & ecōuerso, & a c in a b, item & in c b & in seipsam quantū g in easdem, at g in totā a b quantū in a c & in c b per primā huius, patet propositū, scilicet, ꝙ tantū erit a c in a b quantū in se & in c b. Quare ecōuerso a b in a c quantū a c in se & in c b. Quod uolumus demōstrare. Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si recta linea secetur utcunq;, rectangulū sub tota & uno segmentorū comprehensum, æquum est ei quod sub segmentis cōprehenditur rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.



THEON ex Zamb. Recta enim linea α β, secetur utcunq; in signo γ. Dico quod rectangulū comprehensum sub α β & β γ, æquū est rectangulo cōprehenso sub α γ & γ β, cum quadrato quod ex β γ. Describatur enim (per 46 primi) ex β γ, quadratū γ δ ε β, & extendatur ε δ in ζ, (per 2 postulatū.) Et per α, utriq; γ δ & β ε (per 31 primi) parallelus excitetur α ζ. Aequū iam est α ε, ipsis α δ & γ ε, estq; α ε rectangulum cōprehensum sub α β & β γ, cōprehenditur etenim sub α β & β ε, & æqualis est β ε ipsi β γ. Et α δ est quod sub α γ & γ β, æqualis enim est δ γ ipsi γ β, at δ β quadratū est q̃d fit ex γ β. Rectangulū igitur contentū sub α β & β γ, æquū est rectangulo cōprehenso sub α γ & γ β cum quadrato quod ex β γ. Si recta igitur linea secetur & quæ sequūtur reliqua ut in theoremate Quod demōstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 4

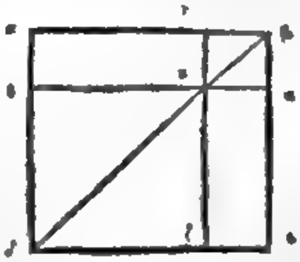
4 SI fuerit linea in duas partes diuisa, illud quod ex ductu totius in seipsam fit, æquū est ijs quæ ex ductu utriusq; partis in seipsam & alterius in alterā bis. Ex hoc manifestū est ꝙ in omni quadrato duæ superficies quas diameter secat per mediū, sunt ambæ quadratæ.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & b c, dico ꝙ quadratū totius a b, æquū est duob. quadratis duarū linearū a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earū in alterā. Describā quadratū alterius partium, sitq; c d b e, quadratū lineæ c b, cui adiungam gnomonē secundū ductum directiuū lineæ alterius, scilicet a c, quem faciā hoc modo. In quadrato descripto protrahā diametrū b d, & à pūcto a educā perpendicularē super lineam a b, quæ sit a k, quā a k & diametrū b d, producā usquequo per penultimā petitionē concurrant in puncto f, & à puncto f, producā f h æquidistantē lineæ a b, quam f h & b e, producā usq; quo concurrāt in puncto g, & producā c d usq; ad h, & e d usq; ad k. Et quia duo latera d e & e b, trianguli d e b sunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e est rectus, erit per 32 primi uterq; eorū medietas recti. eadem ratione uterq; duorū angulorū c d b & c b d, erit medietas recti. Quare per secūdam partē 29 primi, & 15 eiusdē, erit unusquisq; quatuor angulorū qui sunt h f d & h d f & k f d & k d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g h sunt æquales, similiter quoq; f a & a b, pari ratione f h & h d, itemq; f k & k d, quare utraq; duarū superficierū a b g f & k d h f, est quadrata. Et quia totale quadratū a b f g quod est quadratū lineæ a b, constat ex duobus quadratis quæ consistunt circa diametrū quæ sunt quadrata duarū linearū a c & c b, & ex duobus supplemētis quorū unumquodq; producitur ex a c in b c, patet propositū nostrū. Aliter. Sit linea a b, ut prius diuisa in a c & c b, eritq; per 2 huius quod fit ex tota a b in se, æquū ei quod fit ex ipsa in a c & c b, sed ex ipsa in a c tantum fit quantū ex a c in se & ex a c in b c, per 3 huius. itemq; ex ipsa a b tota in b c tantum fit quantum ex c b in se & ex c b in a c per eandem, ergo quod fit ex tota a b in se, æquum est ei quod fit ex a c in se & in c b, & ex c b in se & in a c, quod est propositū. Sed hac uia non patet correlarium, sicut uia præcedenti patet, unde prima est autori magis consona.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si recta linea secetur utcunque, quadratū quod fit ex tota, æquū est quadratis quæ fiunt ex segmentis, & ei quod bis sub segmentis cōprehenditur rectangulo.



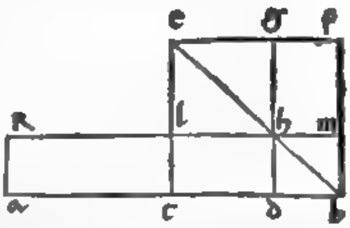
THEON ex Zamb. *Recta enim linea αβ, secetur utcunque in signo γ. Dico quod quadratū αβ, æquum est quadratis quæ fiunt ex αγ & γβ, & bis sub αγ & γβ cōtento rectāgulo. Describatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratū αδεβ, & cōnectatur βδ, & (per 31 primi) per γ, utrisque αδ & βε parallelus excitetur γζ, dispescens diametrū βδ in η signo, (& per eandem) per η, utrisque αβ & δε parallelus excitetur θκ. Et quoniā parallelus est γζ ipsi αδ, & in eas incidit βδ (per 28 & 29 primi) angulus exterior γηβ æqualis est interiori & opposito αδβ. Sed angulus αδβ, ei qui sub αβδ (per 5 primi) est æqualis, quoniā latus βα, lateri αδ est æquale. Igitur angulus γηβ, angulo ηβγ est æqualis: quare (per 6 primi) & latus βγ, lateri γη est æquale. Sed γβ ipsi ηκ est æquale, & γη ipsi κβ: igitur ηκ ipsi κβ est æquale. Aequilaterū igitur est, γηκβ. Dico etiam quod rectangulū. Quoniā parallelus est γη ipsi βκ, & in eas incidit linea γβ, anguli igitur κβγ & ηγβ (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales, angulus autē κβγ rectus est: rectus igitur est & angulus βγη. Quare (per 34 primi) & ex opposito anguli γηκ & ηκβ sunt recti. Rectangulū igitur est γηκβ. Ostensum autē est quod & æquilaterū, quadratum igitur est, estque ex βγ, ac per hoc etiam θζ quadratū est, & est ex θη, hoc est αγ. Quadrata igitur θζ & γκ, sunt ex lineis αγ & γβ. Et quoniam αη æquū est ipsi ηε, estque αη id quod sub αγ & γβ, æqualis nāque est ηγ ipsi γβ, igitur ηε (per 43 primi) æquū est ei quod sub αγ & γβ. Igitur & αη & ηε, æqualia sunt ei quod bis est sub αγ & γβ. Quadrata autē θζ & γκ, sunt ex αγ & γβ. Quatuor igitur θζ, γκ, αη & ηε, sunt eis æqualia quæ fiunt ex αγ & γβ quadratis, & ei quod fit bis sub αγ & γβ rectāgulo. Sed θζ, γκ, αη, & ηε, sunt totū αδεβ, quod est quadratū quod ex αβ. Quadratū igitur quod fit ex αβ, æquū est eis quæ fiunt ex αγ, & γβ quadratis, & ei quod bis sub αγ & γβ cōprehenditur rectāgulo. Si recta igitur linea secetur utcūque quadratū quod fit ex tota æquū est eis quæ ex sectionibus fiunt quadratis, & ei quod bis cōprehenditur sub sectionibus rectāgulo, quod demōstrasse oportuit.*

ALITER idem ostendere. *Dico quod quadratū αβ, æquū est eis quæ fiunt ex αγ & γβ quadratis, & ei quod bis sub αγ & γβ cōprehenditur rectangulo. In eadē enim descriptione, quoniā æquale est αβ ipsi αδ, æqualis est angulus αβδ ei qui sub αδβ, (per 5 primi.) Et quoniā omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) trianguli αβδ tres anguli αδβ, δβα, & βαδ, duobus rectis sunt æquales (per eandē.) Rectus autē est angulus βαδ, reliqui ergo anguli αβδ, & αδβ, uni recto sunt æquales, & sunt æquales alter alteri, uterque igitur αβδ & αδβ, dimidiū est recti. Angulus autē βγη, rectus est, æquus enim est ei qui ex opposito ad α (per 29 primi.) Reliquus igitur angulus γηβ, dimidiū est recti. Angulus igitur γηβ, angulo γβη est æqualis, quare & latus βγ, æquale est ipsi γη, sed βγ ipsi ηκ est æquale, & γη ipsi βκ est æquale. Aequilaterū igitur est γκ, habet autē & angulū γβκ, rectū: quadratū est igitur γκ, & est ex βγ, & ob id etiā θζ quadratū est, & æquū est ei quod ex αγ: igitur γκ & θζ, sunt quadrata, & æqualia sunt eis quæ ex αγ & γβ fiunt quadratis. Et quoniā æquū est αη ipsi ηε, estque αη id quod sub αγ & γβ æqualis enim est ηγ ipsi γβ, & ηε igitur æquū est ei quod sub αγ & γβ igitur αη & ηε, sunt æqualia ei quod bis fit sub αγ & γβ. Sunt autē γκ & θζ, æqualia eis quæ fiunt ex αγ & γβ quadratis. Igitur γκ, θζ, αη, & ηε, sunt æqualia eis quæ ex αγ & γβ, & ei quod bis est sub αγ & γβ, sed γκ, θζ, αη, & ηε, totum sunt αε quadratū quod fit ex αβ. Quadratū igitur quod fit ex αβ, æquū est quadratis quæ fiunt ex αγ & γβ, & ei rectangulo quod bis cōprehenditur sub αγ & βγ, quod ostendere oportuit.*

CORRELARIVM. *Ex hoc manifestū est, quod in quadratis * areis parallelogrāma quæ circa dimetientē, quadrata sunt.* χωρίοις

Euclides ex Campano. Propositio 5

5 SI linea recta per duo æqualia duoque inæqualia secetur, quod sub inæqualibus totius sectionis rectangulū continetur cum eo quadrato quod ab ea quæ inter utrasque est sectiōes describitur, æquū est ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in se ducto describitur.



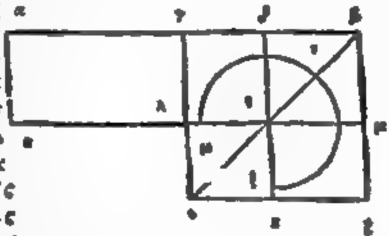
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in puncto c, & per inæqualia in puncto d. dico quadratū c b, esse æquale ei quod fit ex a d in d b, & quadrato c d. Describam quadratū c b, quod sit c b f e, in quo protrahā diametrū e b, & ducā d g æquidistantē b f, quæ secet diametrū e b in puncto h, & à puncto h educā æquidistantem lineæ a b, quæ sit h k, secans lineā b f in puncto m, & lineam c e in puncto l, & protrahā a k, æquidistantē c e. Eritque per correlariū præmissæ, utraque duarū superficierū l g & d m, quadrata, & per 43 primi, duo supplemēta c h & h f, æqualia. Ergo addito quadrato d m, utrique, erit parallelogrammū c m æquale parallelogrāmo d f, & quia a l est

 æquale

æquale c m per 36 primi. erit a h æquale gnomoni qui circũstat quadrato l g, ergo addito utriq́ʒ quadrato l g, erit a h cum quadrato l g æquale quadrato e f, quod est propositũ. *Eucli ex Zamb.* *Theorema 5* *Propositio 5*

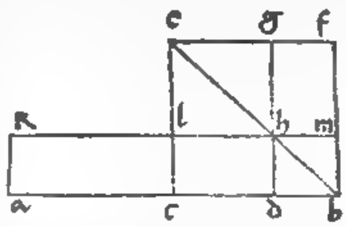
5 Si recta linea secetur in æqualia & nõ æqualia, rectangulũ comprehensum sub æqualibus segmẽtis totius, una cum quadrato eius quæ media est sectionũ, æquum est ei quod à dimidia fit quadrato.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædã α β secetur quidem in æqualia in γ, & in non æqualia in δ. Dico quod rectangulũ cõprehensum sub α δ & δ β una cum quadrato quod ex γ δ, æquũ est ei quod fit ex γ β quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex γ β, quadratũ γ ε ζ β, & (per primũ postulatũ) cõnectatur β ε, & (per 31 primi) per δ, utrisq; & γ ε & β ζ parallelus excitetur δ η, secans β ε in puncto θ, & rursus (per eandẽ) per θ, utrisq; α β & ε ζ parallelus excitetur κ μ æqualis ipsi α β: & rursus (per eandẽ) per α, utrisq; γ λ & β μ parallelus excitetur α κ. Et quoniã (per 43 primi) supplementũ γ θ æquũ est supplemento θ ζ, cõmune ponatur δ μ: totum igitur γ μ, toti δ ζ est æquale. Sed γ μ ipsi α λ est æquale, quoniam α γ ipsi γ β est æqualis, & α λ igitur ipsi δ ζ est æquale. Cõmune ponatur γ θ, totum igitur α θ ipsis δ λ & δ ζ est æquale. Sed α θ æquũ est ei quod sub α δ & δ β, æqualis enim est δ θ ipsi δ β, & ζ δ λ est μ ν ξ gnomon. Gnomon igitur μ ν ξ, æqualis est ei quod sub α δ & δ β. Commune ponatur λ η, quod æquũ est ei quod fit sub γ δ: gnomon igitur μ ν ξ & λ η, sunt æqualia rectangulo cõprehenso sub α δ & δ β, & ei quod fit ex γ δ quadrato (per 36 primi. Sed gnomon μ ν ξ & λ η, totum sunt quadratũ γ ε ζ β quod est ex β γ. Rectangulum igitur cõprehensum sub α δ & δ β una cum quadrato quod ex γ δ fit, æquũ est ei quadrato quod fit ex γ β. Si recta igitur linea & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod oportuit demonstrasse.*



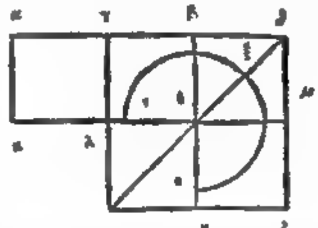
Eucli. ex Camp. *Propositio 6*

6 SI recta linea in duo æqualia diuidatur, alia uero ei linea in longũ addatur, quod ex ductu totius iam cõpositæ in eam quæ iam adiecta est, cum eo quod ex ductu dimidiæ in seipsam, æquũ est ei quadrato quod ab ea quæ constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur. CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in puncto c, eiq́ʒ addatur linea b d: dico ꝙ quadratũ c d, quod sit c d e f, æquale est ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prædicto e d, diametrũ d e, & ducam lineam b g æquidistantẽ d f, quæ secet diametrũ d e in puncto h, à quo h, producam æquidistantẽ lineæ a b, quæ sit h k, secans d f in puncto m, & c e in puncto l, & producam a k, æquidistantẽ c l, eritq́ʒ per 36 primi, a l æquale c h. At c h, erit æquale h f, p 43 primi, quare a l, est æquale h f. Ergo addito c m utrobiq́ʒ, erit a m æquale toti gnomoni circũstanti l g, quare l g addito utrobiq́ʒ, erit a m cũ l g, æquale toti quadrato c f. Et quia utraq́ʒ duarũ superficierũ l g & b m est quadrata per correl. 4 huius patet propositũ.



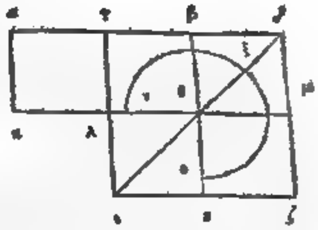
Eucli. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 6.*

6 Si recta linea bifariam secetur, adĳciaturq́ʒ ei aliqua recta linea in rectũ, rectangulũ comprehensum sub tota cum apposita & apposita, una cum quadrato quod fit à dimidia, æquũ est ei quod fit ex coniuncta ex dimidia & apposita tanq́ʒ ex una descripto quadrato.



THEON ex Zamb. *Recta enim linea α β secetur bifariã in signo γ, apponaturq́; ei aliqua recta linea in rectum β δ. Dico quod rectangulum cõprehensum sub α δ & δ β, una cum quadrato quod fit ex β γ, æquũ est ei quod fit ex δ γ, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex γ δ quadratũ γ ε ζ δ, & (per 1 postulatũ) connectatur δ ε, & (per 31 primi) per β signum, utriq; earũ ε γ & δ ζ, parallelus excitetur β η, secans δ ε in puncto θ, & (per eandem) per θ signũ, utriq; ipsarũ α δ & ε ζ, parallelus excitetur κ μ, & insuper (per eandem) per α, utriq; earum γ λ & δ μ, parallelus excitetur α κ. Quoniam igitur (per 36 primi) æqualis est α γ ipsi γ β, æquũ est α λ ipsi γ θ. Sed (per 43 primi) γ θ æquũ est ipsi θ ζ. Igitur & α λ ipsi θ ζ (per eandem) est æquale, commune apponatur γ μ, totum igitur α μ, gnomoni ν ξ ο est æquale.*

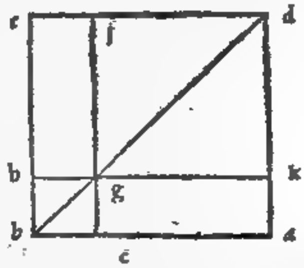
Sed α μ



Sed α κ est id quod fit sub α δ & δ β, æqualis enim est δ μ ipsi δ β. & gnomon igitur ν ξ ο, æqualis est rectangulo comprehenso sub α δ & δ β. Commune apponatur λ θ, quod æquũ est quadrato quod fit ex γ β. Rectangulũ igitur comprehensum sub α δ & δ β, una cum eo quod ex β γ quadrato, æquum est ipsi ν ξ ο gnomoni, & ipsi λ θ, sed gnomon ν ξ ο & λ κ, totum sunt γ ε ζ δ quadratũ, quod fit ex γ δ. Rectangulũ igitur comprehensum sub α δ & δ β, una cum quadrato quod ex β γ, æquũ est quadrato quod ex γ δ. Si recta igitur linea & quæ sequũtur reliqua. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 7.

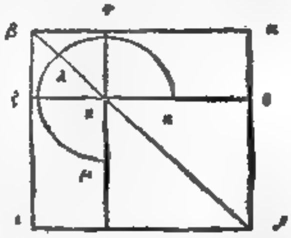
7 SI linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in seipsam cũ eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam, æquũ est eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in duas partes in puncto c, dico quod quadratũ totius a b cũ quadrato b c, æquũ est ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Describatur quadratũ totius, quod sit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidistans, b e, secans diametrũ in puncto g, & ducatur k g h æquidistãs a b. Et quia quadratũ a e cũ quadrato c h tantũ sunt quantũ quadratũ k f cum duabus superficiebus a h & c e patet propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

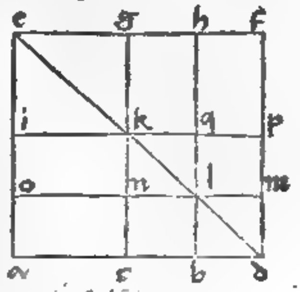
7 Si recta linea secetur utcunq;, & quod ex tota & q̃d ex uno segmentorũ utraq; quadrata, æqualia sunt rectangulo cõprehenso bis sub tota & dicto segmento, & ei quod à reliquo segmẽto fit quadrato.



THEON ex Zamb. Recta enim linea α β, secetur utcunq; in signo γ, dico quod quadrata ex α β & β γ, æqua sunt rectangulo contento bis sub α β & β γ, & ei quod fit ex α γ, quadrato Describatur enim (per 46 primi) ex α ϐ, quadratũ α δ ε β, describaturq; figura. Quoniam (per 43 primi) æquũ est α η ipsi η ε, cõmune apponatur ι ζ: totum igitur α ζ, toti γ ε est æquale. Igitur α ζ & γ ε, duplum est ipsius α ζ. Sed α ζ & γ ε, sunt κ λ μ gnomon, & ι ζ quadratũ, & κ λ μ: igitur gnomon & α ζ. Est autẽ ipsius α ζ duplum, etiam id quod bis sub α β & β γ, fit æqualis enim est β ζ ipsi β γ, ergo κ λ μ gnomon & quadratũ γ ζ, æquũ est rectangulo contento bis sub α β & β γ, cõmune apponatur δ η, quod est quadratũ ex α γ: gnomon igitur κ λ μ, & ϐ η & η δ quadrata, æqualia sunt & ei quod bis sub α β & β γ rectangulo continetur, & ei quod ex α γ fit quadrato. Sed κ λ μ gnomon, & quadrata β η & δ η, totum sunt β α δ ε & ι ζ, quæ sunt ex α β & β γ quadrata: quadrata igitur ex α β, β γ, æqualia sunt rectãgulo bis sub α β & β γ comprehenso, cum eo quod fit ex α γ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate, quod demonstrasse oportuit.

Eucl. ex Camp. Propositio 8.

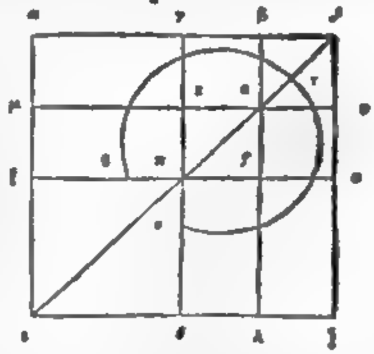
SI linea in duas partes diuidatur, eiq; in longum æqualis uni diuidentium adiungatur, quod ex ductu totius iam compositæ in seipsam fiet, æquũ erit ĳs quæ ex ductu prioris lineæ in eam adiectam quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.



CAMPANVS. Sit a b diuisa in puncto c, qualitercũq; contingat, cui addatur b d æqualis c b, dico q quadratũ totius a d quod sit a d e f, est æquale ei quod fit ex a b in b d quater cũ quadrato a c. Hoc autẽ patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidistantibus lineæ d f, & secantibus diametrũ in punctis k, l, per quæ puncta ducantur p q k r, & m l n o, æquidistantes a d. Erit enim per correl. 4 huius, unaquæq; superficierũ r g, n q, & b m, quadrata. Et quia c b posita est æqualis b d, erit utraq; superficierũ c l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratum c p, æqualia, & quia totus gnomo circũstans quadrato r g, est per 36 & 34 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad superficiem a l, patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 8.

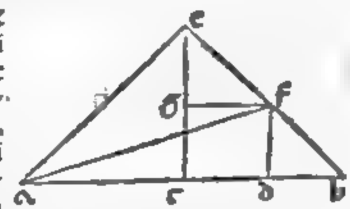
8 Si recta linea secetur utcunque, rectangulum comprehensum quater sub tota & uno segmentorũ cum eo quod ex reliquo segmento est quadrato, æquum est ei quod fit ex tota & prædicto segmento tanquam ab una descripto quadrato.



THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædã α β secetur utcunque in signo γ, dico quod quater sub α β & β γ cõprehensum rectangulum, una cum eo quod ex α γ quadrato, æquũ est ei quod fit ex α β & β γ tanquam ab una descripto quadrato. Producatur enim (per 6 secundi) in rectam lineam ipsi α β recta linea β δ, & ponatur ipsi γ β æqualis β δ (per 3 primi.) Et (per 46 primi) ex α δ describatur quadratum α ε ζ δ, & describatur dupla figura. Quoniam igitur æqualis est γ β ipsi β δ, sed γ β ipsi κ η, est æqualis, & β δ (per 34 primi) ipsi η ν est æqualis, & κ η igitur ipsi η ν est æqualis & perinde π ρ ipsi ρ ο est æqualis. Et quoniam æqualis est β γ ipsi β δ, & η κ ipsi η ν, æquũ est igitur γ κ ipsi κ δ, & π ρ ipsi ρ ν. (per 36 primi) Sed (per 43 primi) γ κ ipsi ρ ν est æquale: supplementa enim sunt parallelogrammi γ ο, & κ δ, igitur ipsi ο ρ est æquale. Igitur δ κ, γ κ, π ρ, & ρ ν, sibi inuicem sunt æqualia: ipsa quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius γ κ. Rursus quoniam æqualis est γ β ipsi β δ, sed β δ quidem ipsi β κ, hoc est ipsi γ η est æqualis, & γ β ipsi η κ, hoc est ipsi η π est æqualis: & γ η igitur ipsi η π est æqualis. Et quoniã æqualis est γ η ipsi η π, & π ρ ipsi ρ ο, æquũ est α η ipsi μ π, & π λ ipsi ρ ζ, sed μ π ipsi π λ (per 43 primi) est æquale: supplementa enim sunt pallelogrammi μ λ & α η igitur ipsi ρ ζ (per 43 eiusdem) est æquale. Quatuor igitur α η, μ π, π λ, & ρ ζ, sibi inuicem sunt æqualia quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius α η. Ostensum autem est quod quatuor γ κ, κ δ, π ρ, & ρ ν ipsius γ κ quadruplicata: octo igitur quæ gnomonem σ τ υ complectuntur, quadruplicata sunt ipsius α κ. Et quoniam α κ est quod sub α β & β δ, æqualis enim est β κ ipsi β δ, quod igitur quater est sub α β & β δ, quadruplicatũ est ipsius α κ: ostensum est autem quod ipsius α κ, quadruplicatum, est gnomon σ τ υ. Igitur id quod quater est sub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquum est. Cõmune apponatur ξ θ, quod æquum est quadrato quod ex α γ. Rectangulũ igitur quater sub α β & β δ comprehensum, cum quadrato quod ex α γ, æquum est gnomoni σ τ υ & (ei quod est) ξ θ. Sed σ τ υ gnomon & ξ θ, totum sunt α ε ζ δ quadratum quod est ex α δ, quod igitur quater sub α β & β δ, una cum eo quod fit ex α γ, æquum est ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autem est β δ ipsi β γ. Rectangulũ igitur comprehensum quater sub α β & β γ, una cum eo quod fit ex α γ quadrato, æquum est ei quod fit ex α δ, hoc est ei quod ex α β & β γ tanquã ab una descriptum est quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 9.

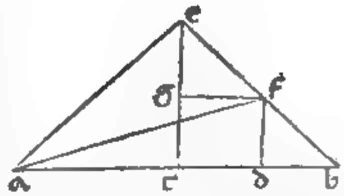
9 SI linea in duo æqualia duoque inæqualia diuiditur, quæ fiunt ex ductu utriusque inæqualiũ sectionum in seipsam pariter accepta, duplum sunt utrisque pariter acceptis, quæ quidem ex dimidia eaque quæ utrique sectioni interiacet quadratis describuntur.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & per inæqualia in d. Dico quod quadratum a d & quadratũ d b simul iuncta, dupla sunt quadrato a c & quadrato c d simul iunctis. Super lineam a b, erigo lineam c e, perpendicularẽ & æqualem utrique earum linearũ a c & c b, & produco e a & e b, eritque per 32 primi, uterque angulorũ a & b, & uterque angulorũ partialium qui sunt ad c, medietas recti, totusque e, rectus. Et produco d f, æquidistantem c e, & perpendicularẽ super lineam a b, eritque uterque angulorũ d, rectus, & angulus d f b, medietas recti per 32 primi siue per secundam partem 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b sunt æqualia. A puncto f duco f g, æquidistantem a b, eritque per secundem partem 29 primi & per 32 eiusdem, uterque angulorũ g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiusdem, latera e g & g f, sunt æqualia. Et quia per penultimã eiusdem quadratũ e f est æquale quadrato e g & quadrato g f, ipsum erit duplum ad quadratũ g f, quare ad quadratum c d. Item quia per eandem quadratũ e a est æquale quadrato a c & quadrato c e, ipsum erit duplum ad quadraum a c, & quia quadratum a f æquale quadrato e f & a e per eandem, ipsum erit duplum ad quadratũ a c & ad quadratũ c d.

Sed quadra-

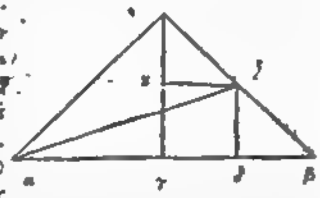
Sed quadratum a f, est iterum æquale per eandem quadrato a d quadrato d f, ergo quadratū a d & quadratū d f, dupla sunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f est æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarum linearū quæ sunt a c & c d, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

9. Si recta linea secetur inæqualia & non æqualia, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media est sectionum fit quadratorum.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam α β, secetur in æqualia in signo γ, & in non æqualia in δ. Dico quod quadrata ex α δ & δ β, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ sunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ signo ipsi α β, ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipsarum α γ & γ β, & (per 1 postulatū) connectantur α ε & ε β. Et (per 31 prim.) per δ ipsi ε γ, parallelus excitetur δ ζ, & (per candem) per ζ ipsi α β, parallelus excitetur ζ η, & (per 1 postulatum) connectatur α ζ.*

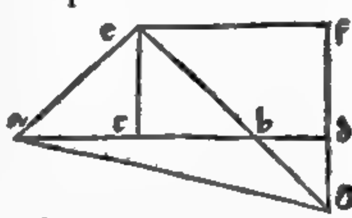


Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ ε, æqualis est (per 5 primi) angulus ε α γ angulo γ ε α. Et quoniam rectus est angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli ε α γ & α ε γ, uni recto sunt æquales: uterq; igitur eorum qui sub α ε γ & ε α γ, recti dimidius est. Ob id quoq; & uterq; ipsorum ε β γ & γ ε β, recti dimidius est. Totus igitur α ε β, rectus est. Et quoniam qui sub η ε ζ recti dimidius est, rectus autem qui sub ε η ζ, æqualis enim interiori est opposito (per 29 primi) hoc est ipsi ε γ β, reliquus igitur qui sub ε η ζ, recti dimidius est. Aequus igitur est (per 6 cōmunem sententiam) qui sub η ε ζ, et qui sub ε ζ η quare (per 6 primi) & latus ε η, lateri ζ η est æquale. Rursus quoniam angulus qui ad β, recti dimidius est, rectus autem est qui sub ζ δ β, æqualis enim rursus est interiori & opposito ipsi ε γ β (per 29 primi) reliquus igitur qui sub β ζ δ, recti dimidius est. Aequalis igitur est angulus qui ad β ipsi δ ζ β. Quare (per 6 primi) & latus δ ζ, lateri δ β est æquale. Et quoniam α γ æqualis est ipsi γ ε, & æquum est quod ex α γ ei quod ex γ ε: quadrata igitur quæ sunt ex α γ & γ ε, eius sunt dupla quod est ex α γ. At (per 47 primi) eis quæ sunt ex α γ & γ ε, æquum est quod ex ε α fit quadratū: angulus enim qui sub α γ ε, rectus est. Igitur quod ex α ε fit, eius quod est ex α γ, duplum est. Rursus quoniam æqualis est ε η ipsi η ζ, æquum est id quod ex ε η, ei quod ex η ζ: quadrata igitur quæ sunt ex η γ & ε ζ, dupla sunt quadrati quod ex η ζ. Quadratis autem quæ fiunt ex ε η & η ζ, æquum est id quod ex ε ζ (per 47 primi) quadratum igitur quod ex ε ζ, duplum est eius quod ex η ζ. Aequalis autem est η ζ ipsi γ δ: igitur quod ex ε ζ, duplum est eius quod ex γ δ. Est autem & id quod ex α ε, duplum eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ ex α ε & ε ζ quadratorū quæ fiunt ex α γ & γ δ dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex α ε & ε ζ, æquum est id quod ex α ζ fit quadratum (per 47 primi.) Rectus enim est angulus qui sub α ε ζ. Quadratū igitur ex α ζ, eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, duplum est. Ei autem quod fit ex α ζ, æqualia sunt ea quæ fiunt ex α δ & δ ζ (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex α δ & δ ζ, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorū. Aequalis autem est δ ζ ipsi δ β, quadrata igitur quæ ex α δ & δ β fiunt, dupla sunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorū. Si recta igitur linea secetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & eius quod ex medio segmentorū fit, quadratorū, quod oportuit demonstrasse.

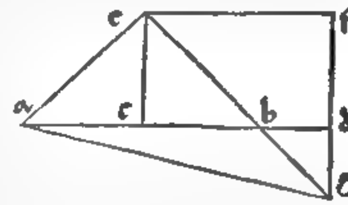
Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10. Si linea in duo æqualia diuidatur, eiq; in longum alia addatur, quadratum quod describitur à tota cum addita, & quadratum quod ab ea quæ addita est utraque quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiectaq; consistit, utrisq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & addita sibi linea b d, dico quod duo quadrata duarum linearū a d & b d, pariter accepta, dupla sunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularem super lineam a b, & æqualem utriq; linearū a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritq; ut in præmissa uterq; angulorū a & b, & uterq; eorum qui sunt ad e, medietas recti per 32 primi, totusq; e est rectus. A puncto e, produco e f, æqualem & æquidistantem



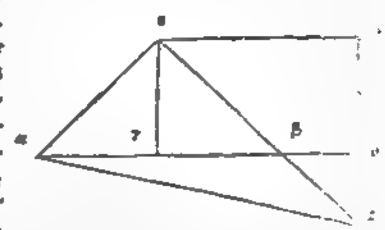
ſtantem c d, & produco f d & e b, quouſq; concurrant in puncto g, & produco lineam a g. Eritq; per ultimā partem 29 primi, angulus c e f, rectus, ſed angulus c e b, eſt medietas recti, ergo angulus b e f, eſt ſimiliter medietas recti, & quia per 31 primi, f d eſt æquidiſtans c e, erit per 34 eiuſdem, angulus f rectus, ergo per 32 eiuſdē, erit angulus e g f medietas recti: item per eandem, angulus d b g ſimiliter medietas recti, propter id q͂ angulus b d g eſt rectus, ergo per 6 eiuſdē, duo latera e f & f g ſunt æqualia, item duo latera d b & d g ſunt æqualia. Ergo per penultimā eiuſdem, quadratum e g, duplum eſt ad quadratum e f: quare ad quadratum c d. Itemq; per eandem, quadratum a e, duplum eſt ad quadratū a c. Et quia quadratū a g eſt per eandem æquale quadratis a e & e g, ſimiliter quoq; & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g eſt æquale quadrato b d, erunt duo quadrata duarum linearum a d & b d pariter accepta, dupla duobus quadratis duarum linearū a c & c d pariter acceptis, quod eſt propoſitum. Hæc autem & omnes præmiſſæ, ueritatem habent in numeris ſicut in lineis.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 10.*

10 Si recta linea ſecetur bifariam, apponatur autē ei quæpiam recta linea in rectum, quod ex tota cum appoſita & quod ex appoſita utraque quadrata, dupla ſunt eius quod ex dimidia & eius quod ex compoſita ex dimidia & adiuncta tanquam ex una deſcriptorum quadratorum.

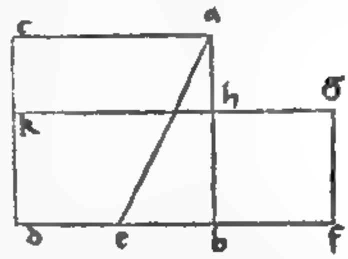
THEON *ex Zamb. Recta enim quædam linea α β, ſecetur bifariam in γ, apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectum, β δ. Dico quod quadrata quæ ex α δ & δ β, dupla ſunt quadratorū quæ fiunt ex α γ & γ δ. Excitetur (per 11 primi) ab ipſo γ ſigno, ipſi α β ad angulos rectos γ ε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipſarum α γ & γ β, & (per 1 poſtulatum) connectantur ε α & ε β. Et (per 31 primi) per ε, ipſi α δ parallelus excitetur ε ζ, & (per eandem) per δ, ipſi δ ε parallelus excitetur δ ζ. Et quoniam in parallelos rectas lineas γ ε & δ ζ, recta quædam linea incidit ε ζ, anguli igitur γ ε ζ & ε ζ δ, (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales. Anguli igitur ζ ε β & ε ζ δ, duobus rectis ſunt minores, (per eandem.) Quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur (per 5 poſtulatum) coincidunt: igitur ε β & ζ δ productæ ad partes β, δ, coincidunt, producantur, & coincidant in η, & (per 1 poſtulatum) connectatur α η. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ ε, angulus quoq; α ε γ angulo ε α γ eſt æqualis (per 5 primi) & rectus eſt qui ad γ, dimidius ergo recti, eſt uterq; qui ſub ε α γ & α ε γ. Et propterea uterq; etiam qui ſub γ ε β & ε β γ, recti dimidius eſt: rectus igitur eſt qui ſub α ε β. Et quoniam angulus ε β γ recti dimidius eſt, & (per 15 primi) angulus igitur δ β η recti dimidius eſt. Angulus autem β δ η, rectus eſt, æqualis enim eſt ei qui ſub δ γ ε, alterno enim, reliquus igitur angulus δ η β, recti dimidius eſt. Igitur (per 6 cōmunem ſententiam primi) angulus δ η β, ei qui ſub δ β η eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus β δ, lateri η δ æquum eſt. Rurſus quoniam angulus ε η ζ, recti dimidius eſt, rectus autem qui ad ζ, æqualis enim (per 34 primi) ex oppoſito ei qui α δ γ, reliquus igitur angulus ζ ε η, recti dimidius eſt. Angulus igitur ε η ζ, angulo ζ ε η eſt æqualis. Quare (per 6 primi) & latus ζ ε, lateri ζ η eſt æquale. Et quoniam æqualis eſt ε γ ipſi γ α, quadratum quoq; quod ex ε γ, ei quod eſt ex α γ quadrato æquum eſt: quadrata igitur quæ ſunt ex γ ε & γ α, dupla ſunt eius quod fit ex α γ, quadrati. Eis autem quæ fiunt ex ε γ & γ α (per 47 primi) æquum eſt id quod ex ε α. Quadratum igitur quod ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Rurſus quoniam æqualis eſt η ζ ipſi ε ζ, quadratum quod fit ex η ζ, æquum eſt ei quod fit ex ε ζ, quadrato: quadrata igitur quæ ex η ζ & ε ζ ſunt, eius quod fit ex ε ζ, dupla ſunt. Eis autem quæ fiunt ex η ζ & ε ζ (per 47 primi) æquum eſt id quadratum quod fit ex ε η: id igitur quod fit ex ε η, duplum eſt eius quod fit ex ε ζ. Aequalis autem eſt ε ζ ipſi γ δ: id igitur quod fit ex ε η, duplum eſt eius quod fit ex γ δ. Patuit autem quod & id quod fit ex ε α, duplum eſt eius quod fit ex α γ. Quadrata igitur quæ fiunt ex α ε & ε η, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorum, dupla ſunt. Quadratis autem quæ fiunt ex α ε & ε η, æquum eſt id quod fit ex α η quadratum (per 47 primi). Quadratum igitur quod fit ex α η, eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ, duplum eſt. Ei autem quod fit ex α η, æqualia ſunt quadrata quæ fiunt ex α δ & δ η. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ η, dupla ſunt eorum quæ ex α γ & γ δ fiunt, quadratorum: æqualis autem eſt δ η ipſi δ β. Quadrata igitur quæ fiunt ex α δ & δ β, dupla ſunt eorum quæ fiunt ex α γ & γ δ quadratorū. Si recta igitur linea ſecetur bifariam, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.*



Euclides

Eucli. ex Camp. Propositio 11.

11 DAtam lineam sic secare, ut quod sub tota & una portione rectangulum cõtinetur, æquum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum.



CAMPANVS. Sit linea data a b, quã uolumus sic diuidere: ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquũ sit quadrato alterius. Describo quadratũ ipsius a b, quod sit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco usq; ad f ita q̳ e f sit æqualis a e. Et ex b f portione extrinseca, describo quadratũ quod ex latere a b resecat portionem æqualẽ b f, quæ sit b h: & quadratũ descriptũ sit b f h g. Dicô quod a b sic est diuisa in puncto h: quod illud quod fit ex tota a b in eius portionem h a, est æquale quadrato h b. Produco g h usque ad k: quæ erit æquidistans a c. Quia ergo linea d b diuisa est per æqualia in e, & est sibi addita linea b f: erit per 6 huius quod fit ex d f in b f cum quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a: quare per penultimam primi, quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab utrisque quadrato lineæ e b: erit quod fit ex d f in b f & ipsum est superficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utrisque parallelogrãmo h d: erit quadratum h f æquale parallelogrãmo h c. Et quia quadratum h f est quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a quæ est æqualis a b, in a h, patet factum esse propositum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris, non labores, quia impossibile est numerum sic diuidi, ut hic undecima proponit, sicut scies, sexti 26 te docente.

Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 11.

11 Datam rectã lineã secare: ut quod sub tota & altero segmẽto cõprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento, quadrato.



THEON ex Zamb. *Sit data recta linea αβ: oportet autem ipsam αβ secare, ut quod sub tota & altero segmento comprehensum rectangulum, equum sit ei quod fit ex reliquo segmẽto, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex αβ, quadratum αβγδ, & secetur (per 10 primi) αγ, bifariam, in ε, signo, & cõnectatur βε. Et extendatur (per 2 postulatum) γα, in ζ, & ponatur (per 3 primi) ipsi βε, æqualis εζ. (Et per 46 primi) ex αζ describatur quadratum ζηαθ, & extendatur (per 2 postulatum,) ηθ, in κ, Dico quod αβ, secatur in θ, ut quod ex αβ, & βθ, comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex αθ, quadrato. Quoniam enim recta linea αγ secta est bifariam in ε, adiacet autem ei αζ, igitur (per 6 secundi) rectangulum comprehensum sub γζ, & ζα, una cum eo quod fit ex αε, quadrato, æquum est ei quod fit ex εζ, quadrato, æqualis autem est εζ: rectangulum igitur comprehensum sub γζ, & ζα, una cum eo quod fit ex αε, quadrato: æquum est ei quod fit ex εβ, quadrato. Sed et quod fit ex εβ, æqualia sunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex βα, & αε, quadrata: rectus enim est angulus qui ad α. Quod igitur est sub γζ, & ζα, cum eo quod fit ex αε, æquum est eis quæ fiunt ex βα, & αε, Commune auferatur id quod ex αε, reliquum igitur rectangulum comprehensum sub γζ, & ζα: æquum est ei quod fit ex αβ, quadrato. Et id quidem quod sub γζ, & ζα, est ipsum ζκ, æqualis enim est ζα, ipsi ζη. Id autem quod fit ex αβ, est ipsum αδ. Igitur ζκ æquum est ipsi αδ. Cõmune auferatur ακ, reliquum igitur ζθ, ipsi θδ, est æquale. Est autem θδ, id quod sub αβ, & βθ, æqualis enim est αβ, ipsi βδ. At ζθ, id est quod ex αθ. Rectangulum igitur comprehensum sub αβ & βθ, æquum est ei quod fit ex θα, quadrato. Data igitur recta linea αβ, in θ, dissecta est, ut rectangulum sub αβ, & βθ, comprehensum, æquum sit ei quod ex αθ, sit quadrato, quod fecisse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 12.

12 IN his triangulis qui obtusum habent angulum, tanto ea quæ obtusum subtendit angulum, ambobus reliquis lateribus quæ obtusum continent angulum amplius potest, quãtum est quod continetur bis sub uno eorum atque ea quæ ei directe iuncta ad obtusum angulum, à perpendiculari extra deprehenditur.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, habens angulum a, obtusum. A pūcto c, ducatur linea perpendicularis ad lineam b a, quæ necessario cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi: sit ergo c d perpendicularis super lineam a b productam usque ad d. Dico ꝙ quadratum lateris b c quod subtenditur angulo obtuso, tātō maius est duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipsum angulum obtusum, quantum est illud quod fit ex b a in a d bis. (Potētia enim lineæ, respectu quadrati sui est, unde tantum dicitur posse linea quælibet: quātum in se ducta producit.) Erit enim per 4 huius, quadratum b d, æquale duobus quadratis duarum linearum b a & a d & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratum b c per penultimam primi est æquale quadrato b d & quadrato d c: ipsum erit æquale quadratis triū linearū b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eādem, quadratū a c, est æquale quadratis a d & d c. ergo quadratum b c, est æquale quadratis duarum linearum b a & c a: & duplo eius: quod fit ex b a in a d. Quare b c tanto amplius potest duabus lineis b a, a c, quantum est duplum eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus quod tantum dicitur posse linea quælibet: quantum in se ducta, producit, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 12.

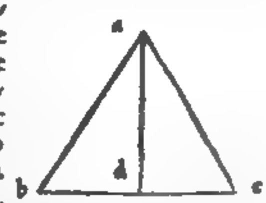
12 In obtusiangulis triangulis quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum comprehendentibus lateribus, quadratis, comprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa obtusum angulum in quod protractum cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecus sub perpendiculari ab obtusum angulum



THEON ex Zamb. Sit obtusi anguli triangulū α β γ, obtusum habēs angulū β α γ. & ducatur ex β signo, in γ α, productā (per 12 primi) perpēdicularis β δ. Dico quod quadratum quod ex β γ. maius est eis quæ fiunt ex β α. & α γ, quadratis: bis sub γ α. & α δ, comprehenso rectangulo. Quoniam enim recta linea γ δ, secta est utcūq; in α, signo: igitur (per 4 secundi) quod fit ex γ δ æquum est eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, quadratis, & bis sub γ α & α δ comprehenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex δ β. Ea igitur quæ sunt ex γ δ, & δ β, æqua sunt eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, & δ β, quadratis, & bis sub γ α & α δ, comprehenso rectangulo. Sed eis quæ sunt ex γ δ & δ β: æquum est id quod ex γ β, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ β, (per eandem) æquum est id quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex γ β, æquum est eis quæ fiunt ex γ α & α β, quadratis (per eandem) & bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quare quadratum quod fit ex γ β, eis quæ fiunt ex γ α, & α β, maius est bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. In amblygonijs igitur triāgulis quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratū: maius est & quæ sequuntur reliqua. quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13.

13 OMnis oxygonij tanto ea quæ acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub uno eorum cui perpendicularis intra superstat, eaq́ꝫ sui parte quæ perpendiculari anguloq́ꝫ acuto interiacet.



CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto, in triangulo oxygonio: ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo, siue fiat orthogonius, siue amblygonius, siue oxygonius. Sit ergo in triangulo a b c, quicunque triangulus fuerit: angulus c acutus, qui si fuerit oxygonius, ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b, ad quamuis basin b c uel a c: quia cum sic fuerit: semper cadet perpendicularis intra triāgulum. Si autem sit amblygonius aut orthogonius: ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum, quam manifestum est cadere intra triangulum. Et, ut simpliciter dicam, cum in omni triāgulo sint duo acuti anguli, necessario erit alter reli-

reliquorum angulorum qui sunt a & b,acutus. Ducam igitur perpendicularem,ad li/neam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli a b c: angulus b etiam sit acutus: ducam ergo ad b c: perpendicularem quæ sit a d, quæ (ut dictum est) cadet intra triangulum. Dico itaque quod quadratum lateris a b quod subtēditur angulo acuto c, tantò minus est duobus quadratis duarum linearū a c & c b, quātū duplum eius quod fit ex b c in d c. Vel dico quod quadratum a c quod etiam subtenditur angu lo b quem posuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus est duobus quadratis duarū linearū a b, & b c, quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius, quadratū b c cū quadrato d c, æquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis scilicet a b, addito utrique quadrato a d, erit quadratum b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearum a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi, quadratū a c est æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadra/to a c, æquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimam primi, quadratum a b, æquum est quadratis duarum linearum a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum est quadrato a b: & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus potest a b duobus lateribus b c & a c: quantum est duplum eius quod fit ex b c in c d, quod est propositum. Simili modo probabis, latus a c quod subtenditur angulo b acuto, posse tanto minus duo/bus lateribus a b & b c: quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶ Notandum autem per hanc & præcedētem & penultimam primi, quod cognitis lateribus omnis trianguli: cognoscitur area ipsius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cogno/scitur omnis eiut angulus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 13.

13 **In oxygoniis triangulis, quod ex acutum angulum subtendente fit qua dratum, minus est eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus la/teribus fiunt quadratis: cōprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa acu tum angulum quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpen diculari ad acutum angulum.**

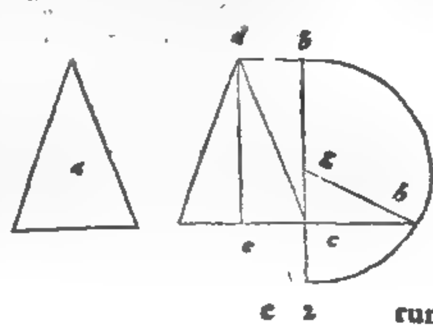


THEON ex Zamberto. *Sit oxygonium triangulum α β γ, acutum ha/bens angulum qui ad β. & (per 12 primi) ducatur ab α, signo, in β γ, perpendicula ris α δ. Dico quod quadratum ex α γ, minus est quadratis quæ fiunt ex γ β, & β α comprehenso bis rectangulo sub γ δ, & β β. Quoniam enim recta linea β γ disecta est utcunque in δ, igitur (per 7 secundi) quadrata quæ ex γ β, & β δ, æqualia sunt bis sub γ β, & β δ, cōprehenso rectāgulo, & ei quod fit ex γ β, quadrato. Cōmune ap ponatur quadratum quod ex δ α. Igitur quadrata quæ ex γ β, & β δ, & δ α, (per 7 secundi) æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub γ β, & β δ, & eis quæ fi/unt ex α δ, & δ γ, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex β δ, & δ α, æquum est id quod fit ex α β, angulus enim qui ad δ, rectus est. Eis autē quæ fiūt ex α δ, & δ γ, æquū est id quod ex α γ, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex γ β, & β α, æqualia sunt ei quod fit ex α γ, & ei quod bis fit sub γ β, & β δ. Quare solum quod fit ex α γ, minus est eis quæ fiunt ex γ β, & β α, quadratis: eo quod est bis sub γ β, & β δ, comprehenso rectangulo. In oxygoniis igitur triangulis: & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere opor/tebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14 **DAto trigono: æquum quadratum describere.**

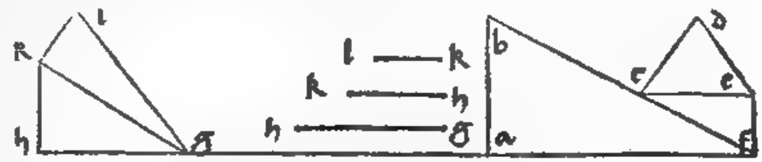
CAMPANVS. Sit datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadra/tum describere. Designabo superfi/ciem æquidistantium laterum & rectorū angu/lorum æqualem trigono dato, secūdum quod docet 42 primi: sitque superficies illa b c d e cu/ius si latera fuerint æqualia: habemus qđ quæri mus: ipsa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera sint inæqualia: tunc adiungam minus ipsorum laterum maiori, secundum re/ctitudinem: sitq; linea c f, æqualis minori duo/



rum

rum laterum quod est c e, adiuncta maiori quod est b c, secundum rectitudinem. Totam b f diuidam per æqualia, in puncto g, & facto g centro, super lineam b f secundum quantitatē lineæ g b: describam semicirculū b h, & latus e c producā: usquequo secet circūferentiā in pūcto h. Dico quod quadratum lineæ c h: est æquale trigono dato. Producā lineā g h. Et quia linea b f diuisa est per æqualia in g, & per inæqualia in c: erit per 5 huius, qđ fit ex ductu b c in c f cū quadrato c g, æquale quadrato g f, quare & quadrato g h, quare per penultimā primi, & duobus quadratis duarum linearum g c & c h. Ergo dempto utrinque quadrato c g, erit quod fit ex b c in c f, qđ est æquale superficiei b e, eo quod c f est æquale quadrato lineæ c h, quare quadratū lineæ c h, est æquale trigono a, quod est propositum.

CAMPANI *additio*. Et nota quod per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte lōgioris, & simpliciter omnis figuræ rectis lineis cōtētæ: quæcunque fuerit, quoniam omnē figurā talem in triāgulos

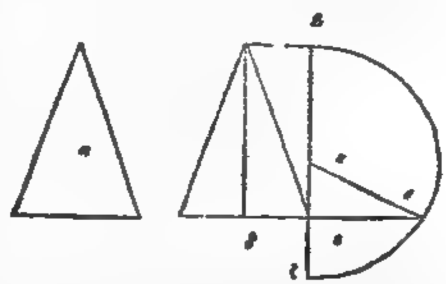


resoluemus: & cuiuslibet illorum triangulorū inueniemus tetragonicum latus secundum doctrinam istius, & inueniemus per penultimam primi, lineam unam, quæ possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia, uolo inuenire latus tetragonicū rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f, Resoluo eā in tres triangulos qui sunt a b f, & c d e & f c e. Inuenio quoque secundum doctrinā istius: tria latera tetragonica istorū triū triangulorum, quæ sunt g h, h k, & k l, & erigo h k: perpēdiculariter super g h, & produco g k, eritq́ per penultimam primi, quadratum g k, æquale quadratis duarum linearum g h, & h k, & tertium latus k l, erigo perpendiculariter super lineam g k, & produco lineam g l, eritq́ per penultimam primi, g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propositæ.

Eucli. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 14.*

14 Dato rectilineo, æquum quadratum constituere.

THEON ex Zamb. *Sit datum rectililineum α. oportet ei rectilineo æquum quadratum constituere: constituatur (per 45 primi) ipsi α, rectilineo: æquum parallelogrammum rectangulum β γ δ ε. Si æqualis est β ε, ipsi ε δ: factū iam est problema. constituitur enim ipsi α, rectilineo: æquum quadratum β δ. Si autem non, ipsarum β ε, & ε δ, altera, maior est. Sit maior β ε, & producatur in ζ, & ponatur ipsi ε δ, æqualis, ε ζ, (per 3 primi,) & (per 10 primi) secetur β ζ. bifariā in η. Et cētro quidē η, spatio uero aut η β, aut η ζ, semicirculus describatur β θ ζ, & (per 2 postulatū producatur δ ε, in θ, & (per 1 postulatū) cōnectatur η θ. Quoniā igitur recta linea β ζ, secta est in æqualia in η, & in inæqualia in ε, igitur (per 5 secundi) rectangulū comprehēsum sub β ε. & ε ζ, cū quadrato quod fit ex ε η, æquū est ei quod ex η ζ, quadrato. Aequalis autem est η ζ, ipsi η θ: rectangulum igitur cōprehensum sub β ε, & ε ζ, (per 5 secūdi cū eo quod ex η ε, fit quadrato, æquum est ei quod fit ex η θ, ei autem quod fit ex η θ, æqualia sunt ea quæ ex θ ε, & η ε, fiunt quadrato, (per 47 primi.) Quod igitur fit sub β ε, & ε ζ, cum eo quod fit ex η ε: æquum est eis quæ fiunt ex θ ε, & η ε, commune auferatur quadratum quod ex ε η, reliquum igitur rectangulum comprehensum sub β ε, & ε ζ, æquum est ei quod fit ex ε θ, quadrato. Sed id quod sub β ε, & ε ζ, est quod ipsum β δ, æqualis enim est ε ζ, ipsi ε δ, parallelogrammum igitur β δ, æquum est ei quod fit ex θ ε, quadrato. Sed β δ, æquum est ipsi α, rectilineo, & α: igitur rectilineum æquum est quadrato descripto ex ε θ. Dato igitur rectilineo α, æquum quadratum constitutum est, ex ε θ, descriptum, quod fecisse oportuit.*



LIBRI SECVNDI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SECVNDVS.

Ex Campano. Diffinitiones.

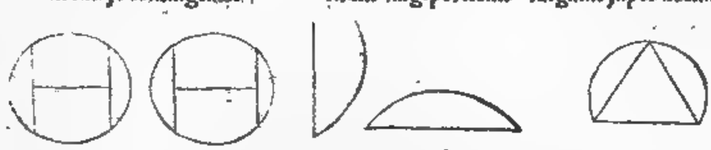
QVorum diametri sunt æquales, ipsos circulos æquales esse. Maiores autem, quorum maiores. Et minores, quorum minores. 2 Circulum linea contingere dicitur: quæ cum circulum tangat, in utramq; partem eiecta circulum non secat. 3 Circuli sese contingere dicuntur: qui se tãgentes, seinuicem non secant.

Circuli æquales .Maior Minor Linea circulum contingens



4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter distare dicũtur à centro: cum à centro ad ipsas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uero distare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Recta linea portionem circuli continẽs, chorda nominatur. 7 Portio uero circunferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis, dicitur qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus consistere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordæ terminos duabus rectis lineis exeuntibus cõtinetur.

Circuli se contingentes. Arcus Ang. portionis Angulus super arcum consistens



Chorda

10 Sector circuli, est figura quæ sub duabus à cẽtro ductis lineis & sub arcu qui ab eis cõprehenditur cõtinetur. 11 Angulus autẽ qui ab eis lineis ambitur, supra centrum consistere dicitur. 12 Similes circulorum portiones dicuntur, in quibus qui supra arcum consistunt anguli sibi inuicem sunt æquales. 13 Arcus quoque similes sunt qui æquos angulos prædicto modo suscipiunt.

Sector circuli. Ang. super centrum cõsistens Similes cir. portiões & similes arcus



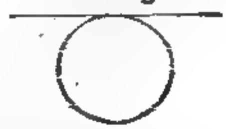
Ex Zamberto. Diffinitiones.

AEquales circuli, ſunt quorum dimetientes ſunt æquales, uel quorum quæ ex centris ſunt æquales. 2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non ſecat, 3 Circuli ſeſe tangere adinuicē dicūtur, qui ſeſe inuicē tangentes non inuicē ſecant.

Circuli æquales



Linea cir. tangens.



Circuli ſe tangentes



4 In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur, cū à centro in eas perpendiculares ductæ ſunt æquales. Magis autē diſtare dicitur, in quā maior perpendicularis cadit: 5 Segmentum circuli, eſt figura comprehenſa ſub recta linea, & circuli circunferentia. 6 Segmenti angulus, eſt qui ſub recta linea & circuli circunferentia comprehenditur: 7 In ſegmēto autem angulus eſt, cum in circunferentia ſegmēti ſumitur aliquod ſignum, & ab eo in rectæ lineæ fines quæ baſis eſt ſegmenti rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui continetur, ſub coniunctis rectis lineis.







8 Cum uero comprehendentes angulum rectæ lineæ aliquam ſuſcipiūt circunferentiam, in illa angulus eſſe dicitur. 9 Sector autem circuli, eſt cum ad centrum circuli ſteterit angulus, comprehēſa figura ſub angulum comprehendentibus rectis lineis, & aſſumpta ſub eis circunferentia.
10 Similia ſegmenta circuli, ſunt quæ angulos æquos ſuſcipiunt: uel in quibus anguli ſibi inuicem ſunt æquales.





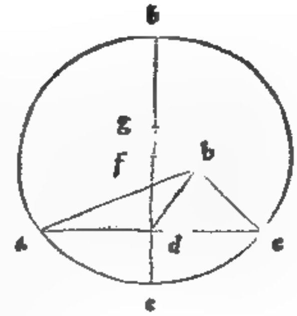


Eucli. ex Camp. Propoſitio 1.

CIrculi propoſiti, cētrū inuenire. Vn̄ manifeſtū eſt ꝙ duabus rectis lineis in eodē circulo apud circūferētiā terminatis, neutra illarū alterā ꝑ æqualia orthogonaliter ſecat: niſi ipſa ſuper cētrū trāſierit.

CAMPANVS. Sit circulus propoſitus a b c, cuius uolumus centrū inuenire. Duco in ipſo circulo lineā a c, qualitercūq; contingat, quā diuido per æqualia in puncto d a. quo duco perpendicularē ad lineā a c, quā applico circunferētiæ ex utraq; parte: ſitq; e d b, quā rurſus diuido per æqualia in puncto f, quē dico eſſe centrum circuli. Si enim nō eſt, erit autē alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, nō. Si eñ fuerit in ea ut in pū cto

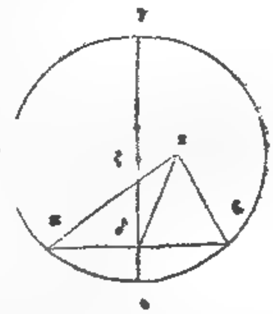
cto g,erit linea e f,maior linea e g,pars uidelicet toto,quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineã e b,ut in pũcto h, ducãtur lineæ h a,h d,h c. Et quia latera h d,& d a triãguli h d a sunt æqualia lateribus h d & d c triãguli h d c,& basis h a basi h c,erit per 8 primi,angulus a d h æqualis angulo c d h,quare uterq; rectus,& quia angulus a d b fuit etiã rectus, erit a d h æqualis a d b per 3 petitionẽ primi,pars uidelicet toti,quod est impossibile. Nõ est ergo centrũ dati circuli alicubi quàm in puncto f,quod est propositum.



Eucl. ex Zamb. *Problema 1.* *Propositio 1*

1 Dati circuli,centrum inuenire.

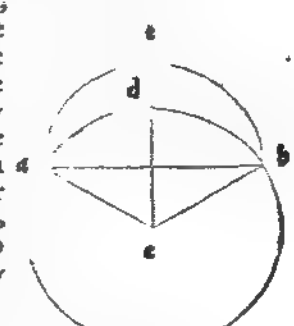
THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ,oportet ipsius circuli α β γ, centrũ inuenire. Excitetur in eo linea quædã recta utcũq;, sitq; α β. Et (per 10 primi,)secetur bifariã in δ,& (per 11 eiusdẽ)ab ipso δ,ipsi α β,excitetur δ γ ad angulos rectos,& (per postulatũ secundũ extẽdatur in ε,seceturq; (per 10 primi,)γ ε, bifariã in ζ. Dico quod ζ,centrũ est circuli α β γ. Non enim,sed si poßibile est,sit η,& (per 1 postulatũ) cõnectantur η α,η δ,η β. Et quoniã æqualis est α δ,ipsi δ β, cõmunis autẽ δ η,duæ igitur α δ,& δ η,duabus η δ,& δ β,sunt æquales altera alteri,& (per 15 diffinitionẽ primi,basis η α,basi η β,est æqualis:ex cẽtro enim igitur (per 8 primi,)angulus α δ η,angulo β δ η,est æqualis. Cũ aũt recta linea super rectã cõsistẽs lineã,utrobiq; angulos æquos adinuicẽ fecerit,eorũ angulorũ uterq;(per 10 primi diffinitionẽ,)rectus erit. Angulus igitur β δ η,rectus est:at angulus ζ δ β,rectus est. Angulus igitur ζ δ β,angulo β δ η, (per 4 postulatũ) æqualis, maior minori, quod est impossibile. Igitur η,nõ est centrũ circuli α β γ Similiter ostẽdemus,quod nullũ aliud præter ζ. Igitur ζ, centrum est circuli α β γ,quod fecisse oportuit.*



CORRELARIVM *Hinc est manifestã,quod si in circulo recta linea aliqua aliquã rectã lineã bifariam, & ad angulos rectos dispescit in dispescente est centrum circuli.* Eucli. ex Camp. *Propositio 2*

2 SVper circuli circunferentiam duobus punctis signatis,lineam rectam ductam ab altero ad alterum circulum secare necesse est.

CAMPANVS Sit ut in circũferẽtia circuli a b, cuius centrũ sit c,signata sunt duo puncta, quæ sunt a & b, Dico quod linea recta cõiungẽs unũ cũ altero, secabit circulũ. Alioqui cadet extra circulũ,sitq; a e b,linea recta:si possibile est. Producã lineas c a & c b,eruntq; per 5 primi,angulus c a b & c b a æquales:ꝓtrahã itẽ lineã c e,quæ secet circũferentiã in puncto d,eritq; per 16 primi,angulus a e c maior angulo c b e,quare maior angulo c a e,quare per per 18 eiusdẽ,latus a c,maius latere c e,& quia est æqualis c a, erit c d,maior c e,pars toto,quod est impossibile. Quia ergo linea coniũgens duo puncta a b, non transibit extra circulum: secabit ipsum quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 2*

2 Si in circuli circũferẽtia duo fuerit signa utcunq; sumpta, ea signa connectens recta linea intra ipsum circulum cadit.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ,& in eius circũferentia sint utcũq; bina signa α β. Dico quod recta linea applicata ex α in β,intra ipsum circulũ α β γ,cadit. Nõ enim.sed si poßibile est,cadat extra α ε β. Et cõtingat siue accipiatur cẽtrũ circuli,α β γ,sitq; illud (per præcedẽtẽ,)δ,& (per 1 postulatũ) cõnectãtur δ α,δ β,& extẽdatur δ ζ, ad ε. Quoniã igitur æqualis est (per 15 diffinitionẽ primi,)δ α,ipsi δ β,æqualis est angulus δ α ε,angulo δ β ε. Et quoniã trianguli δ α ε, unũ latus producitur α ε β, igitur (per 16 primi) angulus δ ε β,angulo δ α ε,maior est. Aequalis autem est angulus δ α ε,ei qui sub δ β γ. Maior igitur est angulus δ ε β,angulo δ β ε, maiori autem angulo, maius latus subtenditur (per 18 primi,) maior igitur est δ β,quàm δ ε. Aequalis autem est (per 15 diffinitionem primi) δ β, quàm δ ζ, maior igitur est δ ζ, quàm δ ε, minor maiore, quod est impoßibile. Recta igitur linea ex α, in β, extra ipsum circulum non cadit. Similiter etiam demonstrabimus quod neque in*



ipsam circunferentiam, intra igitur Si in circuli circunferentia igitur, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 3.

3 SI lineam intra circulum præter centrum collocatam alia à centro ueniens per æqua secet: orthogonaliter super eam insistere. & si in eam orthogonaliter steterit, eam per æqualia diuidere necesse est.

CAMPANVS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrũ sit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico qđ diuidit eã orthogonaliter, & ecõuerso, uidelicet si diuidit eã orthogonaliter, diuidit eã per æqualia. Producã lineas c a & c b, & ponã primo quod diuidat eã per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, triãguli c d a: æqualia duobus lateribus c d, & d b, triãguli c d b, & basis c a basi c b: ergo per 8 primi, angulus d unius, est æqualis angulo d alterius: uterque igitur est rectus. Quare c d, est perpendicularis super a b quod est propositum.

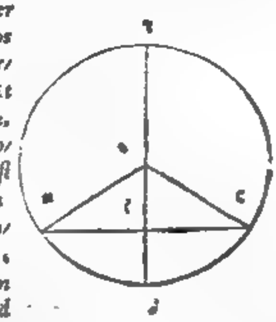


Ponam iterum quod c d sit perpẽdicularis super a b, & ostendam quod ipsa diuidit a b, per æqualia, erit enim propter hanc positionem: uterque angulorum qui sunt, ad d, rectus: quare unus æqualis alteri. At quia per 5 primi angulus c a d, est æqualis angulo c b d, & latus c a æquale lateri c b, per 26 primi erit linea a d, æqualis lineæ d b, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 2* *Propositio 3*

3 Si in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per centrum extensam rectam lineam bifariam secuerit, & ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos ipsam seuerit, bifariam quoque ipsam secabit.

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ, & in eo recta quædam linea per centrum extensa γ δ, rectam lineam quandam non extensam per centrum α β, bifariam secet in signo ζ. Dico quod & ad angulos rectos eam secat. Contingat siue accipiatur centrum circuli α β γ, (per primam tertij,) sitque illud ε, & (per primum postulatum connectantur ε α, & ε β. Et quoniam æqualis est α ζ, ipsi ζ β, communis autem ζ ε, duæ igitur ε ζ, & ζ α, duabus ε ζ, & ζ β, sunt æquales. Et basis ε α, basi ε β,) per 15 diffinitionem primi) est æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus α ζ ε, angulo β ζ ε, est æqualis. Cum autem recta linea super rectam lineam consistens, utrobique angulos sibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi,) uterque ipsorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui sunt sub α ζ ε, & β ζ ε rectus est. Igitur γ δ, quæ per centrum secans, ipsam α β, non per centrum extensam bifariam, & ad angulos rectos secat. Sed secet γ δ, ipsam α β, ad angulos rectos. Aio quod bifariam ipsam secat, hoc est quod æqualis est α ζ, ipsi ζ β. Eisdẽ nãq; dispositis & constructis, quoniam æqualis est ε α, ipsi ε β, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis est angulus ε α ζ angulo ε β ζ. Et angulus α ζ ε, rectus: æqualis est (per quartum postulatum,) angulo recto qui est sub β ζ ε. Duo igitur triangula sunt ε α ζ, & ε β ζ, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale ε ζ, scilicet quod (per 26 primi,) cõmune ipsis est subtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia: æqualis igitur est α ζ ipsi ζ β. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonstraße oportuit.*

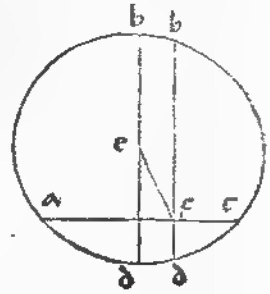


Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 SI intra circulum duæ lineæ se inuicem secent, & super centrum nõ transeant, non per æqualia eas secari necesse est.

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a c, & b d, secent se in puncto f, & utraque earũ uel altera nõ transeat per centrũ. Dico q̃ ipse nõ diuidũt sese per æqualia: ita q̃ utraq; per æqualia diuidatur ab utraque

utraque. Quod si fuerit hoc possibile: ponatur, & sit primo, ut neutra transeat per centrum. A centro e producam lineam e f, eritque per primam partem præmissæ, unusquisque quatuor angulorũ qui sunt a f e, e f c, b f e & e f d, rectus, quod est impossibile, sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur ut altera earum trãseat per centrũ, adhuc dico quod nõ diuidũt sese per æqualia. Quod si sic: tunc per primam partem præmissæ, cũ b d ducta à centro diuidat a c per æqualia, diuidet eã orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipsam b d per æqualia ut ponit aduersarius: ipsa trãsibit per centrum, per correlarium primæ huius. Quare ambæ transeunt per centrum, quod est contra hypothesin.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. *Propositio 4.*

4 Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint non per centum exten sæ, scie inuicem bifariam non secabunt.

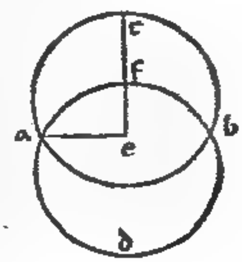
THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, & in eo binæ rectæ lineæ α γ, & β δ, sese inuicem secent in ε, non per centrum extensæ: Dico quod bifariam non secãt. Si enim est possibile: sese inuicẽ secent bifariã ita ut æqualis sit ipsi α ε, & β ε ipsi ε δ, sumatur centrum circuli α β γ δ, sitq; illud (per primam tertij) ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ ε. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extensa ζ ε, rectam aliquam lineam non per centrum extensam α γ, bifariam secat, & ad angulos rectos ipsam (per 3 tertij) secat. Igitur angulus ζ ε α, rectus est. Rursus quoniam recta linea quædam ζ ε, rectam quandam lineam non per centrum extensam β δ, etiam bifariam secat: & (per 3 tertij) ad angulos rectos eam secat. Angulus igitur ζ ε β, rectus est, patuit autem quod angulus ζ ε α, rectus est. Angulus igitur ζ ε α, (per quartũ postulatum) angulo ζ ε β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Rectæ igitur lineæ α γ, & β δ, se seinuicem bifariam minime secant. Si in circulo igitur, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 5.*

5 CIrculorum se inuicem secantium, centra diuersa esse.

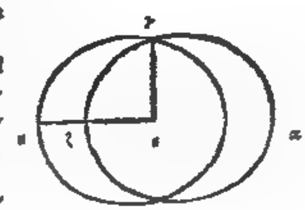
CAMPANVS. Sint duo circuli a c b, a d b, secantes se super duo puncta a & b. Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim haberẽt idem centrum: ipsum esset per diffinitionem, in portione utrique circulo communi, sitque illud e, & ducantur lineæ e a & e f c, erũtq; per diffinitionẽ circuli duæ lineæ e a & e f, æquales. Itemq; per eandẽ diffinitionẽ duæ lineæ e a & e c, æquales, quare e f est æqualis e c, cũ utraq; earũ sit æqualis e a, pars uidelicet toti, quod est impossibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4. *Propositio 5.*

5 Si bini circuli sese inuicem secuerint, non erit eorum idem centrum.

THEON ex Zamberto. *Duo inquam circuli α β γ, & γ β η, sese inuicem secent in signis γ, & β. Dico quod eorum non est idem centrum. Si enim possibile: esto ε, & (per primum postulatum) connectatur ε γ, & ducatur ε ζ η, utcunque. Et quoniam ε, signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est ε γ, ipsi ε ζ, (per 15 diffinitionem primi.) Rursus quoniam ε signum, centrum est circuli γ β η, æqualis est (per eandem diffinitionem) ε γ, ipsi ε η. ostensum est autem: quod ε γ, ipsi ε ζ, est æqualis, & ε ζ, igitur: ipsi ε η, est æqualis, maiori, quod est impossibile. Igitur ε, signum: centrum non est circulorum α β γ, & γ β η. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ sequuntur quod demonstrare oportebat*

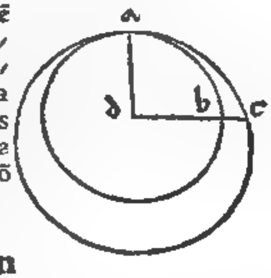


Eucli. ex Camp. *Propositio 6*

6 CIrculorũ sese contingentium, non idem centrum esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & a c, contingentes se in puncto a. Dico

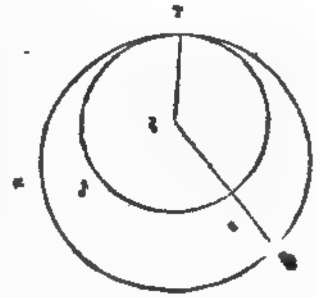
Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idē centrum: erit per diffinitionem, inter minorem eorum cū minor positus fuerit intra maiorem, sitq́; ipsum d, & ducantur linea d a & d b c, eritque per diffinitionem circuli, utraque duarum d b & d a, æqualis a d, quod est impossibile. ¶ De circulis autem se cōtingentibus extra, quorum scilicet unus est extra alterum, manifestum est per diffinitionem centri, quod ipsi nō habent idem centrum.



Eucli ex Zamb. Theorema 5. Propositio 6.

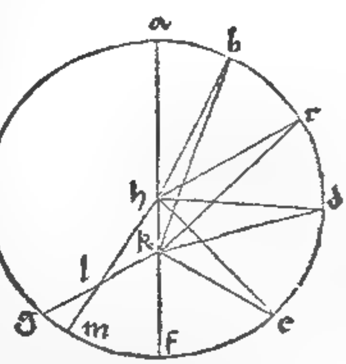
6 Si duo circuli se adinuicem tetigerint, eorum non est idem centrum.

THEON ex Zamb. Duo enim circuli α β γ, & γ δ ε, sese inuicem tangant in γ signo. Dico quod eorum non est idem centrum. Si enim possibile, sit ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ γ, & ducatur utcunque ζ ε β. Quoniam igitur ζ signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est (per 15 primi diffinitionem) ζ γ ipsi ζ. Rursus quoniam ζ, signū, centrū est circuli γ δ ε, æqualis est ζ γ, ipsi ζ ε, (per eandem diffinitionem.) Patuit autem quod ζ γ, ipsi ζ β, est æqualis. igitur ζ ε, ipsi ζ β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Igitur ζ signum, non est centrum α β γ, & γ δ ε. Si bini igitur circuli se adinuicem tetigerint, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 7.

7 Si in diametro circuli punctus præter centrum signetur, & ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur, quæ super centrum transierit, omnium erit longissima. Quæ uero diametrum perficiet, omnium erit breuissima. Quæ autem centro proximæ, cæteris longiores Quanto uero à centro remotiores: tanto breuiores esse conueniet. Duas quoque æquidistantes lineæ breuissimæ collaterales: æquales esse necesse est.

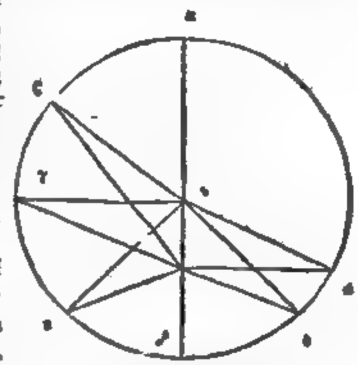


CAMPANVS. Sit ut in diametro a f, circuli a b c cuius centrum sit h: sit signatus punctus k præter centrum, à quo ducātur plurimæ lineæ quæ sunt k a, k b, k c, k d, k e, k f, k g, ad circunferentiam, & trāseat a k per centrum h: & k f sit complementum diametri, sitque ut k e & k g æquidistent k f: hoc est dicere, ut angulus e k f, sit æqualis angulo f k g. Dico quod k a, est omnium longissima, & k f: omnium breuissima. Aliæ uero tanto longiores: quanto centro propinquiores, ut k b: est longior k c: & k c: est longior k d, & k d: lōgior k e. Et k e & k g: sunt æquales. Quia enim in triangulo b k h, duo latera b h & h k per 20 primi sunt maiora latere b k, & ipsa sunt æqualia lineæ a k: erit a k maior b k, & eadē ratione, maior omnibus aliis, & hoc est primū. Itē quia in triangulo e h k, duo latera h k & k e per eandem sunt maiora latere h e quod est æquale lineæ h f: ipsa erunt maiora linea h f: ergo dempta communi linea quæ est h k: remanebit k e maior k f, eadem ratione: qualibet aliarum erit maior ipsa, & hoc est secundum. Itémque quia duo latera b h & h k, trianguli b h k sunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k est maior angulo c h k: erit per uicesimam quartam primi, basis b k maior basi k c, eadem ratione: k c, maior erit k d, & k d, maior k e: & hoc est tertium. Quòd si duæ lineæ k g & k e nō sunt æquales, erit altera maior, sitq́; k g, de qua sumam k l: æqualem k e: & producam h l: quousq; secet circūferentiā in puncto m. Et quia per hypothesin angulus g k

f est æqualis angulo f κ e: erit per decimamtertiam primi angulus k h æqualis langulo e κ h, & duo latera l κ & k h, trianguli l κ g, sunt æqualia duobus lateribus e κ & k h, trianguli e κ h, ergo per 4 primi, basis h l, est æqualis basi h e. & quia h m est æqualis h e, erit h m æqualis h l, quod est impossibile. Sūt ergo duæ lineæ κ g & k e, æquales, quod est nostrum propositum quartū. *Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 7.*

7 Si in diametro circuli aliquod sumatur signum quod minime circuli centrum sit, ab eóque signo in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima uero, reliqua: aliarum uero semper propinquior ei quæ per centrum extenditur: remotiore maior est. Duæ autem solum rectæ lineæ æquales: ab eodem signo in circulum cadunt ad utrasque partes minimæ.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, ciusq; dimetiens sit α δ, & in ipsa α δ, suscipiatur signum aliquod, sitque illud ζ, quod ipsius circuli centrū non sit. Centrū autē circuli, sit (per primā tertij) ε. Et ab ipso ζ, in ipsum α β γ δ, circulū procidant quædam rectæ lineæ ζ β, ζ γ, ζ κ. Dico quod ζ α maxima est: minima uero ζ δ, aliarū autē ζ β, quàm ζ γ, maior est, & ζ γ, quàm ζ κ. Connectatur (per primum postulatum) β ε, γ ε, & κ ε. Et quoniā (per 20 primi) omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora: igitur ε β & ε ζ, reliquo ζ β, sunt maiora. Aequalis autem est α ε, ipsi β ε, (per 15 diffinitionem primi). igitur β ε, & ε ζ, ipsi α ζ sunt æquales maior igitur est α ζ, quàm β ζ. Rursus quoniam æqualis est β ε ipsi γ ε, (per 15 diffinitionem primi) communis autem ζ ε, duæ igitur β ε & ε ζ, duabus γ ε, & ε ζ, sunt æquales. Sed angulus β ε ζ, angulo γ ε ζ, maior est, basis igitur β ζ, (per 24 primi, basi γ ζ maior est, & ob id γ ζ, maior est quàm ζ κ. Rursus quoniam κ ζ, & ζ ε, ipsa ε κ (per 20 primi sunt maiores, æqualis autem est (per 15 diffinitionē primi) ε κ ipsi ε δ, igitur κ ζ & ζ ε, ipsa ε δ, sunt maiores, communis auferatur ε ζ, reliqua igitur κ ζ, reliqua ζ δ, maior est. Maxima igitur est ζ α, minima uero ζ δ. maior est autem ζ β, quàm ζ γ, & ζ γ, quàm ζ κ: dico etiā quod à signo ζ, duæ tantū rectæ lineæ æquales in ipsum circulum α β γ δ, cadūt ad utrasq; partes ipsius ζ δ, minimæ. Constituatur enim (per 23 primi) ad datam rectam lineā ε ζ, ad datumq; in ea signū ε, ei qui sub κ ε ζ, angulo æqualis angulus ζ ε θ. & (per primum postulatum) connectatur ζ θ. Quoniam igitur æqualis est (per 15 diffinitionem primi) κ ε, ipsi ε θ, communis autem ε ζ, duæ igitur κ ε, & ε ζ, duabus θ ε, & ε ζ, sunt æquales, & (per 8 primi) angulus κ ε ζ, angulo θ ε ζ, est æqualis. Igitur (per 4 primi) basis ζ κ basi ζ θ, est æqualis. Dico insuper, quod ipsi ζ κ, alia nulla æqualis, cadit in ipsum circulū à signo ζ. Si enim possibile: cadat ζ η. Et quoniam ζ η, ipsi ζ κ, est æqualis, sed ζ θ, ipsi ζ κ, est æqualis: igitur ζ η, ipsi ζ θ, est æqualis. Quæ igitur propinquior est ei quæ per centrū extenditur: remotiori est æqualis, quod per prius ostēsum est impossibile. Vel etiam sic, (per primū postulatū) cōnectatur ε η, & quoniā (per 15 diffinitionē primi) æqualis est κ ε, ipsi ε η, cōmunis aūt ζ ε, & basis κ ζ, basi ζ η est æqualis. igitur (per 8 primi) angulus κ ε ζ, angulo η ε ζ, est æqualis. Sed angulus κ ε ζ, ei qui sub θ ε ζ, est æqualis. Igitur (per primā cōmunē sententiā) angulus θ ε ζ, ei qui sub η ε ζ, est æqualis, minor maiori quod est impossibile. igitur ab ipso ζ, signo, nulla alia cadit in ipsum circulū ipsi κ ζ, æqualis: una igitur sola. Si in dimetiēte igitur circuli & quæ sequūtur reliqua ut in theoremate. Quod erat ostendendum.*

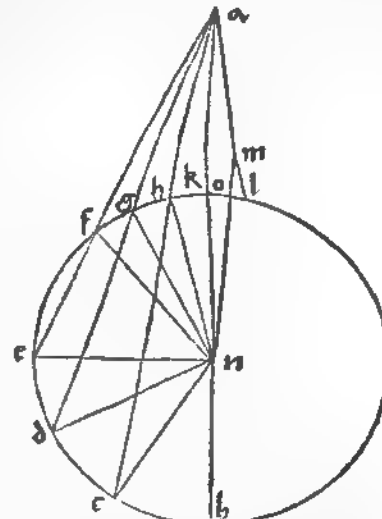


Eucli. ex Camp. Propositio 8.

8 Si extra circulum puncto signato, ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur circulum secando: quæ super centrum transierit. omnium erit longissima. Centro autem propinquiores: cæteris remotioribus longiores. Linearum uero partialium ad circunferentiam extrinsecus applicatarum, ea quidem quæ diametro in directum adiacet, omnium est minima. Eique propinquiores: remotioribus breuiores. Duæ uero quæ lineæ breuissimæ utrinque æque propinquant, æquales sunt.

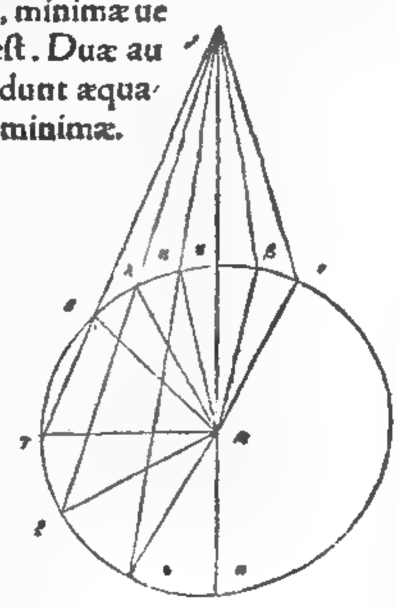
CAMPANVS. Sit ut à puncto a, assignato extra circulum b c d, cuius centrum sit n, ducantur plurimæ lineæ ad circunferentiam, secando circulum, quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico quod a b transiens per centrum, omnium erit longissima. Et quod a c, est maior a d, & a d, maior a e. Et quod a κ, est omniū breuissima extrinsecarū

Et quod a h,est minor a g,& a g,minor a f. Et dico quod si ducatur a l,ita quod ipsa & a h æqualiter distent ab a k,hoc est quod angulus k a h sit æqualis angulo l a k,ipsæ erũt æquales. Producã enim à cẽtro n,lineas n c,n d,n e,n f,n g,& n h, erũtq́; per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c:& quia ipsa sũt æqualia lineæ a b,erit a b,maior a c, eadẽ ratione erit maior omnibus alijs, quod est primũ. Et quia duo latera a n & n c,triãguli a n c sunt æqualia duobus lateribus a n & n d, triãguli a n d,& angulus a n c est maior angulo a n d, erit per 24 primi,basis a c maior basi a d: & eadẽ ratione erit a d, maior a e, quod est secundum.



Itẽq; quia in triãgulo a n h, duo latera a h & n h sunt maiora a n per 20 primi, & h n est æqualis n k,erit per communẽ scientiã,a h maior a k: eadẽ ratione quælibet extrinsecus applicatũ,maior erit a k,quod est tertium. Item quia per 21 primi,duæ lineæ a h & h n sunt minores duabus lineis a g & g n,& h n est æqualis g n,erit per communẽ scientiã,a g maior a h,eadem ratiõe erit a f, maior a g,quod est quartum. Quod si a l non sit æqualis a h,cum ipsæ sint æqualiter distantes ab a k,erit altera maior,sitq́; a l. Ponam ergo a m æqualem a h,& producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n,triãguli m a n sunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, triãguli h a n, & angulus m a n est æqualis angulo h a n,erit per 4 primi,basis m n æqualis basi n h, & quia n o est æqualis n h,erit n o æqualis n m,pars uidelicet toti,quod est impossibile,& hoc est quintum. Eucli. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 8.

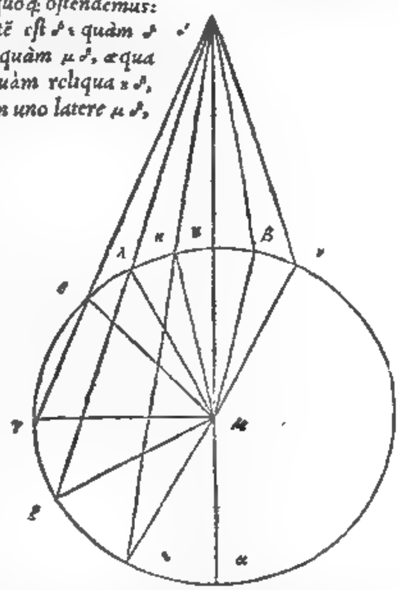
8 Si extra circulum suscipiatur aliquod signum,ab eóque signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ,quarum quidem una per centrum extendatur, reliquæ uero utcunque, in cauam circunferentiam cadentium rectarum linearum maxima est quæ per centrũ ducta est, aliarum autem semper ei quæ per centrum transit propinquior: remotiore maior est. In conuexam uero circunferentiam cadentium rectarum linearum minima est,quæ inter signum & dimetientem iacet, minimæ uero propinquior semper remotiore minor est. Duæ autem tantum rectæ lineæ: ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum,ad utrasque partes minimæ.



THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ, & extra ipsum α β γ, suscipiatur signũ δ, & ab eodẽ ducãtur rectæ lineæ aliquæ in ipsum circulũ, sintq́; δ α, δ ε, δ ζ, δ γ sit autem δ α, per cẽtrum extẽsa.* Dico quod in α ε ζ γ *cauam circunferentiã cadentiũ rectarum linearum maxima est: quæ per centrum transit, hoc est δ α, minima uero: quæ inter δ signum, & diametrum α η, iacet: maior uero est δ ε quàm δ ζ, & δ ζ quàm δ γ,* Cadentium *uero rectarum linearum in θ λ κ η conuexã circunferentiam semper ipsi δ η minimæ propinquior, remotiore minor est, hoc est δ κ quàm δ λ, & δ λ quàm δ θ.* Suscipiatur *(per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq́; illud μ, & (per 1 postulatum) connectantur μ ε, μ ζ, μ γ, μ θ, μ λ, & μ κ.* Et quoniam *(per 15 diffinitionem primi) æqualis est α μ, ipsi ε μ, communis apponatur μ δ.* igitur *α δ, ipsis ε μ, & μ δ, est æqualis. sed ε μ, & μ δ, ipsa ε δ (per 20 primi) sunt maiores, & α δ, igitur, maior est quam ε δ.* Rursus *quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μ ε, ipsi μ ζ, com*

munis

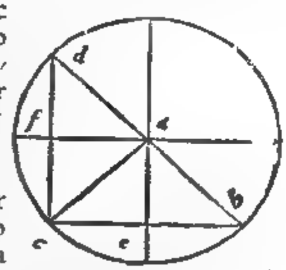
munis apponatur μδ. Igitur εμ, & μδ: ipsis ζμ, & μδ, sunt æquales, & angulus sub εμδ, angulo qui sub ζμδ, maior est. Igitur (per 24 primi) basis εδ, basi ζδ, maior est. Similiter quoq; ostendemus: quod ζδ, maior est quàm γδ. Maxima quidē igitur est δα, maior autē est δε quàm δζ, & δζ, quàm δγ. Et quoniā (per 20 primi) μκ, & κδ, sunt maiores quàm μδ, æqualis autē est (per 15 diffinitionē primi) μκ, ipsi μη, reliqua igitur κδ, quàm reliqua ηδ, maior est. quare ηδ, minor est quàm κδ. Et quoniā trianguli μλδ, in uno latere μδ, duæ rectæ lineæ introrsum cōstiterūt μκ, & κδ, igitur (per 21 primi) μκ & κδ, ipsis μλ, & λδ, sunt minores, quarum μκ, æqualis est ipsi μλ, reliqua igitur δκ, minor est quàm reliqua δλ. Similiter iam ostendemus: quod & δλ, minor est quàm δθ, minima igitur est δη, ipsa uero δκ, quàm δλ, & δλ, quàm δθ, minor est. Dico etiam quod duæ tantum æquales à signo δ, in ipsum circulum cadunt: ad utrasque partes ipsius δη, minimæ. Constituatur (per 23 primi) ad rectam lineam μδ, & ad signum in ea μ, angulo κμδ, æqualis angulus δμβ, & (per primum postulatum) connectatur δβ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μβ, ipsi μκ, communis autem μδ, duæ igitur μκ, & μδ, duabus βμ, & μδ, sunt æquales altera alteri & angulus κμδ (per 23 primi) angulo βμδ, est æqualis. Igitur (per 4 primi) basis δκ, basi δβ, est æqualis. Dico iā quod rectæ lineæ δβ, alia æqualis non cadit in ipsum circulum, à signo δ. Si enim possibile: cadat, & sit δν. Quoniam igitur ipsi δκ, δν, est æqualis, sed ipsi δκ, δβ, est æqualis: & δβ, igitur (per primam communem sententiam) ipsi δν, est æqualis: propinquior igitur igitur ipsi δη minimæ: remotiori est æqualis. quod iam ostensum est impossibile. Vel etiam aliter. Connectatur (per primum postulatum) μν. Quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est κμ, ipsi μν, communis aūt μδ, & basis δκ, basi δν, est æqualis (per hypothesim). igitur (per octauā primi) angulus κμδ, angulo δμν, est æqualis. Sed angulus qui sub κμδ, ei qui sub βμδ, est æqualis. & qui sub βμδ, ei qui sub νμδ, est æqualis, minor scilicet maiori, quod est impossibile. Igitur plures duabus rectis lineis, æquales in circulū αβγ, ab ipso δ signo ad utrasque partes ipsius δη, minimæ non cadunt. Si extra circulū igitur suscipiatur signū, & quæ sequūtur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 9.

9 SI intra circulum puncto signato, ab eo plures quàm duæ lineæ ductæ ad circūferentiam, fuerint æquales, punctum illud, centrū circuli esse necesse est.

CAMPANVS Sit ut à puncto a, signato intra circulum b c d, ductæ sint tres lineæ a b, a c, a d, ad circunferentiam: quas pono esse æquales. Dico punctum a, esse centrum circuli. Producam enim duas lineas c b & d c: & diuidam utramq; earum per æqualia c b quidē in puncto e: & d c in puncto f. Et producam e a & f a, quas applico circunferētiæ ex utraque parte, eritque per 8 primi, uterq; angulorum qui sunt ad e, æqualis alteri: igitur per diffinitionem anguli recti, uterq; erit rectus. Similiter quoq; per eādem uterque angulorū qui sunt ad f rectus: ergo per correlarium primæ huius, quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter: ipsa transit per centrum: similiter quoq; a f transit per centrū: quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter: quare a est centrum, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 9.

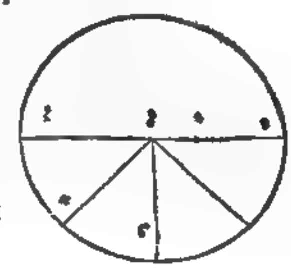
9 Si in circulo suscipiatur signum aliquod, & ab eo signo ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: susceptum signum centrum ipsius est circuli.

THEON ex Zamb. Sit circulus αβγ, intra ipsum: signum sit δ, & ab ipso δ, in ipsum αβγ, circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, hoc est δα, δβ, δγ. Aio quod δ signum, centrum est circuli αβγ. Coniungantur enim (per primum postulatum) αβ, & βγ, secenturque (per 10 primi) bifariam in signis ε, & ζ, uidelicet αβ, per ε, & βγ, per ζ, & coniunctæ εδ, & ζδ, (per secundum postulatum) extendātur utrobiq; in ηκ, & θλ, signa.

Quoniam igitur æqualis est α ε, ipsi ε β, communis uero ε δ, duo igitur latera α ε, & ε δ, duobus lateribus β ε, & ε δ sunt æqualia, & (per hypothesim) basis δ α, basi δ β, est æqualis. Angulus igitur α ε δ, angulo β ε δ, est æqualis (per 8 primi,) uterque igitur angulorum α ε δ, & β ε δ, rectus est. Igitur, η κ, ipsam α β, bifariam secat & ad angulos rectos (per 3 tertij.) Et quoniam si in circulo recta linea quædam, rectam lineam quandam bifariã & ad angulos rectos secet, (per correlarium primæ tertij) in secante est centrum circuli: igitur in η κ, (per idẽ correlarium) est centrum ipsius circuli α β γ. Ac per hoc etiam in θ λ, est centrum circuli α β γ, & nullũ aliud habent commune η κ, & θ λ, rectæ lineæ præter δ, signum. Igitur δ signum, centrum est circuli α β γ. Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod, à signo autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: aßumptũ signũ, centrũ est circuli, quod ostendere oportebat.



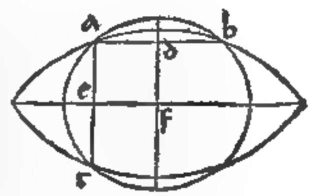
ALITER idem ostendere. Intra circulum enim α β γ, suscipiatur signũ δ. & ab ipso δ, in circulũ cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales, δ α, δ β. & δ γ. Dico quod aßumptum signum δ. centrum est circuli α β γ. Non enim, sed si possibile est: sit ε. & connexa δ ε. extendatur in ζ η, signa. Igitur ζ η, dimetiens est ipsius α β γ, circuli. Quoniam igitur circuli α β γ, in dimetiente ζ η, aßumptum est signum δ, quod ipsius circuli centrum non est, maxima quidem est δ η, (per 7 tertij,) maior autem est δ γ, ipsa δ β. & δ β, ipsa δ α. Sed & æqualis (per hypothesin) quod est impoßibile. Igitur ε, non est centrum circuli α β γ. Similiter ostendemus quod aliud nullum præter δ. Igitur δ, signum, centrum est circuli α β γ.



Eucli. ex Camp. Propositio 10.

10 SI circulus circulum secet, in duobus tantum locis secare necesse est.

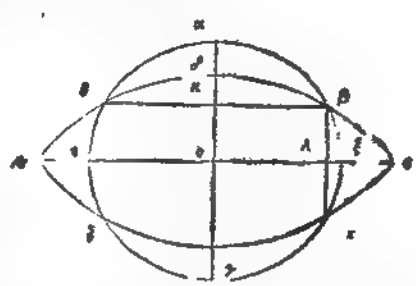
CAMPANVS Sint si possibile est, duo circuli, secãtes se in pluribus quam in duobus locis, super tria poncta a b c, producam lineas a b & a c, quas diuidam per æqualia in pũctis d & e, & producam a puncto e, lineam e f, perpendicularem super lineam a c, & à puncto d, lineæ d f, perpendicularem super lineam a b, & secent se duæ lineæ e f, d f, in puncto f, eritq; per correlarium primæ huius, pũctum f, centrũ circuli utriusq; quod est impossibile per 5 huius.



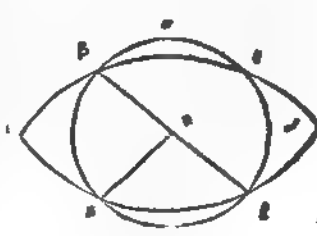
Eucli. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 10.

10 Circulus circulum in pluribus duobus signis non secat.

THEON ex Zamb. Si enim possibile: circulus α β γ, circulũ δ ε ζ, in pluribus signis quàm duobus secet hoc est in β η, & θ ζ, & cõiunctæ β η, β θ, bifariã (per 10 primi) secentur in κ λ, signis. Et (per 11 primi,) ab ipsis κ λ, ipsis β η: & β θ, & ad angulos rectos excitatæ κ γ, & λ μ ν, extendantur in α, & ξ ε, signa. Quoniam igitur in circulo α β γ, rectam lineam quandam β θ, bifariam & ad angulos rectos secat (per 3 tertij, in ipsa igitur α γ, centrum est circuli α β γ. Rursus quoniam in eodem circulo α β γ, recta linea ν ξ, hoc est μ ε, rectam lineam quandam β η, bifariã & ad angulos rectos (per 3 tertij) secat: igitur in ipsa ν ξ centrũ est circuli α β γ (per eandẽ.) Ostensum autẽ est quod & in α γ. Et circa nullũ aliud cõcurrunt rectæ lineæ α γ & ν ξ, inuicem, nisi circa ο. Igitur ο, centrum est circuli α β γ. Similiter quoque ostendemus quod & circuli δ ε ζ, centrum est ipsum ο. Duorum igitur circulorum sese adinuicem secantium α β γ, & δ ε ζ, idem est centrum. quod (per 5 tertij (est impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus duobus signis non secat, quod erat ostendendum.



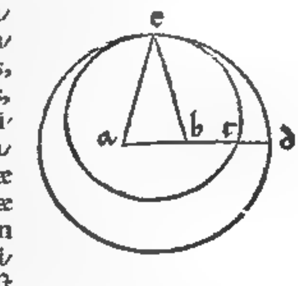
ALITER idem ostendere. Circulus enim rursus α β γ, circulum δ ε ζ, secet in pluribus quàm in duobus signis hoc est in β ζ, & ζ θ, & (per primam tertij suscipiatur centrum circuli α β γ, sitque illud, κ. Et connectantur κ β, κ θ, & κ ζ. Quoniam igitur intra circulum δ ε ζ, suscipitur signum quoddam κ, in ipsum à quo δ ε ζ. circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ κ β, κ θ, & κ ζ, igitur (per 9 tertij.) κ, signum, centrum est circuli δ ε ζ. At circuli α β γ.



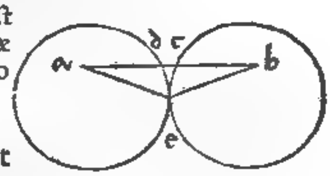
α β γ, centrum est ipsum η. Duorum igitur circulorum sese inuicem secantium idem est centrum η quod (per 5 tertij) est impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus quàm duobus signis non secat, quod fuerat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI circulus circulum contingat, lineaq́; per centra eorum transeat, ad punctum contactus eorum applicari necesse est.



CAMPANVS Si enim linea transiens per centra duorum circulorum c e & d e sese contingentium intra uel extra, non uadit ad locum contactus, secet circunferentiam utriusque, sitq́ a, per primam huius, centrum circuli e d, & b, centrum circuli e c, & ducãtur linea recta a b c d, secans circunferentiã utriusque, & ducatur lineæ a puncto e qui sit locus contactus, ad centra, quæ sint e a, e b, erũtque in contactu interiori, per 20 primi duæ lineæ e b & b a, longiores e, a, quare lõgiores a d, est enim a, centrum circuli e d, & quoniam b c est æqualis e b, quoniam b est centrum circuli e c, erit c a longior a d, quod est impossibile. In contactu uero exteriori erũt duæ lineæ a e, & e b, lõgiores a b, quare a d & c b, maius erũt quàm tota a b, quod est falsum.



Eucli. ex Zamb Theorema 10. Propositio 11.

11 Si bini circuli se introrsum adinuicem tetigerint suscipiãturq́; eorum centra, recta linea coniũgens eorum centra & eiecta, in contactum circulorum cadit.

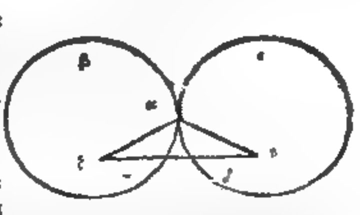
THEON ex Zamberto. *Bini inquam circuli α β γ, & α δ ε, sese adinuicem tangant introrsum in signo α, suscipiaturque (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq́; illud ζ, circuli autem α δ ε, sit η. Dico quod recta linea ducta ex ζ, in η, & eiecta in ipsum α, signum cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat sicut ζ η δ θ, & connectantur α ζ η. Quoniam igitur α η, & η ζ, ipsa ζ α, hoc est ipsa ζ θ, (per 20 primi) sunt maiores: communis auferatur η ζ, reliqua igitur α η, maior est, quàm reliqua η θ aequalis autem est δ η, ipsi η α, (per 15 diffinitionem primi.) & η δ, ipsa η θ, igitur maior est, minor maiore, quod est impossibile. Recta igitur linea ducta ex ζ, in η signum, extra ipsum contactus non cadit, in ipsum contactum igitur. Si bini circuli igitur sese inuicem introrsum tetigerint sumanturq́; eorum centra, recta linea eorum centra coniungens & in eorum cadit contactum, quod demonstrasse oportuit*



ALITER idem ostendere. *Sed iam cadat sicut η ζ γ. & extendatur in rectas directum lineas γ ζ η. in θ, signum, & coniungantur α η, & α ζ. Quoniam igitur α η, & η ζ maior sunt ipsa α ζ, (per 20 primi,) sed α ζ, æqualis est ipsi γ ζ, hoc est ipsi ζ θ, communis auferatur ζ η, reliqua igitur α ζ, reliqua η θ, maior est, hoc est η δ, quàm η θ, maiore minor, quod est impoßibile. Similiter & si extra circulum paruum fuerit centrum maioris circuli, ostendemus impoßibile.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 12.

12 Si duo circuli sese adinuicem exterius tetigerint, centra eorum coniungens recta linea, per contactum transibit.

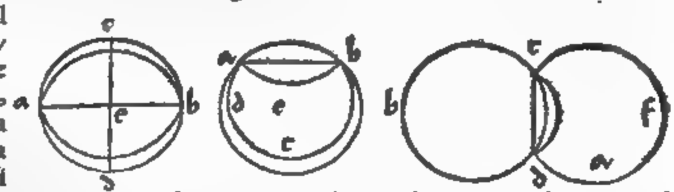


THEON ex Zamberto. *Duo enim circuli α β γ, & α δ ε, sese adinuicem exterius tangunt in signo α. Sumaturq́; (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq́; illud ζ, & circuli α δ ε, sit η. Dico quod ex ζ, in η, ducta, recta linea, per ipsum α contactum transit. Non enim, sed si poßibile est transeat sicut ζ γ, & δ η. Et coniungantur α ζ α η. Quoniam igitur ζ, signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est ζ α, ipsi ζ γ. Rursus quoniam η signum, centrum est circuli α δ ε, æqualis est α η, ipsi δ η. Ostensum autem est quod ζ α ipsi ζ γ est æqualis, igitur ζ α, & α η, ipsis ζ γ, & η δ, sunt æquales, quare tota ζ η, ipsis ζ α, & α η, maior est, sed & minor, (per 20 primi) quod est impoßibile. Igitur quæ α in η, ducitur, recta linea, per ipsum α, contactũ transit. Si duo circuli igitur sese adinuicem exterius tetigerint, eorum centra coniungens recta linea per contactum ueniet.*

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI circulus circulum cõtingat, siue intrinsecus siue extrinsecus, in uno tantum loco contingere necesse est.

CAMPANVS. Si enim fuerit possibile, ut circulus circulũ cõtingat in duobus locis intra uel extra, cõtingat circulũ a b c d, circulus a b e interius in duobus pũctis a b, uel exterius, circulus c d f, i duobus pũctis c d. Cũ ergo ducemus lineã rectam ab a, ad b, si ipsa cadat extra circulũ a b e, interiorẽ, accidet contrariũ secundæ huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum, cum diuiserimus ipsam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuisionis perpendicularem ad ipsam, fueritq́ applicata circunferentiæ ex utraque parte, ipsa transibit per centrũ amborum circulorum, quare accidet contrariũ præmissæ.

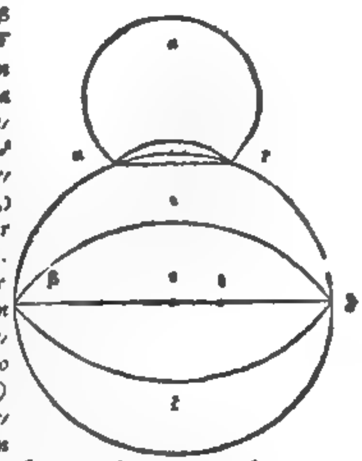


In circulo uero contingẽte exterius in punctis c d, si ducamus lineam rectam a puncto c ad punctũ d, necesse est accidere contrariũ secũdæ huius. Quare utrũque impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 13

13 Circulus circulum non tangit in pluribus signis uno, etsi extra, etsi intus tangat,

THEON ex Zamb. Si enim possibile, circulus α β γ δ, circulũ ε β ζ δ, tangat primũ introrsum in pluribus quàm uno signis, hoc est in δ β, & sumatur quidem centrum ipsius circuli α β γ δ, sitq; illud κ. (per primam tertij,) circuli autem ε β ζ δ, sit θ. Igitur (per 11 eiusdem) recta linea ducta ex κ, in θ, cadit in signa β δ, cadat sicut β κ θ δ. Et quoniam κ, signum centrum est circuli α β γ δ, æqualis (per diffinitionem 15 primi) est β κ, ipsi δ κ. Maior igitur est β κ, quàm θ δ, multo maior igitur β θ, quàm θ δ. Rursus quoniam θ, signum, centrũ est circuli ε β ζ δ, æqualis est (per eandẽ,) β θ, ipsi θ δ. patuit autem quod ea multo maior, quod est impossibile: igitur circulus circulum introrsum non tangit, in pluribus quàm uno signis.

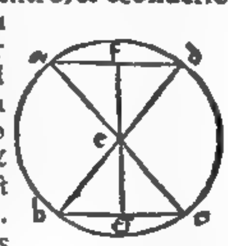


Dico etiam quod nec exterius. Si enim est possibile: circulus α γ κ, circulum α β γ δ, tangat exterius in pluribus quàm uno signis, uidelicet in α γ, & coniũgatur (per primum postulatum,) α γ. Quoniam igitur in circunferentia utrorumque circulorum α β γ δ, & α γ κ, susceptа sunt duo contingentia signa α, & γ, coniungens ea signa recta linea, (per 2 tertij) intra utrunque cadit. Sed cadit intra ipsum circulum α β γ δ & extra circulum α γ κ, quod absurdum est. Circulus igitur circulum exterius non tanget, in pluribus signis quàm uno, ostensum autem est quod neque introrsum. Circulus igitur circulum non tanget in pluribus signis quàm uno, etsi exterius, etsi interius tangat, quod demonstraße oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 15

13 REctæ lineæ in circulo si fuerint æquales, eas à centro æquidistare, & si à centro æquidistiterint, æquales esse necesse est.

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum, sit e, duæ lineæ a d & b c sint æquales, dico quod ipsæ æquidistant à centro, & econuerso. Producantur enim à centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritque per 2 partẽ tertiæ huius, a d, diuisa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a sunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & basis e a basi e b, erit per 8 primi angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera, e d & d f, trianguli e d f sunt æqualia duobus lateribus e c, & c g, triãguli e c g, nam d f, est æqualis c g, eo quod tota a d posita est æqualis b c, & angulus d est æqualis angulo c, erit per 4 primi, basis e f, æqualis basi e g. Et quia istæ sunt perpendiculares uenientes ad eas a centro, patet per 4 diffinitionem siue 4 propositionem huius, ipsas æqualiter



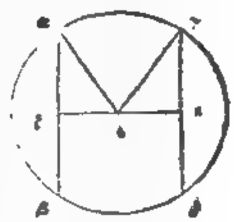
distare

distare à centro. Aliter idem. Quadratum enim e d, per penultimã primi, ualet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quæ sunt e g, & c g, & quia quadratum e est æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato g c, erit quadratum d f, æquale quadrato e g, quare e f, est æquale e g, sicq; patet idem. Sit ergo e f, æqualis e g, quod est eas, a d, scilicet & b c, æqualiter distare à centro. Dico tunc quod a d, est æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearum e d, & æqualibus, demptisque quadratis duarũ linearum e f, & e g, æqualibus, remanẽt per penultimam primi, quadrata duarum linearum f d, & g c, quæ per tertiam communem sententiam necesse est esse æqualia, quare f d, est æqualis g c, ergo duplum f d, quod est a d, est æquale duplo g c, quod est b c. Et hæc est secunda pars propositi.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 14.

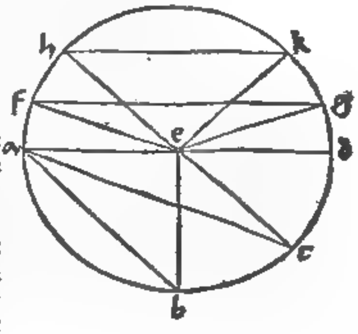
14 **In circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à cẽtro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.**

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ δ, & in eo, sint æquales rectæ lineæ α β, & γ δ. Dico quod æqualiter distant à centro. Suscipiatur enim (per primam tertij.) centrum circuli α β γ δ. sitque illud ε. Et ab ipso ε in ipsas α β, & γ δ, (per duodecimam primi) perpendiculares excitentur ε ζ, & ε η, & coniungantur (per primum postulatum) α ε, & ε γ. Quoniam igitur (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extensa ε ζ rectam lineam quandam non extensam per centrum α β, ad angulos rectos & bifariam dispescit, æqualis est igitur α ζ, ipsi ζ β, dupla igitur est α β, ipsius α ζ, & ob id etiam γ δ, ipsius γ η, dupla est. Et est æqualis α β, ipsi γ δ: æqualis igitur est α ζ, ipsi γ η. Et quoniam æqualis est α ε, ipsi ε γ, ex centro enim in circunferentiam, æquum est quadratum quod fit ex ε γ, ei quod fit ex α ε, quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato, (per 47 primi), æqua sunt ea quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, rectus enim est angulus qui ad ζ. Ei autem quod fit ex ε γ, (per eandem,) æqua sunt ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. rectus enim est angulus qui ad η. Ea igitur quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex γ η, & η ε, quadratis, quorum id quod fit ex α ζ, æquum est ei quod fit ex γ η, æqualis enim est α ζ, ipsi γ η. Reliquum igitur quod fit ex ζ ε reliquo quod fit ε η, (per tertiam communem sententiam) est æquale. Aequalis igitur est ε ζ, ipsi ε η. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ distare dicuntur à centro quando à centris in ipsas perpendiculares ductæ sunt æquales (per diffinitionem 4 tertij.) Igitur α β, & γ δ. æqualiter distant à centro. Sed iam α β, & γ δ, rectæ lineæ æqualiter distent a centro, hoc est æqualis sit ε ζ, ipsi ε η. Dico quod æqualis est α β, ipsi γ δ. Eisdem enim constructis, similiter ostendemus quod α β, dupla est ipsius α ζ, & γ δ, ipsius γ η. Et quoniam æqualis est α ε, ipsi γ ε, ex centro enim in circunferentiam, æquum est, quadratum quod fit ex α ε, ei quod fit ex γ ε, quadrato, Sed ei quod fit ex α ε, quadrato æqualia sunt (per 47 primi,) quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α, quadrata. Ei autem quod fit ex γ ε, æqualia sunt (per eandem) ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. Ea igitur quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α, quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex ε η, & η γ, quadratis. Quorum quod fit ex ε η, ei quod fit ex ε ζ, est æquale, æqualis enim est ε ζ, ipsi ε η. Reliquum igitur quod fit ex α ζ. (per 3 communem sententiam) æquum est ei quod fit ex γ η, æqualis igitur est α ζ, ipsi γ η. At ipsius α ζ, dupla est ipsa α β, ipsius uero γ η, dupla est ipsa γ δ. Aequalis igitur est α β, ipsi γ δ. In circulo igitur rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro, & quæ æqualiter distant à centro, sibi inuicem sunt æquales, quod erat demonstrandum.*

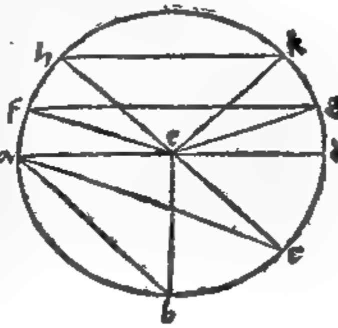


Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 **SI intra circulum plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrum eius omnium longissimam, eiq; propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.**



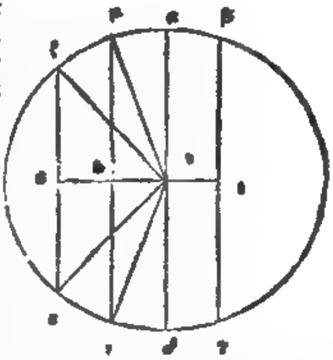
CAMPANVS Sit ut in circulo a b c cuius centrum e, cadant plurimæ lineæ quæ sint a b, a c, a d, f g, h k, sitq; a e d, diameter. Dico ipsam esse longissimam, & alias tãto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. Ducantur enim à centro e, lineæ ad extremitates, omnium, quæ sint e b, e c, e f, e g: e h, & e k, eruntque per 20 primi, duo latera e f, & e g, trianguli e f g, longiora f g, & quia ipsa sunt æqualia a d, erit a d, maior f g. Eadem ratione maior erit quàm a c, quia a & e c, sunt maiora a c, æqualia a d, ergo



a d maior est a c. Sic quoque est maior h k, & maior etiã quàm a b. Quod autem f g sit maior h k, & a c, quàm a b, patet, quia cum duo latera f e, & e g, trianguli f e g, sint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g, maior angulo h e k, erit per 24 primi basis f g, maior basi h k. Similiter quoque quia a e, & e c, sunt æqualia a e, & e b, & angulus a e c, maior angulo a e b, erit basis a c, per eandem maior basi a b, & sic est propositũ

Eucli. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 15*

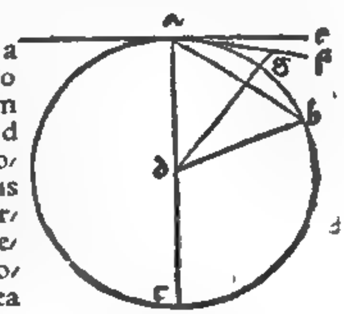
15 **In circulo, maxima, quidem est dimetiens, aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior.**



THEON *ex Zamberto.* *Sit circulus α β γ δ, dimetiens uero illius sit α δ, centrum autem, sit ε. Et propinquior ipsi α δ, dimetienti, sit β γ. remotior autem sit ζ η. Dico quod α δ, maxima est, maior autem β γ, quàm ζ η. Excitetur (per 12 primi) ab ε, centro in ipsas β γ, & ζ η, perpendiculares ε θ, & ε κ. Et quoniam propinquior quidem centro est β γ, remotior autem ζ η, maior est (per 4 diffinitionem) igitur ε κ, ipsa ε θ. Ponatur autem (per 4 tertij) æqualis ε λ, ipsi ε θ, & (per undecimam primi) per λ, ipsi ε κ ad rectos angulos excitata λ μ, extendatur in ν. Et (per primum postulatum) coniungantur ε μ, ε ν, ε ζ, & ε η. Et quoniam æqualis est ε θ, ipsi ε λ, æqualis est (per quartam tertij & diffinitionem quartam eiusdem) β γ, ipsi μ ν. Rursus quoniam æqualis est α ε, ipsi ε μ, & ε δ, ipsi ε ν, igitur α δ, ipsis μ ε, & ε ν, est æqualis. Sed μ ε, & ε ν, (per 20 primi) ipsa μ ν, maiores sunt. Igitur α δ, maior est quàm μ ν. Et quoniam duæ μ ε, & ε ν, duabus ζ ε, & ε η, sunt æquales (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam. & angulus qui sub μ ε ν, angulo qui sub ζ ε η, maior est, basis igitur μ ν, (per 24 primi basi ζ η, maior est. Sed μ ν, ipsi β γ, ostensa est æqualis, & β γ, igitur, quàm ζ η, maior est. Maxima igitur est α δ, dimetiens, maior autem β γ, ipsa ζ η. In circulo igitur dimetiens maxima est: aliarum autem semper propinquior centro: remotiore maior est, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 15*

15 **SI ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur, extra circulum eam cadere necesse est. Atque inter illam & circulum, aliam lineam rectam capi impossibile est. Angulum autem ab illa & circunferentia contentum, omnium acutorum angulorum esse angustissimum. Angulum uero intrinsecum à diametro & circunferentia contentum: omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. Vnde etiam manifestum est, omnem lineam rectam à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam, circulum ipsum contingere.**

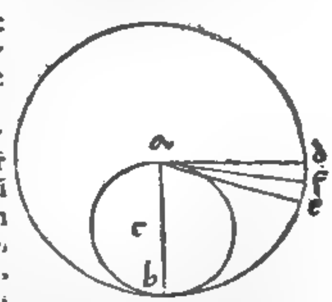


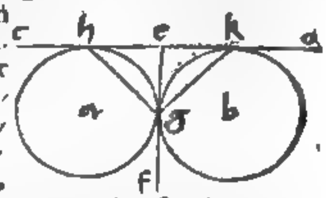
CAMPANVS Sit ut à termino a, diametri a c, circuli a b c, cuius centrum d, ducatur linea orthogonaliter, dico quod ipsa cadit extra circulum, & quod inter lineam illam & circunferentiã, nulla alia recta linea intercipitur. & quod angulus quem ipsa & circunferentia continet, est minor omni angulo rectilineo, qui uidelicet à duobus rectis lineis continetur, & quod angulus contentus à diametro & circunferentia, est maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a, orthogonaliter super a c lineam, potest cadere intra circulum, sit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritque per 5 primi, angulus d a b, æqualis angulo d b a

& quia

& quia angulus d a b. est rectus per hypothesin, habebit triangulus a b d, duos angulos rectos, quod est impossibile per 1. primi. Cadet ergo extra, sitque a c, quod si inter ipsam & circunferentiam potest linea recta intercipi, sit illa a f. ad quam ducatur perpẽdicularis d g, & quia angulus d g a, est rectus, erit per 18 primi linea a d, lõgior linea d g, quod est impossibile: quare inter ipsam & circunferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet quod angulus contentus ab a c, & circunferentia, qui dicitur angulus contingentiæ, est minor omni angulo à duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentiæ æqualis, aut eo minor: cum omnis talis possit per æqualia diuidi secundum doctrinam 9 primi, inter lineam a e, & circunferentiã, posset linea recta intercipi, quod monstrauimus esse non posse. Per quod patet angulum contentum à diametro & circunferentia, omnium acutorum rectilineorum esse maiorem, quia non differt a recto: nisi angulo contingentiæ quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primã partem. Cum enim linea a e, in utranque partem eiecta non secet circulum, & tangat ipsum in puncto a, ipsa est contingens per diffinitionem.

CAMPANI *additio.* Ex hoc notandum, quod non ualet ista argumentatio, hoc transit à minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec ista: Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire æquale, hoc autem sic patet. Sit circulus a b, super centrum c, cuius diameter a c b, & ducatur ab eius termino a, linea a d orthogonaliter, eritque contingens circulum per correlariũ huius. Describatur iterum super punctum a secundũ quantitatem diametri a b, circulus b e d, & imaginetur linea a b, moueri super punctum a, per circunferentiam arcus b e d, ita quod punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quousque perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipsam. Et quia angulus b a d, est rectus: erit ut non sit sumere aliquem angulum acutum cui æqualem non fecerit linea a b, cum diametro a c b, minoris circuli, quia transiuit ad angulum rectum: dinumerans situm omnium angulorum acutorum, quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi: contento a semicircunferentia a b, & diametro a c b, & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico quod nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis, sit ut illum fecerit linea a b, cum punctus b, fuit in puncto e, arcus b e d. Quia ergo angulus e a b est æqualis angulo semicirculi prædicto, angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per ultimam partem huius, erit angulus e a b, amplissimus omnium acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d, sicut proposuit 9 primi, per æqualia, ducta linea a f. eritque (per 9 conceptionem,) angulus f a b, amplior angulo e a b. quare erit aliquid: amplius amplissimo. quod est impossibile. Vel sic. Cum angulus e a b, sit æqualis angulo semicirculi sicut ponitur, at angulus semicirculi cum angulo contingentiæ est æqualis uni recto, similiter quoque angulus e a b cum angulo e a d est æqualis uni recto, erit angulus e a d: æqualis angulo contingentiæ: & quia angulus contingentiæ est angustissimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit similiter angulus e a d, ei æqualis: angustissimus omnium acutorum. sed angulus e a f. est eo angustior: per conceptionem: erit ergo aliquid angustius angustissimo: quod est impossibile. Non ergo erit angulus rectilineus æqualis angulo semicirculi. Et quia transitur à minori ad maius & non per æquale: item quia est reperire minorem eo & maiorem: patet instantia contra utranque argumentationem prædictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.



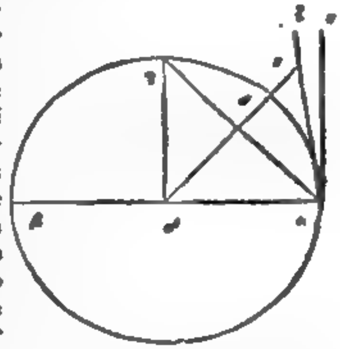


Posset probari quod angulus contingentiæ est diuisibilis secundum lineam rectam ut cõstat per figurationem hic a latere positam. Certum est quod angulus qui causatur ex contactu duorum circulorum uel sphærarum, est angulus contingentiæ: & talis diuidatur per lineam e g, quia hic habetur triangulus h g k, cuius basis h k, diuidatur per æqualia in puncto e: & protrahatur uersus g, contactum: & arguitur per 4 primi: deinde per 26 huius. & patet propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 16

16 **Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit, & in locum inter ipsam rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet, & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.**

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ, circa centrum δ, & dimetientem α β. Dico quod quæ ex α, ipsi α β, ab angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat interius sicut α γ, & coniungatur δ γ. Et quoniam æqualis est δ α, ipsi δ γ, (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, æqualis est & angulus δ α γ, angulo α γ δ. Angulus autem δ α γ, rectus est, rectus igitur est & qui sub α γ δ. Anguli igitur qui sub δ α γ, & α γ δ, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi,) est impossibile. Igitur ab α signo, ipsi α β, ad angulos rectos ducta, intra ipsum circulum non cadit. Similiter quoque ostendemus, quod neque in ipsam circunferentiam, extra igitur cadit sicut α ε. Dico quod in locum inter α ε, rectam lineam, & γ β α, circunferentiam: alia recta linea non cadet. Si enim possibile est, cadat sicut ζ α, & excitetur (per 11 primi) à δ, signo, in ipsam ζ α, perpendicularis δ η. Et quoniam rectus est angulus α η δ, minor recto autem qui sub δ α η, maior igitur est α δ, quàm δ η. Aequalis autem est δ α ipsi δ θ, ex centro enim in circunferentiam, maior (per 19 primi,) igitur est δ θ, ipsa δ η, minor maiore, quod est impossibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet.*



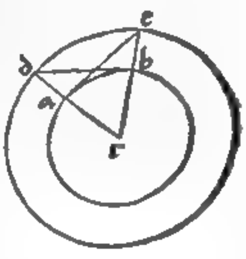
Dico quod & semicirculi angulus contentus sub α β, recta linea & γ θ α, circunferentia, omni angulo acuto rectilineo maior est. Reliquus autem contentus sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea, omni acuto angulo rectilineo minor est. Si enim aliquis est angulus rectilineus maior eo qui sub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minor uero eo qui sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, in locum inter γ θ α, circunferentiam & α ε, rectam lineam recta linea cadet, quæ efficiet maiorem quidem angulum contentum sub rectis lineis eo qui sub β α, recta linea & γ θ α, circunferentia continetur, minorem autem eo qui sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea continetur, non cadit autem. Igitur angulo contento sub β α recta linea, & γ θ α, circunferentia, angulus acutus sub rectis lineis contentus maior non est, neque etiam minor contento sub γ θ α, circunferentia & α ε, recta linea.

CORRELARIVM. *Hinc manifestum est, quod à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta ipsum circulum tangit, & quod recta linea circulum in uno signo tantum tangit, quoniam ostensum est (per 2 tertij,) quod quæ in duobus illis signis incidit, intra ipsum cadit, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 16

15 **A Dato puncto, ad datum circulum lineam contingentem ducere.**

CAMPANVS. Sit circulus datus a b cuius centrum c, punctusque datus d, uolo ergo à puncto d, ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c, secantem circunferentiam circuli a b, in puncto a. super quam describo circulum d e. secundum quantitatem lineæ d c, concentricum circulo a b, & a puncto a. produco lineam a e, perpendicularem ad lineam d c. quæ secet circunferentiam circuli d e. in puncto e. & produco lineam e c, secantem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b, quæ erit contingens circulum a b. Quia enim duo latera a c & c e, triãguli a c e sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c est communis utrique. erit per 4 primi angulus e a c, æqualis angulo d b c, angulus autẽ e a c. est rectus, quare angulus d b c, est rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b. contingens circulum a b, quod est propositum.



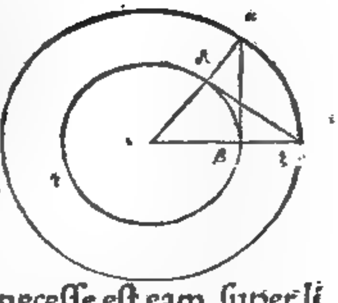
Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 17

17 **A dato signo, dato circulo contingentem rectam lineam ducere.**

THEON ex Zamberto. *Sit quidem datum signum α, datus autem circulus sit β γ δ, oportet iam à dato signo α, dato circulo β γ δ, contingentem rectam lineam ducere. Suscipiatur enim (per 1 tertij,) centrum circuli, sitque illud ε, & coniũgatur (per primũ postulatum) α δ ε. Et centro quidem ε, spatio uero ε α, (per tertium postulatũ) circulus describatur α ζ η, & ab ipso δ, ipsi ε α, ad angulos rectos excitetur δ ζ. (per 11 primi) & coniũgantur (per primũ postulatum) ε β ζ, & α β. Dico quod ab α, signo, circulo β γ δ, contingens ducta est α β. Quoniam enim ε, signum,*

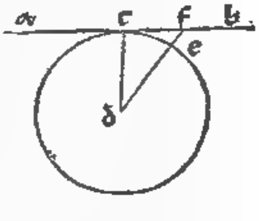
centrum

centrum est circulorum β γ δ, & α ζ ε, æqualis est ε α, ipsi ε ζ, & ε δ, ipsi ε β: ex cẽtro enim in circumferentiam. Duæ igitur α ε, & ε β, duabus ε ζ, & ε δ, sunt æquales, & angulum communem habent qui ad ε, basis igitur δ ζ, (per 4 primi) basi α β, est æqualis, & triangulum δ ε ζ, triangulo ε β α, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis, æqualis igitur est angulus ε δ ζ, angulo ε β α, rectus est autem qui sub ε δ ζ, rectus igitur est & qui sub ε β α, & est ε β, ex centro. Quæ autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipsum tangit circulum. (per correlarium 15 tertij. Igitur α β, ipsum circulũ β γ δ, tangit. A dato igitur signo α, dato circulo β γ δ, cõtingẽs recta linea ducta est α β, quod fecisse oportuit. Eucli. ex Camp. *Propositio 17*



17 **S**I circulum linea recta contingat, à contactu uero ad centrum linea recta ducatur, necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

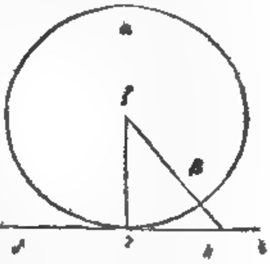
CAMPANVS. Sit linea a b, cõtingens circulum c e, cuius centrum sit d, in puncto c, qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam, sit ergo d f perpendicularis ad eandem, quæ secet circunferentiam circuli in puncto e, eritque uterq; angulorum qui sunt ad f, rectus, igitur per 18 primi, linea c d, est maior linea d f, quod est impossibile. Constat itaq; d c esse perpendicularem super a b: quod est propositum.



Eucli, ex Zamb. *Theorema 16.* *Propositio 18.*

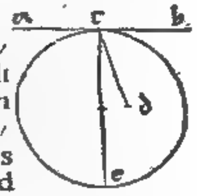
18 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autem in contactum ducta fuerit aliqua recta linea, ipsa ducta, perpendicularis erit contingenti.

THEON ex Zamb. *Circulum enim α β γ, tangat recta linea quædam δ ε, in γ, signo, & sumatur (per 1 tertij.) centrum circuli α β γ, sitque illud ζ. Et a ζ, in γ, ducatur (per primum postulatum) ζ γ. Dico quod ζ γ, perpendicularis est ipsi δ ε. Si enim non, ducatur (per 12 primi) à ζ, in ipsam δ ε, perpendicularis ζ η. Quoniã igitur angulus ζ η γ, rectus est, angulus igitur qui sub η γ ζ, est acutus, maior igitur est angulus ζ η γ, angulo ζ γ η, maiori autẽ angulo (per 19 primi) maius latus subtẽditur, maior igitur est ζ γ, quàm ζ η. Aequalis autem est ζ β, ex centro enim in circũferentiam, maior igitur est ζ β, quàm ζ η, minor maiore, quod est impossibile. Igitur ζ η, ipsi δ ε non est perpendicularis. Similiter quoque ostendemus, quod nulla alia præter ζ γ. Igitur ζ γ, perpendicularis est ipsi δ ε. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.* Eucli. ex Camp. *Propositio 18*



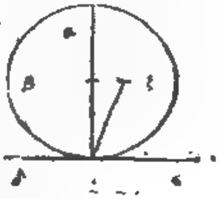
18 **S**I circulum linea recta contingat, & à contactu in circulum linea quædam orthogonaliter ducatur, in eadem centrum esse necesse est.

CAMPANVS. Sit ut prius linea a b contingens circulum c e: in pũcto c, & contactu ducatur linea intra circulum c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico quod centrum circuli est in linea c e. Hæc est cõuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea c e, sit alibi ubicunque contingat, sitq; d, & producatur d c, eritq; d c, per præmissam perpendicularis ad lineam a b, quod est impossibile, cum e c, posita sit perpẽdicularis ad ipsam. Eucli. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 19.*



19 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea quædam excitetur, in excitata erit centrum circuli.

THEON ex Zamberto. *Circulũ enim α β γ, tangat recta linea quædã δ ε, in signo γ, & ab ipso γ, ipsi δ ε, (per 11 primi) excitetur ad angulos rectos γ α. Dico quod in ipsa γ α, est centrum circuli. Non enim, sed si possibile est, sit ζ, & per (per primum postulatum) coniungatur γ ζ, Quoniã igitur circulũ α β γ, recta linea quædam δ ε, tangit, à cẽtro autẽ in cõtactũ ducta est ζ γ, igitur ζ γ, (per 18 perpendicularis) est ipsi δ ε. Rectus igitur est angulus ζ γ ε*

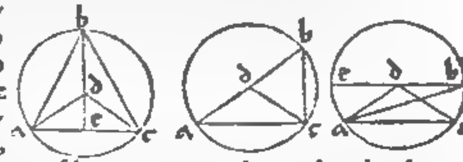


at angulus α γ ε, rectus est, æqualis igitur est angulus ζ γ ε, ei qui sub α γ ε, minor maiori, quod est impoßibile. Igitur ζ, centrum circuli α β γ, non est. Similiter quoque ostendemus, quod nec alibi præter quam in α γ. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea excitetur, in excitata erit centrum circuli quod demonstraße oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 Si intra circulum angulus supra centrum consistat, alius uero angulus supra circunferentiam consistens eādem basin habeat: interior superiori duplus erit.

CAMPANVS Sit ut in circulo a b c, cuius cētrum d, fiat angulus a d c, supra cētrū, & angulus a b c super circunferentiam, sitq́ utriusque anguli eadem basis quæ sit arcus a c. Dico angulum a d c, duplum esse ad angulū a b c. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ a b, & c b includunt duas lineas a d, & d c, aut altera earum sit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum secat alteram postremarum. Sit ergo primo ut includant eas ut in prima figuratione apparet, & producatur linea b d e, eritque per 32 primi, angulus a d e, extrinsecus, æqualis duobus intrinsecis qui sunt b a d & a b d, anguli. Et quia ipsi sunt æquales per quintam eiusdem, erit angulus a d e, duplus ad angulum a b d. Simili quoque modo erit angulus e d c, duplus ad angulum d b c. quare totus angulus a d c, duplus erit ad totum angulum a b c, quod est propositum.



Quod si altera duarum linearum a b & b c. fuerit linea una cum altera duarum quæ sunt a d & b d, ut in secunda figuratione apparet. per easdem per quas prius & simili modo liquet propositum. Quod si altera duarum linearum primarum secet alterā duarum postremarum. ut in tertia figuratione apparet ubi linea a b secat lineam d c, producatur linea b d e. Erit per easdem quas à principio assumpsimus & simili modo e d a, duplus ad angulum d b a, & totus angulus e d c, duplus ad totū angulum d b c, quare angulus a d c. duplus est ad angulum a b c. Quod est propositum.

Eucli ex Zamb. Theorema 15. Propositio 20

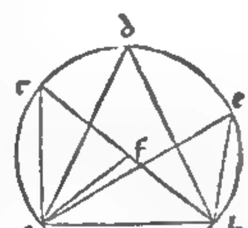
20 In circulo angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint basin.

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ. & ad eius centrum, sit angulus β ε γ. Ad circunferentiam uero, angulus β α γ. habeant autem eādem basin, circunferentiam β γ. Dico quod duplus est angulus β ε γ. anguli β α γ. ducta enim α ε, (per secundum postulatum) extendatur in ζ. Quoniam enim æqualis est α ε, ipsi ε β, ex centro enim in circunferentiam: æqualis est angulus ε α β, ei qui sub ε β α. Anguli igitur ε α β. & ε β α. (per 5 primi,) eius qui est sub ε α β dupli sunt, æqualis autem est qui sub β ε ζ. (per 32 eiusdem) eis qui sub ε α β & ε β α. Angulus igitur β ε ζ. ipsius ε α β. duplus est Et perinde angulus ζ ε γ. eius qui sub ε α γ. (per eandem) duplus est Totus igitur β ε γ, totius qui sub β α γ, est anguli, duplus est Rursus co[illegible]tur. & sit alter angulus β δ γ. & ducatur (per 1 postulatum) δ ε, extendaturque (per 2 postulatum) in η. Similiter quoque ostendemus quod duplus est η ε γ. angulus eius qui sub ε δ γ, est anguli. Quorum qui sub η ε ζ, duplus est eius qui sub ε δ β. Reliquus igitur qui sub ζ ε γ, eius qui est sub β δ γ, duplus est. In circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando eandem circunferentiam basin habuerint ipsi anguli, quod oportuit demōstraße.*



Eucl. ex Camp. Propositio 20.

20 Si in una circuli portione, anguli super arcū consistant, angulos quoslibet æquales esse necesse est.



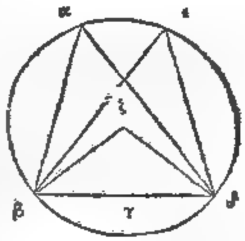
CAMPANVS Sit in portiōe a d b, circuli a b c, cuius centrum sit f, consistant quodlibet anguli super arcū a d b, qui sunt e d c. Dico eos esse æquales, Protrahatur enim chorda a b, & ab eius extremitatibus ducātur in centrū, lineæ a

&

f & b f, eritq́ per præmissam angulus f consistens supra centrum, ad unumquodq́ eorũ duplus. Quare ipsi sunt æquales, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propositio 21.*

21 In circulo, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales.

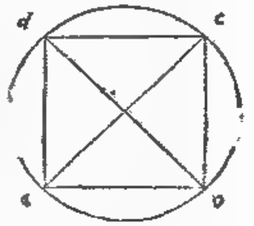


THEON *ex Zamberto.* *Sint in segmento β α ε δ, circuli α β γ δ, anguli qui sub β α δ, & β ε δ. Dico quod anguli β α δ, & β ε δ, sibi inuicẽ sunt æquales. Suscipiatur enim (per primam tertij) centrum circuli α β γ δ, sitque illud ζ. Et ducantur (per primum postulatum) β ζ, ζ δ. Et quoniam angulus β ζ δ, est ad centrum, angulus autem qui sub β α δ, ad circunferentiam, & eãdem habent basin circũferentiam β γ δ, angulus igitur β ζ δ, (per præcedentem) duplus est eius qui sub β α δ, & per hoc angulus β ζ δ, duplus est etiam eius qui sub β ε δ. Aequalis igitur (est per communem sententiam dicentem quæ eiusdem sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia,) angulus β α δ, angulo β ε δ. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli: sibi inuicẽ sunt æquales, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 21.*

21 SI intra circulũ quadrilaterum describatur, quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.

CAMPANVS. Sit quadrilaterũ a b c d, inscriptum circulo a b c d. Dico quosq́ eius duos angulos oppositos, esse æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri a c, b d, eritque per præmissam, angulus c b d æqualis angulo c a d, & angulus a b d æqualis angulo a c d, quare totus a b c, æqualis erit duobus angulis qui sunt a c d, & c a d. Et quia ipsi cum angulo a d c sunt æquales duobus rectis per 32 primi, erunt & anguli b totalis & d, totalis, æquales duobus rectis, quod est propositum. Similiter quoque probabo angulos a & c totales, esse æquales duobus rectis.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 22.*

22 In circulis quadrilaterorum existentium anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales.



THEON *ex Zamberto.* *Sit circulus α β γ δ & in eo quadrilaterum sit α β γ δ. Dico quod anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales. Coniungantur (per primum postulatum, α γ, & β δ. Quoniam igitur (per 32 primi, omnis trianguli tres anguli γ α β, α β γ, & β γ α, duobus rectis sunt æquales. Angulus autem γ α β, angulo β δ γ est æqualis (per 21 tertij) in eodem enim sunt segmento β α δ γ. Angulus uero α γ β, (per eandem) angulo α δ β, in eodem enim sunt segmẽto α δ γ β. Totus igitur qui sub α δ γ, eis qui sub β α γ, & α γ β est æqualis. Communis apponatur angulus α β γ. Anguli igitur qui sub α β γ, β α γ, & α γ β, eis qui sunt sub α β γ, & α δ γ, sunt æquales. Sed qui sub α β γ, β α γ, & α γ β, duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur α β γ, & α δ γ, duobus rectis sunt æquales. Similiter iam ostendemus, quod etiam anguli β α δ, & δ γ β, duobus rectis sunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum existentium anguli ex opposito, duobus rectis sunt æquales, quod demonstrare oportebat.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 22.*

22 DVas similes circuli portiones inæquales, supra unam rectam lineam assignatam ex eadem parte cadere impossibile est.

CAMPANVS. Sit recta linea a b, super quam fiat portio circuli, a c b. Dico quod super eãdem lineam ex eadem parte non fiet alia portio quæ sit similis huic, & ea maior aut minor. Quod si fuerit possibile, fiat ergo portio a d b, maior ea, quæ cũ sit similis ei, stat ergo angulus a c b in portiõe minori, & angulus a d b in maiori. Erit ergo ut lineæ a d, & d b, includãt lineas a c & c b, ut in figuratiõe prĩa apparet. Aut altera primarũ una fiat cũ altera postremarũ, ut in secũda. Aut ut altera secet alterã, ut in tertia. Quod si fuerit primo modo erit per 21 primi angulus c maior angulo d, non

d,non ergo portiones ſimiles per diffinitionē. Quod ſi ſecundo modo,erit adhuc angulus c,maior angulo d,per decimamſextam primi,non igitur erūt portiones ſimiles. Si autem tertio modo:ſit ut linea b d,ſecet lineam a c,& ſecet circunferentiā portionis minoris in



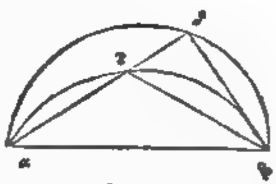
puncto e,& ducatur linea e a. Eritq́ per eandem decimamſextam primi,angulus a e b,conſiſtens in portione a c b,maior angulo d,quare nullo modo ſunt portiones ſimiles. ¶ Simili quoque modo probabis,quod ſuper eandem lineam non fiet portio ſimilis portioni a c b, minor ea: poſito c,in loco d,& d in loco c,in figura cū omnibus prædictis,erit enim per præmiſſas & per 21 primi,& per 16 eiuſdē & præmiſſo modo angulus d omnium figurationum, maior angulo c, quare portiones non erunt ſimiles.

Et nota,quod licet proponatur ſuper lineam unam non poſſe fieri portiones ſimiles inæquales ex eadem parte:uerum eſt tamē quod neq; ex diuerſis partibus. Quod libet probare,minore quæ eſt ex una parte ſuperpoſita maiori quæ eſt ex altera. Neceſſe enim erit per communem ſcientiam,ipſam à maiori excedi,non ergo ſunt ſimiles per hanc 22.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21. Propoſitio 23.

23 Super eadem recta linea,duo ſegmēta circulorum ſimilia, & inæqualia non conſtituentur ad eaſdem partes.

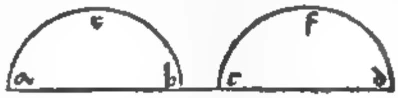
THEON ex Zamb. *Si enim poßibile: ſuper eandem recta linea α β, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia conſtituantur ad eaſdem partes α γ β, & α δ β, & ducatur (per primū poſtulatum) α γ δ, & coniungantur (per 2 poſtulatū) γ β & δ β. Quoniā igitur ſegmentū α γ β, ſimile eſt ſegmēto α δ β, ſimilia; circulorū ſegmēta ſunt quæ æquales angulos ſuſcipiūt, (per diffinitionē 10 tertij) angulus igitur α γ β, angulo α δ β, eſt æqualis, exterior interiori. quod (per 16 primi) eſt impoßibile. Super eadē igitur recta linea: duo circulorū ſegmēta ſimilia & inæqualia nō conſtituentur ad eaſdē partes, quod oportuit demonſtraſſe.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 23.

23 DI circulorum ſimiles portiones ſupra lineas æquas fuerint, ipſas portiones æquas eſſe oportet.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales,ſuper quas ſunt duæ portiones circulorum a c b, c f d, quæ ſunt ſimiles. Dico quod ipſe ſunt æquales, Si enim non ſunt æquales,altera earum ſuperpoſita alteri,excedet maior minorem. ſed linea a b, non excedet lineā c b,nec excedetur ab ea:cū ſint æquales Quare accidet contrarium præmiſſæ, quod eſt impoſſibile. Erit enim a b & c d linea una.



Eucli ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 24.

24 Super æqualibus rectis lineis ſimilia circulorū ſegmenta conſtituta ſibi inuicem ſunt æqualia.

THEON ex Zamberto. *Super æqualibus, inquam, rectis lineis α β, & γ δ, ſimilia circulorum ſegmenta α ε β, & γ ζ δ, conſtituantur. Dico quod æquum eſt ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruente namque ſegmento α ε β, ipſi ε ζ δ, ſegmento, & poſito ſigno α, ſuper ſigno γ, recta uero linea α β, ipſi rectæ lineæ γ δ, congruente, & β, ſignum congruet ipſi δ, ſigno, quoniam æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Congruente autem α β, recta linea ipſi γ δ, congruit α ε β, ſegmentum ipſi ε ζ δ Si enim α β, recta linea ipſi γ δ, congruit, ſegmentum autem α ε β, ipſi γ ζ δ, non congruit, ſed differt ſicut γ η δ, circulus autem circulum (per uiceſimam tertij) non ſecat in pluribus ſignis duobus. Sed γ η δ, ipſum γ ζ δ, in pluribus quàm duobus ſignis hoc eſt γ η δ, ſecat, quod (per eandem) eſt impoßibile. Non igitur, congruente α β, recta linea ipſi γ δ, non congruit quoque & ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ β. Congruit igitur & ei eſt æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta: ſibi inuicem ſunt æqualia, quod erat demonſtrandum.*

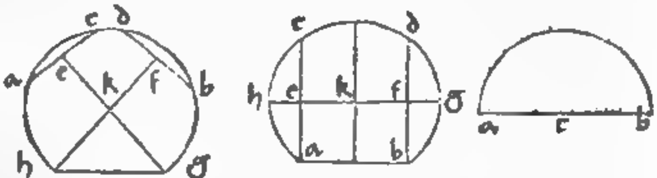


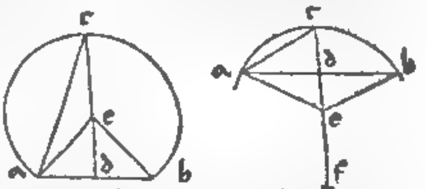
Eucli.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 24.*

24 **DAti ſemicirculi, ſiue ſemicirculo maioris ſiue minoris portionis: circulum perficere.**

CAMPANVS. Intentio per hanc concluſionem, eſt ex omni arcu dato ſiue ex omni circuli portione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protrabam in eo duas lineas qualitercunque contingat, quæ ſint a c, & b d: quas diuidã per æqualia, a c quidem in puncto e: & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularẽ ad a c, & f h perpendicularem ad b d: quæ ſecent ſe in puncto k. Eritq́ per correllarium primæ huius, centrum circuli in utraq́ linearum e g & f h. Quare cẽtrum eſt punctum k. Si autem e g non ſecet f h, ſed ſint linea una, quemadmodum erit ſi duæ lineæ a c & b d ſint æquidiſtantes: tunc ipſa applicabitur circunferentiæ dati arcus ex utraq́ parte, ipſa igitur diuiſa per medium in puncto k: erit ibi centrum circuli per idem correllarium. Aequidiſtantes autẽ non erunt e g & f h, quia cum in utraq́ ſit centrũ circuli per dictum correllarium eſſent eiuſdẽ circuli duo centra. Sic poteſt de omni arcu ſiue de omni portione communiter demonſtrari: qualiter inde circulus perficiatur. Quia tamẽ auctor uidetur hanc concluſionem uariare ſecundũ diuerſas ſpecies arcuum, omnium portionum enumerando ſpecies: demõſtrabimus diuiſim per ſpecies, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur.





Sit ergo primũ a b portio data: ſemicirculus, eritque per diffinitionem ſemicirculi, linea a b diameter, ea igitur diuiſa per medium in puncto c: erit c centrum circuli. Sit rurſus portio a c b ſemicirculo maior, cuius chorda ſit a b, quam diuido per æqualia in pũcto d, a quo duco d c perpendicularem ad ipſam: quæ tranſibit per centrum per correllarium primæ huius: & protraho lineam a c. Et quia linea a b eſt minor diametro, cum ſit a c b portio maior ſemicirculo: erit a d minor ſemidiametro, ſed d c eſt maior ſemidiametro, ergo d c eſt maior quam a d: ergo per 19 primi angulus c a d eſt maior angulo a c d. Fiat itaq́ per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ ſecet lineam c d in puncto e, eritq́ per ſextã primi, linea a e æqualis lineæ e c: producatur igitur linea e b, eritq́ per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c ſunt æquales, ergo per 9 huius e eſt centrum circuli. Sit iterum a c b portio minor ſemicirculo: cuius chorda ſit a c quam diuido per æqualia in puncto d, a quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b: quæ ſecet circunferentiam in puncto c, hanc manifeſtum eſt tranſire per centrum per correllarium primæ huius. Produco iterum lineam a c: eritq́ angulus a c d maior angulo c a d. Si eſt æqualis: erit portio a c b ſemicirculus, & ſi minor, erit maior ſemicirculo: poſitum eſt autem quod ſit minor. Produco igitur lineam a e. quæ cum linea a c faciat: angulum æqualem angulo c: & ſecet lineam c f in puncto e, & manifeſtum eſt quod punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b & quia angulus a totalis eſt æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c, & quia per 4 primi, linea e b eſt æqualis lineæ e a: erit per 9 huius punctum e, centrum circuli, quare patet propoſitum: ſecundum omnes ſpecies portionum circuli.

Eucli. ex Zamb. *Problema 1.* *Propoſitio 25.*

25 **Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum cuius eſt ſegmentum.**

THEON ex *Zamberto.* *Sit datum ſegmentum circuli α β γ. Oportet iam ſegmenti α β γ, circulum cuius eſt ſegmentum deſcribere. Secetur enim (per 10 primi) α γ, bifariam in δ. Excitetur que (per 11 eiuſdem) à ſigno δ, ipſi α γ, ad angulos rectos β δ, & coniungatur (per primum poſtulatum) α β. Angulus igitur α β δ, angulo β α δ, comparatus aut eo eſt maior, aut ei æqualis*



aut eo minor. Sit prius maior, & constituatur (per 23 eiusdem) ad ipsam β α, rectam lineam ad signumque in ea α, ipsi angulo α β δ, æqualis angulus β α ε. Et extendatur (per 2 postulatum) β δ, in ε. Et coniungatur (per 1 postulatum) ε γ, quoniam igitur angulus α β ε, æqualis est angulo β α ε, æqualis igitur est (per 6 primi) recta linea ε β, ipsi α ε. Et quoniam æqualis est α δ, ipsi δ γ, communis autem δ ε, duæ igitur α δ, & δ ε, duabus γ δ, & δ ε, sunt æquales altera alteri. Et angulus α δ ε, (per quartum postulatum) angulo γ δ ε, est æqualis, rectus enim uterque. Et basis igitur α ε, (per quartam primi,) basi γ ε, est æqualis. Sed α ε, ipsi β ε, ostensa æqualis est. Igitur β ε, ipsi γ ε, est æqualis. Tres igitur α ε, ε β, & ε γ, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ε, spatio autem (per 3 postulatum) aut α ε, aut ε β, aut ε γ, circulus descriptus per reliqua signa ueniet & descriptus erit. Circuli igitur segmento dato, circulus descriptus est, & manifestum est, quod segmentum α β γ, minus est semicirculo, quoniam ε, centrum extra ipsum cadit. Similiter quoque ostendemus, & si angulus α β δ, æqualis fuerit angulo β α δ, ipsa α δ, æquali existente utrique ipsarum β δ, & δ γ, tres igitur δ α, δ β, & β γ, sibi inuicem sunt æquales. Et erit ipsum centrum δ, completi circuli, ipsum erit quoque semicirculus α β γ.



Si autem α β δ, minor fuerit β α δ, constituemus (per 23 primi) ad β α, rectam lineam & ad signum in ea α, angulo α β δ, æqualem intra α β γ, segmentum. Segmenti centrum cadet super δ β, & erit, uidelicet, segmentum α β γ, maius semicirculo. Dato igitur segmento, describitur circulus cuius est segmentum. Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 Si in æquis circulis seu super centra, seu super circunferentias, æquales anguli consistant, super æquos arcus eos cadere necesse est.

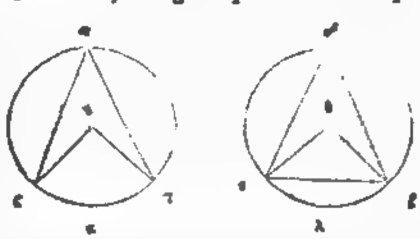
CAMPANVS Sint duo circuli æquales a b c cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h, & fiant supra centra eorum, duo anguli a d c & e h g, qui ponantur æquales. Dico duos arcus a b c, & e f g, esse æquales. Protrahantur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circunferentijs ipsorum, consistentes, supra prædictos arcus, qui sint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorum semidiametri æquales, & quia duo anguli d & h sunt æquales per 4 primi, linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius, erit angulus, b, æqualis angulo f, cum d angulus sit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem similium portionum duæ portiones a b c & e f g, sunt similes, & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales: ipsæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus a b c & e f g, sunt æquales. Quod si anguli b & f qui sunt in circunferentia, ponantur æquales, erunt per diffinitionem, portiones similes, & anguli d & h æquales per 19 huius. Et quia circuli sunt æquales per positionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ a c & e g æquales, quare ut prius, portiones æquales per 23 huius: cum sint similes & super æquales lineas igitur & arcus æquales. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 26.

26 In æqualibus circulis æquales anguli æqualibus circunferentijs insistunt siue si ad centra siue si ad circunferentias consistunt.

THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli α β γ, & δ ε ζ, & in eis sint anguli æquales ad centra quidem, qui sub β η γ, & ε θ ζ, ad circunferentias autem, qui sub β α γ, & ε δ ζ. Dico quod circunferentia β κ γ, æqualis est circunferentiæ ε λ ζ. Coniungantur (per primum postulatum) β γ, & ε ζ. Et quoniam circuli α β γ & δ ε ζ, sunt æquales, etiam quæ ex centris, sunt æquales (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur β η, & η γ, duabus ε θ, & θ ζ, sunt æquales. Et angulus qui ad η, angulo qui ad θ est æqualis. Basis igitur β γ (per 4 primi) basi ε ζ, est æqualis. Et quoniam angulus qui ad α, æqualis est angulo qui ad δ,*



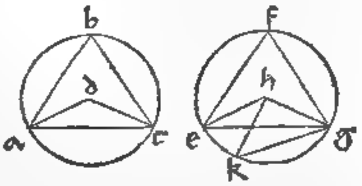
segmentum igitur β α γ, (per 24 tertij) simile est segmento ε δ ζ, & sunt in æqualibus rectis lineis β γ, & ε ζ. Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eandem) similia circulorum segmenta existentia, inuicem sunt æqualia. Segmentum igitur β α γ, æquale est ipsi ε δ ζ, segmento. Est autem totus circulus α β γ, æqualis toti circulo δ ε ζ.

Reliqua

Reliqua igitur β α γ circunferentia (per 3 cōmunem sententiam) reliquæ ε δ ζ circunferentiæ est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli æqualibus circunferentijs insistunt: siue si ad circunferentias, siue si ad centra consistant, quod demonstrasse oportuit.

Eucli ex Camp. *Propositio 26.*

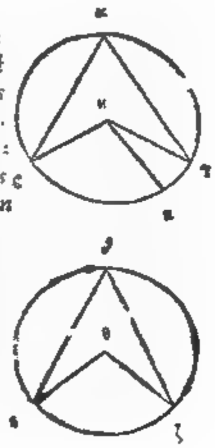
26 SI in æquis circulis æqui sumātur arcus, infra illos, formatos angulos qui supra centra eorum seu supra circunferentias constituantur, æquos esse necesse est.



CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales: a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrū h: sintq́ duo arcus a b c & e f g æquales: fiantq́ super ipsos arcus, duo anguli in centro qui sint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq́ super eosdē arcus fiant duo alij anguli in circunferentia, qui sint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, ad inuicem esse æquales: itemq́ duos b & f: ad inuicem esse æquales. Et est hæc cōuersa prioris. Si enim non sunt d & h anguli ad inuicem æquales: sit ergo h maior, à quo abscindatur angulus k h g, qui sit æqualis angulo d, eritq́ per præmissam, arcus k e f g, æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g, positi sunt æquales: accidet ergo partem esse æqualem toti: quod est impossibile. Quare anguli d & h totales, sunt æquales. Simili quoq; modo probabis angulos b & f, esse æquales: uel si mauis, probato quod anguli d & h sint æquales: sequitur b & f esse æquales per 19 huius, & è conuerso.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 26. *Conuersa præcedentis.*

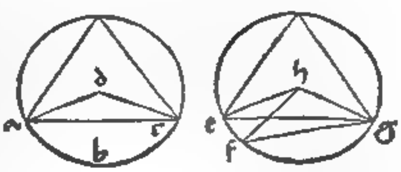
25 In æqualibus circulis anguli qui æqualibus circunferentijs insistunt, sibi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circunferētias fuerint constituti.



THEON ex Zamberto. *In æqualibus enim circulis α β γ, & δ ε ζ, super æqualibus circunferētijs β γ & ε ζ, ad centra η θ anguli consistant β η γ & ε θ ζ: ad circunferentias aūt β α γ & ε δ ζ. Dico quod angulus β η γ æqualis est angulo ε θ ζ: & angulus β α γ æquus est angulo ε δ ζ. Siquidem angulus β η γ æquus est angulo ε θ ζ: manifestum est quod angulus etiam β α γ æquus est angulo ε δ ζ per 20 tertij. Si uero non: alter eorum maior est. sit maior angulus β η γ: & constituatur per 23 primi, ad rectam lineam β η, ad datumq; in ea signum η: angulo ε θ ζ æqualis angulus β η κ. Anguli autem æquales super æqualibus circumferentijs consistunt, per 26 tertij, quando ad centra fuerint: æqualis igitur est circunferētia β κ circunferentiæ ε ζ. Sed ε ζ, ipsi β γ est æqualis: & β κ igitur, ipsi β γ est æqualis: minor maiori, quod est impossibile. Angulus igitur β η γ, angulo ε θ ζ inæqualis non est: æqualis igitur. Et est ipsius quidem anguli β η γ dimidius angulus qui ad α, per 20 tertij. Ipsius autē ε θ ζ dimidius angulus qui ad δ per eandem. Aequalis igitur est angulus qui ad α, angulo qui ad δ. In æqualibus igitur circulis anguli super æqualibus circunferentijs consistentes, sibi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circunferentias fuerint constituti, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. propositio 27.

27 SI in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus resecent, arcus quoq; æquos esse: si autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoq; inæquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uero minorem abscindi necessarium est.



CAMPANVS. Sint duo circuli æquales, a b c cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: sitq́ corda a c æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g, quos prædictæ chordæ ex prædictis circulis resecāt, esse æquales. Quod si chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcum e f g esse maiorem arcu a b c. Primum quidem sic probatur. Ducantur à centris

lineæ ad extremitates chordarum: quæ sint d a, d c, h e, h g: & quia circuli positi sunt fore æquales: erunt hæ semidiametri æquales: & quia linea a c posita est æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo h totali: quare per 25 huius, erit arcus a b c, æqualis arcui e f g: sicque patet primum. Secundum sic. Sit e g maior a c: eritque per 25 primi, angulus h maior angulo d. Fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritque per 25 huius, arcus f g, æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g, est maior arcu a b c, quod est secundum propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 28.

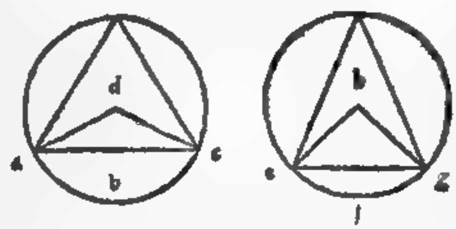
28 In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori.



THEON ex Zamberto. *Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis sint æquales rectæ lineæ β γ & ε ζ: circunferentias β α γ & ε δ ζ maiores auferentes, circunferentias autem β η γ & ε θ ζ minores. Dico quod circunferentia β α γ maior, æqualis est circunferentiæ ε δ ζ maiori: circunferentia uero β η γ minor, æqualis est circunferentiæ ε θ ζ minori. Suscipiantur enim circulorum centra (per primã tertij): sintque κ λ, & coniungantur κ β, κ γ, ε λ & λ ζ. Et quoniam circuli sunt æquales, æquales quoque sunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij). Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ sunt æquales. Et basis β γ (per hypothesin) basi ε ζ est æqualis: angulus igitur β κ γ (per 8 primi) angulo ε λ ζ est æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circunferentijs insistunt: etiam quando ad centra fuerint constituti. Circunferentia igitur β η γ, æqualis est circunferentiæ ε θ ζ: est autem totus circulus α β γ, toti circulo δ ε ζ æqualis. Reliqua igitur circunferentia β α γ (per 3 communem sententiam) reliquæ circunferentiæ ε δ ζ est æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp Propositio 28.

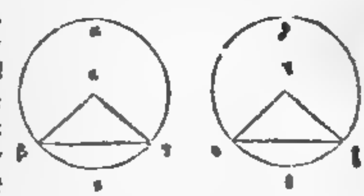
28 CIrculorum æqualium æquos arcus, æquas chordas habere necesse est.



CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: sitque arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quod chorda a c, est æqualis chordæ e g. Et est est hæc cõuersa primæ partis præmissæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: eruntque per 26 huius, anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod est propositũ. Quæcunque autem probatæ sunt passiones de diuersis circulis æqualibus: intellige multo fortius ueras esse de eodem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 26. Propositio 29. Conuersa præcedentis.

29 In æqualibus circulis, sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur.



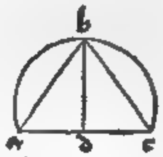
THEON ex Zamberto. *Sint æquales circuli α β γ & δ ε ζ, & in eis æquales sumantur circunferentiæ β η γ & ε θ ζ, coniunganturque β γ & ε ζ rectæ lineæ. Dico quod æqualis est recta linea β γ ipsi ε ζ rectæ lineæ. Sumantur enim (per 1 tertij) circulorum centra: sintque κ & λ, & coniungantur β κ & κ γ, ε λ & λ ζ. Et quoniam circunferentia β η γ æqualis est ipsi ε θ ζ circunferentiæ: æqualis est angulus β κ γ angulo ε λ ζ (per 11 diffinitionem tertij). Et quoniã circuli α β γ & δ ε ζ sunt æquales: & quæ ex centris quoque sunt æquales (per 1 eiusdem diffinitionem. Duæ igitur β κ & κ γ, duabus ε λ & λ ζ sunt æquales, & angulos comprehendunt æquales. Basis igitur β γ (per 4 primi) basi ε ζ est æqualis. In æqualibus igitur circulis, æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 29.

29 DAtum arcum per æqualia diuidere.

CAMPANVS. Sit datus arcus a b c cui ſubtendatur chorda a c, quæ diuidatur per æqualia in puncto d, à quo ducatur perpendicularis ad ipſam, quæ ſit d b: ſecans circunferentiam dati arcus in puncto b: quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducantur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus a b, erit æqualis arcui b c, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Problema 4. Propoſitio 30.

Datam circunferentiam, bifariam ſecare.

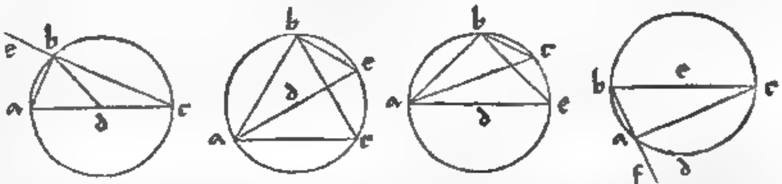
THEON ex Zamberto. *Sit data circunferentia α δ β, oportet iam ipſam circunferentiam α δ β, bifariam ſecare. Coniungatur α β, ſeceturq́; (per 10 primi) bifariam in γ ſigno: & ab ipſo γ, ipſi α β rectæ lineæ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & coniungantur α δ & δ β. Et quoniam æqualis eſt α γ ipſi γ β, communis autem γ δ: duæ igitur α γ & γ δ, duabus β γ & γ δ ſunt æquales: & angulus α γ δ (per 4 poſtulatum) angulo β γ δ eſt æqualis: rectus enim uterq; eſt. Baſis igitur α δ (per 4 primi) baſi δ β eſt æqualis. Aequales autem rectæ lineæ: æquales circunferentias auferunt, maiorē maiori, minorem autem minori (per 28 tertij. Et utraq; ipſarum circunferentiarum α δ & δ β: ſemicirculo minor eſt: æqualis igitur eſt circunferentia α δ, ipſi δ β circunferentiæ. Data igitur circunferentia, bifariam ſecta eſt, quod feciſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 30.

30 SI rectilineus angulus in ſemicirculo ſupra arcum conſiſtat, rectus eſt. Si uero in portione ſemicirculo minore, recto maior. Si autem in portione ſemicirculo maiore, recto minor. Itemq́ omnis portionis angulus ſemicirculo maioris, recto maior, minoris uero, recto minor de neceſſitate erit.

CAMPANVS. Sit in circulo a b c cuius centrū d & diameter a d c, ſemicirculus a b c, in

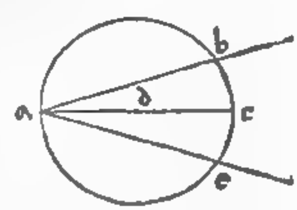


cuius ſemicirculi circunferentia fiat angulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum eſſe rectum. Protrahatur ab ipſo angulo in centrum, linea b d: eritq́ per 5 primi, angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b eſt æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipſe erit duplus ad angulū d b a. Eadē ratione angulus a d b, duplus erit ad angulum d b c: ergo duo anguli c d b & a d b: dupli ſunt ad totalem angulum a b c: ſed ipſi ſunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus a b c totalis, medietas duorum rectorum, quare rectus: quod eſt primum propoſitum.

IDEM aliter. Protrahatur c b uſq; ad e, eritq́ per 32 primi, angulus a b e, æqualis duobus angulis a & c, & quia angulus a eſt æqualis angulo a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c: ergo uterq; eorum eſt rectus per diffinitionem. Secundum ſic patet. Sit in circulo a b c cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior ſemicirculo: & fiat ſuper eius circunferentiā angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum eſſe minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b: eritq́ per primā partem huius b totalis: rectus, quare angulus a b c, erit minor recto per 5 communem ſcientiam, cum ſit pars eius, ſicq́ patet ſecundum. Tertium ſic. Sit rurſus in circulo a b e cuius centrū d, portio a b c cuius chorda a c, quæ ſit ſemicirculo minor. & fiat ſuper eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum eſſe maiorem recto. Producātur enim diame-

ter a d e & linea b e, eritq; per primã partẽ huius, angulus a b e rectus, quare angulus a b c erit maior recto, quod est tertiũ propositũ. Quartum & quintum sic. Sint in circulo a b c d cuius centrũ e, portio a b c, cuius chorda a c maior semicirculo: & portio a d c cuius eadem chorda a c minor semicirculo. Dico angulũ contentũ ab arcu c b a & chorda a c, esse maiorẽ recto: & angulum contentũ ab arcu c d a & chorda a c, esse minorem recto. Producatur diameter c e b, & linea b a, usq; ad f, eritq; per primã partem huius, angulus b a c, rectus, quare p 13 primi, angulus f a c, est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est pars primi, & secundus pars recti: euidenter patet utrunq;, quare tota liquet hæc pentamembris conclusio.

CAMPANI additio. Ex istis duabus ultimis partibus, nota instantiam contra illas duas argumẽtationes: ad quas tulimus instantiã in 15 huius. Transitur enĩ ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per ultimã partem huius, ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cum enim omnis portio circuli sit aut semicirculus, aut maior semicirculo aut minor, sit autem tam angulus semicirculi per secundam partem 15 quã angulus portionis minoris per ultimã partem huius minor recto, portionis uero maioris sit maior recto: non tamẽ erit alicuius portionis angulus, nec simpliciter aliquis contentus à circunferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: sit in circulo a b c cuius centrũ d, linea a b cui non sit determinatus finis ex parte b, secãs ex ipso b portionẽ semicirculo minorẽ: eritq; per ultimã partem huius, minor recto. Huius circuli sit diameter a d c, & imaginetur linea a b moueri ad partẽ c super punctum a: quæ quãdiu fuerit citra c, uel in ipso c, cooperiẽs diametrũ a d c: faciet cum arcu angulum minorẽ recto. In omni autẽ puncto ultra c, uelut in e: faciet per penultimã partem huius, angulum maiorem recto. Transitur ergo à minori ad maius, non per æquale. Et sicut in rectilineis angulis est reperire maiorẽ angulo semicirculi & minorẽ, non tamẽ æqualem ut demonstratũ est in 15 huius: sic in angulis portionis est reperire maiorẽ recto & minorẽ, non tñ æqualẽ, ut patet ex ista demonstratione.



Eucli. ex Zamb. *Theorema* 27. *Propositio* 31.

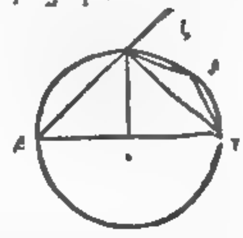
31 In circulo angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui aũt in maiore segmento, minor recto: qui uero in minore segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

THEON ex Zamberto. *Sit circulus α β γ δ: dimetiens aũt eius sit β γ, centrũ uero ε. Sumaturq; in semicirculo signũ utcũq;, sitq; illud δ & coniungãtur β α, α γ, α δ & δ γ. Dico quod angulus in β α γ semicirculo, rectus est. Angulus aũt in α β γ segmento maiore semicirculo, qui est sub α β γ, recto minor est. Angulus uero in α δ γ minore semicirculo segmento, qui est sub α δ γ, recto maior est. Coniungantur α ε, & extendatur β α in ζ. Et quoniã æqualis est β ε ipsi ε α, ex centro enim in circunferentiã. æqualis est angulus ε α β angulo ε β α (per 5 primi) Rursus quoniam æqualis est α ε ipsi ε γ, æqualis est per eandẽ, angulus qui sub α γ ε ei qui sub γ α ε. Totus igitur angulus β α γ duobus angulis α β γ & α γ β est æqualis. Angulus aũt qui sub ζ α γ extra ipsum triangulum α β γ: duobus angulis α β γ & α γ β est æqualis, per 32 primi. Aequalis igitur est angulus β α γ, angulo ζ α γ: rectus igitur uterq; est. In semicirculo igitur β α γ, angulus qui sub β α γ, rectus est. Et quoniã trianguli α β γ, duo anguli α β γ & β α γ (per 17 primi) duobus rectis sunt minores, angulus aũt β α γ rectus est: angulus igitur qui sub α β γ, recto minor est, & est in segmento α β γ, maiore semicirculo. Et quoniã in circulo inest quadrilaterũ α β γ δ, in circulis aũt quadrilaterorũ cõsistentiũ (per 22 tertij) anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales: anguli igitur α β γ & α δ γ, per eandem duobus rectis sunt æquales. At angulus α β γ recto minor est. Reliquus igitur angulus α δ γ, maior est recto, & in segmẽto minore semicirculo est. Dico iam etiã quod angulus segmẽti maioris, cõprehensus sub α β γ circũferentia & α γ recta linea, recto maior est: angulus autẽ minoris segmenti comprehensus sub α δ γ circunferentia & α γ recta linea, recto est minor, manifestumq; illinc est. Quoniam enim angulus comprehensus sub β α & α γ rectis lineis, rectus est: angulus igitur cõprehensus sub α β γ circũferentia & α γ recta linea, maior est recto, quoniã totũ sua parte maius est (per 9 cõmuniũ sententiã). Rursus quoniã angulus cõprehensus sub α γ & α ζ rectis lineis, rectus est: angulus igitur γ α recta linea & α δ γ circũferẽtia cõprehensus, recto minor est. In circulo igitur angulus in semicirculo existens, rectus est: qui uero in maiore segmento, recto est minor, in minori autem, recto est maior. Et insuper angu-*

lus

lus maioris segmenti, maior est recto: minoris autem segmenti, recto minor, quod demonstrasse oportuit.

ALIA *ostensio, quod angulus qui sub β α γ rectus est. Quoniã angulus α ε γ, eius qui sub β α ε duplus est (per 32 primi) æqualis namq; est duobus interioribus ex opposito. interiores autẽ (per 5) sunt æquales: angulus aũt α ε β eius qui sub ε α γ duplus est: anguli igitur α ε β & α ε γ, ipsius β α γ dupli sunt. Sed anguli α ε β & α ε γ: duobus rectis sunt æquales. Angulus igitur q sub β α γ, rectus est qđ erat demonstrãdum.*

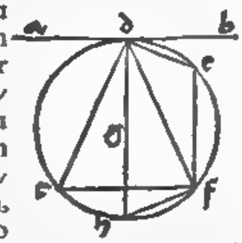


CORRELARIVM. *Hinc manifestum est, quod si trianguli angulus unus, reliquis duobus æqualis fuerit, rectus est. eo quod illi contiguus (qui scilicet producto latere extra triangulum fit) eisdem est æqualis, sed quãdo utrobiq; æquales fuerint, recti sunt.*

Eucli. ex Camp. Propositio 31.

31 SI circulum linea recta contingat, & à cõtactu in circulum quædam circulum secans recta linea, præter centrum ducatur, quousq; duos angulos cũ cõtingẽte facit, duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus cõsistũt portionibus, æquales sunt. 13

CAMPANVS. Si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d: à quo ducatur in circulum præter centrum, linea d f: secans ipsum: fiantq; angulus, d c f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, esse æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim, diameter d g h & linea f h: eritq; per 17 huius, d h, perpendicularis super a b: & per primã partem præmissæ, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, sunt æquales. Posito ergo communi angulo h d f: erit angulus a d f, æqualis duobus angulis qui sunt d f h, & h d f: sed hi duo cum angulo h, sunt æquales duobus rectis per 32 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquiualet duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, est æqualis angulo h: ergo & angulo c, per 20 huius: & hoc est primum. Et quia duo anguli c & e sunt æquales duobus rectis per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f: quod est secundum. Vel illud secundũ sic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis, ut præmonstratum est: sed angulus e cũ angulo h, æquiualet duobus rectis per 21 huius: ergo angulus e est æqualis angulo a d f, quod est propositum.



Eucl.. ex Zamb. Theorema 28. Propositio 32.

32 Si circulum tetigerit aliqua recta lines, à contactu autem ducta fuerit quædam recta linea, circulum secans: anguli quos efficit ad tangentẽ, æquales sunt eis qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis.

THEON ex Zamberto. *Circulum enim α β γ δ, tangat recta linea quædam ε ζ in ϐ signo: & à signo ϐ, ducatur recta linea quædam in circulum α β γ δ, eum secãs, sitq; β δ. Aio quod anguli quos ϐ δ simul cum ε ζ tangente conficit: anguli qui sunt in alternis segmentis circuli sunt æquales: hoc est quod angulus ζ β δ: æqualis est angulo existenti in ϐ α δ segmento & angulus ε ϐ δ, æqualis est angulo existenti in β ε δ segmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipso ϐ, ipsi ε ζ ad rectos angulos β α. Sumaturq; in ϐ δ circunferentia, signum utcunq; sitq; illud γ, & connectatur α γ, δ γ & γ β. Et quoniam circulum α β γ δ, quædam recta linea tangit ε ζ in ϐ, & ex ϐ contactu ducta est ipsi cõtingenti ad angulos rectos β α: in ipsa ϐ α igitur centrum est circuli α ϐ γ δ (per 19 tertij) Angulus igitur α δ ϐ in semicirculo existens (per 31 tertij) rectus est. Reliqui igitur anguli β α δ & α ϐ δ, uni recto sunt æquales. Angulus autem α ϐ ζ, rectus est. Angulus igitur qui sub α ϐ ζ, est æqualis eis qui sunt sub ϐ α δ & α ϐ δ angulis. Communis auferatur angulus α ϐ δ. Reliquus igitur angulus δ ϐ ζ, æqualis est angulo ϐ α δ existenti in alterno segmento circuli. Et quoniã in circulo quadrilaterum est α ϐ γ δ, eius anguli ex opposito duobus rectis sunt æquales (per 22 tertij) anguli igitur δ ϐ ζ & δ β ε, eis qui sunt sub ϐ α δ & ϐ γ δ anguli sunt æquales. Quorũ angulus ϐ α δ, ostensum est qđ æqualis est ipsi δ β ζ angulo. Reliquus igitur angulus qui sub δ β ε, angulo δ γ β. in alterno segmento δ γ β existenti est æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum secans, anguli quos efficit ad tangentem, ijs qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis æquales: quod erat demonstrandum.*

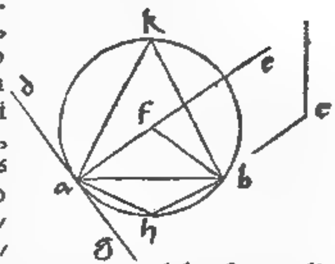


Eucli. ex Camp. Propositio 32.

32 SVper datã lineã, circuli portionem describere: capientẽ angulũ dato angulo æqualẽ, seu rectũ, seu maiorẽ, seu minorẽ recto.



CAMPANVS. Sit a b linea data, & c datus angulus. Super lineã a b uolo describere unã circuli portionẽ, recipientẽ in circũferẽtia rectilineũ angulũ æqualẽ angulo c. Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuisa a b per mediũ, describã sup eam semicirculũ, factumq; erit propositum, per primam partem 30 huius. Si autem sit obtusus: ducam lineam d a cum linea b a, continentem æqualem angulum angulo c: & à puncto a ducam lineam a e, perpendicularem super lineam a d. Et super punctum b faciam angulum per 23 primi æqualem angulo e a b, in quo obtusus excedit rectum, ducta linea b f usq; ad perpendicularem a e: eruntq; per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ f a circulum a h b: eritq; per correlarium 15 huius, linea a d, contingens circulum: quare per præmissam, angulus qui fit in portione a h b, est æqualis d a b, quare & angulo c, quod est propositum. Si aũt angulus c sit acutus: producã lineã a g, cõtinentem cum linea a b, continentẽ angulũ æqualẽ angulo c, & à puncto a ducam a e, perpendicularem ad lineam a g: & super punctum b faciam angulũ æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum, ducta linea b f usq; ad perpendicularẽ a e, erũtq; per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f, centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ f a, circulum a K b: eritq; per correlarium 15 huius, linea a g cõtingens circulũ: quare per præmissam, angulus qui fit in portione a K b, est æqualis angulo g a b, quare & angulo c, quod est propositum.

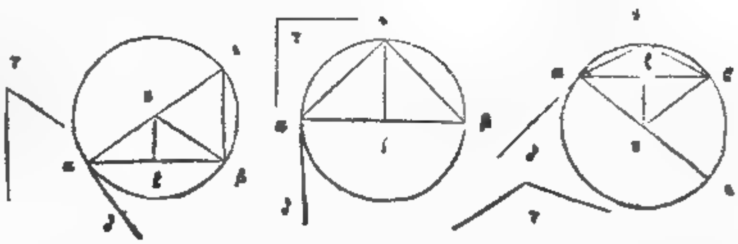


Eucli. ex Zamb. *Problema 5.* *Propositio 33.*

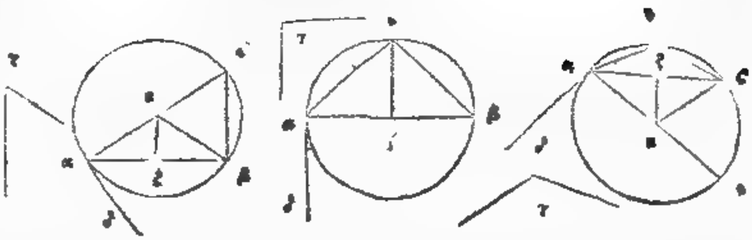
33 Super data recta linea, describere segmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamberto. *Sit data recta linea α β datus uero angulus rectilineus sit γ: oportet iam super data recta linea α β: describere segmentum circuli suscipiens angulum æqualẽ ipsi angulo qui ad γ. Angulus igitur qui ad γ, aut est acutus, aut rectus, aut obtusus. Sit primum acutus, sicut in prima descriptione, & constituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam & ad in ea signum α, ipsi angulo γ æqualis angulus δ α β. Angulus igitur δ α β, acutus est. Excitetur, per 11 eiusdem: igitur ipsi α δ ad angulos rectos α ε, seceturq; per 10 primi, bifariã α β, in signo ζ. Et à signo ζ, ipsi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiusdem) & connectatur η β. Et quoniam æqualis est α ζ ipsi ζ β, communis autem ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus ζ β & ζ η sunt æquales, & angulus qui sub α ζ η (per 4 primi) æqualis est et qui sub η ζ. Basis igitur α η (per 4 eiusdem) basi η β est æqualis. Centro igitur η, spatio uero η α (per 3 postulatum, circulus descriptus: ueniat etiam per β, describatur, & sit α β ε, & connectatur ε β. Quoniam igitur ab extremitate ipsius α ε diametri, ab α signo ipsi α ε ad angulos rectos est α δ: igitur α δ tangit circulũ α β ε (per correlariũ 16 tertij. Et quoniam circulũ α θ ε tangit quædam recta linea α δ, & ab α contactu in ipsum circulum α θ ε ducta est recta linea quædam α β: angulus igitur δ α θ (per 32 eiusdem) angulo α ε β, existenti in alterno circuli segmento est æqualis. Sed angulus δ α β, et qui est ad γ angulo est æqualis. Angulus igitur qui ad γ: æqualis est et qui sub α ε β est angulo. Super data igitur recta linea α β, segmentũ circuli descriptũ est suspiciens angulũ α ε β æqualem dato angulo qui ad γ. Sed iam rectus sit angulus qui ad γ, & † opportunum sit: rursus super α β describere segmẽtum circuli suscipiens angulũ æqualem et qui est ad γ recto. Constituatur enim rursus ad ipsam α β rectã lineã, ad signumq; in ea α: dato angulo rectilineo γ æqualis angulus qui sub θ α δ (per 23 primi) sicut in secũda habetur descriptiõe. Seceturq; (per 10 primi) α β, bifariã in ζ, & centro ζ, spatio uero ζ α aut ζ β: circulus describatur α ε θ (per 3 postulatũ) Tangit igitur recta linea α δ, circulũ α ε θ, quoniã angulus qui ad α, rectus est. Et angulus β α δ æqualis*

† διορισμ.



æqualis est angulo qui est in segmento α ε β: rectus etenim & ipse est qui in semicirulo existit (per 31 tertij. Sed angulus β α δ, ei qui ad γ est angulo æqualis est. Descriptum est igitur iterum super α β: segmentum circuli α ε β, capiens angulum æqualẽ

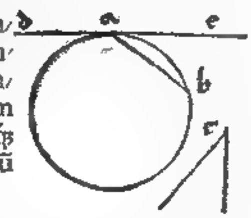


ei qui ad γ est angulo. *Sed iam esto angulus qui ad γ, obtusus, & constituatur ei iterum ad α β rectam lineam & ad α signum: æqualis angulus β α δ (per 23 primi) sicut habet tertia descriptio, & ipsi α δ: ad angulos rectos (per 11 eiusdem) excitetur α ε, secetur'q; rursus α β bifariam in signo ζ (per 10 eiusdem) & ipsi α β ad angulos rectos ex citetur ζ η (per 11 eiusdem) & connectatur η β. Et rursus quoniam æqualis est α ζ ipsi ζ β, & communis ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus β ζ & ζ η sunt æquales: & angulus α ζ η (per 4 postulatum) angulo β ζ η est æqualis: basis igitur α η (per 4 eiusdem) basi β η est æqualis. Centro igitur η, spatio autem η α (per 3 postulatum) circulus descriptus, transibit per β, transeat sicut α β ε. Et quoniam ab extremitate α ε dimetientis, ad angulos rectos excitata est α δ: igitur (per correlarium 16 tertij) α δ tangit ipsum circulum α ε β & à contactu α extenditur α β. Angulus igitur β α δ (per 32 eiusdem) æqualis est angulo α θ β existenti in alterno segmento circuli. Sed angulus β α δ, ei qui est ad γ est æqualis. Igitur angulus qui est in α θ β segmẽto æqualis est ei qui est ad γ angulo. Super data igitur recta linea α β, descriptum est segmentum circuli α θ β capiens angulum æqualem ei qui ad γ est angulo, quod fecisse oportuit.*

33 Eucli. ex Camp. Propositio 33.

A dato circulo, dato angulo æquum angulum capientem portionẽ abscindere.

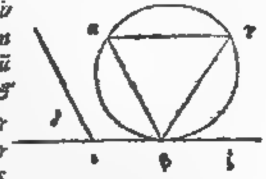
CAMPANVS. Sit a b datus circulus, & c datus angulus, uolo ergo à circulo a b, abscindere portionẽ unam capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e, cõtingentem datum circulum in puncto a, à quo duco in circulum lineam a b, continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c: eritq; per 31 huius, portio a b existens à parte lineæ a d: recipiens angulũ æqualem angulo c, quod est propositum.



34 Eucli. ex Zamb. Problema. 6. Propositio. 34

A dato circulo, segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamberto. *Esto datus circulus α β γ: datus uero angulus rectilineus qui ad δ: oportet iam ab α β γ circulo, segmẽtum abscindere capiens angulum æqualem ei qui ad δ est angulo. Excitetur enim (per 17 tertij, linea tangens circulũ sitq; illa ε ζ, & tangat in β signo. Et constituatur (per 23 primi) ipsi ε ζ rectæ lineæ & in ea signo β, angulo qui ad δ, æqualis angulus ζ β γ. Quoniam igitur circulum α β γ tangit quædam recta linea ε ζ & in β, & à contactu β ducta est β γ: angulus igitur ζ β γ (per 32 tertij) æqualis est angulo β α γ consistenti in alterno segmento. Sed angulus ζ β γ: ei qui est ad δ est æqualis. Igitur angulus existens in β α γ segmento, æqualis est ei qui est ad δ angulo. A dato igitur circulo α β γ segmentum abscissum est β α γ, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo, quod fecisse oportuit.*



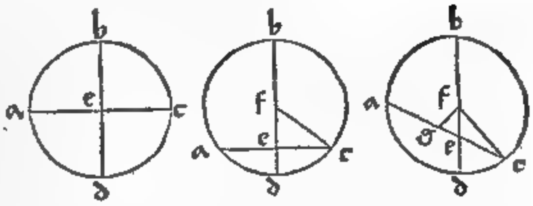
34 Eucli. ex Camp. Propositio. 34.

Si intra circulum duæ rectæ lineæ sese inuicem secent, quod sub duabus partibus unius earum procedit, æquum est ei rectangulo quod sub duabus alterius lineæ partibus continetur.

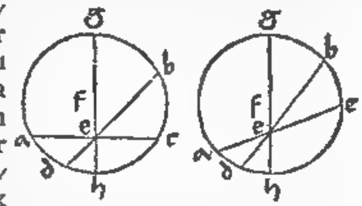
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a c & b d, secãtes se in circulo a b c d, super punctum e. Dico quod illud rectangulum quod fit ex a e in e c: æquũ est ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d transibunt per centrũ circuli: aut altera tantũ, aut neutra. Quod si ambæ transeãt per centrũ, erit e centrũ circuli, omnesq; quatuor lineæ æquales, quare liquet propositũ. Quod si altera earũ tantũ trãsit per centrũ, sit illa b d, centrũq; circuli sit f. Aut ergo b d secabit a c per æqualia

aut

aut per inæqualia. Secet ergo primo per æqualia: eritq́ per primam partem tertij huius, secās eam orthogonaliter. Ducatur itaq́ linea f c: eritq́ per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f: æquale quadrato lineæ f d: quare & quadrato lineæ f c: ergo per penultimā primi, & quadratis duarum linearum



f e & e c. Dempto ergo utrinq́ quadrato e f: erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c: & quia e c est æqualis a e, per 46 primi patet propositum. Quod si b d transiens per centrum, secat a c per inæqualia, à centro f ducatur f g perpendicularis ad a c: eritq́ per secundam partem tertij huius, a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq́ per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimā primi cum quadratis duarum linearum f g & g e, propter id quod angulus f g e est rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c, propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearū f g & g c. Dempto ergo utrinq́ quadrato lineæ f g, erit quod fit ex b e in e d cum quadrato lineæ g e, æquale quadrato lineæ g c: sed per 5 secundi, quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e: est æquū ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur utrinq́ quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d, æquale ei quod fit ex a e in e c, q̄d est propositum. Quod si neutra earū transit per centrum, siue altera diuidat alteram per æqualia siue per inæqualia: producam lineam g f e h diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per æqualia ut b d ipsam a c, tunc g h diuidit etiam a c per æqualia: ergo orthogonaliter per tertiam huius: ergo per secundum modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h: æquum est ei quod fit ex

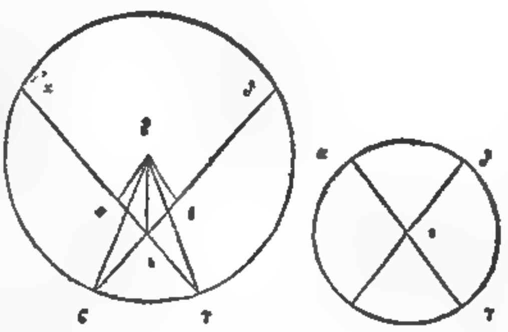


a e in e c: & per tertium modum huius quod fit ex g e in e h, æquum est ei quod fit ex b e in e d: ergo quod fit ex a e in e c, æquum est ei quod fit ex b e in e d, quod est propositum. At si neutra diuidat alteram per æqualia, erit per tertium modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h, æquale utriq́ eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare unum eorum erit æquale alteri, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema. 29.* *Propositio. 35.*

35 Si in circulo duæ rectæ lineæ se ad inuicem secuerint: rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquum est ei quod sub segmētis alterius comprehenditur rectangulo.

THEON *ex Zamberto.* *In circulo enim α β γ δ: duæ rectæ lineæ α γ & β δ sese inuicem secent in signo ε. Dico quod rectangulum comprehensum sub α ε & ε γ: æquum est rectangulo comprehenso sub δ ε & ε β. Si enim α γ & β δ per centrū sunt, ut ε centrum sit circuli α β γ δ: manifestum est quod cum α ε, ε γ, δ ε & ε β sunt æquales, rectangulū comprehensum sub α ε & ε γ æquum est ei quod comprehenditur sub δ ε & ε β rectangulo. Sint iam α γ, & δ β: non extensæ per centrum: & sumatur centrum circuli α β γ δ. sitq́ illud ζ (per primam tertij) & α β ζ in α γ & δ β rectas lineas: ducantur (per 12 primi) perpendiculares ζ η & ζ θ: & connectantur ζ β, ζ γ, & ζ ε. Et quoniam (per 3 tertij) recta linea quædam per centrum extensa ζ η, quandam rectam lineam non per centrum transeuntem α γ ad angulos rectos secat: etiam bifariam eam secabit: æqualis igitur est α η ipsi η γ. Et quoniam recta linea α γ dissecta est in æqualia in η, in inæqualia autem in ε: rectangulum igitur comprehensum sub α ε & ε γ una cum eo quod fit ex ε η (per 5 secundi) quadrato, æquum est ei quod fit ex η γ. Cōmune apponatur id q̄d fit ex η ζ. Quod igitur sub α ε & ε γ una cum ijs quæ fiunt ex ε η & η ζ, æquum est eis quæ fiunt ex γ η & η ζ. Sed eis*

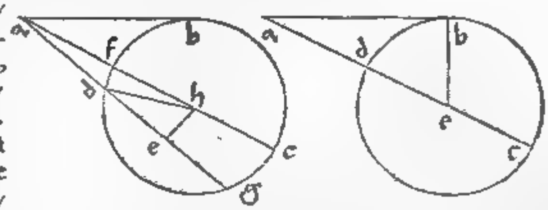


quæ fiunt ex ε ι, & ι ζ, æquū est id quod fit ex ζ ι, (per 47 primi, eis autẽ quæ fiunt ex γ ι & ι ζ, æquū est d quod fit ex ζ γ. (per eandem.) Quod igitur continetur sub α ι, & ι γ, una cum eo quod fit ex ζ ι, æquum est ei quod fit ex ζ γ. Aequalis autem est ζ γ, ipsi ζ β. Ex centro enim in circumferentiam. Quod continetur igitur sub α ι, & ι γ, una cum eo quod fit ex ι ζ, æquum est ei quod fit ex ζ β. Et per hoc quod continetur sub δ ι, & ι β, una cum eo quod fit ex ζ ι, æquum est ei quod fit ex ζ β. Ostensum autem continetur sub α ι, & ι γ, una cum eo quod fit ex ζ ι, æquum est ei quod fit ex ζ β. Quod cõtinetur igitur sub α ι, & ι γ, una cũ eo quod fit ex ζ ι, æquũ est ei quod continetur sub δ ι, & ι β, una cum eo quod fit ex ζ ι. Commune auferatur id quod fit ex ζ ι. Reliquum igitur rectangulum comprehensum sub α ι, & ι γ, æquum est rectangulo comprehenso sub δ ι, & ι β. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquum est rectangulo comprehenso sub segmentis alterius, quod demonstraße oportuit.

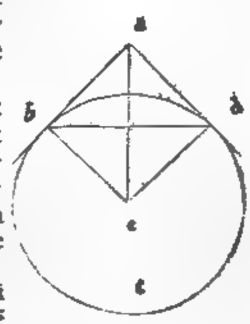
Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 SI extra circulum punctus signetur, ab eo autem ad circulum alia linea secans, alia contingens duæ rectæ lineæ ducãtur, quod sub tota secante atque parte sui extrinseca continetur, æquũ est ei quadrato quod ex contingente linea describitur.

CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius cẽtrum e, à quo ducantur ad circulum, duæ rectæ lineæ a b contingens & a d c, secans. Dico quod illud quod fit ex a c in d a, æquum est quadrato lineæ a b. Aut enim a d c, trãsit per centrum, aut nõ. Transeat ergo primo per centrum quod est e, & ducatur linea e b, quæ per 17 huius perpendicularis erit super lineam a b.



Et quia linea d c diuisa est per æqualia in puncto e, & est ei addita linea d a, erit per sextam secundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a, & ideo per penultimam primi, æquale quadratis duarum linearum e b, & b a, propter id quod angulus b, est rectus. Dempto ergo utrinq; quadrato e b, erit quod fit ex c a, in a d. æquale lineæ a b, quod est propositum. Quod si linea a d c non transit per centrum: sumatur a f e g, transiens per centrum, & ducantur lineæ e d & e h, & sit e h, perpendicularis ad a d c, eritque per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuisa est per æqualia in puncto h, & addita sibi linea a d, erit per 6 secundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito utrinque quadrato h e, erit quod fit ex c a in a d, cum quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, est rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f sunt æquales, æquale quadratis duarum linearũ a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineæ a e. Sed per sextam secundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, æquale est quadrato lineæ a e. Quia ergo utrumque eorum quæ fiunt ex c a, in a d & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, est æquale, quadrato lineæ a e, ipsa erunt inter se æqualia. Dempto ergo utrinque quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g in a f, est æquale quadrato lineæ a b, per præmissum modum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d est æquale quadrato lineæ a b. Quod est propositum.



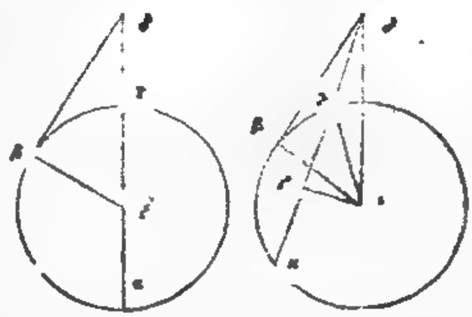
CAMPANI *additio.* Et ex hac nota, quod puncto extra circulum signato, si ab ipso ad circulum quodlibet secantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentur sub totis & earum portionibus extrinsecis, adinuicem sunt æqualia, quoniam omnia sunt æqualia quadrato lineæ contingentis. Nota etiam quod si a quolibet puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad circulum ipsum ducantur, ipsæ erunt adinuicem æquales, Erit enim quadratum utriusque earum, æquale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulũ in partẽ eius extrinsecã. Hoc autẽ euidentius patet per penultimã primi.

Sit

Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius centrum e, & ab ipso a ducantur duæ lineæ a b & a d, contingẽtes circulum in punctis b, d. Dico ipsas esse æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d. eritque per 17 huius uterque angulorũ b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarũ linearum a b, & b e, similiter quoque & duobus duarũ a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, sunt æqualia quadratis duarũ a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ sunt b e & e d sunt æqualia, erunt quadrata duarũ quæ sunt a b & a d, æqualia: ergo est a b, æqualis a d. quod est propositum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq; per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e d b, propter id quod linea e b, est æqualis lineæ e d. Et quia uterque duorum angulorum b & d est rectus, erit per communem scientiã angulus a b d residuus, æqualis angulo a d b residuo. per sextã ergo primi: est linea a b, æqualis lineæ a d. Eucli. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 35.

36 **Si extra circulum sumatur signum aliquod, ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earũ altera circulum dispescat, altera uero tangat, quod sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod fit ex tangẽte quadrato.**

THEON ex Zamb. *Extra enim circulum α β γ, sumatur signum aliquod, sitq; illud δ, & ab ipso δ, in circulum α β γ, cadant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, secet autem circulum α β γ, recta linea δ γ α, & β δ, tangat. Dico quod rectangulum comprehensum sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex β δ, quadrato. Recta linea δ γ α, aut est per centrum extensa, aut non. Sit primũ extensa per centrum, sitq; (per primam tertij) ζ, centrum circuli α β γ, & coniungatur ζ β. Angulus igitur ζ β δ, rectus est. Et quoniam recta linea α γ bifariam dissecta est in ζ, adiacetq; ei recta linea γ δ, quod continetur igitur (per 6 secundi) sub α δ & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ γ, æquum est ei quod fit ex ζ δ. Aequalis autem est ζ γ, ipsi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ β, æquum est ei quod fit ex ζ δ. Aequum autem est id quod fit ex ζ δ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ, per 47 primi, rectus enim est angulus qui est sub ζ β δ. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ζ β, æquum est eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ. Commune auferatur id quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ β, tangente. Sed recta linea δ γ α, non sit extensa per centrum circuli α β γ. Sitque (per primam tertij) centrũ circuli α β γ, & ab ε, in α γ, (per 12 primi) perpendicularis ducatur ε ζ & connectantur ε β, ε γ, & ε δ, rectus igitur est angulus ε ζ δ. Et quoniam recta linea quædam per centrum extensa ε ζ, (per 3 tertij) rectam lineam quandam non extensam per centrum α γ, ad angulos rectos secat, etiam bifariam eam secat igitur α ζ, ipsi ζ γ, est æqualis. Et quoniam recta linea α γ, bifariam diuiditur in ζ signo, adiacet autem ei γ δ, quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit sub ζ γ, equũ est ei quod fit ex ζ δ. (per 6 secũdi) Commune apponatur quod fit ex ζ ε. Quod igitur cõtinetur sub δ α, & δ γ, una cum eis quæ fiunt ex ε ζ, & æqualia sunt eis quæ fiunt ex ζ δ, & ζ ε. his autẽ quæ fiunt ex ζ δ, & ζ ε, æquum est id quod fit ex ε δ, (per 47 primi) angulus namque qui est sub ε ζ δ, rectus est. Eis uero quæ fiunt ex γ ζ, & ζ ε, (per eandem, æquum est id quod fit ex γ ε. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex, ε γ, æquum est ei quod ex ε δ. Aequalis autem est ε γ, ipsi ε β, ex centro enim in circunferentiam. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ε β, æquum est ei quod fit ex ε δ. Ei autem quod fit ex ε δ, (per 47 primi) æqualia sunt quæ fiunt ex ε β, & β δ, angulus enim qui sub ε β δ, rectus est. Quod igitur continetur sub α δ, & δ γ, una cum eo quod fit ex ε β, æquum est eis quæ fiunt ex ε β, & β δ. Commune auferatur quod fit ex ε β. reliquum igitur quod continetur sub α δ & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ β. Si extra circulum igitur sumatur signũ aliquod, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.*

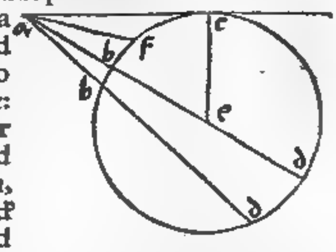


Eucli ex Camp. Propositio 36

36 **S**I fuerit punctus extra circulum signatus à quo duæ lineæ ad circunferentiam ducantur altera secans, altera circunferentiæ applicata, fueritq; quod ex ductu totius secantis in partẽ sui extrinsecã æquum

æquum ei quod ex ductu applicatæ in seipsam fit, erit linea applicata ex necessitate circulum contingens.

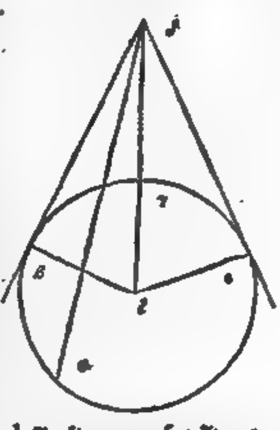
CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius cẽtrum e, à quo ducãtur ad circulum linea a b d, secans ipsum, & linea a c, applicata circunferentiæ, & esto ut quod fit ex d a in a b, sit æquale quadrato a c. Dico lineam a c, esse contingentẽ. Et est hæc conuersa prioris. Si enim non est contingens, sit ergo contingens linea a f, eritq́ per præmissam quod fit ex d a in a b, æquale quadrato lineæ a f. quare quadratũ lineæ a f, est æquale quadrato lineæ a c, ergo a c, est æqualis a f, quod est impossibile per 9 huius. Erit ergo a c, contingens, quod est propositum. Idem ostensiue probabitur. Maneat prior dispositio & hypothesis. Et si linea a b d, transit per centrum ducatur linea c e, erit per 6 secundi, quod fit ex d a in a b, cum quadrato e b, & ideo cum quadrato e c, æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a b, positũ est æquale quadrato a c: ergo quadratum a c, cum quadrato c e, est æquale quadrato a e: ergo per ultimam primi, angulus c est rectus. Ergo per correlarium 15 huius, linea a c, est contingens circulum, quod est propositum. Si autem a b d, non transit per centrum, ducatur à puncto a, linea transiens per cẽtrum. Et quia quod fit ex hac tota in eius partẽ extrinsecam, est æquale ei quod fit ex d a, in a b, per præmissam, ipsum erit æquale quadrato lineæ a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propositio 37.* *Cõuersa præcedentis.*

37 Si extra circulum sumatur signum aliquod, & ab eo signo in circulum duæ rectæ lineæ inciderint, & earum altera circulum secet, altera uero incidat, sit autem quod fit sub tota secãte, & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiam æquale ei quod fit ex incidente, incidens circulum tanget.

THEON ex Zamberto. *Extra circulum igitur α β γ, sumatur signũ sitq́ illud δ, & ab ipso δ, in circulum α β γ, incidant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, & δ γ α, quidem circulũ secet, & δ β, incidat. Sit autẽ quod cõtinetur sub α δ, & δ γ, æquum ei quod fit ex δ β. Dico quod δ β, ipsum tangit circulũ α β γ. excitetur, enim (per 17 tertij) recta linea contingens circulum α β γ, sitq́ illa δ ε. Sitq́ (per primam eiusdem) ζ, centrum circuli α β γ, & connectantur ζ ε, ζ β, & ζ δ. Angulus igitur ζ ε δ, rectus est. Et quoniam recta linea δ ε, ipsum circulum α β γ, tãgit, & recta linea δ γ α, secat: quod cõtinetur igitur sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ ε, Ponitur autem quod id quod continetur sub α δ, & δ γ, æquum sit ei quod fit ex δ β. Quod igitur fit ex δ ε, æquum est ei quod fit ex δ β. Aequalis igitur est δ ε, ipsi δ β. Est autem & ζ ε, æqualis ipsi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Duæ iam δ ε, & ε ζ, duabus δ β, & β ζ, sunt æquales, & basis communis est ζ δ. Angulus igitur δ ε ζ, (per 8 primi) angulo δ β ζ, est æqualis. Rectus autem est angulus δ ε ζ, rectus igitur est, & qui sub δ β ζ. Et ζ β, eiecta dimetiens est, quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur: circulum tangit (per 16 tertij). Recta linea igitur δ β, circulum α β γ, tangit. Similiterq́ ostẽdetur, si centrum super α γ, fuerit. Si extra circulum igitur sumatur signum aliquod, & reliqua quæ sequũtur, quod demonstrasse oportuit.*



h

TERTII LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVARTVS

Ex Campano. Diffinitiones

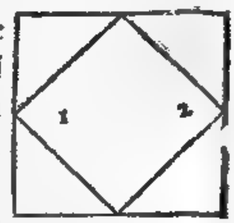
Figura intra figuram dicitur inscribi, quando ea quæ inscribitur eius in qua inscribitur latera unoquoque suorum angulorum ab interiore parte contingit.



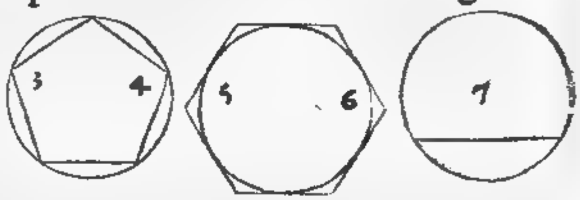
2 Circunscribi uero figura figuræ perhibetur, quoties ea quidem figura eius cui circunscribitur omnibus omnes angulos contingit.

Ex Zamberto. Diffinitiones.

Figura rectilinea in figura rectilinea describi dicitur, quando unusquisque inscriptæ figuræ angulus, unumquodque latus eius in qua describitur tangit. 2 Figura autem similiter circa figuram describi dicitur, quando unumquodque latus circunscriptæ, unumquenque angulum eius circum quē describitur tangit. 3 Figura rectilinea in circulo describi dicitur, quādo unusquisque angulus inscriptæ circuli circunferentiam tangit.



4 Circulus uero circa figuram rectilineam describi dicitur, quando circuli circunferētia unumquenque eius circum quam describitur, angulum tangit. 5 Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur, quando circuli circunferentia unumquodque latus eius in qua describitur tangit. 6 Figura uero rectilinea circa circulum describi dicitur, quando unumquodque latus circūscriptæ circunferentiā tangit. 7 Recta linea in circulū coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt.

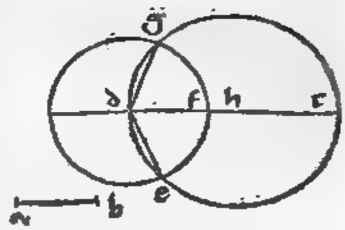


Eucli. ex Camp. Propositio 1.

1 Intra datum circulum, datæ lineæ rectæ quæ diametro minime maior existat, æquam rectam lineam coaptare.

CAMPANVS. Sit linea data a b, circulúsque datus c d e, cuius diameter c d, qua non est maior linea a b, uolo intra datum circulum, coaptare lineam æqualem a b, quæ si fuerit æqualis diametro, constat propositum. Si autem minor, ex diametro sumatur d f, ei æqualis, & super punctum d, secundum quanti

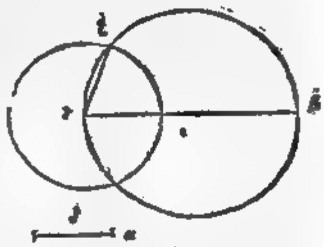
quantitatem lineæ d f,describatur circulus f e g, secans datum circulum in punctis g & e,ad alterũ quorũ ducatur linea à puncto d,ut d e,uel d g,eritq; utralibet earum æqualis lineæ a b,eo quod utraque earum est æqualis lineæ d f,per diffinitionem circuli, quare habemus propositum.



Eucli.ex Zamb. Problema 1. Propositio 1

1 **In datum circulum, duæ rectę lineæ quæ circuli diametro maior non est, æqualem rectam lineam coaptare.**

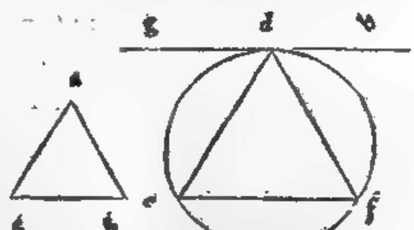
THEON ex Zamb. *Esto datus circulus α β γ, data uero recta linea nõ maior circuli diametro, esto δ, oportet iam in datũ circulum α β γ, ipsi δ, rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli α β γ, dimetiens, sitque β γ. Si β γ, æqualis est ipsi δ, iam factum est id quod proponitur, in datum enim circulum α β γ, coaptata est, recta linea β γ, æqualis ipsi δ. Si autem nõ: maior est β γ, quàm δ, ponatur (per 2 primi, ipsi δ, æqualis γ ε. Et centro quidẽ γ, spatio uero γ ε, (per 3 postulatum) circulus describatur ε α ζ, & connectatur γ α. Quoniam igitur centrum circuli ε α ζ, est signum γ,) per 15 diffinitionẽ primi) æqualis est γ α, ipsi γ ε. Sed ipsi δ, æqualis est ipsa γ ε. Igitur (per primam communem sententiam & δ, æqualis est ipsi α γ. In datum circulum igitur α β γ, datæ rectæ lineæ δ, æqualis aptatã est γ α, quod oportebat facere.*



Eucli.ex Camp. Propositio 2

2 **INtra assignatum circulum, triangulum triangulo assignato æquiangulum collocare.**

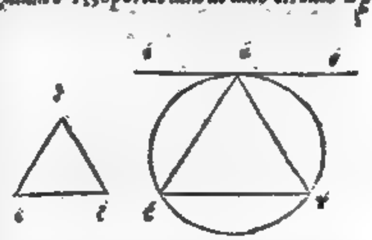
CAMPANVS Sit assignatus trangulus a b c, assignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum, collocare unum triangulum æquiangulum triãgulo a b c, æquilaterum enim non est necessarium esse, sed est possibile. Produco g d h, contingẽtem circulum in puncto d, super quem facio angulum h d f, ducta linea d f, æqualem angulo c, & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & protraho líneam e f, eritque per 31 tertij, angulus e, æqualis angulo c, quia uterque est æqualis angulo h d f c, quidem, per positionem, e uero per 31 tertij. Eadem ratiõne erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi, d tertius, erit æqualis a, tertio, quare habemus propositum.



Eucli.ex Zamb. Problema 2 Propositio 2

2 **In dato circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum describere.**

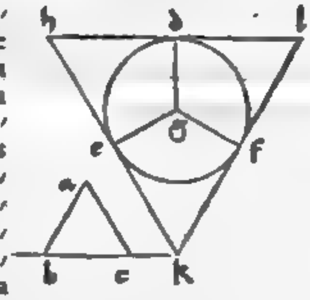
THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum δ ε ζ, oportet iam in dato circulo α β γ, ipsi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum describere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipsum circulum α β γ, sitq; η α θ, & tangat in α, & constituatur (per 23 primi,) ad rectam lineam α θ, & ad signum in ea α, angulo qui est sub δ ε ζ, æqualis angulus θ α γ, ad rectam uero lineam α η, & ad signum in ea α, ei qui est sub δ ζ ε, angulo, æqualis angulus η α β, (per eandem,) & coniungantur β γ. Quoniam igitur circulum α β γ, tangit quædam recta linea η α θ, & ab α contactu in circulum ducitur recta linea α γ, angulus igitur est sub θ α γ, (per 32 tertij,) æqualis est angulo qui in alterno est circuli segmento, α β γ. Sed angulus θ α γ, ei qui sub δ ε ζ, est æqualis, angulus igitur α β γ, ei qui sub δ ε ζ, est angulo est æqualis. Et per hoc, angulus α γ β, ei qui est sub δ ζ ε, angulo, est æqualis. Et reliquus igitur angulus β α γ, reliquo ε δ ζ, est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, ipsi δ ε ζ, triangulo, & descriptum est in dato circulo α β γ. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum descriptum est, quod facere oportebat.*



Eucli.ex Camp. Propositio 3

3 CIrca assignatum circulum, assignato triangulo triãgulum æquiangulum describere.

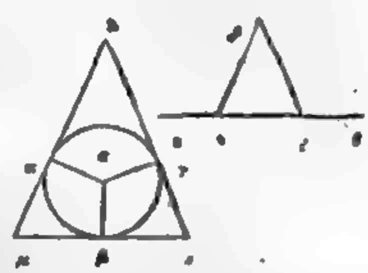
CAMPANVS. Sint ut prius: assignatus triangulus a b c: assignatusque circulus d e f, cuius centrum g, circa hunc circulum, uolo describere unum triangulum æquiangulum, triangulo a b c, æquilaterum enim non est necessarium, sed est possibile. Producam basin b c in utramque partem, ut fiant duo anguli extrinseci, & à centro g producam lineam g d ad circunferentiam & constituam angulum d g e, ducta linea g e, æqualem angulo b, extrinseco, & d g f, ducta linea g f: æqualẽ c extrinseco, & à punctis d e f, producam in utrãque partẽ lineas orthogonaliter, quæ per correlarium 15 tertij erunt contingentes circulum, quas protraham quousque concurrant in punctis h k l. Necesse est enim ipsas concurrere, cum enim uterque angulorũ qui sunt ad d, & uterque eorum qui sunt ad e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e erunt duo anguli qui sunt ad partem h minores duobus rectis, quare per penultimam petitionẽ, in partẽ illã protractæ: concurrent lineæ l d h. k e h. Eadem ratione concurrent duæ lineæ h d l, k f l: cum uterque angulorum qui sunt ad f: sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g duo anguli d & e, sunt recti erunt duo anguli g & h æquales duobus rectis: cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt æquales quatuor rectis: ut monstratum est supra 32 primi. Et quia duo anguli b intrinsecus & extrinsecus sunt similiter æquales duobus rectis per 13 primi, at uero b, extrinsecus positus est æqualis d g e, erit intrinsecus b, æqualis h. Simili quoque ratiõe erit c, intrinsecus, æqualis l. Et quia duo anguli b & c, intrinseci sunt minores duobus rectis per 17 primi: erunt similiter duo anguli h & l minores duobus rectis: quare per penultimã petitionem, duæ lineæ h e & l f protractæ concurrent in puncto k, fietque triangulus h k l: & quia angulus h est æqualis angulo b intrinseco, & angulus l, angulo c intrinseco, erit per 32 primi: angulus k æqualis angulo a: quare habemus propositum.



3 Eucli. ex Zamb. Problema 1. Propositio 3.

Circa datũ circulũ, dato triangulo æquiangulũ triangulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum sit δ ε ζ, oportet circa α β γ, circulũ, ipsi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triãgulũ describere. Extẽdatur ε ζ, ex utraque parte, in η θ, signa. Et sumatur (per 1 tertij) centrũ circuli α β γ: sitque illud κ. Et ducatur utcũque recta linea κ β. Et constituatur (per 23 primi,) ad κ β, rectã lineam, ad signũque in ea κ, angulo qui est sub δ ε η, æqualis angulus β κ α, angulo autem δ ζ θ, æqualis angulus β κ γ. Et per signa α β γ, (per 17 tertij) excitentur rectæ lineæ tangentes circulũ α β γ, sintque λ α μ, μ β ν, ν γ λ. Et quoniã rectæ lineæ λ μ, μ ν, & ν λ, tangunt circulum α β γ, in signis α β γ & a centro κ, in α β γ, signa coniunctæ sunt κ α, κ β, & κ γ, anguli igitur qui sunt ad signa α β γ, recti sunt. Et quoniam quadrilateri α μ β κ, quatuor anguli quatuor rectis sunt æquales quoniã quadrilaterũ α μ β κ, in duo triangula diuiditur quorũ anguli κ α μ & κ β μ, duo recti sunt: reliqui igitur anguli α κ β, & α μ β, duobus rectis sunt æquales. Anguli autem δ ε η, & δ ε ζ, (per 13 primi,) duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur α κ β, & α μ β, anguli δ ε η, & δ ε ζ, sunt æquales, quorũ angulus α κ β: angulo δ ε η, est æqualis: reliquus igitur angulus α μ β, reliquo angulo δ ε ζ, est æqualis. Similiter quoque ostendetur, quod & angulus λ ν μ, angulo δ ζ ε, est æqualis. & reliquus igitur angulus μ λ ν, reliquo angulo ε δ ζ, est æqualis æquiangulum igitur est triangulum λ μ ν ipsi δ ε ζ, triangulo. & descriptum circa circulum α β γ. Circa circulum igitur datum: dato triangulo æquiangulum descriptum est, quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 4.

4 INtra datum triangulum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit assignatus triangulus a b c. Volo intra ipsum, circulum describere. Hæc est quasi conuersa secundæ. Diuido enim duos eius angulos a & b, per æqualia a quidẽ: ducta linea a d b. uero ducta linea b d, quæ

quæ concurrent in puncto d, a quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius trianguli d e, quidem, ad a b d f, ad a b c, & d g, ad a c. Et quia duorum triangulorum e a d, & g a d, angulus a unius, est æqualis angulo a alterius, & uterq; angulorũ e & g, rectus, & latus a d, cõmune, erit per 26 primi, linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cũ duorũ triangulorũ e b d, & f b d, angulus b, unius, sit æqualis angulo b alterius, & uterque angulorũ e & f, rectus, latus quoq; d b cõmune, erit per eandẽ, linea e d æqualis lineæ d f, quare tres lineæ d e, d f, d g, sunt æquales. Posito ergo cẽtro in d, descriptus circulus secũdũ quãtitatem unius earũ trãsibit per 9 tertij per reliquarũ duarũ extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, unaquæq; linearum a b, b c, c a, erit contingens circulum: patet perfectum esse propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 4

4 In dato triangulo, circulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ. oportet iam in triangulo α β γ, circulum describere. Secentur (per 9 primi) anguli α β γ, & α γ β, bifariam, per rectas lineas β δ, & γ δ, quæ concurrant adinuicem in signo δ. Excitentur (per 12 primi) ab ipso δ, in ipsas α β, β γ, & γ α, rectas lineas: perpendiculares δ ε, δ ζ, & δ η. Et quoniam æqualis est angulus α β δ, angulo γ β δ, & angulus β ε δ, rectus æqualis est angulo β ζ δ, recto: duo iam triangula sunt ε β δ, δ ζ β, duos angulos duobus angulis habẽtia æquales, & unũ latus uni lateri æquale β δ, scilicet quod commune ipsis est æqualium angulorum subtendẽs unũ, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt, æqualis igitur est δ ε, ipsi δ ζ, & per hoc etiam δ η, ipsi δ ζ, est æqualis, quare & δ ε, ipsi δ η, est æqualis, tres igitur δ ε, δ ζ, & δ η, sibi inuicem sunt æquales (per 1 cõmunem sententiam.) Cẽtro igitur δ, spatio uero aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, circulus descriptus, per reliqua signa transibit, & tanget rectas lineas α β, β γ, & γ α. quoniam anguli ad ε ζ η, signa existentes, recti sunt. Si enim eas secat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens, quod esse impossibile, patuit (per 16 tertij) Circulus igitur descriptus centro δ, spatio uero aut δ ε, aut δ ζ, aut δ η, rectas lineas α β, β γ, & γ α, non secat, tanget igitur, & erit circulus descriptus in triangulo α β γ. In dato triãgulo igitur α β γ, circulus descriptus est ε ζ η. Quod facere oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 5

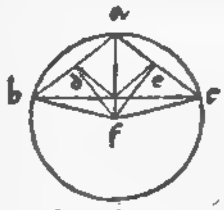
5 Circa trigonum assignatum, siue illud sit orthogonium, siue amblygonium, siue oxygonium: circulum describere.

CAMPANVS. Sit trigonus assignatus a b c. Volo circa ipsum describere circulum. Hæc est quasi conuersa terræ. Diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b, quidem in puncto d & a c, in puncto e, à quibus productis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quousque cõcurrant in puncto f, sintq; d f, & e f. Concurrent enim, quoniam cũ uterq; angulorum d & e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, fient duo anguli ad partem in quam protrahuntur, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionẽ, igitur à puncto f, qui est punctus concursus, quẽ dico esse cẽtrum circuli quæsiti protraho lineas ad singulos angulos, quæ sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f, sunt æqualia duobus lateribus b d & d f, trianguli b d f, & angulus d unius angulo d alterius, quia uterque rectus: erit per 4 primi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æqualis f c, comparatis lateribus angulis duorum triãgulorum a c f, & c e f, ergo per 9 tertij puncrũ f, erit centrum circuli quæsiti. Hæc est uniuersalis demonstratio ad omnes species trigoni. Quia tamen auctor uidetur uelle medium uariare distinguendo inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorũ sigillatim est demonstrãdũ. Sit ergo trigonus propositus orthogonus, sitq; angulus a, rectus. Latus b c a, respiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, à quo puncto quem di





co esse centrum circuli, ad medium punctum utriusque duorũ reliquorum laterũ qui sit d, duco lineã f d. Et quia linea f d, diuidit duo latera a b & b c triãguli a b c per æqualia ipsa erit æquidistans tertio uidelicet lineæ a c, hoc enim demonstratũ est, supra 29 primi. Et quia angulus a positus est rectus, erit per secundam partem & per tertiã 29 primi, uterque angulorũ qui sunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a, eritq́ per 4 primi linea a f æqualis lineæ b f, comparatis adinuicem lateribus & angulis triãgulorum a d f, b d f. Et quia linea b f est æqualis lineæ c f, erunt tres lineæ b f, a f, c f, adinuicem æquales. quare per 9 tertij, erit f, centrũ circuli quæsiti.





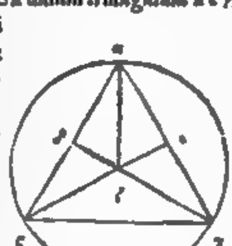
Sit rursus trigonus a b, amblygonius, sitq́ angulus a, obtusus. Latus b c respiciens hunc angulum obtusum, diuido per æqualia in puncto h, a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum, quæ sunt d & e, duco lineas h d & h e, eritq́ d h æquidistans a c, & e h æquidistans a b, propter id quod demonstratum est, supra 29 primi, uidelicet quod linea secans duo latera alicuius triãguli per æqualia tertio est æquidistans, quare per secundam partem 29 primi, erit uterque duorũ angulorũ b d h & c e h, æqualis augulo a, & ideo uterque obtusus. Ductis igitur perpendicularibus d f, ad lineam a b, & e f, ad lineam a c, quousque concurrant in pũcto f quem dico esse centrum, circuli (manifestũ est enim eas concurrere, propter causam prius dictam) secabit utraque earum, lineam b c quæ respicit obtusum, & concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui est punctus concursus earũ, produco lineas f a, f b, f c, quæ per 4 primi bis assumptam erunt æquales comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorũ a e f, c e f, quare per 9 tertij f, est centrum circuli quæsiti. Esto iterum ut trigonus a b c, sit oxygonius. Diuisis omnibus eius lateribus per æqualia, uidelicet latere a b, in puncto d, & latere a c, in pũcto e, & b c in pũcto h, protraho lineas d e, d h, & e h, eritq́ d h, æquidistãs a c, & e h ipsi a b, propter id quod demõstratum est super trigesimam nonam primi, quare per secũdam partem 29 primi, uterque anguloum b d h, c e h, erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpẽdicularibus d f ad lineã a b, & e f, ad lineam a c, manifestum est eas concurrere intra triangulum a b c, sitque punctus concursus f, quem dico esse centrum circuli, produco enim lineas f a, f b, f c: quæ per 4 primi bis assumptam ut prius erunt æquales. quare per 9 tertij, erit f, centrum circuli quæsiti.

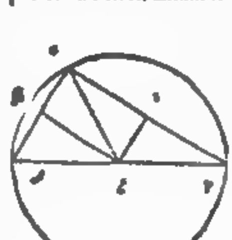
CORRELARIVM Per prædicta patet quod si triangulus fuerit orthogonius, centrũ circuli circunscribẽdi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto si fuerit amblygonius, centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius, cadet intra triangulum. Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 5

5

Circa datum triangulum, circulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ, oportet iam circa datum triãgulum α β γ, circulum describere. Secetur enim (per 10 primi) α β, & α γ, rectæ lineæ bifariam, in δ, & ε, signis. & ab ipsis δ ε, signis, ipsis α β, & α γ, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur δ ζ & ε ζ. Concurrãt autẽ, aut intra ipsum triangulũ α β γ, aut in ipsa recta linea β γ, aut extra rectam lineam β γ. Concurrant igitur*







primũ intra ipsum triangulũ, in ζ, signo: cõnectanturq́ (per 1 postulatũ) ζ β, ζ γ, & ζ α. Et quoniã æqualis est α δ, ipsi δ β, cõmunis autẽ δ ζ, & ad angulos rectos, basis igitur α ζ, (per 4 primi) basi ζ β, est æqualis, Similiter iã ostẽdemus quod etiã γ ζ, ipsi α ζ, est æqualis, quare ζ β, ipsi ζ γ, est æqualis. Tres igitur ζ α, ζ β, & ζ γ, sibi inuicem sunt æquales. Cẽtro igitur ζ, spatio uero aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus descriptus, trãsibit per reliqua signa & erit circulus descriptus circa triangulum α β γ, describatur iam sicut α β γ. Sed rectæ lineæ δ ζ, & ε ζ, cõcurrant super β γ, rectã lineam in signo ζ, sicut secunda habet descriptio, & cõnectatur α ζ, similiter quoq; ostẽdemus quod ζ, signũ centrũ est circuli descripti circa α β γ, triãgulũ. Sed iam δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ, cõcurrãt extra ipsum triãguluũ α β γ, in signo ζ. Rursus sicut habet tertia descriptio, coniungantur α ζ, ζ β, & ζ γ, rectæ lineæ, & quoniã rursus æqualis est α δ, ipsi

δ β

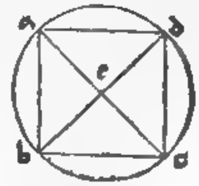
δ β, cõmunis autẽ & ad angulos rectos δ ζ, basis igitur α ζ, (per 4 primi) basi β ζ, est æqualis. similiter quoque ostendemus, quod & γ ζ, ipsi α ζ, est æqualis. Centro rursus igitur ζ, spatio uero aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus descriptus transibit per reliqua signa, & erit descriptus circa α β γ, triangulum, describatur sicut α β γ. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est, quod facere oportebat.

CORRELARIVM. Et manifestum est quod quando introrsum trianguli, cadit centrum circuli, angulus β α γ, existens in maiore circuli segmento, recto minor est. Quando autẽ in β γ, rectã lineam, in semicirculo existẽs angulus, rectus est. Quãdo uerò extra ipsam ε γ, rectã lineã centrũ cadit, angulus ε α γ, existẽs in minore circuli segmẽto, recto maior est. Quare & quãdo minor recto fuerit datus angulus, introrsum ipsius trianguli concurrũt δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ. Quando autẽ rectus: super ε γ. Quando uero maior recto: extra ipsam β γ, quod fecisse oportuit.

Eucli ex Camp. Proposito 6.

6 INtra datum circulum quadratum describere.

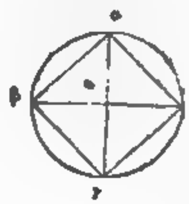
CAMPANVS Sit datus circulus a b c d, cuius cẽtrũ e: uolo intra ipsum describere quadratũ. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se orthogonaliter supra centrũ e, quarũ extremitates cõiungo, protractis lineis a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratũ quæsitũ, ipsæ enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter assumptã, propter id quod quatuor lineæ e a: e b, e c, & e d, sunt æquales, & quatuor anguli qui sunt ad e, recti: sed unusquisque quatuor angulorũ a b c & d, est rectus, per primam partem 30 tertij, propter id quod quilibet eorum est in semicirculo erit igitur a b c d: quadratũ per diffinitionẽ. Quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 6

6 In dato circulo, quadratum describere.

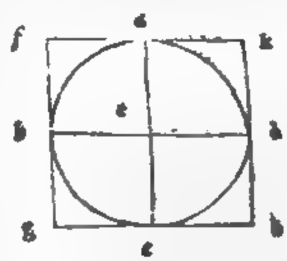
THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ oportet iam in circulo α ε γ δ quadratum describere. Excitentur enim ipsius circuli α β γ δ, diametri ad angulos rectos adinuicem, sintque α γ & β δ. & coniungãtur α ε, β γ, γ δ & δ α. Et quoniã æqualis est ε ι, ipsi ι δ, (per diffinitionẽ 15 primi) centrũ enim est ι, cõmunis autẽ & ad angulos rectos ι α, basis igitur α ε, (per 4 primi) basi α δ est æqualis: & per hoc etiã utraque ipsarum β γ, & γ δ, utrique ipsarum α β & α δ est æqualis: æquilaterum igitur est quadrilaterum α β γ δ. Dico quod etiam rectangulum quoniã enim recta linea ε δ, dimetiens est circuli α β γ δ: semicirculus igitur est β α δ rectus igitur est angulus ε α δ (per 31 tertij) & per hoc etiam unusquisque angulorum contentorum sub α ε γ, β γ δ: & γ δ α, rectus est. Rectangulum igitur est quadrilaterum α β γ δ, ostensum autem est quod & æquilaterũ: quadratum igitur est (per 30 diffinitionem primi) & descriptum in circulo α ε γ δ quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 CIrca propositum circulum quadratum describere.

CAMPANVS Sit propositus circulus a b c d: cuius cẽntrũ e, uolo circa ipsum, describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros a c & b d: secantes se orthogonaliter super centrum e, à quarum extremitatibus duco in utrãque partẽ lineas orthogonaliter, quousque quælibet earũ concurrat cũ duabus lateralibus. sintque puncta cõcursus earũ f g h k, eritque per correlariũ 15 tertij, uterque angulorũ qui sunt ad unũquẽque quatuor punctorũ b c d, rectus: quia ergo in quadrilatero a f b e tres ãguli a h & e sunt recti, erit quartus angulus qui est f, rectus: habet enĩ quodlibet quadrilaterũ, quatuor angulos æquales quatuor rectis ut demonstratum est supra 32 primi. Eadẽ ratione quilibet angulorum g h k, erit rectus: ergo per secundam partẽ 28 primi duæ lineæ f g & k h, itẽque duæ f k & g h, sunt æquidistantes, ergo per 34 primi f k est æqualis g h, & f g, ipsi k h. Et quia per eandem f k est æqualis b d, & f g ipsi a c: at uero a b d est æqualis a c: erunt quatuor lineæ f k & g h, & k h, æquales. Sed & quatuor anguli f g k h sunt recti: ut probatum est prius. ergo f g k h, est quadratum per diffinitionẽ. Quod est propositum.

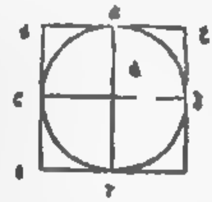


Eucli ex Zamb. Problema 7. Propositio 7.

7 Circa datum circulum, quadratum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α ε γ δ. Oportet iam circa ipsum α β γ δ circulũ: quadratum describere. Excitentur ipsius circuli α β γ δ duæ diametri ad angulos rectos adinuicẽ sintque α γ & β δ: & per signa

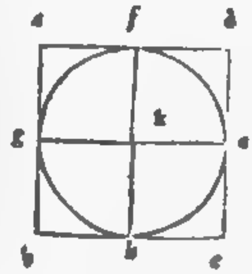
α, β, γ, δ, excitentur (per 17 tertij) rectæ lineæ tangentes circulum α β γ δ, sintq; ζ η, η θ, & θ ζ. Quoniam igitur recta linea ζ η, ipsum circulum α β γ δ, tangit in signo α, & ab ε, centro in ipsum α, contactum coniungitur recta linea ε α, anguli igitur qui sunt ad α, sunt recti (per 18 tertij) & ob id etiam anguli qui ad β γ δ, signa sunt recti. Et quoniam angulus α ε β, rectus est, & angulus qui sub ε β η, quoque rectus est: parallelus igitur est η θ, ipsi α γ, (per 28 primi.) & ob id quoque α γ, ipsi ζ κ, parallelus est. Similiter quoque iam ostendemus, quod & utraque ipsarum η ζ, & θ κ, ipsi β ε δ, parallelus est, parallelogramma igitur sunt η δ, η γ, α κ, ζ β, & β κ, æqualis igitur est η ζ, ipsi θ κ, & η θ, ipsi ζ κ (per 34 primi. Et quoniam æqualis est α γ, ipsi β δ, sed α γ, utrique ipsarum η θ & ζ κ, est æqualis, & β δ, utrisque ipsarum η ζ, & θ κ, est æqualis utraque igitur ipsarum η θ, & ζ κ, utrique ipsarum η ζ, & θ κ, est æqualis, æquilaterum igitur est ζ η θ κ, quadrilaterum. Dico quod & rectangulum. Quoniam enim parallelogrammum est η β ε α, & angulus α ε β, rectus igitur est & qui sub α η β, est angulus. (per 34 primi. similiter quoque ostendemus quod & qui ad θ κ ζ, anguli consistunt recti sunt. Rectangulum igitur est, ipsum ζ η θ κ quadrilaterum, demonstratum uero quod & æquilaterum, quadratum igitur est, & circa α β γ δ, circulum: descriptum est. Circa datum igitur circulum, quadratum descriptum est, quod oportebat facere.



8 Eucli. ex Camp. Propositio 8

INtra quadratum assignatum circulum describere

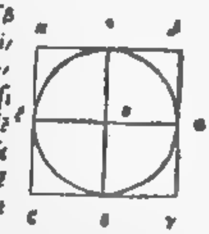
CAMPANVS Sit quadratum assignatum a b c d. Volo intra ipsum: describere circulum. Hæc est quasi conuersa 4. Diuido unũquodque latus eius per æqualia: a d quidem in puncto f, b a in puncto g, c b in puncto h, & d c in puncto e, & produco lineas e g & f h, secantes se in puncto k: quem dico esse centrum circuli: erit enim f h æquidistans & æqualis a b, per 31 primi, propter id quod a f, & b h sunt æquales & æquidistantes. Similiter per eandem & d c, ipsi a b, & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem æquales, erunt per 34 primi quatuor lineæ k e, k f, k g, & k h: æquales: ergo per 9 tertij k: est centrum circuli quæsiti.



Eucli. ex Zamb. Problema 8. Propositio 8

8 In dato quadrato, circulum describere.

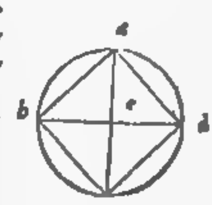
THEON ex Zamb. *Esto datum quadratum α β γ δ. Oportet iam in α β γ δ, quadrato, circulum describere, secetur (per 10 primi) utraque ipsarum α β & α δ bifariam in ε, ζ, signis, & per ε, utrique ipsarum α β, & δ γ (per 31 primi) parallelus excitetur ε θ, & per ζ utrique ipsarum α δ, & β γ (per 31 primi) parallelus excitetur ζ κ. Parallelogrammum igitur est unumquodque ipsorum α κ, κ β, α θ, θ δ, α η, η γ, β η, & η δ, & eorum latera, uidelicet quæ ex opposito, sunt æqualia (per 34 primi,) & quoniã æqualis est α δ, ipsi α β, & ipsius α δ dimidiu est α ε, & ipsius α β, dimidium est α ζ, æqualis igitur est α ε, ipsi α ζ, quare & quæ ex opposito (per eandẽ sunt æquales, æqualis igitur est ζ η, ipsi ε η. Similiter quoq; ostendemus quod & utraq; ipsarũ η θ, & η κ, utrique ipsarũ ζ η, & η ε, est æqualis. Quatuor igitur η ε, η ζ, η θ, & η κ, sibi inuicẽ sunt æquales, (per 1 communem scientiam.) Centro igitur η, spatio uero aut η ε, aut η ζ, aut η θ, aut η κ, circulus descriptus, trãsibit etiam per reliqua signa, & tanget α β, β γ, γ δ, & δ α, rectas lineas: quoniam anguli qui sunt ad signa ε ζ θ κ recti sunt. Si enim circulus rectas lineas α β, β γ, γ δ, & δ α, secat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos, introrsum ipsius circuli cadit, quod est impossibile (per 16 tertij.) Centro igitur η, spatio autem aut η ε, aut η ζ, aut ζ θ, aut ζ κ circulus descriptus, ipsas rectas lineas α β, β γ, γ δ, & α δ non secat: tangit igitur ea. & in quadrato α β γ δ, descriptus est. In dato quadrato igitur, & reliqua quæ sequũtur, quod facere oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 CIrca assignatum quadratũ circulũ describere.

CAMPANVS. Sit quadratum a b c d. Volo circa ipsum circulum describere. Hæc est quasi conuersa 7. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se in puncto e, quem dico esse centrum circuli. Cum enim lineæ a d, & a b, sint æquales: erunt per 5 primi anguli a d b, & a b d, æquales. & quia angulus totalis est rectus: erit (per 11 primi) uterque eorum medietas recti: simili quoq;



quocꝙ modo probabitur quelibet partialiũ angulorũ à prædictis diametris & lateribus quadrati propositi contentorũ,esse medietatẽ recti.Quia igitur angulus e a d,est æqualis angulo e d a,erit per 6 primi,linea e a,æqualis lineæ e d.Eadem ratione erit e a æqualis e b,&e c,æqualis e d,quare:quia quatuor lineæ e a,e b,e c,e d,sunt æquales,erit per 9 tertij,e centrum circuli quæsiti,quod est propositum.

Eucli,ex Zamb. Problema 9 Propositio 9

9 Circa datum quadratum,circulum describere.

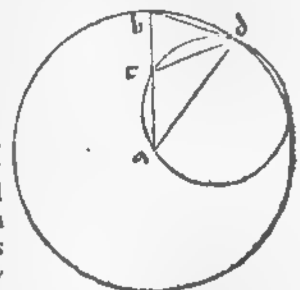
THEON ex Zamberto. *Sit datum quadratum α β γ δ,oportet iam circa α ϐ γ δ, quadratum,circulum describere.Coniunctæ rectæ lineæ α γ,& δ β,sese inuicem secent in ε. Et quoniam æqualis est δ α ipsi α β,communis autem α γ,duæ igitur δ α,& α γ,duabus β α,& α γ,sunt æquales,altera alteri,& basis δ γ,(per 4 primi,basi β γ,est æqualis angulus igitur δ α γ.(per 8 primi)ei qui sub β α γ,est angulo æqualis est Angulus igitur δ α β,bifariam diuisus est,per lineam α γ Similiter iam ostendemus quod & unusquisꝗ angulorum qui sunt sub α ϐ γ,ϐ γ δ,& γ δ α,bifariam diuisus est per α γ,& δ β,rectas lineas. Et quoniam angulus δ α β, æqualis est angulo α ϐ γ,& anguli δ α β, angulus ε α ϐ,dimidium est,& anguli α β γ,dimidium est angulus ε ϐ α,angulus igitur ε α ϐ,angulo ε β α,est æqualis,quare (per 6 primi,)& latus ε α,lateri ε ϐ,est æquale.Similiter iam ostendemus quod & utraque ipsarum ε γ & ε δ,rectarum linearum,utrique ipsarum ε α,& ε β,est æqualis.Quatuor igitur ε α,ε ϐ,ε γ,& ε δ,sibi inuicem sunt æquales.Cẽtro igitur ε,spatio uero aut ε α,aut ε β aut ε γ,aut ε δ, circulus descriptus,trãsibit per reliqua signa & erit descriptus circa α β γ δ,quadratum,describatur sicut α ϐ γ δ.Circa datum igitur quadratum,circulus descriptus est,quod fecisse oportuit.*



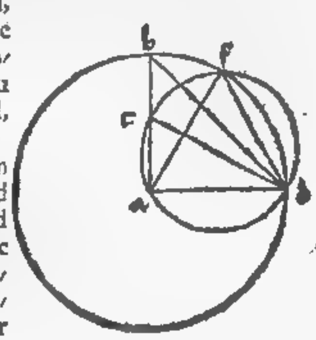
Eucli,ex Camp. Propositio 10

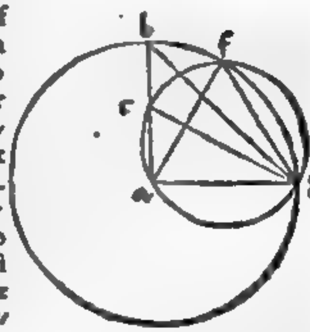
10 DVum æqualium laterum triangulum designare cuius uterque duorum angulorum quos basis obtinet reliquo duplus existat.

CAMPANVS Intentio est describere unum triangulũ duum æqualium laterũ & tertij inæqualis, cuius uterque angulorum qui super latus quod est reliquis inequale,existunt,ad tertium duplus existat. Ad hoc autem faciendum sumatur linea quælibet quæ sit a b, quæ diuidatur secundum quod docet 11 secundi,in pũcto c,ita quod illud quod fit ex a b,in b c sit æquale quadrato a c. Factóque puncto à centro,secundum ipsius quantitatem describatur circulus b d e,intra quem per primam huius coaptetur linea b d, æqualis lineæ a c,& producantur duæ lineæ d a,d c,Dico triangulum a b d,esse qualis proponitur. Circunscribatur circulus qui sit d c a,per 5 huius;triangulo d c a.Quia ergo linea d b,est æqualis lineæ a c,erit quod fit ex a b,in b c, æquale quadrato lineæ b d.quare per ultimam tertij b d,linea,est contingens circulum d c a.& per 31 eiusdem,angulus c d b,est æqualis angulo c a d.Posito ergo communi angulo c d a,erit totus angulus b d a,æqualis duobus angulis c a d,c d a,sed per 32 primi, angulus b c d est æqualis eisdem,quia extrinsecus ad ipsos,ergo b d a,est æqualis angulo b c d,& quia angulus a d b,est æqualis angulo a b d, per 5 primi,eo quod latera a b, & a d sunt æqualia erit angulus b c d,æqualis angulo c b d,ergo per 6 primi,linea c d, est æqualis lineæ b d,quare & lineæ c a, ergo per 5 primi, angulus c a d,est æqualis angulo c d a Quia ergo uterque angulorum c d b,& c d a,est æqualis angulo c a d, erit totus angulus b d a,duplus ad angulum d a b,& ideo angulus a b d,sibi æqualis,duplus est etiam ad angulum b a d, quod est propositum.

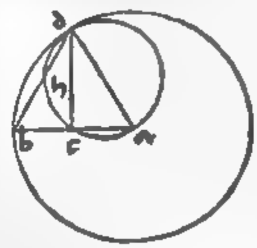


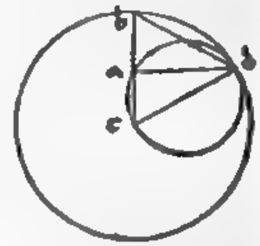
CAMPANI additio. Forsan dicet aduersarius circulum d c a,circunscriptum trigono partiali,secare circulum b d e in aliquo pũcto arcus b d:ita ꝙ simul secabit lineam b d unde ipsa nõ erit circulo applicata sicut in demõstratione supponitur,sed ipsum secãs. Sit ergo si possibile est,ut ponit aduersarius, & a puncto b, ducatur ad ipsum circulũ minorẽ,cõtingens b f,& ducãtur lineæ f a,f d, eritꝙ per penultimã tertij,quod fit ex a b,in b c, æquale quadrato,



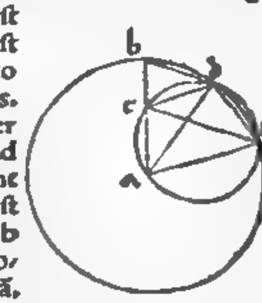


b f,ergo b f,est æqualis b d,quare per 5 primi, angulus b f d,est æqualis angulo b d f,& quia per 21 tertij,angulus b f a est æqualis angulo a d f,erit angulus b d f. maior angulo a d f.quod est impossibile:cum ipse sit pars eius. Aliter possumus illud refellere,& ostendere quod ille minor circulus nullo modo secabit lineam b d. Forsan enim diceret quod secaret eam,non secando arcũ d b, maioris circuli. Si enim possibile,est quod secet eam,sit hoc in puncto h,eritque quod fit ex a b in b c,æquale ei quod fit ex d b,in b h. Monstratum est enim,supra penultimam tertij quod si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet lineæ secantes ad circulum ducantur,quæ sub totis & earũ portionibus extrinsecis continẽtur:æqualia sunt adinuicẽ.& quia quod fit ex a b,in b c,est æquale quadrato d b,quod est impossibile,per 1 secundi,quare constat propositũ. Et nota quod minor circulus necessario secabit maiorem,& abscindet ab eo arcum unũ æqualẽ arcui b d, maior abscindet similiter ab eodem unũ arcum æqualem arcui d c. Quod sic probatur. Si enim minor nõ



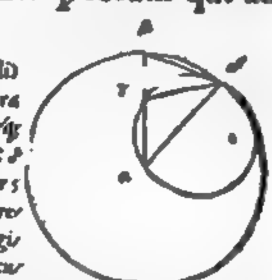


secat maiorem,contingit ergo ipsum in puncto d Et quia per 11 tertij circulorũ se contingentium centra & punctus contactus sunt in linea una,erit centrum minoris circuli in linea a d,propter hoc quod in ea est centrum maioris,& punctus contactus, ergo per 16 tertij angulus a c d,est rectus,quare & angulus a d b, est rectus,similiter & angulus a b d,sibi æqualis:est rectus,quod est impossibile per 32 primi. Secet ergo ipsum in punctis e d. dico arcum e d maioris, esse æqualem arcui d b.& arcũ e d minoris, esse æqualem arcui d c. Produco lineas d e,c e,& e a, eritque per 26 tertij,unusquisque quatuor angulorum qui sunt d e c,c e a,d a c,& a d c,æqualis alij,ꝑpter id quod duo arcus d c,& c a, sunt æquales per 27 eiusdem. quare totalis angulus a e g, duplus est ad angulum b a d,& ideo æqualis utriq; angulorũ a b d & a d b Et quia angulus a e d est æqualis angulo a d e. per 5 primi. propter id q̃d a e & a d,sunt æquales,a cẽtro enim ad circũferentiã,



erũt duo anguli e d.triãguli a e d æquales duobus angulis d & b.triãguli a d b:ergo per 32 primi,reliquus angulus a unius,est æqualis reliquo angulo a,alterius. Ergo per 25 tertij,arcus e d,maioris,est æqualis arcui d b,& per eãdẽ,arcus e d,minoris, est æqualis arcui d c.& hoc est quod proposuimus. Bach ex Zamb. Problema 10 Propositio 10

10 Isosceles triangulum constituere,habens unumquenq; eorum qui ad basin sunt angulorum duplum reliqui.



THEON ex Zamb. Ponatur quædã recta linea α ϐ,seceturq; (per 11 secũdi) in γ,signo ut sub α β,& β γ.cõprehensum rectãgulũ æquũ sit ei quod fit ex γ α,quadrato,& cẽtro α,spatio uero α β,(per 3 postulatũ) circulus describatur β δ ε, Applicetur q; in circulũ β δ ε,ipsi α γ,rectæ lineæ quæ diametro ipsius β δ ε,maior nõ est circuli ϐ δ ε, æqualis recta linea β δ,(per 1 quarti,)& cõnectãtur α δ,& δ γ,describaturq; (per 5 quarti)circa α γ δ,triangulũ,circulus α γ δ ζ. Et quoniã cõtinetur sub α β,& β γ,rectangulũ æquũ est ei quod fit ex α γ,quadrato,æqualis autẽ est α γ,ipsi β δ,quod igitur continetur sub α β,& β γ,æquum est ei quod fit ex β δ. Et quoniam extra circulum α γ δ ζ,suscipitur signũ aliquod β,& ab ipso ϐ,in circulũ α γ δ ζ, ciderunt duæ rectæ lineæ β γ α,& β δ,& earũ una secat & altera incidit,& id quod cõtinetur sub α β,& β γ,æquũ est ei quod fit ex ϐ δ,igitur (per 37 tertij.)β δ,tãgit circulũ α γ δ ζ Quoniã igitur β δ,tangit in δ,signo,ab ipso autẽ δ,contactu ducta est δ γ,angulus igitur β δ γ,(per 32 tertij,æqualis est ei qui in alterno est circuli segmẽto,angulo qui sub δ α γ. Quoniam igitur æqualis est angulus β δ γ angulo δ α γ, cõmunis apponatur angulus γ δ α. Totus igitur angulus æqualis est duobus qui sub γ δ α,& δ α γ,sunt angulis. Sed eis qui sunt sub γ δ α,& δ α γ,æqualis est angulus exterior β γ δ,(per 32 primi,& angulus igitur β δ α, æquus est angulo β γ δ. Sed angulus β δ α,ei qui sub γ β δ,

(per 5 primi) est æqualis, quoniam latus α δ, (per 15 diffinitionem primi) lateri α γ, est æquale. quare & angulus δ β α, (per 1 communem sententiam,) angulo β γ δ, est æqualis. Tres igitur anguli β δ α, δ β α, & β γ δ, sibi inuicē sunt æquales. Et quoniam æqualis est angulus δ β γ, angulo α γ δ, æquale est & latus β δ, lateri δ γ. Sed β δ, ipsi γ α, est æqualis per hypothesin, & α γ, igitur, ipsi γ δ, est æqualis. Quare & angulus γ δ α, (per 5 primi) angulo δ α γ, est æqualis. Igitur anguli qui sunt sub γ δ α & δ α γ, eius qui sunt sub γ α δ, dupli sunt. Angulus autem sub β γ δ, angulis qui sunt sub γ δ α, & δ α γ, est æqualis. Et angulus igitur β γ δ, eius qui est sub γ α δ, anguli duplus est. Aequalis autem est angulus β γ δ, utrique ipsorum sub β δ α, & δ β α, angulorū. Et uterque igitur eorū qui sunt sub β δ α, & δ β α, angulorum, eius qui est sub δ α β, duplus est. Isosceles igitur triangulum constitutum est α β δ, habens unūquemque eorum qui ad basin δ β, sunt angulorum, duplicem reliqui, quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 INtra datum circulum: æquilaterum atque æquiangulum pentagonum describere.

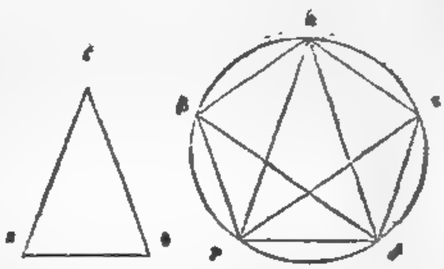
CAMPANVS Sit datus circulus a b c. Volo intra ipsum describere pentagonum unum æquilaterum atque æquiangulum. Designo triangulum unum qualem præmissa proponit, qui sit z, cui alium æquiangulum intra datum circulum describo sicut docet 2 huius, qui sit a b c. sitque uterque angulorū a b c & a c b, duplus ad angulum c a b. Vtrumque eorum diuido per æqualia, ductis lineis b e, & c d, eruntque per 11 tertij, quinque puncta a d b c e, diuidunt circulum, adinuicem æquales, propter id quod quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, sunt adinuicem æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ sunt a d, d b, b c, c e, & e a, erit pentagonus a d b c e, inscriptus dato circulo qualis proponitur. Est enim æquilaterus per 25 tertij, cum quinque arcus quorum eius quinque latera sunt chordæ, sint adinuicem æquales. Et etiam æquiangulus per 26 eiusdem, eo quod quinque arcus d a e, a e c, e c b, c b d & b d a, in quos anguli ipsius pentagoni cadunt, sunt adinuicem æquales. Sicque constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 11

11 In dato circulo, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam in α β γ δ ε, circulo, pentagonū æquilaterū & æquiangulū describere. Sumatur, (per 14) triangulū isosceles, sitque illud ζ η θ, duplum habens unumquemque eorū qui sunt ad η θ, angulorum, reliqui, hoc est eius qui est ad ζ. Et describatur (per 2 quarti) in circulo α β γ δ ε, triangulo ζ η θ, æquiangulū triangulū α γ δ. Ita ut angulo qui ad ζ, angulus qui sub γ α δ, fiat æqualis, & uterque eorū qui sub α γ δ & γ δ α, sunt angulorū, utrique eorū angulorū qui ad η, & θ fiat æqualis, & uterque igitur eorū qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui est sub γ α δ, duplus est. Secetur (per 9 primi) uterque eorū qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, angulorum, bifariam per γ ε, δ β, rectas lineas, & coniungantur α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α. Quoniam igitur uterque angulorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui sub γ α δ, est anguli duplus est, & dissecti sunt bifariam per rectas lineas γ ε, & δ β, quinque igitur anguli qui sunt sub δ α γ, α γ ε, ε γ δ, γ δ β, & β δ α, sibi inuicem sunt æquales. Sed anguli æquales, in æqualibus circunferentijs consistunt (per 25 tertij) quinque igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. Sed æqualibus circūferentijs, (per 29 eiusdem) æquales rectæ lineæ subtendantur, quinque igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. æquilaterum igitur est pentagonum α β γ δ ε. Dico iam quod & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α β, circunferentiæ δ ε, est æqualis, communis apponatur β γ δ, tota igitur circunferentia α β γ δ, toti circunferentiæ ε δ γ β, est æqualis, & consistit quidem super α β γ δ, circunferentia, angulus α ε δ, & super ε δ γ β, circunferentia, consistit angulus β α ε, & angulus igitur qui sub β α ε, ei qui sub α ε δ, est angulo æqualis est, & ob idem unusquisque eorū qui sunt sub α β γ, & β γ δ, & γ δ ε, angulorum, unicuique eorum qui sunt sub β α ε, & α ε δ, angulorum est æqualis. Aequiangulum igitur est pentagonum α β γ δ ε: ostensum autem est quod & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est. quod facere oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 12

Circa

Circa propositum circulum, pentagonum æquilaterum atque æquiangulum designare.

CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c, cuius centrum f. Volo circa ipsum designare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circunferentiam ipsius circuli (quasi secundum doctrinã præmissæ sibi inscripsissem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quæ sint a d b c e, ad quæ à centro ducam lineas f a, f d, f b, f c, f e, & ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in utranque partem, quousque concurrant in punctis g h k l m, eruntq́ hæ lineæ contingentes circulum, per correlarium 15 tertij. Et ad ista puncta concursus, ducam à centro lineas f g, f h, f k, f l, f m. Et quia monstratum est super penultimam tertij, quod si ab aliquo puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad ipsum circulum ducantur, quod ipsæ erunt æquales, erit linea g a, æqualis lineæ g d, & h d, ipsi h b, & sic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulũ, sunt adinuicẽ æquales, erũt per 26 tertij, quinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, consistentes super hos arcus in centro f, sibi inuicem æquales. Sũt aũt duo latera a g, & f a, triãguli f g a, æqualia duobus lateribus d g & f d, triãguli f g d, & latus g f cõmune ergo per 8 primi, duo anguli eorum qui sunt ad f, itemq́ duo anguli qui sunt ad g, sunt adinuicem æquales: eadem ratione duo anguli qui sunt ad f, in triãgulis d f h, & h f b, itemq́ duo qui sunt ad h, sunt adinuicem æquales. Similiter quoque singuli trium reliquorũ angulorum qui sunt b f c, c f e, e f a: & singuli trium qui sunt k l m, diuidantur per æqualia, primi quidem: per lineam f k, secũdi per lineam f l, tertij uero per lineã f m. Et quia hi tres anguli qui sunt b f c, c f e, e f a, sunt sibi inuicem æquales, & alijs duobus qui sunt a f d, & d f b, æquales, erunt eorum dimidia quæ sunt decem anguli facti in centro f, adinuicem æqualia. Quia igitur duo anguli a, & f, trianguli g a f, sunt æquales duobus angulis a & f, trianguli m a f, & latus a f, cõmune, erit per 26 primi angulus g, unius æqualis angulo m, alterius, & latus g a, æquale lateri a m. Eadem ratione erit angulus g m, triangulo g f d, æqualis angulo h, in triangulo d f h, & latus g d, æquale lateri d h. Quare, quia g a, est dimidium g m, & g d, dimidium b h & g a, & g d, sunt æqualia, erunt per communem sciẽtiam g m, & g h, eorum dupla, æqualia. Similiter quoque probabimus g m, esse equale m l, & m l, ipsi l k, & l k, ipsi k h, quare pentagonus g h k l m est æquilaterus. Sed & æquiangulus. Cum enim duo anguli qui sunt ad g, sint adinuicem æquales, & duo qui sunt ad m, similiter adinuicem æquales, & g, partialis, sit æqualis m, partiali (utrunque enim probatum est prius) erit per eandem communem scientiam g, totalis æqualis m, totali, & eadem ratione probabis æqualitatem in cæteris angulis, quare est æquiangulus. Sicque constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Problema 12 Propositio 12

12 Circa datum circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam circa α β γ δ ε, circulum, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Intelligantur descripti (per 11 quarti.) pentagoni angulorum signa α β γ δ ε, ita ut (per præcedentem α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, circumferentiæ sint æquales, & per α β γ δ ε, excitatæ sint (per 17 tertij, ipsum circulum tangentes rectæ lineæ, η θ, θ κ, κ λ, λ μ, & μ η. Sumatur centrum circuli α β γ δ ε, sitq́ (per primam tertij.) ζ, & connectantur rectæ lineæ ζ β, ζ κ, ζ γ, ζ λ, & ζ δ. Et quoniam κ λ, recta linea circulum ipsum α β γ δ ε, tangit in signo γ, & à centro ζ, in ipsum γ, contactũ ducta est ζ γ, igitur. (per 18 tertij,) ζ γ, super κ λ, perpẽdicularis est, rectus igitur est uterque eorum qui ad γ sunt angulorũ Et per hoc, anguli qui sunt ad δ β, signa, recti sunt. Et quoniam angulus qui sub ζ γ κ, rectus est, quod fit igitur ex ζ κ, æquum est eis quæ fiunt ex ζ γ, & γ κ, (per 47 primi, & per hoc eis etiam quæ fiunt ex ζ β, & β κ, æquũ est id quod fit ex ζ κ, (per eãdẽ.) Quæ fiunt igitur ex ζ γ, & γ κ, eis quæ fiũt ex ζ β, & β κ, sunt æqualia, quorum quod fit ex ζ γ, æquum est ei quod fit ex ζ β. Reliquum igitur quod fit ex γ κ, reliquo quod fit ex β κ est æquale, æqualis igitur est β κ, ipsi γ κ. Et quoniam æqualis est ζ β, ipsi ζ γ, & communis ζ κ,*

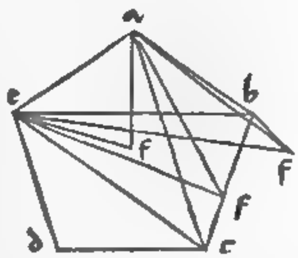


duæ

duæ igitur βκ & ζκ, duabus εζ & ζκ sunt æquales. Et basis βκ, basi εκ est æqualis. Angulus igitur βζκ (per 8 primi) angulo κζγ est æqualis: & angulus βκζ (per 4 primi) angulo ζκγ. Duplus igitur est angulus βζγ, eius qui sub κζγ est anguli. & angulus βκγ, eius qui est sub ζκγ. Et ob id etiā & angulus γζδ, eius qui est sub γζλ duplus est: & angulus γλδ, eius qui sub γλζ. Et quoniam circunferentia βγ æqualis est circunferentiæ γδ, æqualis est (per 27 tertij) angulus βζγ angulo γζδ: & angulus quidē βζγ, eius qui est sub κζγ duplus est: & qui sub δζγ, eius qui sub λζγ: angulus igitur κζγ, angulo λζγ est æqualis. Duo igitur iam triāgula sunt ζκγ & ζλγ: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale (per 26 primi) & eorum cōmune ζγ, scilicet quod commune ipsis est: & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur est κγ recta linea ipsi γλ, & angulus ζκγ, angulo ζλγ. Et quoniam æqualis est κγ ipsi γλ: dupla igitur est κλ ipsius κγ. & per hoc etiam ostendetur, quod θκ, ipsius βκ dupla est. Et quoniam ostensum est, quod βκ ipsi κγ est æqualis, & κλ ipsius βγ dupla est, & θκ ipsius βκ: igitur θκ ipsi κλ est æqualis. Similiter iam ostendetur, quod unaquæq; ipsarum ηθ, ημ, & μλ, unicuiq; ipsarum θκ & κλ est æqualis: æquilaterum igitur est pentagonum ηθκλμ. Aio etiam quod & æquiangulum: quoniā æqualis est angulus ζκγ angulo ζλγ, & ostensum est ipsius quidem anguli ζκγ duplū eum esse qui est sub θκλ, eius autem qui est sub ζλγ duplum eum esse qui est sub κλμ: angulus igitur qui est sub θκλ, angulo qui est sub κλμ est æqualis. Similiter iam ostendetur etiam quod unusquisq; eorum qui sunt sub κθη, & θημ, & ημλ, unicuiq; eorū qui sunt sub θκλ, & κλμ est æqualis. Quinq; igitur anguli qui sunt sub ηθκ, θκλ, κλμ, λμη, & μηθ, sibi inuicē sunt æquales. Aequiangulū igitur est pentagonum ηθκλμ: ostensum autem est quod & æquilaterum: & descriptum est circa circulum αβγδε: quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio. 13.

13 INtra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum assignatū, circulum describere.



CAMPANVS. Sit assignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e. Volo ei inscribere circulum. Hæc est quasi cōuersa 11. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec cōcurrant in puncto f intra ipsum pentagonum, quem dico centrum esse circuli. Concurrēt enim propter id quod dimidium totalis anguli a & similiter totalis anguli c, minus est angulo recto. Si enim intra pentagonum non cōcurrent, aut extra ipsum pentagonū, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utriq; angulorum diuersorum opponitur. Concurrant ergo primo extra in puncto f: & ducatur linea b f. Et quia duo latera c a, & a f, trianguli e a f sunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a alterius, erit per 4 primi, basis e f æqualis basi f b, & quia angulus a partialis est æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a est æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, sunt æquales. Quare a partialis est æqualis uel maior a totali, quod est impossibile. Cōcurrant ergo in puncto f super latus b c: eritq; arguendo per præmissas, & præmisso modo, angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod est impossibile. Qđ si forsan cōcurrāt in angulo c: erit per easdē & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis: æqualis angulo a totali. Quod quia esse nō potest: sit ergo punctus concursus qui est f, intra pentagonū: à quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ sint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos altrinsecus angulis per æqualia diuisis, qui sunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m sunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoq; probabis f l æqualē f m: sumptis duobis triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali: & quia b totalis æqualis est e totali, & e totalis diuisus est per æqualia erit etiā b totalis diuisus per æqualia. Eodē modo probabis d totalē diuisum per æqualia, propter æqualitatē d partialis & a partialis: sumptis triangulis e a f & e d f.



Quia ergo duo anguli g & b trianguli g f b sunt æquales duobus angulis h & b trianguli h f b,& latus f b commune,erit per 26 primi,f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k,æqualem f l: sumptus triangulis l f d,k f d. Quoniã igitur quinq; lineæ f g,f h,f k, f l,& f m sunt æquales:erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum describemus secundum quantitatem unius earum: & tanget omnia latera pentagoni, propter æqualitatem linearum:& nullum eorum secabit: per primam partem 15 tertij:sicq; constat propositum.

Eucli.ex Zamb. Problema 13. Propositio 13.

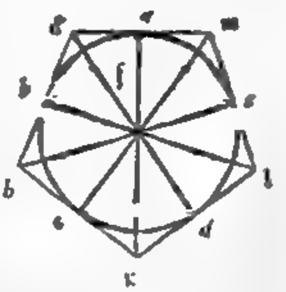
13 In dato pentagono æquilatero & æquiangulo,circulum describere.



THEON ex Zamberto. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum αβγδε:oportet iam in pentagono αβγδε:circulum describere. Secetur (per 9 primi) uterq; eorum qui sunt sub βγδ & γδε angulorum bifariam, per rectas lineas γζ & ζδ: & ab ζ signo in quo concurrunt ad inuicem ipsæ rectæ lineæ γζ & δζ:continguantur rectæ lineæ ζβ,ζα,& ζε. Et quoniã æqualis est βγ ipsi γδ,communis autem γζ:duæ iam βγ & γζ,duabus δγ & γζ sunt æquales:& angulus βγζ,angulo δγζ est æqualis:basis igitur βζ (per 4 primi) basi δζ est æqualis: & triangulum βγζ triangulo δγζ æquale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus γβζ,angulo γδζ. Et quoniam angulus γδε,eius qui sub γδζ est anguli,duplus est: æqualis autem est angulus γδε ei qui sub αβγ est angulo,& angulus γδζ angulo γβζ. angulus igitur γβα: anguli γβζ duplus est:æqualis igitur est angulus αβζ,angulo ζβγ. Angulus igitur αβγ,bifariam diuisus est per βζ rectam lineam. Similiter quoq; ostendetur quod & uterq; eorum qui sunt sub βαε & αεδ angulorum,bifariam diuisus est per utrãq; rectarum linearum ζα & ζε. Excitentur (per 12 primi) ab ζ signo in αβ,βγ,γδ,δε,& εα rectas lineas perpendiculares ζη,ζθ,ζκ,ζλ,& ζμ. Et quoniã æqualis est angulus θγζ angulo κγζ:est aũt angulus ζθγ rectus,angulo ζκγ recto æqualis:duo iam sunt triangula ζθγ & ζκγ duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri,& unum latus uni lateri æquum: commune enim eorum ζγ subtensum sub uno æqualium angulorum. & reliqua igitur latera reliquis lateribus (per 26 primi) æqualia habebunt. æqualis igitur est perpendicularis ζθ: ipsi ζκ perpendiculari. Similiter quoq; ostendetur,quod & unaquæq; ipsarum ζλ ζμ & ζη,unicuiq; ipsarum ζθ & ζκ est æqualis. Quinq; igitur rectæ lineæ ζη,ζθ,ζκ,ζλ,& ζμ,sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ζ, spatio uero aut ζη aut ζθ aut ζκ aut ζλ aut ζμ,circulus descriptus. per reliqua quoq; ueniet signa. Et tanget rectas lineas αβ,βγ,γδ,δε,& εα: per correlarium 16 tertij. quoniam anguli qui sunt ad η,θ,κ,λ,μ,signa recti sunt. Si enim non tanget eas, sed seccabit:continget quod à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipsum circulum cadet. quod esse impossibile ostensum est (per 16 tertij. Igitur centro ζ,spatio uero uno ipsorum η,θ,κ,λ,μ,signorum descriptus circulus, rectas lineas αβ,βγ,γδ,δε,& εα minime secabit tanget igitur eas (per correlarium 16 tertij) describatur sicut ηθκλμ. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo:circulus descriptus est,quod facere oportebat.*

Eucli.ex Camp. Propositio 14.

14 Circa datum pentagonum quod sit æquilaterum atq; æquiangulum,circulum describere.



CAMPANVS. Sit ut prius datus pentagonus,æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium hoc esse possibile) a b c d e uolo circa ipsum,describere circulum. Hæc est quasi conuersa 13. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e, diuido per æqualia,ductis lineis a f & f e quousq; concurrãt intra ipsum pentagonum in puncto f: cõcurrent enim & intra pentagonũ, ut probatum est in præmissa. Et a puncto concursus, duco ad reliquos angulos, lineas quæ sint f b,f c,f d: & quia duo latera a f & a b triãguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis est æqualis a totali,& e totalis diuisus est per æqualia: erit similiter b totalis diuisus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis utrunq; angulorum c & d, diuisum esse per æqualia & quinq; lineas f a, f b,f c,f d,f e, esse æquales:quare per 9 tertij erit centrũ circuli. Sicq; patet propositum.

Eucli.ex Zamb. Problema 14. Propositio 14.

14. Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

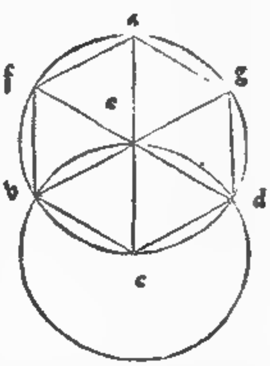


THEON ex Zamberto. *Sit datum pentagogonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam circa pentagonum α β γ δ ε, circulum describere. Secetur iam (per 9 primi) uterque eorum qui sunt sub β γ δ & γ δ ε angulorum bifariam, per utramque ipsarum γ ζ & δ ζ. Et à ζ signo in quo concurrunt ipsæ rectæ lineæ, ad signa β, α, ε, coniunguntur rectæ lineæ ζ β, ζ α & ζ ε. Similiter præcedenti ostendetur, quod & unusquisque eorū qui sunt sub γ β α, β α ε & α ε δ angulorum, bifariam secatur per unamquanque ipsarum ζ β, ζ α, & ζ ε rectarum linearum. Et quoniam æqualis est angulus β γ δ angulo γ δ ε, & anguli β γ δ dimidium est angulus ζ γ δ: anguli autem γ δ ε dimidiū est angulus γ δ ζ: & angulus ζ γ δ igitur angulo ζ δ γ est æqualis. Quare & latus ζ γ, lateri ζ δ est æquale. Similiter iam ostendetur, quod & unaquæque ipsarum ζ β, ζ α, ζ ε, utrique ipsarum ζ γ & ζ δ est æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ & ζ ε, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ζ, & spatio aut ζ α aut ζ β aut ζ γ aut ζ δ aut ζ ε, circulus descriptus: ueniet per reliqua signa, & descriptus erit circa α β γ δ ε pentagonum quod æquilaterum & æquiangulum est. Describatur & sit α β γ δ ε. Circa datum igitur pentagouum quod est æquiangulum & æquilaterum, circulus descriptus est, quod facere oportebat.*

Eucli.ex Camp. Propositio 15.

15 INtra propositum circulum, hexagonum æquilaterum atque æquiangulum describere.

Ex hoc itaque manifestum est quod latus hexagoni, æquū est dimidio diametri circuli qui inscribitur.



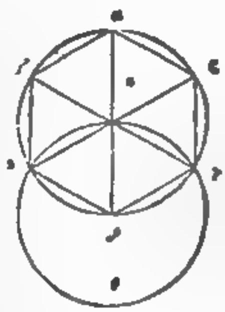
CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e: uolo sibi inscribere hexagonum æquilaterum atque æquiangulum. Produco diametrū a e c, & secundum quantitatem semidiametri e c, facto centro puncto c, describo circulum e b d, secantē priorem in duobus punctis b, d: à quibus produco duas diametros in circulo primo, quæ sint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo sex lineis quæ sunt a f, f b, b c, c d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quæsitum. Erit enim ut demonstrat prima primi, uterque triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiangulus per 5 eiusdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorum, sunt æquales duobus rectis: propter id quod quisque eorū est tertia duorum rectorū: sed ipsi per 13 eiusdem, cum angulo d e g, sunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g est æqualis utrique eorum, quare per 15 eiusdem, sex anguli qui sunt ad e sunt adinuicem æquales: ergo per 25 tertij, arcus in quos cadunt, sunt æquales: quare & eorū chordæ per 28 eiusdem, quæ sunt latera ipsius hexagoni. Aequilaterus igitur est. Sed & æquiangulus per 26 tertij, propter id quod sex arcus in quos angularis puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini sumpti sunt adinuicē æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f qui consistit, in primo, est æqualis angulo b qui consistit in secundo, idem in cæteris, quare constat propositū. Correlarium ex hoc patet, quod dimidiū diametri & latus hexagoni, sunt latera eiusdem, trianguli æquilateri, ut e c & c b & c d.

CAAMPANI additio. Et nota quod non proponitur cicca propositum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum designare. Nec intra talem hexagonū aut circa talem circulum describere quemadmodum fecit de triangulo, quadrato, & pentagono: non quia non sit necessarium hoc esse possibile: sed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atque æquiangula quæcunque fuerit. Vnde quamcunque figuram æquilateram & æquiangulam scimus circulo inscribere: eandem circulo, extra & circulum sibi intra & extra, ijsdem medijs, per quæ hoc in pentagono fecimus: describemus. Nota etiam quod

omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circumscripta est etiam necessario æquiangula: de inscripta patet per 17 & 6 tertij sumptis arcubus circuli: quibus latera inscriptæ figuræ chordæ sunt, binis & binis. In hos enim arcus ipsius figuræ anguli cadunt. De circumscripta autem ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus, facile probabis, si plene intellectæ demonstrationi huius diligens intellectus accesserit: erit enim, ut omnes ipsius figuræ angulos, lineæ à centro uenientes per æqualia diuidant: sumptis itaque quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentū, & cum duobus ad eorum extremitates a centro uenientibus: duos triangulos ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 primi esse probabis. Sicque faciendo de omnibus, patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia tota quoque esse æqualia.

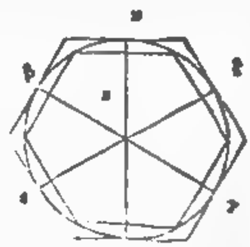
15 Eucli. ex Zamb. Problema 15. Propositio 15.

In dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.



THEON ex Zamberto. *Sit datus circulus α β γ δ ε ζ. oportet iam in dato circulo α β γ δ ε ζ: hexagonum æquilaterum æquiangulumque describere. Excitetur ipsius α β γ δ ε ζ circuli dimetiens, sitque α δ. Sumaturque (per 1 tertij) centrum circuli: sitque illud η. & centro δ, spatio uero δ η (per tertium postulatū) circulus describatur γ η ε θ: & coniunctæ rectæ ε η & γ η extendantur in β, ζ. signa, & connectantur α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, ζ α. Dico quod α β γ δ ε ζ: hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam enim η signum, centrum est circuli α β γ δ ε ζ, æqualis est (per diffinitionem 15 primi) η ε ipsi η δ. Rursus quoniam δ signum, centrum est circuli ζ η γ θ: æqualis est (per eandem) δ ε ipsi δ η. Sed η ε ipsi η δ ostensum est quod est æqualis. Igitur η ε, ipsi ε δ est æqualis (per primam communem sententiam. Aequilaterum igitur est ε η δ triangulum. & tres igitur eius anguli, ε η δ. scilicet, η δ ε & δ ε η. sibynuicem sunt æquales. Quoniam per 5 primi isoscelium triangulorum anguli qui ad basin sibynuicem sunt æquales, & trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi: angulus igitur ε η δ, duorum rectorum tertium est. Similiter quoque ostendemus, quod & angulus δ η γ, duorum rectorum tertium est. Et quoniam recta linea γ η super ε β stans (per 13 primi) † utrobique angulos ε η γ & γ η β duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus γ η β, tertium est duorum rectorum: anguli igitur ε η δ, δ η γ & γ η β, sibynuicem sunt æquales. Quare anguli qui ad uerticē, hoc est, β η α, α η ζ & ζ η ε, eisdem ε η δ, δ η γ & γ η β sunt æquales (per 15 primi). Sex igitur anguli ε η δ, δ η γ, γ η β, β η α, α η ζ, & ζ η ε, sibynuicem sunt æquales. Aequales autem anguli, super æqualibus circumferentijs consistunt (per 26 tertij). Sex igitur circumferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, & ζ α, sibynuicem sunt æquales. At sub æqualibus circumferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur (per 29 eiusdem). Sex igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, ε ζ, & ζ α, sibynuicem sunt æquales: æquilaterum igitur est α β γ δ ε ζ hexagonum. Aio quoque quod & æquiangulum. Quoniam enim circumferentia α ζ æqualis est circumferentiæ ε δ: communis apponatur circumferentia α β γ δ. Tota igitur ζ α β γ δ, toti ε δ γ β α est æqualis. Et super circumferentia ζ α β γ δ, consistit angulus ζ ε δ: super autem ε δ γ β α circumferentia, consistit angulus α ζ ε. Aequalis igitur est angulus α ζ ε, angulo δ ε ζ. Similiter quoque ostendetur quod & reliqui anguli ipsius α β γ δ ε ζ hexagoni, hoc est, unusquisque eorum qui sunt sub ζ α β, α β γ, β γ δ, & γ δ ε, unicuique eorum qui sunt sub α ε ζ & ζ ε δ angulorū, sunt æquales. Aequiangulum igitur est hexagonum α β γ δ ε ζ. Ostensum autem est quod & æquilaterum, & descriptum est in circulo α β γ δ ε ζ. In dato circulo igitur α β γ δ ε ζ: hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptū est: quod facere oportebat.*

† rectis



CORRELARIVM. *Hic manifestum est quod hexagoni latus ei qui est ex centro circuli est æquale: & si per signa α, β, γ, δ, ε, ζ, circulum tangentes ducamus rectas lineas: describetur circa circulum, hexagonum æquilaterum & æquiangulum consequenter ex prædictis in pentagono. Et insuper per ea quæ similiter in pentagono dicta sunt, in dato hexagono circulum describemus & circumscribemus, quod facere oportebat.*

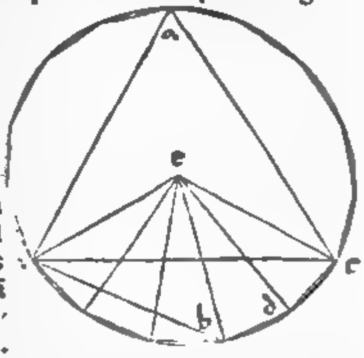
Eucli. ex Camp. Propositio 15.

16 INtra datū circulum, quindecagonū æquilaterum atque æquiangulum designare.

Deinde circa quemlibet circulum assignatum, qui decagonū æquilaterum atque æquiangulum, atque intra datum quindecanonum, circulum describere.

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c: uolo sibi inscribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circumscribere, atque intra talem quindecagonũ propositum, circulum describere. Non proponit autẽ circa talem quindecagonũ, circulum describere: quia hoc satis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secundæ huius, protraho latus trianguli æquilateri, quod sit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atque æquianguli, quod sit a b. Et quia arcus a c, est totius circumferentiæ tertia, cuius arcus a b est quinta: erit superfluũ inter eos quod est arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintæ arcus a c, siue duæ quintædecimæ totius circunferẽtiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintã in duabus tertijs ipsius quintæ, uel in duabus quintis ipsius tertiæ, siue in duabus quintisdecimis totius.



Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15: eius enim tertia quæ est 5, excedit eius quintam quæ est 3 in duabus unitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta, uel duæ quintæ ipsius quinarij qui est tertia, siue duæ quintædecimæ ipsius 15 qui est totũ. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrunque duorum arcuũ c d, & d b, esse tertiã arcus a b, uel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtensis igitur eis, chordis c d, & d b, coaptatisque cõtinue intra datum circulum sibi æqualibus per primam huius, complebitur figura proposita. Cætera uero duo quæ proponit cũ tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonũ circulo circunscribere, ac circulum quindecagono inscribere, ac etiam circunscribere: ex 12, 13 & 14 huius plene intellectis facile perficies.

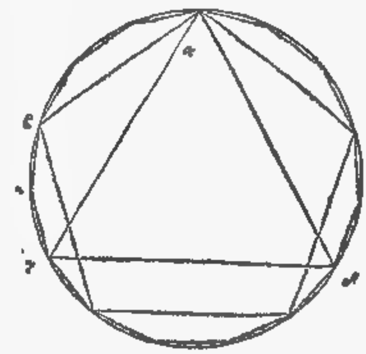
CAMPANI additio. Et nota quod quamcunque figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circunscribere, & ipsi circulum. Diuisis enim arcubus quibus latera eius quæ scitur inscribi subtenduntur, per æqualia, & à punctis medijs ad extremitates laterũ ipsius figuræ ductis lineis, fiet intra circulũ figura duplo pluriũ laterũ quæ erit æquilatera per 28 tertij: ergo & æquiangula. Hoc enĩ demonstratũ est, supra 11 huius, quod omnis figura æquilatera circulo inscripta est etiam æquiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere: sciemus cætera tria per 12, 13 14 huius. Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum: sciemus per hoc & hexagonum, & per hexagonum, dodecagonũ, ac per dodecagonum figuram 24 laterum, & sic in infinitum duplando. Et licet per triangulũ possit, ut diximus, inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem ex qua sequitur potissimum perutile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par: per pentagonum quoque sciemus decagonum & figuram 20 laterum: sicque continue duplando. Idem quoque intellige de quindecagono, per ipsum enim scientur figuræ 30 & 60, & omnium continue duplatorum laterum. Cæterarum autem figurarum de quibus ista nõ docet, uel quæ per has non habentur: difficilis est scientia & parum utilis, ut sunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quod si sciemus triangulum duum æqualium laterum designare, cuius uterque angulorum ad basin triplus esset ad reliquum: sciremus heptagonum, ut supra pentagonum circulo inscribere: quod si uterque quadruplus esset ad reliquum, sciremus nonagonum: & si quintuplus, hendecagonum. Idemque in cæteris figuris imparium laterum, posito utroque angulorum ad basin multiplici ad reliquum per eum numerum qui est medietas maximi paris sub impari numero laterum ipsius figuræ contenti.

Eucli. ex Zamb. *Problema 16.* *Propositio 16.*

16 **In dato circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum describere.**

THEON ex Zamberto. *Sit datus circulus α β γ δ: oportet iam in α β γ δ circulo, quintidecagonũ æquilaterum & æquiangulum describere. Describatur in circulo α β γ δ trianguli æquilateri latus α γ, pentagoni uero æquilateri latus α β in arcu α γ. Qualium igitur est circulus α β γ δ, æqualium segmentorum quindecim. talium quidem circumferentia α β γ, tertium existens ipsius circuli: erit quinque. Circumferentia autem α β, existens quantum cir-*

culi, erit trium: reliqua igitur β γ, duorum æqualiũ. Secetur (per 30 tertij) β γ, bifariam in ι: utraq; igitur ipsarum β ι, & ι γ, circunferentiarum, quintumdecimum erit ipsius α β γ δ, circuli. Si igitur coniungentes rectas lineas β ι, & ι γ, ipsis æquales in cõtinuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulum α β γ δ: erit in eo descriptum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum, quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono si per circuli diuisionem, tangentes circulum ducemus: describetur circa circulum, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: & per ostensionem similiter in pentagonis, & in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describemus & circunscribemus.



QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVINTVS.

Euclides ex Campano. *Diffinitiones.*

1 Pars, est quantitas quantitatis minor maioris, cum minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars, quandoq; sumitur proprie: & hæc est quæ aliquoties sumpta, suum totum præcise constituit: sine diminutione uel augmento: & dicitur suum totum numerare per illum numerũ, secundum quem sumitur ad ipsius totius constitutionem: talem autem partem quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; sumitur communiter: & hæc est quælibet quãtitas minor, quæ quotiescunq; sumpta, suo toto minus aut maius constituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quod cum alia quantitate diuersa totum suum constituat, per se autem quotiescunq; sumpta fuerit, non producat.

2 Multiplex, est maior minoris quando eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars, relatiue dicitur ad totum, & in istis duobus extremis, consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito minori extremo: diffinit hic maius: uocat autem

autem ipsum, multiplex: propter hoc quod minus aliquoties sumptum, ipsum constituat. erunt igitur relatiue dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, submultiplex ut patet per eius diffinitionem.

3 Proportio, est habitudo duarum quantæcunq; sint eiusdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

CAMPANVS. Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicẽ, in eo quod earum altera maior aut minor est reliqua uel sibi æqualis. Nõ enim solum in quantitatibus reperitur proportio, sed in ponderibus, potentijs & sonis. In ponderibus quidem & potentijs, uult Plato in Timæo esse proportionem: ubi elemẽtorum numerum ostendit. In sonis autem esse proportionem, liquet ex musica. Nam (ut uult Boetius in quarto) si quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur: erit ipsarum partium suorumq; sonorum, eadem conuerso modo proportio. Sed in quibuscunque proportio reperitur: ea participant naturam proprietatemq; quantitatis: non enim reperitur in aliquibus rebus duabus, nisi in eo quod earum una est reliqua maior, aut minor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, est secundum ipsam æquale uel inæquale dici, ut uult Aristoteles in prædicamentis: unde liquet proportionem primo in quantitate reperiri, & per ipsam in omnibus alijs: nec esse in aliquibus rebus proportionem, cui similis non sit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem simpliciter esse in quantitate: cum eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiusdem generis adinuicem. Cuius diffinitionis intellectus est, quod proportio est habitudo duarum quãtitatum adinuicem, quæ attenditur in eo quod una earum est maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet quod oportet eas esse eiusdem generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas superficies, aut duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Non enim potest dici linea maior aut minor superficie, aut corpore nec tempus, loco: sed linea, linea & superficies, superficie. Sola enim uniuoca, comparabilia sunt. Quod autem dicit certa habitudo, non sic intelligas quasi nota uel scita, sed quasi determinata, ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita, inquam, determinata: quod hæc & non alia. Non enim est necessarium, ut omnis habitudo duarum quantitatum sit scita à nobis, nec etiam a natura. Nam proportio quædam est discretorum ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor est pars aut partes maioris, ut demonstratur in septimo: quare & in eis omnibus est habitudo certa & nota. At uero in continuis, est proportio magis larga: est enim in ea, ubi minor quantitas est, pars aut partes maioris: & talium omnium mediantibus numeris est proportio nota, quæ & rationalis dicitur. Dicunturq; omnes tales quantitates, commmunicantes, quia eas una & eadem necessario metitur: unde & omnes numeri sunt communicantes: omnes enim ipsos metitur unitas. Est etiam, ubi minor non est pars aut partes maioris: & in talibus non est nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturq; hæc proportio irrationalis, & hæ quantitates, incõmunicantes. unde fit ut quæcunq; portio reperitur in numeris, reperiatur in omni genere continuorũ, ut in lineis superficiebus, corporibus & temporibus: nõ aũt ẽ conuerso: infinitæ enim sunt proportiones in cõtinuis repertæ: quas numerorũ natura nõ sustinet. Sed quæcũq; proportio reperitur in uno genere continuorũ: eadẽ reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercũq; se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quælibet superficies ad aliquã aliã, & quodlibet corpus ad aliquod aliud, similiter & tẽpus: sed nõ sic quilibet numerus ad aliquẽ alium: unde magis est larga proportio in cõtinuis, quàm in discretis. Ex quo manifestum est proportionẽ geometricam esse

Plato. Boetius. Aristoteles.

maioris abstractionis, quàm proportionem arithmeticã: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersatur, rationalis est: geometria uero, rationales & irrationales æquilateras considerat.

4 Proportionalitas, est similitudo proportionum.

CAMPANVS. Vt si dicamus quod quæ est proportio a ad b, ea est etiam c ad d: proportio quæ est inter a & b, similis est illi quæ est inter c & d. Hæc autem similitudo quæ ex istis proportionibus resultat: dicitur proportionalitas.



5 Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem, sunt quarum æque multiplicia aut æqua sunt, aut æque sibi sine interruptione addunt aut minuunt.

CAMPANVS. Supposita diuisione proportionalitatis per cõtinuam & discontinuam: diffinit membra diuidentia, & primo continuam. Immo (ut uerius dicam) supposita diuisione proportionalium per cõtinue proportionalia & incontinue: diffinit non continuam proportionalitatem nec continuam, sed continue proportionalia & incontinue: diffinitio autem continuæ proportionalitatis & incontinuæ, satis patet per diffinitionem continue prooortionalium & incontinue. Continua autem proportionalitas, est cum quotlibet quantitatum eiusdem generis, in qua proportione prima antecedit secundam, in eadem quælibet aliarum antecedit proximo consequentem: ut cum dicimus, sicut se habet a ad b, ita b ad c, & c ad d: eritq; quælibet earum, antecedens & consequẽs: excepta prima quæ est solum antecedẽs, & ultima quæ est tantum consequens. Et in hac quidem proportionalitate necesse est, omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum, eo quod non sit proportio inter quantitates quæ sunt generum diuersorum: & hæc erit ad minus in tribus terminis constituta. Incontinua autem proportionalitas, est cum quatuor quãtitatum siue omnes fuerint eiusdem generis, siue duæ primæ unius, & duæ postremæ alterius, in qua proportione prima antecedit secundam in eadem tertia antecedit quartam: ut cum dicimus, sicut se habet a ad b: ita c ad d: eritq; earum quælibet, aut tantum antecedens aut tantum consequẽs: nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua: eo qd' consequẽs primæ proportionis non cõtinuatur antecedenti secũdæ, sed possibile est ut sint eiusdem generis: & possibile est, ut sint diuersorum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam, aut triplam: ita superficiem ad superficiem, & corpus ad corpus, & tempus ad tempus, & numerum ad numerum. Viso quid sit cõtinua proportionalitas, & quid incontinua, explanemus diffinitionem continue proportionalium præmissam. Quantitates (inquit) proportionales continue, sunt quarũ æque multiplicia aut sibi sunt æqualia, aut æque sibi sine interruptione addũt aut minuũt: uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis a, b, c: ad quas sumãtur d, e, f: æque multiplicia, ut sicut d est multiplex ad a, ita e sit multiplex ad b, & f ad c: eruntq; omnes in eodem genere: multiplicia enim & submultiplicia, in eodem sunt genere: sitq; ut d, e, f aut sint æqualia adinuicem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita quod sicut d addit super e aut minuit ab ipso: ita e addat super f aut minuat ab ipso. Cũ hæc, inquam, multiplicia sic se habuerint: erunt tres quantitates a, b, c, continue proportionales. Multiplicia autem non intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo, quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem: aliter enim diffinitio esset falsa. Nam quarumlibet quantitatum eiusdem generis æquis se differentijs excedentium: æque multiplia accepta æquis etiam differentijs se exce-

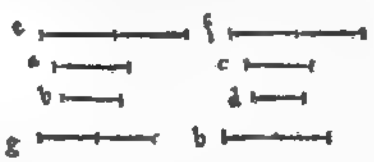






excedunt. Vnde similiter se habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatẽ excessus: nec tamen priores quantitates sunt continue proportionales: immo minorum est semper maior proportio. Hoc autem ideo euenit, quoniam earum multiplicia non similiter se excedunt, quantum ad proportionem, sed solum quantũ ad quantitatem excessus, est enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentijs se excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut 2, 3, 4: horum trium omnes æque multiplices æqualiter se excedunt: dupli quidem binario, tripli ternario, & sic de cæteris: non tamen sunt 2, 3, 4 continue proportionalia: immo minorum est maior proportio: est enim ipsorum proportio sesquialtera & maiorum sesquitertia, quia ergo inter eos non est similitudo proportionum: non erit inter eos proportionalitas: & ideo neque contiuna neque incontinua. Patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis, non intelligi quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportiooem: erit itaque sensus diffinitionis præmissæ. Continue proportionalia, sunt quorum omnia multiplicia æqualia sunt continue proportionalia. Sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem, apertæ tamen rei est istud cum sua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a, b, c oportet esse eiusdem generis: ad hoc ut earum multiplicia sibijnuicem æqualia sint, aut similiter se habeant in addendo aut minuendo, Si enim a, & b essent diuersorum generũ, essent etiam d & e ipsarum a & b multiplicia, eorundem diuersorum generum, propter hoc quod multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis: quare d non esset æqualis e: nec ea maior aut minor: nam quantitates diuersorum generum, non sunt adinuicem comparabiles.

6 **Quantitates quæ dicuntur esse secundum proportionem unam, prima ad secundam & tertia ad quartam, sunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus secundæ & quartæ æqualibus fuerint similes, uel additione, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine sumptæ.**



CAMPANVS. Posita superius diffinitione quantitatum conitnue proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinue proportionalium: & est quod quarumlibet 4 quantitatum quarum primæ & tertiæ æque multiplicia sumpta fuerint, itemque secundæ & quartæ æque multiplicia, fueritque multiplex primæ, sic se habens ad multiplex secundæ quantum ad additionem aut diminutionem aut æqualitatem sicut multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad secundam, sicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint quatuor quantitates a, b, c, d: sumanturque ad primam & ad tertiam quæ sunt a & c: æque multiplicia utpote dupla quæ sint e & f. Itemque ad secundam & quartam quæ sunt b & d: sumantur alia æque multiplicia utpote tripla, quæ sint g & h: sitque ut hæc 4 multiplicia sic sumpta comparata adinuicem secundum ordinem primarum quatuor quantitatum, ita, uidelicet, quod e comparetur ad g, & f ad h, non autem e ad f aut g ad h: sint similia in additione, diminutione & æqualitate: uidelicet quod si e addit supra g & similiter f adddat supra h, aut si e minuit à g, & f similiter minuat ab h: aut si e est æqualis g, & similiter f sit æqualis h: tunc proportio a ad b est sicut c ad d: similitudo autem in addendo aut diminuendo, intelligatur hic sicut in diffinitione continue proportionaliũ, uidelicet nõ quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem. Quod autem dicit eodem ordine sumptæ, intelligatur sicut expositum est: uidelicet ut multiplicia nõ referantur adinuicem secundum ordinem earum quantitatum, quibus æque multiplicia assumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ, sed referatur secundum primum ordinem ipsarum 4 quantitatum, uidelicet multiplex primæ ad multiplex secũdæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ. Erit itaque sensus istius diffinitionis. Incontinue proportionales: sunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad secundam est sicut tertiæ ad quartam: cum sumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam, itemque æque mul-

multiplicibus ad secundam & quartam: erit proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ, sicut multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ. Sed non diffiniuit sub hac forma, propter causam prædictam: licet a parte rei idem sit. Non est autem necessariũ ut quatuor quãtitates a,b,c,d sint eiusdem generis, eo quod b non cõtinuatur in proportione cum c: sed possunt esse duæ primæ unius generis, & duæ sequentes alterius. Per quod patet quod necesse est referri multiplex primæ ad multiplex secũdæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: non autem multiplex primæ ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ: quia non semper sunt eiusdem generis multiplex primæ & tertiæ, nec multiplex secundæ & quartæ: fuit autem necesse sumere æque multiplices ad primã & tertiã itemq́ue æque multiplices ad secundã & quartã, & non æque multiplices ad primam & secũdam, & item non æque ad tertiam & quartam: quia nisi per multiplicium sumptionem continuentur termini primæ proportionis cum terminis secundæ, non erit per quid sit proportio a ad b sicut c ad d.

7 Quantitates quarum proportio est una, proportionales nominantur.

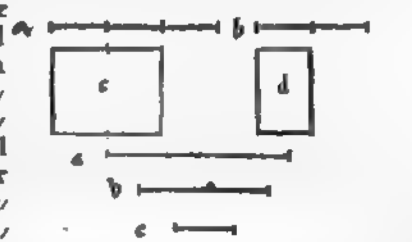
CAMPANVS. Postquam diffiniuit quantitates continue proportionales & incõtinue: diffinit quantitates proportionales simpliciter, & patet diffinitio.

8 Cum fuerint primæ & tertiæ æque multiplices, itemq́ue secundæ & quartæ æque multiplices, addetq́ue multiplex primæ super multiplicem secundę, non addet autem multiplex tertiæ super multiplicem quartæ, dicetur prima maioris proportionis ad secundam, quàm tertia ad quartam.

CAMPANVS. Diffinitis quantitatibus proportionalibus, diffinit quantitates improportionales. Sunt autẽ improportionales, inter quas non est similitudo proportionum, quod contingit dupliciter, aut quia maior est proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: aut quia minor: & ideo eius sunt duæ species. Prima, quando maior est proportio primi ad secundum, quam tertij ad quartum: & dicitur hoc, maior improportionalitas. Secunda uero, quãdo minor est proportio primi ad secundum, quam tertij ad quartum: & dicitur minor improportionalitas: diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: quæ est maior improportionalitas: diffinitionem autem earum inter quas est minor proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, non ponit, quia ipsa patet ex alia. Cum igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam sumpta sint æque multiplicia, & ad secundam & quartam æque multiplicia, & multiplicia primæ & secundæ relata adinuicem non se habebunt similiter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicem in additione, diminutione & æqualitate: illæ quatuor quantitates erunt improportionales. Quod si ita fuerit quod multiplex primæ sit æquale multiplici secundæ, multiplex uero tertiæ sit minus multiplici quartæ: aut quod multiplex primæ sit maius multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ: ueruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus multiplex primæ multiplex secundæ, quàm multiplex tertiæ multipilex quartæ: aut quod multiplex primæ sit minus multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ, ueruntamen minus minuit quantũ ad proportionẽ non quantũ ad quantitatem excessus, multiplex primæ multiplici secũdæ, quàm multiplex tertiæ à multiplici quartæ: erit quolibet istorum



istorum 4 modorum maior proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartā. Quatuor aūt modis istis oppositis erit minor proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumētur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ super multiplex secundæ, non autem multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur auctor in diffinitione, latitudinē habet ad istos 4 modos prædictos, & ipsos cōprehendit. Vnde sensus istius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus ut proponit, fuerit maior proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad secūdam quàm tertiæ ad quartam, non diffiniuit autem sub hac forma. propter communem causam prius dictam. Vel possumus dicere, quòd additio multiplicis primæ super multiplex secundæ, & non multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur in præmissa diffinitione maioris improportionalitatis, propriè accipitur prout uerba diffinitionis sonant: & non se extendit nisi ad secundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorum sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: unde sensus illius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus ut proponit, si multiplici primæ existente maiori multiplici secundæ, non sit necessarium quod multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad secūdam quàm tertiæ ad quartam: propter hoc autem nō posuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iste est illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionem sufficiens. Nusquam enim est maior proportio primæ 4 quatuor quantitatū ad secundā quam tertiæ ad quartam: quin cōtingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiā reperiri: quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secūdæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Nec usquam contingit hoc reperire, quin sit maior proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartā, ut demonstrabimus infra supra decimam huius. Possunt autem esse hæ quantitates improportionales diuersorum generum, sicut & quantitates incontinue proportionales si intra eas fuerit incontinua improportionalitas, ut si dicatur maior est proportio a ad b, quam c ad d. Si autem fuerit continua improportionalitas: erunt omnes eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate, ut si dicatur maior est proportio a ad b, quàm b ad c.



9 Est autem proportionalitas, ad minus inter tres terminos constituta.

CAMPANVS. Postquam auctor diffiniuit proportionem, proportionalitatem, & quantitates proportionales & improportionales: ostendit quis sit minimus numerus terminorum inter quos proportionalitas potest consistere: maximum autem nō ponit, quia illum non contingit sumere: potest enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes, eo quod proportionalitas sit similitudo proportionum. Quælibet autē proportio habet antecedens & consequēs: ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo consequētia: hoc est, impossibile fieri in paucioribus quàm tribus terminis, in quibus medius eorum antecedens est & consequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quam in 4, eo quod in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. si enim fuerit continua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatuor.

10 Si fuerint tres quantitates continue proportionales: dicetur proportio primæ ad tertiam, proportio primæ ad secundam duplicatam.

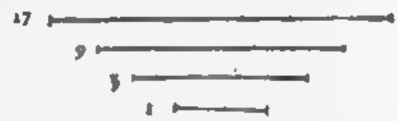
CAMPANVS. Diffinit proportionē quæ est inter extremos terminos cōtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, & dicit qđ si fuerit proportio primi ad secun-

secundum, sicut secundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata, hoc est, ex duabus talibus composita: siue (quod idem est) erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secũdum duplicata, hoc est, in se multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint tres numeri continue proportionales, sintq́ continue dupli, ut 2.4.8: proportio autem primi ad tertium, erit sicut proportio primi ad secundum in se multiplicata: proportio autem primi ad secundũ est dupla: dupla uero in se multiplicata, producit quadruplam: unde proportio extremorum est quadrupla, uidelicet duplum dupli: uel secundum priorem expositionem, proportio extremorũ est sicut proportio primi ad secundum duplicata, quia quadrupla constat ex duabus duplis.

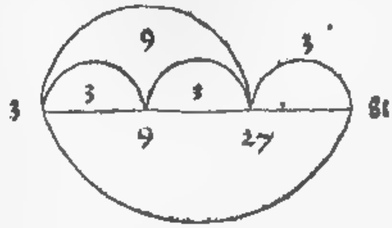


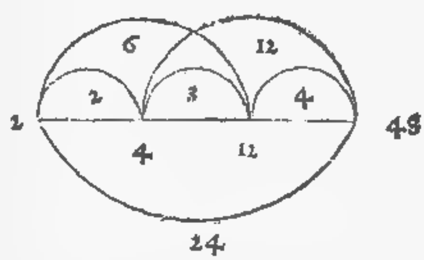
11 **Cum fuerint quatuor quantitates continue proportionales, proportio primæ ad quartam, dicetur proportio primæ ad secundam triplicata.**

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ est inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis constitutæ: & dicit si fuerint quatuor quãtitates continue proportionales, erit proportio primæ ad quartã, sicut proportio primæ ad secundam triplicata, hoc est ex tribus talibus composita, quoniam tres tales inueniuntur in ea: siue (quod idem est) erit proportio primæ ad quartam, sicut primæ ad secundam triplicata, hoc est in se, postea in productũ multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continue proportionales, sintq́ continue tripli, ut sint 1.3.9.27: proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum in se, postea in productũ multiplicata: proportio autem primi ad secũdum, est tripla: tripla uero in se multiplicata: producit noncuplam, & tripla in noncuplam, producit uigincuplamseptuplã: erit itaq; proportio extremorum uigincuplaseptupla, quod est triplum tripli. Vel secundum priorem expositionem, proportio extremorum est sicut proportio primi ad secũdum triplicata, quia uigincuplaseptupla constat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures quam quatuor terminos constitutæ, propter id quod dimensiones in rebus naturalibus repertæ, non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarum quantitatũ quibus nullum interponitur medium, habet naturam lineæ. Earum uero quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate habet naturam superficiei, eo quod fit ex multiplicatione denominationis duarum primarũ in se. Omne autẽ quod ex multiplicatione lineæ in lineã producitur, naturam habet superficiei: si in se quidem, quadrati: si uero in alteram, parte altera longioris. Sed proportionis earum quãtitatum denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarũ primo in se: ex qua multiplicatione producitur superficies: deinde in productum, ex qua multiplicatione prouenit solidum siue corpus: omne etenim qđ ex multiplicatione lineæ in superficiẽ producitur, crescit in solidũ. Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitatum, est simplex interuallum, & habens naturam simplicis dimensionis ut lineæ: proportionalitas autem trium, est duplex interuallum, & habens naturam duplicis dimensionis ut superficiei: proportionalitas autem quatuor, est triplex interuallum, & habens naturam trinæ dimensionis aut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt: ideo non diffiniuit proportionem contentã inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis, aut pluribus constitutæ: uel non diffiniuit proportionem in his, quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportione primorum duplicata, & in quatuor terminis constat, ex eadem triplicata, in quinq; terminis constat ex eadem quadruplicata, & in sex ex eadem quincuplicata: unde quemadmodũ in tribus terminis continue proportionalibus proportio extremorum continet proportionẽ primorũ bis, & in 4 terminis ter: sic in quinq; terminis cõtinebit quater, & in sex quinquies, & ita deinceps: ut semper proportio extremorum in terminis cõtinue proportionalibus toties contineat proportionem primorum, quot sunt omnes termini, minus



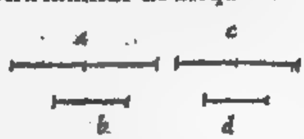
nus uno. Similiter quoque si proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, est ea quæ producitur ex proportione primorum in se semel multiplicata, & in quatuor in se bis multiplicata, in quinque terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in se ter multiplicata, & in sex terminis quater, & sic semper termini fuerint duobus plures multiplicationibus, siue ut multiplicationes sint æquales medijs extremis interpositis. Et nota quod etiam in proportionalitate cõtinua extremorũ, proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs, ut ex prædictis apparet, & quod proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ denominatur à quadrato, in quatuor uero terminis cõstitutæ denominatur à cubo, quorum quidem quadrati & cubi latus est denominatio proportionis primi ad secundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuæ proportionales qui sint continue tripli 1,9,27,81, proportio primi ad secundum, denominatur à ternario, est enim tripla, primi uero ad tertium, à nouenario qui est quadratus ternarij, nã ipsa est nõcupla. At uero proportio primi ad quartũ: denominatur à 27 qui est cubus denominationis proportionis primi ad secũdũ uidelicet ternarij, ipsa enim est uigincupla septupla. Et proportio extremorum improportionalitatis continuæ in tribus terminis constitutæ, denominatur à superficiali nõ quadrato, cuius latera sunt denominationes ipsarũ proportionum, in quatuor uero terminis cõstitutæ: denominatur à solido nõ cubo, cuius tria latera sunt denomationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continuæ improportionales, qui sint 2,4,12,48. in quibus proportio primi ad secundum est dupla, secũdi ad tertium tripla, & ideo primi ad tertium sexcupla, tertij uero ad quartum quadrupla. & Senarius ergo qui est denominatio proportionis primi ad tertium, est superficialis, cuius latera sunt 2 & 3 quæ sunt denominationes duarum primarum proportionum. 24 uero qui est denominatio proportionis primi ad quartum, est solidus cuius latera sunt 2,3, & 4, quæ sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos existentium.





12 Quantitates quæ sunt in proportione una, antecedens ad consequentem & antecedens ad consequentem, dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem, sic consequens ad antecedentem. Itémque permutatim sicut antecedens ad antecedentem, sic etiam consequens ad consequentem.

CAMPANVS. Diffinit species proportionalitatis, quæ sunt sex, uidelicet conuersa, permutata, disiuncta, euersa, & æqua. Sũt autem hæ species, quasi quidam modi arguendi. Diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam, in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundum substantiam (quod non est in disiuncta, coniuncta, aut euersa) & in quibus nihil extra sumitur ut inequa. Vocat autem antecedens, primũ extremum proportionis: consequens uero uocat secundum. Vult itaque per hanc diffinitionẽ, quod si fuerit proportio a ad b sicut c ad d, & ex hoc ergo concludam ergo b ad a sicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia, & de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas ecõtrario siue conuersa. Si autem sic arguam a ad b sicut c ad d, ergo a ad c sicut b ad d, uidelicet ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema secundæ, consequentia: uult quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas permutata



mutata,& in isto modo arguendi fit antecedens secundæ proportionis, consequens primæ,& consequens primæ,antecedens secundæ.

13 **Coniuncta uero proportionalitas dicitur, quoties sicut antecedens cũ consequente ad consequens, sic etiam antecedens cum consequente ad cõsequens.**



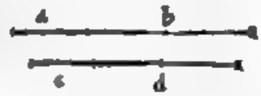
CAMPANVS. Diffinit coniunctam,disiunctam,& euersam,in quibus etiam nihil extra sumitur,sed termini non manent in ipsis ijdem secundum substantiam,& uult quod si ita fuerit ut sit a ad b,sicut c ad d,& ego ex hoc cõcludam ergo totius a b ad d b sicut totius c d ad d,quod iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

14 **Disiuncta uero proportionalitas, dicitur augmentorum antecedentiũ supra consequentia æqua comparatio.**



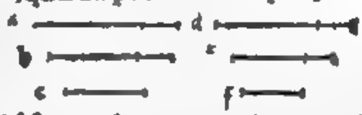
CAMPANVS. Vult quod si fuerit proportio totius a b ad b sicut totis c d ad d,& ex hoc ego concludam ergo a ad b sicut c ad d,quod iste modus arguendi uocetur disiuncta proportionalitas.

15 **Euersa proportionalitas, dicitur quorumlibet antecedentiũ ad augmẽta sui supra consequentia sua similitudo proportionũ.**



CAMPANVS Vult quod si fuerit a b ad b,sicut c ad d,& ex hoc ego cõcludam ergo a b ad a sicut c d ad c,quod iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

16 **Aequa proportionalitas dicitur,quantitatibus plurimis propositis,alijsque secundum eundem numerum in una proportione applicatis mediorum æquali numero remoto, utrorumque summorum similitudo proportionum.**



CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem,quæ ad probandum propositum ad extra sumitur,& uult quod si sumãtur quotlibet quantitates,ut a b c,itemq; totidem aliæ,siue sint eiusdem generis cum primis siue alterius ut d e f, fuerintq; secundæ in proportione primarum siue eodem ordine ut si dicatur a ad b sicut d ad e,& b ad c sicut e ad f,siue ordine conuerso ut si dicatur a ad b, sicut e ad f. & b ad c sicut d ad e, & ex hoc concludatur ergo a ad c sicut d ad f, quod iste modus arguendi uocetur æqua proportionalitas. Horum autem sex modorum arguendi qui dicuntur species proportionalitatis,quatuor probat autor in litera infra in isto quinto. Permutatam quidem proportionalitatẽ, probat in 15 huius,disiunctam uero,in 17,coniunctam in 18,æquam uero proportionalitatem,demonstrat in 22 & 23;sed in 22,cum quantitates duorum ordinum eodem ordine sunt proportionales,in 23 uero:cum & sunt proportionales ordine conuerso. Conuersam uero proportionalitatem aut euersam non demonstrat,eo quod conuersa patet ex diffinitione quantitatum incontinue proportionalium. Euersa autem patet ex permutata adiuuante 19 ut super eandem 19 sumus dicturi. Qualiter autem cõuersa proportionalitas ex diuisione quantitatum incontinue proportionalium manifesta sit,demonstremus nũc. Sit ergo proportio a ad b,sicut c ad d. uolo ergo demõstrare qđ erit b ad a,sicut d ad c. Sumãtur e ad a,& f ad c,æque multiplicia. similiter quoque g ad b,& h ad d, æque multiplicia,eritque per conuersionẽ diffinitionis quãtitatum incontinue proportionalium,ut e,& g itemque f & h similiter se habeant in additione diminutione & æqualitate intelligo tunc b primum,a secundũ,d tertium,c quartum,sumptaq; sunt ad primum & tertiũ,g & h æque multiplicia. Itemque ad secundũ & quartũ,e & f,æque multiplicia. Et quia multiplicia primi & secundi quæ sunt g & e similiter se habent multiplicia



plicibus tertii & quarti quæ sunt h & f. ad inuicem in additione, diminutione & æqualitate, erit per dictã diffinitionẽ proportio b primi ad a secundũ, sicut c tertij ad d. quartum, quod est propositũ. Cõstat itaq; modus arguendi qui dicitur conuersa proportionalitas. Huius autem quinti libri principia plurimis difficillima esse uidentur, & quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat, magis ab intellectu distant: nihil enim uidetur intellectui immediatius adhærere, quam quod duarum quarũlibet quantitatum æqualium sit ad tertiam quamlibet una proportio. quod tamen huius quinti septima demonstrat, ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis, quæ ab intellectu primo uidetur quamplurimum esse remota, quis enim nõ facilius duarũ quãtitatũ æqualiũ ad aliquã tertiã eãdem esse proportionẽ cõcedat quam quatuor quãtitatum si multiplicia primæ & tertiæ æqualiter sumpta multiplicibus secũdæ & quartæ æqualiter sumptis similiter se habuerint in additione, diminutione & æqualitate, esse proportionẽ primæ ad secundã sicut tertiæ ad quartam? Verũ si subtiliter intuerimur liquido constabit non posse uniri intellectui quod proportio duarum quantitatum æqualiũ ad tertiã sit una, nisi per quid est esse proportionẽ unam, si enim quis ignoret quid est esse proportionẽ unã eandẽ proportionẽ alteri, quomodo cognoscet duarũ quantitatũ æqualiũ esse eandẽ proportionẽ ad tertiã. Indiget igitur proculdubio intellectus antequam illam quæ uidebatur cõceptibilis propositio apprehendat, huius rei quæ per ipsius diffinitionẽ habebitur cognitione, postmodũ utrũ ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam comparatis cõueniat pertractatione. quod si diffinitio inuenta fuerit illis quantitatibus conuenire, concludetur propositum, sin autem oppositum. Nõ est igitur immediata propositio, quam superficialis apprehensio immediata iudicauit. Similiter quoque immediatius iudicat prima apprehensio adhærere intellectui quod duarũ quantitatũ inæqualium maior est proportio maioris earum ad aliã quam minoris ad candem, quam demonstrat 8 huius, quam quod 4 quantitatum sit maior proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartam, cum multiplicibus ad primam & tertiã æqualiter sumptis, itemq; alijs ad secundã & quartam æqualiter. multiplex primæ addit super multiplex secundæ, & multiplex tertiæ non addit super multiplex quartæ, ex quo quæ prædicta est propositio demõstratur, sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse proportionem maiorem. Igitur oportuit Euclidẽ. quæ quantitates dicũtur proportionales, & quæ improportionales diffinire. Proportionales autem sunt quarũ proportio una est, & improportionales, quarum proportiones diuersæ. Itaque diffiniuit quantitates quarũ proportio una est, & eas in quibus connectuntur extrema non dislociatis medijs, quas uocauit continue proportionales. & dixit hanc proportionalitatem in tribus terminis ad minus existere propter hoc quod unum saltem bis sumendum est medium. & eas in quibus accidit interruptio mediorum, & hæ sunt incõtinue proportionales, & hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos, propter alterius medij sumptionẽ. Et diffiniuit etiã quãtitates quæ sunt improportionales, quarũ est maior una proportio quã sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis, tũc facile esset intellectui cognoscere quæ proportiones essent una & quæ diuersæ. Quæ enim haberent unam denominationẽ, essent una, quæ autẽ diuersas, diuersæ. hæc autem facilitas manifesta est ex arithmetica, quoniã omniũ numerorũ proportio scita & ratiõalis est. Vnde Iordanus in secũdo arithmeticæ suæ diffiniens quæ proportiones sunt eædem & quæ diuersæ, dicit easdem esse quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem uero, quæ maiorem, & minorẽ, quæ minorẽ. Sed infinitæ sunt proportiones irrationales, quarum denominatio scibilis non est, quare cum Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales quoniam considerat proportionem repertam in continuis quæ communis est ad istas, non potuit diffinire identitatẽ proportionũ, idẽtitatẽ denominationũ, sicut arithmeticus eo quod multarũ proportionum (ut dictũ est) sunt denominationes simpliciter ignotæ. diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis, unde malitia proportionũ irrationaliũ, coegit Euclidẽ tales diffinitiones ponere. Quia ergo nõ potuit (ut patet ex præmissis) diffinire proportionalitatem siue identitatem proportionum per identitatem habitudinum siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & in conuenietiam terminorum, coactus est refugere ad terminorũ multiplicia, ut ex illorũ habitudinibus quantum ad excessum & æqualitatem consideratis æquis numerositatibus sumptorũ, per quod ad naturam irrationalitatis reducũtur, propo-

sitã diffinitionẽ uenetur, nihil enim in quocũq; inæqualitatis genere, terminis magis idẽ, q̃ eorũ multiplicia, nec terminorũ habitudinibus, quã multipliciũ habitudo. Et quia proportio est duarũ quãtitatũ eiusdẽ generis certa habitudo cõsiderata in eo q; sunt æquales, aut altera maior, ideo idẽtitas proportionũ existentium inter primam 4 quantitatum ad secundam, & tertiam ad quartam, est similis æqualitas primæ ad secundam, & tertiæ ad quartam aut similis maioritas, aut similis minoritas hæc autem similis æqualitas, aut similis maioritas, aut similis minoritas tunc est inter quatuor quaslibet quantitates, cum est inter omnes earum æqualiter multiplices.

Quod ergo dicit in quinta diffinitione, quãtitates quæ dicũtur cõtinuã proportionalitatẽ habere, sunt quarũ æque multiplicia aut æqua sunt aut æque sibi sine interruptione addũt aut minuũt: est ac si diceret, omnes illas quantitates uoco continue proportionales (qđ est eas similiter esse æquales cõtinue, & similiter cõtinue esse maiores, & similiter cõtinue esse minores) quarũ omnes æque multiplices, aut sibi inuicẽ sunt, similiter cõtinue æquales, uel similiter cõtinue maiores, uel similiter cõtinue minores quod est etiã ipsas multiplices esse cõtinue proportionales, quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat, eas dico nõ esse cõtinue proportiõales. Quod autẽ dicit in sexta diffinitiõe. Quãtitates quæ dicũtur esse secundũ proportionẽ unã prima ad secundã & tertia ad quartã &c. est ac si diceret omnes 4 quãtitates uoco incontinue proportionales, & se habere primã ad secundã, sicut tertia se habet ad quartã (quod est primã ad secundã, & tertiã ad quartã similiter se habere in æquando aut addẽdo aut minuendo) quarũ omnes æque multiplices primæ & tertiæ ad omnes æque multiplices secundæ & quartæ similiter se habent aut in æquando aut addendo aut minuẽdo, quod est etiam multiplices primæ in eadẽ proportione se habere ad multiplices secũdæ, in qua multiplices tertiæ se habẽt ad multiplices quartæ, quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus, dico non esse proportionẽ primæ ad secundã sicut tertiæ ad quartã. Quod autem dicit in 8 diffinitione, est ac si diceret, maiorẽ proportionẽ uoco 4 quãtitatũ primæ ad secundã quàm tertiæ ad quartã (quod est primã magis excedere secũdã quam tertia excedat quartã) quarũ aliqua ex multiplicibus primæ addit super aliquam ex multiplicibus secũdæ, aliqua ex multiplicibus tertiæ sumpta secundũ numerationem multiplicis primæ, non addente super aliquẽ ex multiplicibus quartæ sumpta secũdũ numerationem multiplicis secundæ, quod est esse maiorem proportionẽ multiplicis primæ ad multiplicem secũdæ, quam multiplicis tertiæ ad multiplicem quartæ.

Diffinitiones autẽ istas nisi sunt aliqui demonstrare, quorũ Ametus filius Ioseph temptauit eas demõstrare in epistola sua quã de proportiõe & proportionalitate cõposuit, & accepit tria per modũ positionis tanquã principia, quæ dicit esse per se nota & probatiõe non indigere. Quorũ primũ est qđ si fuerint 4 quantitates, quarũ sit proportio primæ ad secundã sicut tertiæ ad quartã, erit econuerso proportio secũdæ ad primã sicut quartæ ad tertiã. & hic est modus arguẽdi, quẽ uocauit superius Euclides cõuersam proportionalitatẽ. Et errauit, quoniã dixit propositionẽ esse per se notã: cuius tamen antecedens & consequens sunt ignota. Ignotum est enim quid sit esse proportionẽ primæ quãtitatis ad secũdam sicut tertiæ ad quartam, quare hoc ignoto posito, impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur. Similiter quoque quia consequens est ignotum, impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedat. Secundum principium eius fuit, quod si fuerint 4 quantitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartam, si prima sit maior secunda, erit tertia maior quarta, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Tertium fuit quod si fuerint 4 quãtitates quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertiæ ad quartã, erit primæ ad quodlibet multiplex secundæ, sicut tertiæ ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum, quod accidebat in primo, accepit enim in omnibus ignota similiter tanquam nota: quare non demonstrauit. peccauit etiam in secunda demonstratione & in quinta, in quarum qualibet arguit ex 8 uel ex 10



huius quæ probantur ex diffinitione incõtinuæ proportionalitatis. Arguit enim sic, si proportio a b ad e est maior quam g ad d, sit ergo ut n b partis a b ad e, sicut g ad d, per quod apparet ipsum supponere quod duarum quantitatum a b & n b inæqualium relatarum ad e maior maiorem & minor minorem ad ipsam obtinet proportionem, uel quod quantitas quæ ad e habebit minorem proportionem quã habeat a b, erit minor

nor a b, quorum primum demonstrat 5 huius, & secundum 10. Nam cum uultis sumere quantitatem quæ se habeat ad e in proportione g ad d, dabo tibi maiorem aut minorem aut æqualem a b indifferenter sicut uoluero, quare aut non demonstrat aut accidit sibi circulus. & principia esse ignotiora conclusionibus. Supponenda sunt igitur cum Euclide principia tanquam nota. & non ipsa ex conclusionibus, sed cõclusiones ex ipsis demonstrandæ sunt.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER QVINTVS.

Euclides ex Zamberto. *Diffinitiones.*

Pars est magnitudo magnitudinis minor maioris quando minor metitur maiorẽ. 2 Multiplex autẽ, maior minori, quãdo eã metitur minor. 3 Ratio, est duarũ magnitudinũ eiusdem generis* aliquatenus adinuicem quædã habitudo. 4 Proportio uero est rationũ * identitas 5 Rationem habere adinuicem magnitudines dicũtur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere. 6 In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam: quãdo primæ tertiæ æque multiplices, secundæ & quartæ æque multiplices, iuxta quãuis multiplicationẽ utraq; utrãq; uel una excedũt, uel una æquales sunt, uel una deficiũt sumptæ adinuicem.

7 Eandẽ autẽ habentes rationem magnitudines, proportionales uocẽtur, 8 Quando uero æque multipliciũ multiplex primæ excesserit multiplicem secundæ, multiplex autem tertiæ nõ excesserit multiplicem quartæ, tunc prima ad secundam maiorem rationẽ habere dicetur, quàm tertia ad quartã. 9 Proportio autẽ in tribus terminis, *minima est. 10 Quãdo tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem rationẽ habere dicetur quàm ad secundam. Quando autẽ quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicẽ rationẽ habere dicetur quàm ad secundã Et semper deinceps una plus, quo ad proportio fuerit. 11 *Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentes antecedentibus & consequentes consequentibus. 12 Permutata ratio, est acceptio antecedẽtis ad antecedẽs, & cõsequentis ad consequens. 13 *Cõuersa ratio, est acceptio cõsequentis tanquã antecedẽtis ad antecedẽs tanquam ad consequẽs. 14 Cõpositio rationis, est acceptio antecedẽtis cũ cõsequẽte, sicut unius, ad ipsum consequẽs. 15 Diuisio rationis, est acceptio excessus quo excedit antecedẽs ipsum cõsequẽs, ad ipsum cõsequẽs. 16 Conuersio rationis, est acceptio antecedentis ad excessum quo excedit antecedens ipsum cõsequens. 17 Aequa ratio, est pluribus existentibus magni

*κατὰ πηλικότητα, id est quo ad quantitatem quod ad quantitatem pertinet.
*ὁμοιότης
*ad minus
*ὁμόλογα
*ἀνάπαλιν λόγος econtra uertit alibi
*ἀναστροφὴ λόγου

 gni

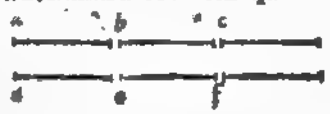
[illegible] gnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine una ſumptis & in eadem ratione quando fuerit ſicut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, ſic in ſecundis magnitudinibus prima ad ultimam. Vel aliter. Acceptio extremarum per ſubtractionem mediarum. 18 Ordinata proportio, eſt cum fuerit antecedens ad conſequens, ſicut antecedēs ad cōſequēs & conſequens ad rem aliam, ſicut cōſequens ad rem aliā. 19 Inordinata proportio, eſt cū fuerit antecedēs ad cōſequens ſicut antecedēs ad cōſequēs, & cōſequens ad rem aliam ſicut res alia ad antecedēs. 20 Extēſa proportio, eſt quādo fuerit ſicut antecedēs ad cōſequens ſic antecedens ad conſequens, fuerit autem & ſicut conſequens ad rem aliam, ſic conſequens ad rem aliam.

21 Perturbata autem proportio, eſt quando tribus exiſtentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine, fit ſicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad conſequens ſic in ſecundis magnitudinibus antecedens ad conſequens, ſicut autem in primis magnitudinibus cōſequens ad rem aliam, ſic in ſecundis res alia ad antecedens.

Eucli. ex Camp. *Propoſitio 1*

1 SI fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æquæ multiplices, aut ſingulæ ſingulis æquales, neceſſe eſt quemadmodum una illarum ad ſui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas ſimiliter ſe habere.

CAMPANVS Sint quotlibet quantitates quæ ſint a b, c, aliarū totidem quæ ſint d e f, æque multiplices, unaquæque ad ſui comparem, aut ſingulæ ſint ſingulis æquales, ita uidelicet quod ſicut a eſt multiplex d, ita b eſt multiplex e, & c, multiplex f, uel ſi a eſt æqualis d, quod ſimiliter b ſit æqualis e, & c æqualis f, dico quod ſicut ſe habet a ad d, ita ſe habet aggregatum ex omnibus quæ ſunt a b c, ad aggregatum ex omnibus quæ ſunt d e f.



Quod ſi ſingulæ ſingulis ſint æquales, patet propoſitum per hanc communem ſcientiam, ſi æqualibus æqualia addantur, tota quoq; erūt æqualia. Si autem ſint omnes ſuis cōparibus æque multiplices, diuiſis eis ſecundum quantitatem ſuarum ſubmultiplicium, erit aggregatum ex prima parte a & prima b, & prima c, æquale aggregato ex d e f, per prædictam communem ſcientiam adiuuante hac quæ eidem ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia. Similiter quoque aggregatū ex ſecundis partibus quantitatum a b, erit æquale aggregato ex d e f. ſicque de cæteris, & quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a, erit ut æquale aggregatum ex d e f, totiens cōtineatur in aggregato ex a b c, quotiens d, continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a, totiens aggregatum ex d e f, numerat aggregatum ex a b c, patet quod ſicut a eſt multiplex ad d, ita aggregatum ex a b c, aggregati ex d e f, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 1* *Propoſitio 1*

1 Si fuerint quotcunque magnitudines quotcunque magnitudinum æqualium numero ſingulæ ſingularum æque multiplices, quotuplex eſt unius una magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

THEON ex Zamb. *Sint quodcunque magnitudines a β, γ δ, quotcunque magnitudinū ε, ζ, æqualiū numero, æque multiplices, ſingulæ ſingularū. Dico quod quotuplex eſt a β, ipſius ε, totuplices erunt a β, & γ δ, ipſarū ε, ζ.*

Quo

Quoniā enim æque multiplex est α β, ipsius ε, & γ δ, ipsius ζ. quotcūque igitur magnitudines sunt in α β. æquales ipsi ε, totidē & in γ δ. sunt æquales ipsi ζ. Dirimatur quidē α β. in magnitudines æquales ipsi ε, hoc est α η, & η β, & γ δ, ipsi ζ, æquales magnitudines, hoc est γ θ, & θ δ. Erit nimirū multitudo ipsarum γ θ, & θ δ, multitudini ipsarum α η, & η β, æqualis. Et quoniam æqualis est α η, ipsi ε, & γ θ, ipsi ζ, & α η, & γ θ, ipsis ε ζ, sunt æquales, & per hoc quoniam æqualis est η β, ipsi ε, & θ δ, ipsi ζ, & γ β, & θ δ, ipsis ε ζ. Quotcunque igitur sunt in α β. æquales ipsi ε, tot & in ipsis α β, & γ δ, sunt æquales ipsis ε ζ, quotuplex igitur est α β, ipsius ε, totuplices sunt α β, & γ δ, ipsarū ε ζ. Si fuerint igitur quotcunque magnitudines quotcūque magnitudinum æqualiū numero singulæ singularum æque multiplices, quotuplex est una magnitudo unius, totuplices erunt & omnes omnium, quod demonstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 SI fuerint sex quantitates quarum prima ad secūdam atque tertia ad quartam æque multiplices, quinta uero ad secundam atque sexta ad quartam æque multiplices, totum primæ & quintæ ad secundam totumque tertiæ & sextæ ad quartam æque multiplicia esse conueniet.

CAMPANVS Sint sex quantitates, a prima, b secunda, c tertia, d quarta, e quinta, f sexta. Sintq́ a & c, æque multiplices ad b, & d. Itēque e, & f. sint æque multiplices ad easdē. Dico q̄d sicut totum aggregatū ex a & e, est multiplex ad quantitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, est multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus secundum quem b continetur in a, est æqualis numero secundum quem d continetur in c. similiter quoque numerus secundū quem b continetur in e, est æqualis numero secundum quē d continetur in f, erit per communē scientiam quæ est si æqualibus æqualia addātur & tota quoque erunt æqualia, numerus secūdum quē d continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero secundum quem d continetur in aggregato ex c & f, quare sicut aggregatū ex a & e. est multiplex ad b. ita aggregatum ex c & f, est multiplex ad d, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si prima secundæ æque fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secūdæ æque multiplex & sexta quartæ, & cōposita prima & quinta, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta quartæ.

THEON ex Zamb. Prima enim α β, secundæ γ, æque multiplex esto, & tertia δ ε, ipsius ζ, quartæ, sit autē & quinta β η, secundæ γ, æque multiplex, & sexta ε θ, ipsius ζ, quartæ. Dico quod composita prima & quinta α η, ipsius γ, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta δ θ, ipsius ζ, quartæ. Quoniam enim æque multiplex est α β, ipsius γ, δ ε, ipsius ζ, quot magnitudines igitur sunt in α β, æquales ipsi γ, totidem magnitudines sunt & in δ ε, æquales ipsi ζ. ac per hoc, & quot sunt in β η, æquales ipsi γ, tot etiam sunt in ε θ, æquales ipsi ζ. Quot igitur sunt in tota α η, æquales ipsi γ, tot sunt in tota δ θ, æquales ipsi ζ. Quotuplex igitur est α η, ipsius γ, totuplex est δ θ, ipsius ζ. Et composita igitur prima & quinta α η, ipsius γ, secundæ æque erit multiplex & tertia & sexta δ θ, ipsius ζ, quartæ. Si prima igitur secundæ æque fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta secūdæ æque multiplex & sexta quartæ, etiam composita prima & quinta, secundæ æque multiplex erit, & tertia & sexta quartæ, quod demōstrasse oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 SI fuerint primum secundi & tertiū quarti æque multiplicia, ad primum uero & tertium multiplices sumantur æquales, erunt multiplex primi ad secundum, atque multiplex tertij ad quartum æque multiplicia.

CAMP. Sit sex quātitates, a prīa, b scd̄a, c tertia, d quarta, e quīta, f sexta, sintq́ a ad b & c ad d, itēq́ e ad a & f ad c, æque multiplices. Dico q̄ sicut e est multiplex ad b, ita f ad d

Diuidatur enim e secundū quantitatem a sui multiplicis, & f secundum quantitatem c, eritq́; propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quælibet partium e sit ita multiplex ad b, sicut quælibet partium f ad d. Quia ergo sicut prima pars e est multiplex ad b ita prima pars est multiplex ad d, itemque sicut secunda pars e est multiplex ad b, ita secunda f ad d, ergo erit per præmissam ut aggregatum ex duabus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut aggregatum ex duabus primis partibus e f ad d. Et quia rursus tertia pars e (sit aliqua tertia pars) est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d, erit per eandem ut totū aggregatū ex tribus primis partibus e sit ita multiplex ad b, sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicq́; (si plures fuerint partes e & f) componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus, concludes quod sicut e est multiplex ad b. ita f ad d per præmissam totiens sumptā quot fuerint partes in e aut in f, minus una, sicq́; patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 **Si primum secundi æque fuerit multiplex & tertium quarti, sumantur autem æque multiplicia primi & tertij, etiam ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrunque utriusque æque erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti.**

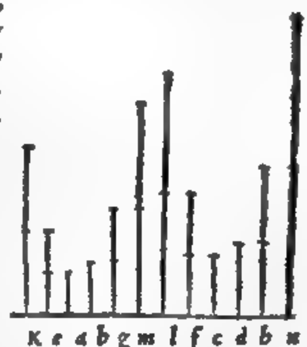
THEON ex Zamb. *Primum enim α secūdi β, æque sit multiplex, & tertiū γ, ipsius δ, quarti, sumanturq; ipsorū α γ, æque multiplicia ε ζ, & η θ. Dico quod æque multiplex est ε ζ, ipsius β, & η θ, ipsius δ. Quoniā enim æque multiplex est ε ζ, ipsius α, & η θ, ipsius γ, quot igitur sunt magnitudines æquales in ε ζ, ipsi α, tot etiā sunt magnitudines in η θ, æquales ipsi γ. Dirimatur quidē ε ζ, in magnitudines æquales ipsi α, hoc est ε κ & κ ζ, & η θ, in æquales ipsi γ, hoc est η λ, & λ θ, erit utiq; æqualis multitudo ipsorū ε κ, & κ ζ, multitudini ipsorū η λ, & λ θ. Et quoniā æque multiplex est α, ipsius β, & γ ipsius δ, æqualis autē est ε κ, ipsi α, & η λ, ipsi γ, æque igitur est multiplex ε κ, ipsius β, & η λ, ipsius δ. Ac per hoc iam æque multiplex est κ ζ, ipsius β, & λ θ, ipsius δ. Quoniā igitur primū ε κ, ipsius β, secundi æque est multiplex & tertiū η λ, ipsius δ, quarti: est autem & quintū κ ζ, ipsius β, secundi æque multiplex & sextū λ θ, ipsius δ, quarti, & compositū igitur (per 1 quinti) primum & quintū ε ζ, ipsius β, secundi æque est multiplex, & tertium & sextum η θ, ipsius δ quarti. Si primum igitur secundi æque fuerit multiplex & tertiū quarti, sumanturq; primi & tertij æque multiplicia, etiā ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrunq; utriusq; æque erit multiplex, alterum secundi, alterum autem quarti, quod oportebat demonstrare.*



Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 **SI fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum, ad primum autem & tertium æque multiplicia assignētur itemque ad secundum & quartum multiplices æquales, erunt assignatæ multiplices eodem ordine proportionales.**

CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b secundū, sicut c tertij ad d quartū, sumanturq́; e ad a, & f ad c, æque multiplicia: itēque g ad b, & h ad d, æque multiplicia. Dico quod proportio e ad g, est sicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æque multiplicia, itemque m ad g: & n ad h, æque multiplicia. Et quia e & f, sunt æque multiplicia ad a, & c, itemq́; k & l æque multiplicia ad e & f, erunt per præmissam k & l, æque multiplicia ad a & c, per eandem quoq; erunt m & n, æque multiplicia ad b, & d. Quare per cōuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis, k ad m, & l ad n, similiter se habebunt in addendo, diminuendo & æquādo. Quia ergo k & l sunt æque multiplicia ad e & f, itemq; m & n, æque multiplicia ad g & h, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis proportio e ad g, sicut f ad h, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

Si

4 Si primum ad secundum eandem habuerit rationē, & tertium ad quartum, etiam æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationē sumpta adinuicem.

THEON ex Zamb. *Primum enim α, ad secundum β, eandem habeat rationem, quam tertiū γ, ad quartū δ. Et sumantur quidē ipsorū α γ, æque multiplicia, ε ζ, & ipsorū β δ, alia utcūq; multiplicia η θ. Dico quod sicut se habet ε, ad ipsum η, sic se habebit ζ, ad ipsum θ. Sumantur enim ipsorū ε ζ, æque multiplicia κ & λ, & ipsorum η θ, alia quomodocūq; æque multiplicia, hoc est μ, & ν. Et quoniam æque multiplex est ε, ipsius α, & ζ, ipsius γ; & sumpta sunt ipsorū ε ζ, æque multiplicia κ & λ, igitur κ (per 3 quinti) æque multiplex est ipsius α, & λ, ipsius γ, & propterea, æque multiplex est quoq; μ, ipsius β, & ν, ipsius δ. Et quoniam est ut α, ad β, sic γ, ad δ, & sumpta sunt ipsorū α γ, æque multiplicia κ λ, ipsorum autem β δ, alia quomodocūq; æque multiplicia, hoc est μ, ν, si igitur excedit κ, ipsum μ, excedit & λ, ipsum ν, & si æquale, æquale, & si minus, minus, (per 6 diffinitionem ter η) Sunt autem κ λ, ipsorum ε ζ, æque multiplicia, & μ ν, ipsorū η θ, alia quomodocūq; æque multiplicia. Est igitur ut ε, ad η, sic ζ, ad θ. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertiū ad quartum, etiam æque multiplicia primi & tertij ad æque multiplicia secundi & quarti iuxta quamuis multiplicationem eandem rationē habebunt sumpta adinuicem, (per 6 diffinitionem quinti. Quod oportebat demonstrare.*

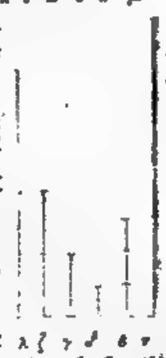


LEMMA *siue assumptio. Quoniā igitur demōstratū est quod si excedit κ, ipsum μ excedit quoq; & λ, ipsum ν, & si æquale, æque: & si minus, minus: manifestū est quod si μ, ipsum κ, excedit & ν, excedit ipsum λ: & si æquale, æquale: & si minus, ac per hoc erit ut η, ad ε, sic θ, ad ζ.*

CORRELARIVM *Hinc manifestū est quod si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & contra quoque proportionales erunt.*

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 SI fuerint duæ quantitates quarum una sit pars alterius, minuaturque ab utraque ipsarum ipsa pars, erit reliquū reliquo atque totum toti æque multiplex, Vel sic, minuaturq; ab utraque ipsarum ipsa pars aliquota, erit reliquum reliqui tota pars, quota totum totius.



CAMPANVS Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d, quota est e b ipsius a b, minuaturq; a b ex quātitate c d, & sit residuū f c, eritq; f d, æqualis a b, similiter quoq; minuatur e b ex quātitate a b, sitq; residuum e a. Dico quod quota pars est quātitas a b quantitatis c d tota est quantitas a e quantitatis c f. Cū enim f d sit æqualis a b, erit f d, ita multiplex e b, sicut c d est multiplex a b, ponā itaq; d g ita multiplicē a e, sicut f d, est multiplex e b eritq; ex prima huius quātitas f g, ita multiplex a b, sicut f d, est multiplex e b, & quia sic fuit c d, multiplex a b, sicut f d, fuit multiplex e b erit utraque duarū quantitatū c d, f g, æque multiplex quātitatis a b, quare per cōmunem scientiam, c d & f g sunt æquales adinuicem, dempta igitur ab utraq; earū, quātitate f d, erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e sicut f d, e b. & ideo sicut a b, e b. quare & sicut c d, a b, erit c f, ita multiplex a e, sicut tota c d totius a b, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Si magnitudo magnitudinis æque fuerit multiplex, & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ, ita erit multiplex ut tota totius est.



THEON ex Zamb. *Magnitudo etenim α β, magnitudinis γ δ, æque multiplex esto, atque & ablata α ε, ablatæ γ ζ. Dico quod & reliqua ε β, reliquæ δ ζ, æque erit multiplex atq; tota α β, totius γ δ, est multiplex. Quotuplex est α ε, ipsius γ ζ, totuplex fiat ε β, ipsius γ η. Et quoniā (per 1 quinti, æque multiplex est α ε, ipsius γ ζ, & α β, ipsius η ζ, ponitur autē æque multiplex α ε, ipsius γ ζ, & α β, ipsius γ δ, æque igitur est multiplex α β, utriusq; ipsorū η ζ, & γ δ, æqualis igitur est η ζ, ipsi γ δ. Cōmunis auferatur γ ζ, reliqua igitur η γ, reliquæ δ ζ, est æqualis. Et quoniā æque multiplex est α ε, ipsius γ ζ, & ε β, ipsius η γ, æqualis autem est η γ, ipsi δ ζ, æque igitur est multiplex α ε, ipsius γ ζ, & ε β, ipsius ζ δ. Aeque autem ponitur mul-*

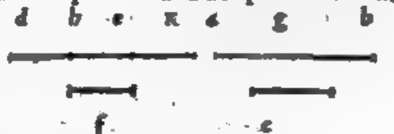
tiplex

tiplex κθ, ipsius γζ, & αβ, ipsius γδ, æque igitur est multiplex εβ, ipsius ζδ, & αε, ipsius γδ. Et reliqua igitur εβ, reliquæ ζδ, æque multiplex erit: quotuplex est tota αβ, totius γδ. Si magnitudo igitur magnitudinis æque fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æque multiplex erit, quotuplex est tota totius. Quod demonstrasse oportuit.

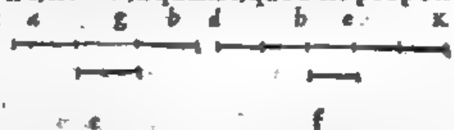
Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI fuerint duæ quantitates ad alias duas æque multiplices duæq; minores à duabus maioribus utraque à sua multiplice subtrahantur, erunt duo reliqua earundem partium æque multiplicia, aut eis æqualia.

CAMPANVS Sint quantitates a b ad c. & d e ad f, æque multiplices, subtrahantur que c ex a b, & f ex d e, & sint residua ex a b quidem a g, ex d e, d h, eritq; g b. æqualis c. & h e æqualis f, dico quod duo residua a g & d h erunt æqualia duabus quantitatibus c f, aut eis æque multiplicia. Sit ergo primo a g, æqualis c, dico quod d h est æqualis f. Sumam enim quantitatẽ e k, equalẽ f, eritque per præmissas hypotheses, ut toties f sit in h k, quoties c in a b, quare sicut a b est multiplex c, ita h k, est multiplex f, sed sic etiam d e, erat multiplex eiusdem f, erit igitur per communẽ scientiam, h k æqualis d e, dẽpta igitur cõmuni earum quãtitate h e, erit d h, æqualis f, quod est propositũ.



Si autẽ a g sit multiplex c, ponam ut e k sit æque multiplex f, eritque ut prius, ut toties f sit in h k, quoties c in a b, sed toties erat etiã in d e, erit igitur ut prius, d e æqualis h k, & d h, e k, quare sicut a g est multiplex c, ita d h est multiplex f, quod est propositum.



Aliter idem. Cum secundum eundem numerũ contineat quantitas a b quantitatem c, secundũ quem quantitas d e quantitatẽ f, dem ptáque ab eo unitate remaneat unitas uel numerus secundum quem a g, continet c, & secundũ quem d h, continet f, patet quantitates a g, & d h, esse æquales aut æque multiplices quantitatibus c & f.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æque fuerint multiplices, etiam reliquæ eisdem uel æquales, sunt, uel æque ipsarum multiplices.

THEON ex Zamb. *Duæ enim magnitudines αβ, γδ, duarum magnitudinũ ε, & ζ, æque multiplices, & ablatæ aliquæ αη, & γθ, earundem ε, & ζ, æque sint etiam multiplices. Dico quod & reliquæ ηβ, & θδ, eisdem ε, & ζ aut sunt æquales, aut earum æque multiplices. Sit enim primum, ηβ, ipsi ε, æquale. Dico quod & θδ, ipsi ζ, est æquale. Ponatur enim ipsi ζ, æqualis γκ. Et quoniam æque multiplex est αη, ipsius ε, & γθ, ipsius ζ, æqualis autem est ηβ, ipsi ε, & κγ, ipsi ζ, æque igitur est multiplex αβ, ipsius ε, & κθ, ipsius ζ. Aeque autem ponitur multiplex αβ, ipsius ε, & γδ, ipsius ζ. Aeque igitur est multiplex κθ, ipsius ζ, & γδ, ipsius ζ. Quoniam igitur utraque ipsarũ κθ, & γδ, ipsius ζ, æque est multiplex, æqualis igitur (per 1 cõmunem sententiã) est κθ, ipsi γδ. Cõmunis auferatur γθ, reliqua igitur κγ, reliquæ θδ, est æqualis. Sed ζ, ipsi κγ, est æqualis. θδ, igitur, ζ, est æqualis. Quare si ηβ, æqualis est ipsi ε, & δθ, ipsi ζ, erit æqualis. Similiter quoq; ostendemus quod & si multiplex fuerit ηβ, ipsius ε, tam multiplex erit & θδ, ipsius ζ. Si duæ igitur magnitudines duarũ magnitudinum æque fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earũdẽ æque fuerint multiplices, & reliquæ eisdẽ aut æquales, aut earũ æque multiplices erunt. Quod demõstrare oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI duæ quantitates inæquales ad quãlibet comparẽtur, earũ ad illam erit una proportio, itemq; ad illas proportio illius, una est.

CAMPANVS Sint duæ quantitates a b, æquales, quæ comparentur ad quãlibet tertiã ut ad c, dico ꝙ eadẽ est proportio a ad c, & b ad c, itẽq; eadem c ad a, & c ad b. Primũ sic probatur. Cum enim c sit consequens ad a primã, & ad b tertiam, ipsa erit in ratione secundæ & quartæ. Sumam igitur d ad a primam, & e ad b tertiam æque multiplices, & sumam f, quamlibet ex multiplicibus c, quæ est secunda & quarta. Et quia a & b quarum sunt æque multiplices d e, positæ sunt æquales, erit ut si d diui

datur



datur secundum quantitatem a,& e secundum quantitatem b,quod partes utrobique sunt numero quæ antitate æquales,numero quidem,per hypothesin propter æqualitatem multiplicationis utrobique:quantitate autẽ per hanc communem scientiam quoties oportuit repetitam,quæ eidem sunt æqualia sibiinuicem sunt æqualia. Quia igitur prima ex partibus d est æqualis primæ ex partibus e,& secunda secundæ, & cæteræ ceteris,suntq́ tot partes in d quot sunt in e.erit per primam huius, d æqualis e.Quare per communem scientiam. si duæ quantitates æquales comparentur ad aliam tertiam aut ambæ quantitates d & e sunt similiter maiores f,aut similiter minores.aut sibi æquales,igitur ex diffinitione continuæ proportionalitatis,quæ est proportio a primæ ad c secundam,eadem est tertiæ ad c,quartam. quod est propositum. Secundum eodem modo probabis ordine conuerso, ut c ponatur prima & tertia:a uero secunda, b quarta. Cum uero quantitas f,quæ est æque multiplex primæ & tertiæ,sit aut similiter maior quantitatibus d & e quæ sunt æque multiplices secundæ & quartæ, aut similiter minor,aut eis æqualis:erit per eandem diffinitionem proportio c primæ ad a secundam sicut c tertiæ ad b,quartam. Quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Aequales,ad eandem,eandem habent rationem,& eadem,ad æquales



THEON ex Zamb. *Sint æquales magnitudines α β.alia autem utcunque magnitudo γ. Dico quod utraque ipsarum α β,ad ipsam γ,eandem habet rationem,& γ,ad utramque ipsarũ α ε.Sumantur(per 5 quinti,)ipsarum α β,æque multiplices,sintq́ δ.ε.ipsius autem γ,alia utcũque multiplex,sitq́ ζ.Quoniam igitur æque multiplex est δ ipsius α.& ζ.ipsius β. æqualis autẽ est α,ipsi β,æqualis igitur est(per primam cõmunem sententiam.)& δ.ipsi ε.Al a autem quæcũque ζ,multiplex ipsius ε.si excedit igitur δ ipsam ζ,excedit & ε.ipsum ζ.& si æqualis, æqualis & si minor,minor.Et sunt quidem δ ε.ipsarum α β,æque multiplices.& ζ.ipsius γ,alia quæcũque multiplex.Est igitur ut α,ad γ,sic β,ad γ,dico iam quod & γ,ad utramq; ipsarum α β.eandẽ habet rationem.Eisdem namque dispositis,similiter ostẽdemus quod æqualis est δ ipsi ε,alia autem quædam est ζ.Si igitur excedit ζ,ipsum δ,excedit quoque ipsum ε.& si æqualis,æqualis. & si minor,minor.At ζ.ipsius γ.multiplex est,& δ ε.ipsarum α β.aliæ quæuis sunt æque multiplices.Est igitur sicut γ ad β,sic etiam γ,ad ε.Aequales igitur ad eandem habent rationem,& eadem,ad æquales,quod fuerat demonstrandum.*

Eucli.ex Camp. Propositio 8

8 SI duæ quantitates inæquales ad unam quantitatem proportionẽtur,maior quidem maiorem,minor uero minorem obtinebit proportionem.Illius autem ad illas,ad minorem quidẽ proportio maior,ad maiorem uero minor erit.



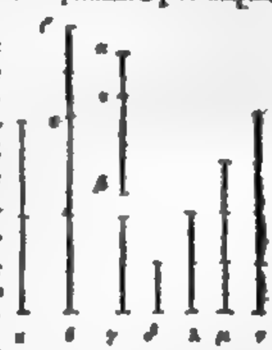
CAMPANVS. Sint duæ quãtitates inæquales a & b c,sitque maior b c.& proportionentur ad eandẽ quãtitatẽ quæ sit d,dico qđ maior est proportio b c ad d.quàm a ad d,& quod ecõtrario maior est d ad a quam d ad b c.Primũ sic probatur.Ponã c b,æqualẽ a,& multiplicabo totiẽs e c,quod proueniat quantitas maior d sitque f g.& sumam k f,ita multiplicẽ b e, & similiter h ita multiplicẽ a.sicut f g.est multiplex e c,eritq́ per primã huius h ita multiplex a:sicut k g,est multiplex b c,erit etiã h æqualis k f:propter hoc quod earum submultiplices que sunt a & b e. positæ sunt æquales.Ponã quoq; quod h nõ sit minor d.sed æqualis aut maior. toties enim multiplicabo unãquanq; triũ quantitatũ e c.b e.& a,æqualiter,quod f g multiplex e c proueniat maior d.& quod h multiplex a nõ proueniat minor eadẽ.deinde toties multiplicabo d.quod proueniat quãtitas maior h.sitq́ in prima quãtitas multipliciũ d quæ sit maior h.sub qua sumam maximam multiplicẽ d,aut sibi æqualẽ si m est prima in ordine multipliciũ d,que sit l,eritq́ ut l, nõ sit maior h.& constabit m ex d & h propter id quod omnẽ multiplex cõstat ex proximo precedenti multiplici & simplo.ut triplum ex duplo & simplo excepto primo multiplici quod cõstat ex bis simplo.Quia ergo h est equalis.

k f,non erit k f minor l,itaque k f & d non efficient minus quam l & d,quare non efficient minus quam m,& quia f g,est maior d.erit k g maior quam m. Intelligo igitur quãtitatem b c primam,d secundam,a tertiam,d quartam,& quia ad primam & tertiã sumpta sunt æque multiplicia uidelicet k g & h,similiter quoque ad secundam & quartam æque multiplicia immo idem in ratione duorũ quod est m,& addit k g,multiplex primæ super m multiplex secundæ,non addit autẽ b multiplex tertiæ super m multiplex quartæ.erit per diffinitionem maioris improportionalitatis,maior proportio b c primæ ad d secundam quàm a tertiæ ad d quartam,quod est primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine. ut d sit prima & tertia,a secunda b c quarta,addit enim m multiplex primæ,super b multiplicem secundæ,non addit autem m multiplex tertiæ super k g.multiplicẽ quartæ,quare maior est proportio d ad a quàm d ad b c quod est secundum. Ex huius autem demonstrationis modo,patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis,quam posuit author in principio huius quinti Nusquam enim est maior,proportio primæ quatuor quantitatũ ad secundam quam tertiæ ad quartam:quin cõtingat aliqua æque multiplicia ad primã & tertiã reperiri,quæ cum relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secũdæ,non autẽ multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Hæc autẽ multiplicia sic reperiemus,sicut demõstrabitur infra supra 11 huius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 In æqualium magnitudinum maior ad eandem , maiorem rationem habet,quàm minor , & eadem ad minorem , maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

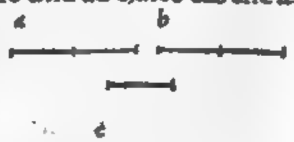
THEON ex Zamb. *Sint inæquales magnitudines,αβ,& γ,& sit maior αβ,quàm γ.Alia autem quæuis,sit δ.Dico quod αβ.ad δ,maiorem rationem habet,quàm γ ad δ,& δ ad γ,maiorem rationem habet, quàm ad αβ. Quoniam enim maior est αβ,quàm γ ponatur ipsi γ,æqualis βε,minor iam ipsarum αε,& εβ,multiplicata:maior aliquando fiet quàm δ Sit primum αε,minor quàm εβ Et multiplicetur αε,quoad quod fiet,maius sit ipso δ,& sit illius multiplex ζη.quod maius est quàm δ.Et quàm multiplex est ζη.ipsius αε,tam multiplex esto ηθ.ipsius εβ,& κ.ipsius γ,& sumatur ipsius δ duplum,sitq; illud λ,triplum postmodũ.sitq; illud μ,& deinceps uno plus,quoad sumptum multiplex fiat ipsius δ,primo maius quàm κ,sumaturq;,& sit ν,quadruplum quidem ipsius δ,primo autem maius quàm κ.Quoniam igitur κ,ipso ν,primo est minor κ,igitur ipso μ,non est minor.Et quoniam æque multiplex est ζη.ipsius αε,atque æque multiplex est ηθ.ipsius εβ,æque igitur est multiplex, (per 1 quinti,) ζθ ipsius αβ. Sed æque multiplex est ζθ ipsius αβ,& κ ipsius γ,æque igitur multiplex est ζθ,ipsius αβ,& κ,ipsius γ.igitur ζθ & κ,ipsarum αβ,& γ,æque sunt multiplices,(per eandẽ.) Rursus quoniã æque est multiplex ηθ,ipsius εβ,& κ ipsius γ,æqualis aũt est εβ,ipsi γ,æqualis igitur est & ηθ,ipsi κ.At κ,non est minor quàm μ neq; igitur ηθ,est minor quàm μ Maior autẽ est ζη,quàm δ,tota igitur ζθ.simul ambabus δ & μ,maior est, Sed ambæ δ & μ,ipsi ν,sunt æquales:quandoquidẽ μ,ipsius δ tripla est,ambæ autẽ μ,& δ,ipsius δ quadruplices sunt, est autem ν,ipsius δ,quadruplum:ambæ igitur μ & δ ipsi ν sunt æquales & d ζθ,ipsis μ & δ maior est,igitur ζθ,ipsum ν excedit.Sed κ,ipsum ν,nõ excedit,& sunt quidẽ ζθ & κ æque multiplices ipsarum αβ,& γ,& ν,ipsius δ,alia quæuis est multiplex.Igitur αβ,ad δ maiorem rationem habet,quàm γ,ad δ.Dico iam quod & δ,ad γ,maiorem rationẽ habet,quàm δ ad αβ.Nam illis sic descriptis similiter ostẽdemus quod ν,maior quidem est quàm κ,non uero maior quàm ζθ:& est quidẽ ν ipsius δ,multiplex Ipsæ uero ζθ,& κ ipsarum αβ & γ,aliæ quæuis æque multiplices.Igitur δ ad γ,maiorem rationem habet:quàm δ ad αβ.* *Sed iam αε:maior est quàm εβ,iam minor εβ multiplicata:maior aliquando fiet quàm δ.multiplicetur,& esto ηθ,multiplex quidem ipsius εβ,tam multiplex fiat & ζη ipsius αε,& κ,ipsius γ,similiter ostendemus quod ζθ,& κ ipsarum αβ,& γ,æque sunt multiplices. Sumaturq; similiter ν multiplex quidem ipsius δ,primo autem maior quàm ζη quare rursus ζη nõ est minor quàm μ,maior autem est ηθ,quàm δ.Tota igitur ζθ,ipsas δ μ.hoc est ipsam ν,excedit,& κ ipsam ν,non excedit.Quoniam & ζη,quæ maior est quàm ηθ,hoc est quàm κ ipsam ν,non excedit:pariterq; superiora consequuti demonstrationem conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinum maior ad eandem,maiorem rationem habet,quàm minor & eadem ad minorem,maiorem rationem habet quàm ad maiorem.Quod demonstrasse oportuit.*



Eucli.ex Camp. Propositio 9

9 SI fuerit aliquarum quantitatum ad unam quãtitatem proportio una, ipsas esse æquales, si uero unius ad eas proportio una, ipsas æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b. proportio una ad c, dico eas esse æquales. & si econuerso fuerit eadem proportio c ad utrãq; earum, adhuc dico eas esse æquales, hæc est conuersa septimæ huius. Primum sic patet. Si enim non sunt æquales, sed altera earum maior, utpote a, erit per primam partem præmissæ, maior proportio a ad c, quàm b ad c, quod est contra hypothesin. Secundum quoque patet, quia si a est maior b, erit per secundam partem præmissæ, maior proportio c ad b, quàm ad a, quod est etiam contra hypothesin



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales adinuicem sunt, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales.

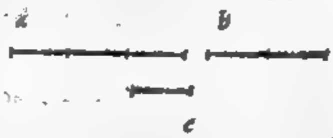
THEON ex Zamb. *Habeat inquam utraque ipsarum α β, ad γ, candẽ rationem. Dico quod æqualis est α, ipsi β. Si autem non utraque ipsarum α β, ad ipsam γ, eandem non haberet rationem, (per 8 quinti,) habet autem, æqualis igitur est α, ipsi β Habeat rursus γ, ad utrãq; ipsarum α β, eandem rationẽ. Dico quod æqualis est α, ipsi β. si autem non, ipsa γ, ad utramq; ipsarum α β, non haberet eandem rationem, habet autem, æqualis igitur est α. ipsi β. Quæ ad eandem igitur, eandẽ habẽt rationem, adinuicem sunt æquales, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales. Quod demonstrandum fuerat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI fuerit unius quantitatis ad quantitatem unam proportio maior, quantitatem maiorem esse. Si uero unius ad eandem proportio maior, minorem esse necesse est.

CAMPANVS. Quod si fuerit maior proportio a ad c quàm b ad c, dico a esse maiorem b, & si fuerit maior c ad b quàm c ad a, adhuc dico a esse maiorem b. Hæc est conuersa 8. Primum patet per primam partem 7 & per primam 8, nam per primam partem septimæ, non erit a æqualis b, nec etiam minor, per primam octauæ. Secũdum uero patet ex secundis partibus earundem.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Ad eandem, rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est, ad quam autem eadem maiorem rationẽ habet, illa minor est.

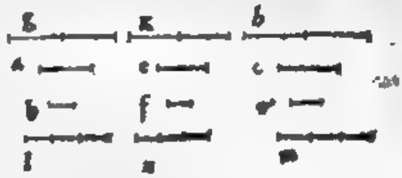
THEON ex Zamb. *Habeat enim α, ad γ, maiorem rationem, quàm β, ad γ, Dico quod α, maior est quàm β. Si autem non, aut est α, ipsi β, æqualis, aut ea minor, æqualis autem minime est α, ipsi β, utraque etenim ipsarum α β, ad γ, eandem rationem haberet: (per 9 quinti) non habet autem, igitur α. ipsi β minime æqualis est. Neque etiam minor est α, quam β, nam α, ad ipsum γ, minorem rationem haberet, quàm β, ad γ, (per 8 quinti) non habet autem, igitur α, quàm β, minor non est. Ostẽsum autem est, quod neque est æqualis, maior igitur est α. quàm β. Habeat rursus γ ad β, maiorem rationem, quàm γ ad α. Dico quod minor est β, quàm α. Si autem non, aut est ei æqualis aut ea minor, æqualis quidem non est, β ipsi α. Nam γ, ad utramque ipsarum α β, eandem haberet rationem, (per 6 quinti,) non habet autem. Igitur α, ipsi β, minime est æqualis. Neque etiam maior est β, quàm α, nam γ. ad β, minorem rationem haberet, quàm ad α, (per 8 quinti,) non habet autem. Igitur maior nõ est β quàm α. patuit autem quod neque æqualis est, minor igitur est β, quàm α. Ad eandem igitur rationem habentium, maiorem rationem habens, maior est, & ad quam eadem maiorem rationem habet, ipsa minor est. Quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI fuerint quantitatum proportiones alicui uni æquales, ipsas quoque proportiones sibi inuicem æquales esse necesse est.

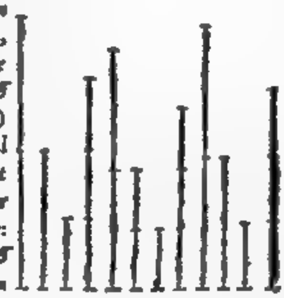
CAMPANVS Propositionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter cõmunes animi conceptiones, quæ eidem sunt æqualia sibi quoque sunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demõstrat prout proportionibus accõmodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ sunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioni quæ est e ad f. Dico proportiones quæ sunt a ad b & c ad d, sibi inuicem esse æquales. Sumam enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices, itẽque l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad f est sicut a ad b, & similiter sicut c ad d, erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptam si k addit super n, quod g addat super l, & h super m. & si k minuit ab n, quod g minuat ab l, & h ab m. & si k est æqualis n, quod g sit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m similiter se habent in addendo, diminuendo & æquando, mediãtibus k n, & erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, a ad b sicut c ad d. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 Quæ eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem.

THEON ex Zamberto. *Sint enim sicut α ad β, sic γ ad δ, sicut uero γ ad δ, sic ε ad ζ. Dico quod est sicut α ad β, sic ε ad ζ. Sumantur enim ipsarum α γ ε, æque multiplices, sintque η θ κ, ipsarum uero β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices, sintque λ μ ν. Et quoniam est sicut α ad β, sic γ ad δ, & sumptæ sunt ipsarum α γ, æque multiplices η θ, ipsarum autẽ β δ, aliæ quæuis æque multiplices λ μ, si igitur excedit η, ipsum λ, excedit & θ, ipsum μ. & si æquale, æquale: & si deficit, deficit, (per conuersionẽ 6 diffinitionis quinti.) Rursus quoniã sicut est ε ad ζ, sic est γ ad δ, & sumptæ sunt ipsarum γ ε, æque multiplices θ κ, & ipsarum δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices μ, & ν, si igitur excedit θ, ipsum μ, excedit quoque κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus. (per eandẽ.) Sed si excedit θ, ipsum μ, excedit quoque & η, ipsum λ, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem cõuersionẽ.) Quare si excedit η, ipsum λ, excedit & κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem.) Sunt autem η κ ipsarum α, ε, æque multiplices, & λ ν, ipsarũ β ζ, aliæ quæuis æque multiplices. Est igitur sicut α ad β, sic est ε ad ζ. Quæ igitur eidem eædem sunt rationes, & adinuicem sunt eædem (per 6 diffinitionem) quod demonstrasse oportuit.*

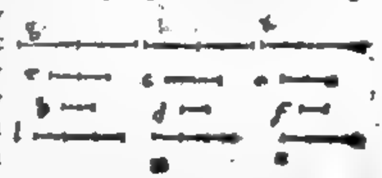


η α β λ θ γ δ μ κ ε ζ ν

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI fuerit proportio primi ad secũdum sicut tertij ad quartum, tertij uero ad quartum maior quàm quinti ad sextum, erit proportio primi ad secundum maior, quàm quinti ad sextum.

CAMPANVS Sicut in præcedenti, quod hic demõstrat in proportionibus, cõceptibile est in quantitatibus, uidelicet quod si duæ quantites fuerint sibi inuicem æquales, quæcunque fuerit una earum maior, eadẽ maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonstratur, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, c uero ad d, sit maior quàm e ad f. erit quoque a ad b, maior quàm e ad f. Sumã enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices Itẽque l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad d est sicut a ad b, & maior quàm e, ad f: erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis si h addit super m, ut g addat super l, & per cõuersionẽ diffinitiõis maioris improportionalitatis, quod non sit necesse k addere super n. Quia igitur mediantibus h & m si g addit super l, nõ est necesse k addere super n: erit per diffinitionẽ maioris improportionalitatis, maior proportio a ad b quàm e ad f. quod est propositum.

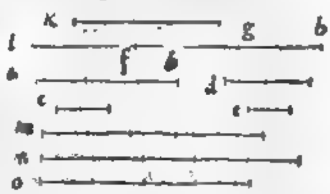


CAMPANI additio. Simili quoque modo probabis, quod si sit a ad b sicut c ad d, & c ad d, minor quàm e ab f, erit a ad b minor quàm e ad f. Cum enim sit c ad d minor quàm e ad f: erit e ad f: maior quàm c ad d, per conuersionem igitur diffinitionis maioris impro-

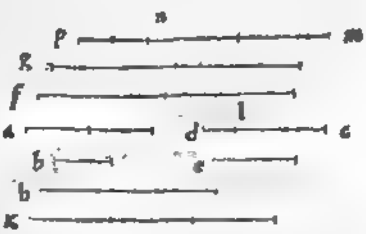
proportiõalitatis, si k addit super n, nõ est necesse qđ h addat super m, sed si h nõ addit super m, g non addit super l, ergo si k addit super n, nõ est necesse ut g addat super l, per diffinitionẽ igitur maioris improportiõalitatis, maior erit proportio e ad f, q̃ a ad b, ergo econuerso minor erit a ad b quàm e ad f, qđ est propositũ. Ex modo autẽ demõstrationis octauæ huius, & hac fiet manifestũ qđ si fuerit primæ quatuor quãtitatũ ad secũdam maior proportio quàm tertiæ ad quartam, cõtinget reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ, quæ cum cõparabũtur ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Quod sic patet.



Sit enim maior proportio a b ad c, quam d ad e. Ponam ergo ut sit proportio a f ad c, sicut d ad e, eritque per hanc 11 & per 10. a f minor a b & sit minor in quantitate f b, quam multiplicabo toties, quod proueniat quãtitas maior c, quæ sit g h, hac conditione ut d toties multiplicata producat quantitatem nõ minorem e, quæ sit k, tunc ponam ut l g sit ita multiplex a f, sicut g h est multiplex f b, aut k p, eritq; per primam huius l h, ita multiplex a b, sicut k d. Deinde ponam quod m sit prima quãtitas multiplex e, quæ sit maior k, & ponam n ita multiplicem c, sicut m est multiplex e, eritque per præmissas hypotheses & conuersionem diffinitiõis incontinuæ proportionalitatis quãtitas n prima, multipliciũ c, quæ erit maior l g, nec erit l g minor c. Sumam ergo sub n, maximam multiplicium c, aut sibi æqualem si forsan n sit prima multiplicium eius, quæ sit o, constabitque n, ex o & c, quia ergo l g non est minor o, & g h est maior c, erit l h, maior n. quare cum k sit minor m, patet propositum.



Conuersam quoque huius demonstrare possumus, uidelicet, quod si contingit reperire aliqua æque multiplicia primæ & tertiæ, quarum multiplex primæ addat super aliquod multiplex secundæ, & multiplex tertiæ nõ addat super multiplex quartæ, maior erit proportio primæ ad secundam quam tertiæ ad quartam, quod sic probatur. Sint quatuor quantitates, a prima, b secunda, c d tertia, e quarta, sintq; f ad a, & g ad c d, æque multiplicia, similiter h ad b & k ad e, æque multiplicia, & addat f super h, non addat autẽ g super k, dico quod maior est proportio a ad b quam c d ad e. Si enim æqualis, per conuersionẽ diffinitionis incontinuæ proportionalitatis addet g super k, quod est contra hypothesin. Si autem minor, sit c l ad e sicut a ad b, eritque per huius 10. c l minor c d & sit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n sit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, sicut f est multiplex a. eritque per primam huius m, p ita multiplex c d, sicut f est multiplex a. utraque igitur duarum quantitatum m p & g, est æque multiplex quantitatis c d, ergo ipsæ sunt æquales, nam hæc illatio, demonstrata est in 7 huius. Et quia g non est maior k, non erit m p maior eadem. Sed per conuersionem diffinitionis incõtinuæ proportionalitatis m n est maior k, eo qđ f est maior h, ergo m n, est maior m p, quod est impossibile. Quare relinquitur propositum.

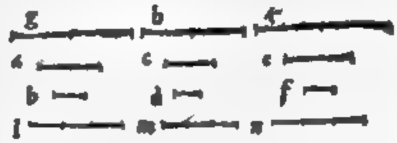


Eucli. ex Camp. Propositio 13

SI fuerint quotlibet quãtitatum ad totidem alias proportio una, erit quoque quæ proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima proposuit de multiplicibus, hæc proponit de omnibus proportionibus, unde hæc est cõmunior illa, eo quod omnis multiplicitas est pro

portio, non autem econuerso. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f una proportio, dico quòd quæ est proportio a ad b, eadem est compositi ex a c e, ad compositum ex b d f. Sumã g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia, eritque per primam huius, compositum ex g h k, ita multiplex compositi ex a c e, sicut g est multiplex a, similiter per eandem, compositum ex l m n, erit ita multiplex compositi ex b d f, sicut l est multiplex b, & per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptam si g addit super m, & h addit super m, & k super n, & si minuit, minuit, & si æquat, æquat: ergo per communem scientiã si g addit super l, compositum ex g h k, addit super compositum ex l m n, & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionẽ incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad b, est sicut compositi ex a c e, ad compositum ex b d f, quod est propositum.

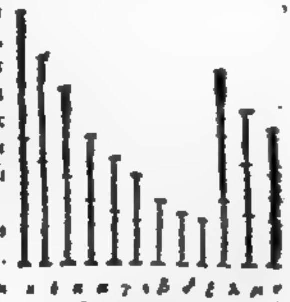


Hæ sequentes duæ propositiones 12 scilicet & 13 ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano, præpostero ordine respondent 12 unius 13 alterius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedẽtes ad omnes consequentes.

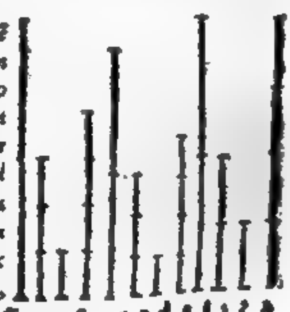
THEON ex Zamb. *Sint quotcunque magnitudines proportionem habentes α β γ δ ε ζ, sicut α ad β, sic γ ad δ, & ε ad ζ, Dico quod est sicut α ad β, sic est α γ ε, ad β δ ζ. Sumantur enim æque multiplices ipsarum α γ ε, sintq; η θ κ, & ipsarum β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplicas, sintq; λ μ ν. Et quoniam est sicut α ad β, sic γ ad δ, & ε ad ζ, & sumptæ sunt, ipsarum α γ ε, æque multiplices η θ κ, & ipsarũ β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices hoc est λ μ ν, si igitur excedit η, ipsum λ, excedit & θ, ipsum μ, & κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per cõuersionẽ 6 diffinitionis quinti.) Quare & si excedit η, ipsum λ, excedunt & η θ κ, ipsas λ μ ν, & si æqualis, æquales: & si minor, minores, (per eãdem. Et est η, quidem, & η θ κ, ipsius α, & ipsarum α γ ε, æque multiplices. Quoniam (per primam quinti,) si fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, singulæ singularũ æque multiplices, quàm multiplex est una unius magnitudinum, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam λ, & λ μ ν, ipsius β, & β δ ζ, æque sunt multiplices. est igitur sicut α ad β, sic α γ ε, ad β δ ζ. (per 6 diffinitionem quinti.) Si fuerint igitur quotcunque magnitudines proportionem habẽtes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes, quod demonstrandum fuerat.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 13

13 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad sextam, prima quoque ad secundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad sextam.

THEON ex Zamb. *Prima enim α ad secundam β, eandem habeat rationẽ & tertia γ ad quartam δ, tertia uero γ ad quartam δ, maiorem habeat rationem quàm quinta ε ad sextam ζ. Dico quod & prima α ad secundã β, maiorem rationem habebit, quàm quinta ε ad sextã ζ. Quoniã γ, ad δ, maiorem rationem habet quàm ε ad ζ, sunt enim ipsarũ γ ε, quædã æque multiplices, & ipsarũ δ ζ, aliæ quæuis sunt æque multiplices, ac multiplex ipsius γ, excedit multiplicẽ ipsius δ, multiplex autem ipsius ε, non excedit multiplicem ipsius ζ, sumantur igitur, & sint ipsarum γ ε, æque multiplices η θ, ipsarum autem δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices κ λ. Ita quidem ut η, excedat ipsum κ, & θ, ipsum λ, non excedat, & quàm multiplex quidem est η, ipsius γ, tam multiplex esto & μ, ipsius α, quàm multiplex autem est κ, ipsius δ, tam multiplex esto & ν, ipsius β, & quoniam est sicut α ad β, sic γ ad δ, & sumptæ,*

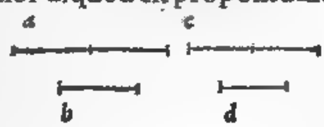


ſumptæ ſunt ipſarũ α γ, æque multiplices μ ν, ipſarũ autẽ β ζ, aliæ quæuis æque multiplices ν κ: ſi excedit igitur μ, ipſam ν, excedit & κ, ipſam κ, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor: (per cõuerſionem ſextæ diffinitionis quinti. Excedit autem (per conſtructionem) ipſam κ, excedit igitur & μ, ipſam ν, at θ, ipſam λ, non excedit, ſunt autem μ θ, æque multiplices ipſarum α ι, & ν λ, ipſarum β ζ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur α, ad ϵ, maiorẽ habet rationẽ, quàm ι, ad ζ. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorẽ rationẽ habeat quàm quinta ad ſextam, prima ad ſecundam quoque maiorem rationem habebit, quàm quinta ad ſextam, quod demonſtrare oportebit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritque prima maior tertia. neceſſe eſt ſecundam quarta eſſe maiorem. Quod ſi minor, & minorem, ſi uero æqualis, & æqualem eſſe.

CAMPANVS Sit proportio a ad b, ſicut c ad. Dico quod ſi a eſt maior c, b erit maior d, & ſi minor, minor, & ſi æqualis, æqualis. Si enim a ſit maior c, erit per primam partem 8 huius. maior proportio a ad d quàm c ad d. Quare maior erit a ad d. quàm ad b, ergo per ſecũdam partem 10 huius, b erit maior d, quod eſt propoſitum. Quod ſi a ſit minor c, erit per primam partem 8, minor proportio a ad d, quàm c ad d. Quare maior erit a ad b, quàm ad d, per ſecundam ergo partem 10, b erit minor d Si autem a ſit æqualis c, erit per primam partem 7, a ad d ſicut c ad d Quare a ad d, ſicut ad b, itaque per ſecundam partem 9, b erit æqualis d, ſicque patet propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propoſitio 14

14 Si prima ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia quartam, prima uero tertia maior fuerit, & ſecunda, quarta maior erit, & ſi æqualis, æqualis. & ſi minor, minor.

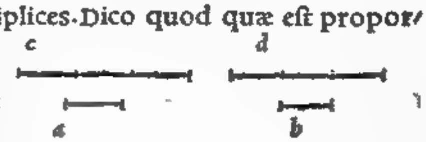
THEON ex Zamberto. *Primum enim α, ad ſecundum ϵ, eandem habeat rationem, & tertium γ, ad δ, quartum, maius autem eſto α, quàm γ. Dico quod & β, maius eſt quàm δ. Quoniam enim α, eſt maior quàm γ, eſt autem alia quædam magnitudo β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem rationem habet quâm γ, ad ϵ, ſicutque α, ad ϵ, ſic γ. ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ, ad β. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud minus eſt (per 10 quinti,) minus igitur eſt δ, quàm ϵ, quare maior eſt β, quàm δ. Similiter quoque oſtendemus quod & ſi æquale fuerit α, ipſi γ, æquale erit quoque & β, ipſi δ, & ſi minus fuerit α, quàm γ, minus erit quoque & β, quàm δ. Si prima igitur ad ſecundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & ſecunda quarta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod demonſtrare oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 15

15 SI fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices aſſignatæ, erit ipſarum multiplicium atque ſubmultiplicium una proportio.

CAMPANVS Sint c ad a, & d ad b, æque multiplices. Dico quod quæ eſt proportio a ad b, eadem eſt c ad d. Diuidatur c ſecundum quantitatem a. & d ſecũdum quantitatem b, ſuntque tot partes c, quot d, & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d ſe habet ſicut a ad b, erit per 11 huius, c ad d, ſicut a ad b, quod eſt propoſitum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propoſitio 15

15 Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent ſumptæ adinuicem.

THEON ex Zamberto. *Sit igitur æque multiplex α β, ipſius γ, & δ ι. ipſius ζ. Dico quod eſt ſicut γ, ad ζ, ſic eſt α ϵ, ad δ ι. Quoniam enim æque eſt multiplex α β: ipſius γ, & δ ι, ipſius ζ, quot igitur magnitudines ſunt in α ϵ, ipſi γ, æquales, tot ſunt in δ ι, æquales ipſi ζ. Diuidatur α β, in magnitudines æquales ipſi γ hoc eſt α η, η θ, θ ϵ, ipſum autẽ δ ι, in magnitudines æquales ipſi ζ, hoc eſt δ κ, κ λ, & λ ι, erit iam magnitudo ipſorum α η. η θ, & θ β, æqualis multitudini*

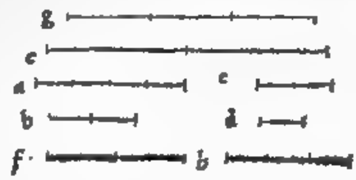


ipsorum δκ, κλ, & λε. Et quoniam αη, ηθ, & θβ, sibi inuicem sunt æquales, & δκ, κλ, & λε, quoque sibi inuicem sunt æquales, est igitur sicut αη, ad δκ, sic est ηθ, ad κλ, & βθ, ad λε, erit igitur (per 12 quinti,) sicut unum antecedentium ad unum consequentium, sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut αη, ad δκ, sic est αβ, ad δε, æqualis autem est αη, ipsi γ, ipsum autem δκ, ipsi ζ, est igitur sicut γ, ad ζ, sic est αβ, ad δε. Partes igitur eodem modo multiplicium, eandem habent rationem sumptæ adinuicem, quod demonstraſse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

16 **SI fuerint quatuor quātitates proportiōales, permutatim quoq; proportionales erunt.**

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, ſicut c ad d. Dico quod erit a ad c ſicut b ad d. Et iſte eſt modus arguendi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demōſtratio ſic patet. Sumā e ad a, & f ad b, æque multiplices: itēq; g ad c & h ad d, æque multiplices, eritq; per præmiſſam e ad f, ſicut g ad h, quare per 14 ſi e addit ſuper g, & f addit ſuper h, & ſi minuit, minuit & ſi æquat, æquat: per diffinitionē igitur incōtinuæ proportiōnalitatis erit a ad c, ſicut b ad d. Quod eſt propoſitū. Neceſſe eſt autem, ut in permutata proportionalitate ſint omnes quatuor quantitates, eiuſdem generis.



Eucli. ex Zamb, Theorema 16 Propoſitio 16

16 **Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uiciſſim proportionales erunt.**

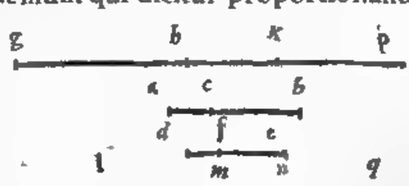
THEON ex Zamberto. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ δ, ſicut α, ad β, ſic γ, ad δ. Dico quod & uiciſſim proportionales erunt, ſicut α, ad γ, ſic β, ad δ. Sumantur quidem ipſarum α β, æqui multiplices ε ζ, & ipſarū γ δ. & aliæ quæuis, æque multiplices η θ, & quoniam æque multiplex eſt ε, ipſius α, & ζ, ipſius β, partes aūt eodem modo multiplicū eandē habent rationē ſumptæ adinuicem (per præcedentem, eſt igitur ſicut α, ad β, ſic ε, ad ζ, Sicut autem α, ad β, ſic & γ, ad δ, & ſicut igitur γ, ad δ, ſic ε, ad ζ, (per 11 quinti. Rurſus quoniam η θ, ipſarum γ δ. æque ſunt multiplices, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem ſumptæ adinuicem (per 15 quinti,) eſt igitur ſicut γ, ad δ, ſic eſt η, ad θ. Sicut autem γ, ad δ, ſic ε, ad ζ, & ſicut igitur ε, ad ζ, ſic η, ad θ. (per 11 quinti.) Si quatuor autem magnitudines proportionales fuerint, prima uero tertia maior ſit, & ſecūda quarta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: (per 14 quinti.) Si igitur excedit ε, ipſum η, excedit & ζ, ipſum θ: & ſi æquale, æquale. & ſi minus, minus: (per 6 diffinitionem quinti.) Sunt autem ε ζ, ipſarum α β, æque multiplices, & η θ, ipſarum γ δ. aliæ quæuis æque multiplices. Eſt igitur ſicut α, ad γ, ſic eſt β, ad δ. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uiciſsim proportionales erunt, quod demonſtraſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 17

17 **SI fuerint quantitates coniūctim proportionales, eaſdem diſiūctim quoque proportionales eſſe.**

CAMPANVS. Demonſtrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas permutata, demonſtrat illum qui dicitur proportionalitas diſiuncta. Sit itaque proportio a b ad b c, ſicut d e ad e f. Dico quod erit a c ad c b, ſicut d f ad f e. Sumam enim g h ad a c, & h k ad c b, itemque l m ad d f, & m n ad f e, æque multiplices. Eritque per primam huius, g k ita multiplex a b: ſicut g h eſt multiplex a c. & l n, ita multiplex d e ſicut l m eſt multiplex d f. & ideo per præmiſſas hypotheſes, g k, eſt ita multiplex a b, ſicut eſt l n, d e. Ponam iterum k p ad c b, & n q, ad f e, æque multiplices, eruntque per ſecundam, h p ad c b, & n q ad f e, æque multiplices, per conuerſionem igitur diffinitionis incontinuæ proportionalitatis. ſi g k addit ſuper h p, l n, addit ſuper m q, & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: demptis itaque commu-



munibus h k & m n: erit per communem scientiam, ut si g h addit super k p, quod l m addit super n q: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a c ad c b, est sicut d f ad f e, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 17.*

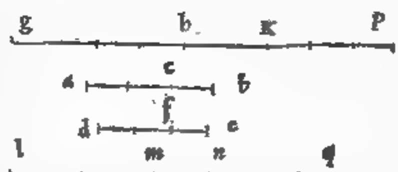
17 Si compositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt.



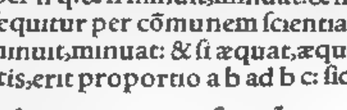
THEON ex Zamberto. *Sint compositæ magnitudines proportionales αϐ, ϐε, γδ, δζ, sicut αϐ ad ϐε, sic γδ ad δζ. Dico quod & diuisæ, proportionales erunt: sicut αε ad βε, sic εζ ad δζ. Sumãtur enim ipsarum αε, εβ, γζ, ζδ, æque multiplices ηθ, θκ, λμ & μν: ipsarum autem εβ & ζδ, aliæ quæuis æque multiplices, hoc est κξ & νπ. Et quoniam æque multiplex est ηθ ipsius αε, & θκ ipsius εϐ: æque igitur est multiplex ηθ ipsius αε, & ηκ ipsius αβ (per primam quinti). Aeque autem est multiplex ηθ ipsius αε: & λμ ipsius γζ: æque igitur est multiplex ηκ ipsius αβ, & λμ ipsius γζ (per 11 eiusdem. Rursus quoniam æque est multiplex λμ ipsius γζ, & μν ipsius δζ: æque igitur est multiplex λμ ipsius γζ, & λν ipsius γδ (per primam eiusdem. æque autem erat multiplex λμ ipsius γζ. & ηκ ipsius αβ. Aeque igitur est multiplex ηκ ipsius αβ, & λν ipsius γδ: igitur ηκ & λν, ipsarum αβ & γδ æque sunt multiplices. Rursus quoniam æque multiplex est θκ ipsius εβ, & μν ipsius ζδ: est autem & κξ ipsius εβ æque multiplex, & νπ ipsius ζδ: & compositum igitur (per 11 eiusdem) θξ ipsius εϐ æque multiplex est, & μπ ipsius ζδ. Et quoniam est sicut αβ ad ϐε, sic est γδ ad δζ, & samptæ sunt ipsarum quidem αϐ & γδ æque multiplices ηκ & λν: ipsarum autem εβ & ζδ aliæ quæuis æque multiplices, hoc est, θξ & μπ: si igitur excedit ηκ ipsam θξ, excedit & λν ipsam μπ: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor (per conuersionem 6 diffinitionis quinti). Excedat nempe ηκ, ipsam θξ: & igitur cõmuni ablata θκ, excedit ηθ ipsam κξ. Sed si excedit ηκ ipsam θξ: excedit & λν ipsam μπ: excedat igitur λν, ipsam μπ: & communi ablata μν, excedit & λμ ipsam νπ. Quare si excedit ηθ ipsam κξ, excedit & λμ ipsam νπ. Similiter iam ostendemus quod & si æqualis fuerit ηθ ipsi κξ: æqualis erit & λμ ipsi νπ: & si minor, minor: sunt autem ηθ & λμ, ipsarum αε & γζ æque multiplices, & κξ & νπ, ipsarum εϐ & ζδ aliæ quæuis æque multiplices: est igitur sicut αε ad εβ: sic est γζ ad ζδ (per 6 diffinitionem quinti. Si compositæ magnitudines igitur proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 18.*

18 SI fuerint quantitates disiunctim proportionales, coniunctim quoq; proportionales erunt.



CAMPANVS. Demonstrat modum arguẽdi quid dicitur proportionalitas coniuncta: & est modus cõuersus prioris. Ad cuius demonstrationem, resumatur dispositio præmissæ, & maneant omnes eius hypotheses: excepto quod ponatur esse proportio a c ad c b sicut d f ad f e: dico quod erit proportio a b ad b c, sicut d e ad f e: sequitur enim ex hac hypothesi & aliis hypothesibus præmissæ de multiplicibus æqualiter sumptis, per conuersionem diffinitionis incontiuuæ proportionalitatis, si g h addit super k p, quod l m addat super n q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: ergo positis cõmunibus h & k & m n: sequitur per cõmunem scientiam, si g k addit super h p, quod l n addat super m q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: quare per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, erit proportio a b ad b c: sicut d e ad e f, quod est propositum. Aliter idem indirecte sic. Cũ sit proportio a c ad c b sicut d f ad f e, nõ est autẽ a b ad b c sicut d e ad e f: sit ergo proportio d e ad aliquam aliam quantitatem: sicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f, aut minor: si enim ei esset æqualis, constaret propositum. Sit itaq; primo maior, & sit e g: eritq; per præmissam a c ad c b, sicut d g ad e g: quare d g ad e g, est sicut d f ad f e. Sequitur igitur per 14, q cum d g prima sit minor d f tertia: erit ergo g e secũda minor e f quarta: sed erat propositũ q esset maior. Sit ergo proportio d e ad minorẽ e f, quæ sit e h, sicut a b ad b c: eritq; per præmissã a c ad c b sicut d h ad h e: quare per 11, d h ad h e, sicut d f ad f e: & q a d h prima



d f. tertia erit per 14 e h secunda, maior e f, quarta. quod quia est impossibile, sequitur propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 18 Cõuersa præcedentis.

18 Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, compositæ quoq; proportionales erunt.

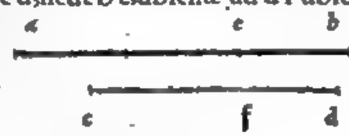


THEON ex Zamb. *Sint disiunctæ magnitudines proportionales α ε, ε β, γ ζ, & ζ δ, sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ. Dico quod & compositæ proportionales erunt, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ ζ. Si autem non est, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad ζ δ, erit sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ, aut ad maiorem. Sit prius ad minorē δ η. Et quoniam est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ η, compositæ magnitudines proportionales sunt, quare etiam diuisæ proportionales erūt. (per 17 quinti. Est igitur sicut α ε, ad ε β, sic γ η, ad η δ, supponitur aūt sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ. Et sicut igitur (per 11 quinti,) γ η, ad η δ, sic γ ζ, ad ζ δ, maior autē est prima γ η, tertia γ ζ, maior igitur est (per 14 quinti,) secūda η δ, ipsa ζ δ, quarta. Sed & minor, quod est impossibile. Igitur non est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ. Similiter quoque ostendemus quod neque ad maiorem, ad eandem igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compositæ quoque proportionales erunt, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 19.

19 Si à duobus totis duæ portiones abscindãtur, fueritque totum ad totum quantum abscisum ad abscisum, erit reliquum ad reliquũ quantum totum ad totum.

CAMPANVS Quod quinta proponit de multiplicibus: hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus, unde est illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abscindantur duæ quæ sint b e & d f, sitque proportio totius a b, ad totam c d, sicut b e, abscisæ ad d f abscisam, dico quod eadem erit a e residui ad c f, residuum: quæ est totius a b ad totam c d. Cum enim sit a b ad c d sicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e, sicut c d ad d f, & disiunctim a e ad e b, sicut c f ad f d, & iterũ permutatim a e ad c f, sicut e b, ad f d. & quia sic erat a b ad c d. patet propositum.



CAMPANI additio. Ex hac autem decimanona, & permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi, qui dicitur proportionalitas euersa. ut si sit a b ad b e, sicut c d ad d f, dico quod erit b a ad a e sicut d c ad c f, quia cum sit a b, ad b e, sicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d sicut b e ad d f, quare per hanc 19. b a ad d c, sicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e. sicut c d ad c f, quod est propositum. Cõuersa quoque proportionalitas, quam ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demonstrauimus in exponendis principijs huius quinti, potest hic quoque demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate & 9 huius. ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, dico quod erit b ad a sicut d ad c. sin autem sit d ad e, sicut b ad a, & quia a ad b est sicut c ad d, erit permutatim a ad c sicut b ad d. & quia iterum b ad a. sicut d ad e: erit quoque permutatim b ad d sicut a ad e, quare erit a ad e. sicut d ad c, si igitur e non sit æquale c, accidet impossibile & contrarium secundæ partis 9. si autem æqualis, erit b ad a sicut d ad c, quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 19

19 Si fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum.



THEON ex Zãb. *Esto sicut totũ α β, ad totũ γ δ. sic ablatũ α ε, ad ablatũ γ ζ. Dico quod & reliquũ ε β, ad reliquũ ζ δ. erit sicut totũ α β, ad totũ γ δ. Quoniã enim est sicut totũ α β, ad totũ γ δ. sic α ε, ad γ ζ. & uicissim quoq; (per 16 quinti) sicut α β, ad α ε, sic & γ δ, ad γ ζ. Et quoniã cõpositæ magnitudines proportionales sunt. (per 17 & 18 quinti) etiã disiunctæ proportionales erũt, sicut igitur β ε, ad ε α, sic δ ζ, ad γ ζ. & uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut β ε, ad δ ζ, sic ε α, ad ζ γ. Sicut autē α ε, ad γ ζ, sic supponitur totũ α β ad totũ γ δ, & reliquũ igitur ε β, ad reliquũ ζ δ, erit sicut totũ α β, ad totũ γ δ. Si fuerit igitur sicut totũ ad totũ sic ablatũ ad ablatũ, & reliquũ ad reliquũ erit sicut totũ ad totũ, quod demõstrandum erat. Et quoniã ostensum est quod sicut est α β, ad γ δ, sic est ε β, ad ζ δ, & uicissim sicut α β, ad β ε, sic γ δ ad δ ζ, cõpositæ igitur magnitudines proportionales sunt (per 18 propositionem quinti.) ostensum est autem quod sicut β α, ad α ε, sic δ γ, ad γ ζ. & est conuertendo.*

tendo. Hinc manifestum, quod si compositæ magnitudines proportionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt, quod demonstrandum erat.

Eucli. ex Camp. *Propositio 20*

20 SI fuerint quotlibet quantitates aliæque secundum earum numerum quarum quæque duæ priorum secundum proportionem duarum postremarum necesse est in proportionalitate quidẽ, æqualitatis ut si fuerit prima priorum ultima maior, & posteriorum primam ultima esse maiorem. Quod si minor, & minorem. Si uero æqualis, & æqualem.

CAMPANVS Demonstraturus Euclides modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas, siue quantitates duorum ordinum directe siue peruersim proportionentur: præmittit duo antecedentia ad demonstrandum propositum necessaria. per quorum primum demonstratur æqua proportionalitas cum quantitates duorũ ordinum directe proportionantur. secundum autem cum proportionantur peruersim. proponit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus: quæcunque fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobique quantitatibus secundum quẽcũq; numerum ueritatem habent, non est autem necesse ut demonstremus ea, nisi solum in tribus, hoc enim omnino sufficiens est ad propositum. de pluribus autem quibusq; patebit per æquam proportionalitatem cum ipsa demõstrata fuerit. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturq; tres aliæ quæ sint c d f. & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f. dico quod si a est maior e, c erit maior f. & si minor. minor: & si æqualis. æqualis. Si enim est maior, erit per primam partem 8 maior proportio a ad b, quàm e ad b. quare per 11 maior erit c ad d, quàm e ad b. & quia per conuersam proportionalitatem, e ad b est sicut f ad d. erit c ad d maior quàm f ad d, itaque per primam partẽ 10 c est maior f. quod est propositũ. Quod si a sit minor e. per easdem & eodem modo probabitur c esse minorem f. erit enim minor proportio a ad b, quàm e ad b, per primam partem 8, ideo per 11 & per conuersam proportionalitatem, minor erit c ad d, quàm f ad d, & ideo per primam partem 10, erit c minor f. quod est propositum. Si autem a sit æqualis e: erit per primã partem 7 proportio a ad b sicut e ad b sicut e ad b. & ideo per secundam partem 11 & conuersam proportionalitatẽ. erit c ad d. sicut f ad d, quare per primam partẽ 9, c est æqualis f. quod est propositum.



CAMPANI *additio.* Quidam autẽ hanc conclusionẽ demõstrauerũt per proportionalitatẽ. permutatim, hoc modo, proportio a ad b, est sicut c ad d, ergo permutatim a ad c, sicut b ad d. & quia rursus b ad e sicut d ad f, erit permutatim b ad d sicut e ad f. sed erat b ad d. sicut a ad c. ergo per 11 erit a ad c sicut e ad f. itaq; per 14 si a prima est maior e tertia. erit c. secũda maior f. quarta. & si minor. minor, & si æqualis. æqualis. quod est propositum. Isti autem errauerunt in sua demonstratione. quia si esset intentio Euclidis sic demonstrare, non oporteret ipsum præmittere hanc cõclusionem pro antecedente ad æquam proportionalitatem. si enim rursus fiat una permutatio proportionalitatis ad quam deuẽtum est. quæ est esse a ad c sicut e ad f, sequitur quod sit a ad e sicut c ad f. & hoc est æqua proportionalitas. Præterea eorum cõclusio non sequitur nisi omnes quantitates amborũ ordinũ fuerint generis unius. Si enim a b e, sint lineæ & c d f. superficies. aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportiones. peccant igitur uniuersaliter dictum, particulariter demonstrantes.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 20* *Propositio 20*

20 Si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autẽ prima tertia maior fuerint, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

THEON ex Zamb. Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ & in eadem ratione, sicut quidem α, ad β, sic δ ad ε, sicutq; β, ad γ, sic ε, ad ζ. Ex æquali autē sit maior α, quàm γ. Dico quod & δ, quàm ζ, maior erit. & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Quoniam enim maior est α, quàm γ, alia autem quædam β, maior autem ad eandem (per 8 tertij) maiorem rationem habet quàm minor, igitur α, ad β, maiorē rationem habet quàm γ, ad β. Sed sicut est quidem α, ad β, sic est δ, ad ε, sicutq; γ, ad β, rursus sic ζ, ad ε. Et δ, igitur ad ε, maiorem rationem habet quàm ζ, ad ε, (per correlarium 4 quinti. Ad eandem autem rationem habentium, maiorē rationem habens, maior est (per 10 quinti.) maior igitur est δ, quàm ζ. Similiter quoque ostendemus, quod si æqualis est α ipsi γ, æqualis erit & δ, ipsi ζ, & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod oportebat demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 SI fuerint quotlibet quantitates aliæ que secundum earum numerum, quarum quæque duæ ex prioribus quibusque duabus ex posterioribus peruersim comparatæ secundum proportionem earum fuerint, necesse quoque est ut si fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & posteriorum prima ultima esse maiorem, si autem minor, & minorem. Si uero æqualis, & æqualem.

CAMPANVS. Secundum antecedens, sint tres quātitates a b e, sumāturq; aliæ tres quæ sunt f c d & sit proportio a ad b, sicut c ad d. & b ad e, sicut f ad c, dico quod si a est maior e, erit maior d, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis, hoc autem probatur per easdem & eodem modo, quo præcedens, si enim a sit maior e. erit maior ꝓportio a ad b quàm e ad b, quare maior c ad, quā e ad b, & ideo maior quàm c ad f, maior igitur f, quàm d, per secundam partem 10 quod est propositum. Quod si a sit minor e, erit tandem minor c ad d quam ad f, quare per eandē partē eiusdē f. erit minor d. Si autē a sit æqualis e, sequitur ut sit proportio c d sicut c ad f, igitur per secundam partem 9 erit f æqualis d, quod est propositum



Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 21

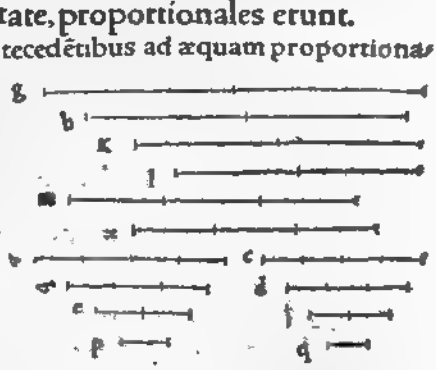
21 Si fuerint tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione. fuerit autem perturbata earū proportio, ex æquali uero prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

THEON ex Zamberto. Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem numero æquales δ ε ζ. binæ sumptæ, & in eadē ratione, sit autē earū proportio perturbata sicut quidē α, ad β, sic ε, ad ζ, sicutq; β, ad γ, sic δ, ad ε, ex æquali autē, α, quàm γ, sit maior. dico quod & δ, quàm ζ, maior erit, & si æqualis, equalis: & si minor, minor. Quoniam enim maior est α, quàm γ, & alia quædam β, igitur (per 8 quinti,) α, ad β, maiorem habet rationem quàm γ, ad β. Sed sicut quidem α, ad β, sic ε, ad ζ. sicutque γ, ad β, rursus sic ε, ad δ, & ε, igitur ad ζ, maiorem rationem habet, quàm ε, ad δ. (per correlarium quartæ quinti,) Ad quā autem eadem maiorem rationē habet illa: minor igitur est ζ, quàm δ, maior igitur est δ, quàm ζ. Similiter quoque ostendemus, quod & si æqualis fuerit α, ipsi γ, æqualis erit & δ, ipsi ζ. & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ & in eadem ratione, fueritque perturbata earum proportio, ex æquali autem prima tertia maior fuerit. & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.



21 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq́ secundum earum numerum quarum quæque duæ secūdum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.

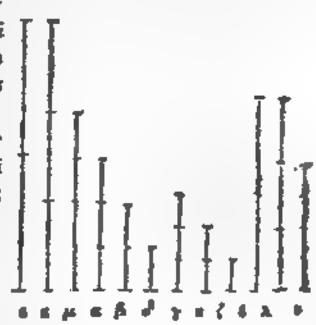
CAMPANVS Demonstratis antecedētibus ad æquam proportionalitatem, hic demonstrat eam, & primo, cum quātitates duorum ordinum sunt directe proportionales. Non est autem necesse ut demonstraretur, nisi cum in utroque duorū ordinū sunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter sequitur in utroque ordine fuerint quatuor quātitates, & deinceps, & ideo etiam nō oportuit eius antecedens demonstrari, non solū cum in utroque ordine sunt etiā tres quātitates. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturq́ tres aliæ quæ sunt c d f & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f, dico quod erit a ad e, sicut c ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, æque multiplicia. Itēque k ad b, & l ad d, æque & rursus m ad e, & n ad f, æque eritq́ per 4, g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l ad n, quare per 20, si g est maior m, erit h maior n, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis: igitur per diffinitionem incōtinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut c ad f, quod est propositum. Potest quinque hoc demōstrari per 15 huius, sumptis g k m, ad a b e, & h l n, ad c d f, æque multiplicibus, erit enim per 15, g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l, ad n. Cætera pertracta ut prius. Quod si fuerint quantitates plures tribus in utroque ordine utpote quatuor, additis p & q, ita quod sit e ad p, sicut f ad q, erit iterum a ad p, sicut c ad q, erit enim a ad e, sicut ad f: hoc enim demonstratum est, sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & aliæ tres c f q, ut proponitur, quare a ad p, sicut c ad q. Sicutq́ demonstratur de quatuor per tres, sublato uno medio, eodem modo demonstrabis de quinque per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinque, sublatis tribus, & sic de cæteris.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 22*

22 Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, etiam ex æquali in eadem ratione erunt,

THEON ex Zamb. *Sint quælibet magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ in eadem ratione, sicut quidem α, ad β, sic δ, ad ε, sicutq; β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quod etiam ex æquali in eadem ratione erunt, sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Sumantur quidem ipsarum α δ, æque multiplices η θ, ipsarū autē β ε, aliæ quævis æque multiplices κ λ, & insuper ipsarū γ ζ, aliæ quævis multiplices μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic δ, ad ε, & sumptæ sunt ipsarum α δ, æque multiplices η θ, ipsarum autem β ε, aliæ quævis æque multiplices κ λ, est igitur (per 4 quinti) sicut η, ad κ, sic θ ad λ, & per hoc sicut κ, ad μ, sic λ, ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines sunt η κ μ, & aliæ eisdem æquales numero θ λ ν, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) si excedit η, ipsam μ, excedit & θ, ipsam ν, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Sunt autem η θ, ipsarum α δ, æque multiplices, & μ ν, ipsarum γ ζ, aliæ quævis æque multiplices: est igitur (per 6 diffinitionem quinti) sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione etiam ex æquali in eadem erunt ratione, quod demonstrasse oportuit.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 23*

23 SI fuerint quotlibet quantitates aliæq́ secundum earum numerum, quarum ex prioribus quæque duæ secundum proportionem duarū ex prioribus indirecte proportionatæ, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

Campa

CAMPANVS Demonſtrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorũ ordinum indirecte ſiue peruerſim proportionatis. Nec eſt neceſſe quod demonſtretur, niſi cum in utroque quorum ordinum ſunt tantum tres quantitates, per hoc enim euidenter ſequitur quæcunque ponantur in utroque ordine, ſicut in præmiſſa de directe proportionatis demõſtratum eſt. Sint igitur tres quantitates a b e, ſumanturq́ aliæ tres quæ ſint f c d, & ſit proportio a ad b. ſicut c ad d, & b ad e, ſicut f ad c, dico quod erit a ad e, ſicut f ad d. Sumam enim g ad a. & h ad c. & k ad f, æque multiplicia. itemq́ l ad b, & m ad e, & n ad d, æque eritq́ per 4, d, ad l, ſicut h ad n, & per 15, l ad m, ſicut k ad h, quare per 11, ſi g addit ſuper m, & k cadit ſuper n: & ſi minuit, minuit: & ſi æquat, æquat: ergo per diffinitionem incõtinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, eſt ſicut f ad d, quod eſt propoſitum.



Poteſt quoque & hoc demonſtrari per decimamtertiã huius, ſumptis g l m ad a b e, & k, h, n, ad f c d, æque multiplicibus, erit enim per decimamquintam g ad l, ſicut h ad n & l ad m, ſicut k ad h, cætera pertracta ut prius. Cõuenientius tamen demonſtrantur hæc & præmiſſa, ſecundum primum modum.

Quod ſi plures tribus fuerint quantitates in utroque ordine, utpote quatuor additis p & q. ita quod ſit a ad b ſicut d ad q, & b ad e, ſicut c ad d, & e ad p ſicut f ad c, erit iterum a ad p ſicut f ad q. erit enim per prædemonſtrata a ad e, ſicut c ad q. Sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & aliæ tres f c q. ut proponitur: quare a ad p, ſicut f ad q Sic igitur demõſtratur de quatuor per tres, ſublato uno medio. Eodem modo demonſtrabis de quinque per quatuor, ſublatis duobus medijs, & de ſex per quinque, ſublatis tribus. & ſic in cæteris.

Eucli. ex Zamb. **Theorema 23** **Propoſitio 23**

23 Si fuerint tres magnitudines aliæq́ue eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiã ex æquali in eadem ratione erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadẽ ratione δ ε ζ, ſit autem perturbata ipſarum proportio, ſicut quidem α ad β, ſic ε ad ζ, ſicutq́ β, ad γ, ſic δ, ad ε. Dico quod eſt ſicut α, ad γ, ſic eſt δ, ad ζ. Sumantur, inquam, ipſarũ α β δ, æque multiplices η θ κ, ipſarũ autẽ γ ε ζ. aliæ quæuis æque multiplices λ μ ν. Et quoniam æque ſunt multiplices η θ, ipſarum α β, partes autem eodem modo multiplicium eandẽ habẽt rationẽ (per 15 quinti.) eſt igitur ſicut α, ad β, ſic η, ad θ. Ac per hoc, etiam ſicut ε, ad ζ, ſic μ, ad ν, & eſt ſicut α, ad β, ſic ε, ad ζ, & ſicut igitur η ad θ, ſic μ, ad ν, (per 11 quinti) Et quoniam eſt ſicut β, ad γ, ſic, eſt δ ad ε, & ſumptæ ſunt ipſarum quidem β δ, æque multiplices θ κ, ipſarum autẽ γ ε, aliæ quæuis æque multiplices λ μ, eſt igitur ſicut θ, ad λ, ſic κ, ad μ, *& uiciſſim (per 16 quinti,) ſicut β, ad δ, ſic γ, ad ε. Et quoniam θ κ, ipſarum β δ, æque ſunt multiplices, partes autẽ æque multiplicium eandẽ habent rationẽ (per 15 quinti) eſt igitur ſicut β, ad δ, ſic θ, ad κ. Sed ſicut β ad δ ſic γ, ad ε, & ſicut igitur θ, ad κ, ſic λ, ad μ, (per 11 quinti) Rurſus quoniam λ μ, ipſarũ γ ε, æque ſunt multiplices, eſt igitur γ, ad ε, ſic λ ad μ, Sed ſicut γ ad ε, ſic θ, ad κ, & ſicut θ, ad γ, ſic λ, ad μ, & uiciſſim (per 16 quinti) ſicut θ, ad λ, & κ ad μ. Oſtenſum autem quod ſicut η, ad θ, & ſic μ, ad ν. Quoniã igitur tres magnitudines ſunt proportionales η θ λ, & aliæ eiſdem æquales numero κ μ, ν, binæ ſumptæ in eadẽ ratione, & eſt earũ perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) ſi excedit η, ipſum λ, & excedit κ, ipſum ν, & ſi æquale, æquale: & ſi minus, minus. Sunt autem η κ, ipſarum α δ, æque multiplices, & λ ν, ipſarum γ ζ, æque ſunt multiplices, eſt igitur ſicut α, ad γ, ſic δ, ad ζ, (per 6 diffinitionem quinti. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipſarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt. Quod demõſtraſſe oportuit.*

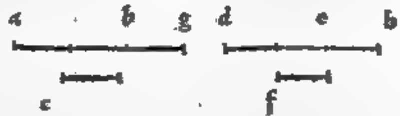


Eucli. ex Camp. **Propoſitio 24**

Si fuer-

24 SI fuerit proportio primi ad secundum tanquam tertij ad quartum: proportio uero quinti ad secũdum tanquã sexti ad quartum, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum, tanquam sexti & tertij pariter accepto ra ad quartũ.

CAMPANVS. Quod secunda proposuit de multiplicibus, hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde hæc est illa tanto communior, quãto multiplicitate proportio & se habet ad illam, quemadmodum 15 ad primã.



Sit igitur proportio a b ad c, sicut d e ad f: & item b g ad c, sicut e h ad f: dico quod proportio a g ad c, est sicut d h ad f. Erit enim per cõuersam proportionalitatem, c ad b g, sicut f ad e h: quare per 22. erit in æqua proportionalitate a b ad b g: sicut e d ad e h: ergo cõiunctim per 18, a g ad g b, sicut d h ad h e: itaq; per 22, erit in æqua proportionalitate a g ad c, sicut d h ad f, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Theorema. 24. Propositio. 24.

24 Si primum ad secundum eandem habuerit rationẽ & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartũ: etiam composita primum & quintum ad secundum, eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

THEON ex Zamberto. *Primum etiam α β, ad secundum γ eandem habeat rationem, & tertium δ ε ad quartum ζ, habeat autem & quintum β η, ad secundum γ: eandem rationem & sextum ε θ ad quartum ζ. Dico quod etiam composita primum & quintum α η ad secundum γ eandem habebunt rationem: ac tertium & sextum δ θ ad ipsum ζ quartum. Quoniam enim est sicut β η ad γ, sic est ε θ ad ζ: conuersim quoq; sicut γ ad β η, sic ζ ad ε θ. Quoniam igitur est sicut α β ad γ, sic δ ε ad ζ, sicut autem γ ad β η, sic ζ ad ε θ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α β ad β η, sic δ ε ad ε θ. Et quoniam disiunctæ magnitudines proportionales sunt, compositæ quoq; proportionales erunt (per 18 quinti: sicut igitur α η ad η β, sic δ θ ad θ ε: est autem & sicut β η ad γ, sic ε θ ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α η ad γ, sic δ θ ad ζ. Si primũ igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit aũt quintũ ad secundum eandem rationem, & sextum ad quartum: etiam composita primum & quintum ad secundũ eandẽ habebunt rationẽ & tertiũ & sextum ad quartũ: quod oportebat demonstrare.*



Eucli. ex Camp. Propositio 25.

25 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq; prima earum maxima, & ultima minima, primam & ultimam pariter acceptas cæteris duabus maius esse necessario comprobatur.

CAMPANVS. Quod hic proponitur, nõ habet locum: nisi cum omnes quatuor quantitates sunt eiusdem generis. Sint igitur quatuor quantitatũ eiusdem generis, proportio a b ad c d, sicut e ad f: sitq; a b, maxima. Neq; oportet ponere quod f sit minima: quia ipsum ex hoc sequitur, quod a b posita est maxima: unde non posuit hoc auctor in conclusione tanquam positionẽ: sed potius tanquam præcedentis positionis conclusionẽ.



Dico quod cum ita fuerit, maius erit aggregatum ex a b & f, quam ex c d & e. Cum enim a b sit maior e, abscindã ex a b, g b æqualem e: similiter quoq; quia c d est maior f, abscindam ex c d, h d æqualem f. Eritq; per hypothesin a b ad c b, sicut g b ad h d, quare per 19, a g residuum ad c h residuum: sicut totum a b ad totum c d. Cum ergo a g se habet ad c h sicut a b ad c d, sed a b est maior c d. quare a g maior est c h: additis igitur utriq; duabus quantitatibus g b & h d, erit per cõmunem scientiam, aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b: & quia d h posita est æqualis f, & g, b e: maius erit aggregatum ex a b & f, quàm aggregatũ ex c d & e: quod est propositum.

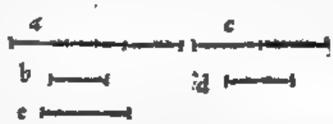
25 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor magnitudines proportionales αβ, γδ, ε, ζ: sicut αβ ad γδ, sic ε ad ζ. Sit autem maxima earum αβ, minima uero ζ. Dico quod ipsæ αβ & ζ, ipsis γδ & ε maiores sunt. Ponatur, inquã, (per tertiã primi) ipsi ε æqualis αη, & ipsi ζ æqualis γθ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γδ, sic ε ad ζ: æqualis autem est ε ipsi αη, & ipsi ζ æqualis γθ: est igitur sicut αβ ad γδ, sic αη ad γθ, & quoniam est sicut totum αβ ad totum γδ, sic ablatum αη ad ablatum γθ: & reliquum igitur ηβ (per 19 quinti) ad reliquũ θδ, erit sicut totũ αβ ad totum γδ. Maior autem est αβ, quàm γδ: maior igitur est ηβ, ipsa θδ. Et quoniam æqualis est αη ipsi ε, & γθ ipsi ζ: igitur αη & ζ sunt æquales ipsis γθ ε. Et quoniam si inæqualibus æqualia addantur tota inæqualia fient (per quartam communem sententiam: cum igitur ηβ & θδ sint inæquales, & ηβ maior sit, & ipsi quidem ηβ addantur αη & ζ: ipsi uero θδ addantur γθ & ε, producentur αβ & ζ maiores ipsis γδ & ε. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima earum, reliquis maiores erunt, quod demonstrare oportebat.*



Nouem sequentes propositiones quas ad 25 adiecit Campanus, nihil in Zamberto eis respondens habent: nec plures 25 in uetustioribus Euclidis exemplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani esse uidentur.

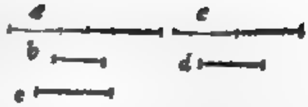
26 SI fuerit quatuor quantitatum proportio primæ ad secũdam maior quàm tertiæ ad quartam, erit conuersim è contrario secundæ ad primam minor quàm quartæ ad tertiam.



CAMPANVS. Sit proportio a ad b, maior quàm c ad d: dico quod erit è conuerso, modo contrario minor proportio b ad a, quàm d ad c. Si enim est eadem b ad a quæ est d ad c: erit è conuerso a ad b ut c ad d: sed non est, immo maior. At uero si est b ad a maior quàm d ad c, sit e ad a, ut d ad c: eritq́ ex duodecim, e ad a minor q̃ b ad a: quare ex prima parte decimæ e est minor b. Ideoq́ ex secũda parte s, maior erit proportio a ad e, quàm a ad b: & quia per cõuersam proportionalitatem, a ad e, sicut c ad d: erit ex duodecima, proportio c ad d maior quàm a ad b, sed erit minor, relinquitur ergo propositum. Possumus quoq́ (si libet) astruere propositum ostensiue: manifestum enim est ex prima parte decimæ, quod illa quantitas cuius ad b est eadem proportio quæ est c ad d, est minor a: eo quòd ponitur maior proportio a ad b quàm c ad d. illa ergo quantitas sit e: cum sit igitur proportio e ad b ut c ad d: erit è conuerso b ad e, ut d ad c. Constat autem ex secunda parte octauæ, quod proportio b ad a: minor est quàm proportio b ad e. Itaq́ per duodecimam, proportio b ad a: est minor q̃ d ad c. Quod uolumus.

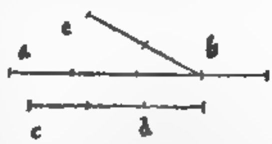
27 Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quàm secundæ ad quartam.

CAMPANVS. Sit hic quoq́ proportio a ad b maior, quàm c ad d: dico quod erit permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d. Eadem enim non erit, quia tunc quoq́ esset permutatim a ad b, sicut c ad d. Neq́ minor: nam si hoc ponatur: sit itaque e ad c,



e ad c,ut b ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e ad c, quàm a ad c: quare ex prima parte decimæ,e est maior a. Itaq; per primam partem octauæ, proportio e ad b,est maior quam a ad b. Et quia positum est ut sit e ad c, sicut b ad d: erit permutatim e ad b,sicut c ad d: ex duodecima igitur, maior erit proportio c ad d, quàm a ad b, sed positum erat oppositum, uerum ergo est propositum. Ostensiue quoq; idem,quemadmodum in præmissa.Sumpta enim e ad b,ut c ad d: erit ex prima parte decimæ,e minor a: quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c, quam e ad c. Sed ex permutata proportionalitate, est e ad c,ut b ad d: igitur ex duodecima a ad c:est maior quàm b ad d,quod est propositum.

28 **Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ ad quartam: erit quoq; coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam quàm tertiæ & quartæ ad quartam.**

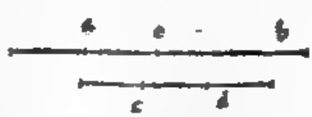


CAMPANVS. Sit maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quod maior erit totius a b ad d,quàm totius c d ad d: quia ipsa neq; erit æqualis,neq; minor. Si enim æqualis tunc erit disiunctim,a ad b ut c ad d. Si autem est minor,sit e b ad b,ut c d ad d: eritq; ex duodecima ,maior proportio e b ad b,quàm a b ad b: itaq; ex prima parte decimæ,e b,est maior quàm a b:& per conceptionem,e maior quàm a,quare ex prima parte octauæ, maior est proportio e ad b, q̃ a ad b: sed e ad b est ut c ad d per disiunctam proportionalitatem: eo quod erat e b ad b: ut c d ad d: ergo per duodecimam,c ad d,est maior q̃ a ad b: hoc autem est contra hypothesin. Idem etiam ostensiue. Cum enim propositum sit quod maior sit proportio a ad b, quàm c ad d: sit proportio e ad b, ut c ad d: eritq; ex prima parte decimæ,e minor a. Ideoq; ex communi scientia, e b erit minor q̃ a b: quare ex prima parte octauæ,maior erit proportio a b ad b,quàm e b ad b. At uero proportio e b ad b,est per coniunctam proportionalitatem,sicut c d ad d: positum enim est,ut sit e ad b,tanquam c ad d: igitur ex duodecima, maior est a b ad b, quàm c d ad d: quod est propositum.

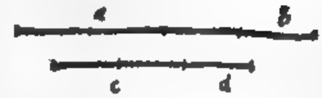
29 **Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundã sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam: erit quoq; disiunctim proportio primæ ad secundam maior quàm tertiæ ad quartam.**



CAMPANVS. Sit proportio a b ad b,maior quàm c d ad d: dico quod erit disiũctim,proportio a ad b,maior quàm c ad d: alioqui erit æqualis uel minor. Quod si æqualis: erit per coniunctam proportionalitatem a b ad b,ut c d ad d. Si aũt minor,erit maior c ad d,quàm a ad b: ergo per præmissam, maior erit c d ad d,q̃ a b ad b qđ est incõueniens,quia positũ est quod minor: uerũ est ergo quod dicitur. Quod etiam ostensiue astruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e b ad b, sit tanquam proportio c d ad d: eritq; ex prima parte 10: e b minor quàm a b: quare ex communi scientia e est minor quàm a: minor igitur est ex prima parte 8, proportio e ad b, quàm sit a ad b: sed proportio e ad b,est sicut c ad d,ex disiuncta proportionalitate: itaq; ex 11,proportio a ad b,est maior quàm sit c ad d,quod est propositum.

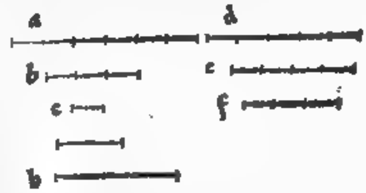


30 **Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ & secundæ ad secundã sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit euersim minor proportio primæ & secundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.**



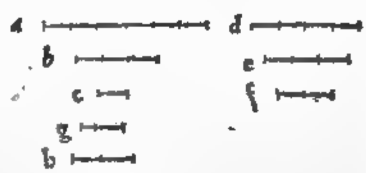
CAMPANVS. Sit maior proportio a b ad b, quàm c d ad d: dico quod euersim minor erit proportio a b ad a, q̄ c d ad d: erit enim disiūctim ex præmissa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaque per 26, erit è conuerso minor b ad a, quàm d ad c: quare per ante præmissam, coniunctim minor erit b ad a, q̄ c d ad c, quod est propositum.

31 Si fuerint tres quātitates in uno ordine, itemq́ tres in alio, fueritq́ primæ priorum ad secundam maior proportio quàm primæ posteriorum ad secundam, itemq́ secundæ priorum ad tertiam maior quàm secundæ posteriorum ad tertiam: erit quoq́ primæ priorum ad tertiam maior proportio, quàm primę posteriorum ad tertiam.



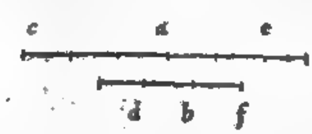
CAMPANVS. Sint tres quantitates, a, b, c, itemq́ aliæ tres, d e f: sitq́ maior proportio a ad b, q̄ d ad e. Itemq́ maior b ad c, quàm e ad f: dico quod maior erit proportio a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: eritq́ ex prima parte 10, g minor b: quare ex secunda parte 8, proportio a ad g, est maior q̄ a ad b: multo maior ergo est proportio a ad g, quàm d ad e: sit itaq́ h ad g, ut d ad e: eritq́ ex prima parte 19. a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior est q̄ proportio h ad c. At uero proportio h ad c, est per æquam proportionalitatem, sicut d ad f: est enim h ad g, ut d ad e, & g ad c, ut e ad f: igitur ex 11, proportio a ad c, est maior q̄ d ad f, quare constat propositum.

32 Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemq́ tres in alio, fueritq́ proportio secundæ priorum ad tertiam maior quàm primæ posteriorum ad secundam, itemq́ primæ priorum ad secundam maior quàm secūdæ posteriorum ad tertiam, erit maior proportio primæ priorum ad tertiam, quàm primæ posteriorum ad tertiam.



CAMPANVS. Sint enim tres quantitates in uno ordine, a, b, c: itemq́ tres in alio, d, e, f, quemadmodū in præmissa: sitq́ maior proportio b ad c: & maior a ad b, q̄ e ad f: dico quod maior erit a ad c, quam d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritq́ g minor b, per primam partem 10: quare maior erit proportio a ad g, q̄ a ad b, per secundam partem 8: igitur multo maior est a ad g, q̄ e ad f. Sit itaque h ad g, ut e ad f: eritq́ a maior h, ex prima parte 10: quare proportio a ad c, maior est quam h ad c, ex prima parte 8. At uero ex 23, proportio h ad c, est tanquā d ad f: eo quod est g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 11 maior est proportio a ad c, q̄ d ad f, quod est propositum.

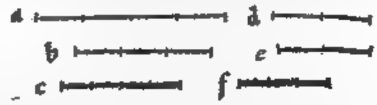
33 Si fuerit proportio totius ad totū, maior quàm abscisi ad abscisum, erit residui ad residuum, maior proportio quàm totius ad totum.



CAMPANVS. Sint duæ quantitates a, & b, a quibus abscindatur c & d: & residua sunt e & f: sitq́ maior proportio a ad b, q̄ c ad d: dico quod maior erit proportio e ad f, quàm a ad b: erit enim ex 27, permutatim maior proportio a ad c, quam b ad d: quare ex 30, erit euersim minor proportio a ad e, q̄ b ad f, igitur rursus ex 27, permutatim minor erit a ad b: quam e ad f, quod est propositum.

Si quotlibet

34 Si quotlibet quantitates ad totidem alias cõparentur, fueritq́ cuiuslibet præcedẽtis ad suã relatiuã maior proportio q̃ alicuius subsequẽtis ad suã, erit omniũ harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̃ alicuius subsequentiũ ad suã parẽ, aut etiam q̃ omniũ pariter acceptarũ ad oẽs pariter acceptas, minor aũt quàm primæ ad primam.



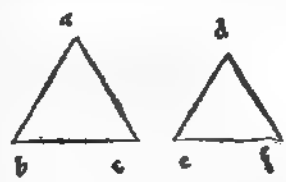
CAMPANVS. Sint tres quantitates a, b, c, relatæ ad totidem alias quæ sint d, e, f, sitq́ maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e sit maior q̃ c ad f: dico q᷑ proportio a, b, c, pariter acceptarum ad d, e, f, pariter acceptas, est maior quàm b ad e, uel maior quàm c ad f, & etiam maior quàm b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipsa est minor quàm a ad d. Cũ enim sit a ad d maior quàm b ad e: erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quàm b ad e: quare per præmissam a ad d: est maior quàm a b ad d e. Eodemq́ modo probatur maiorem esse b ad e, quàm b c ad e f: itaq́ maior proportio est a ad d, quàm b c ad e f: quare permutatim maior est a ad b c, quàm d ad e f: & coniunctim maior a b c ad b c, quàm d e f ad e f: & iterum permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f: quare per præmissam, maior est a ad d, quàm a b c ad d e f, quod est propositum.

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SEXTVS.

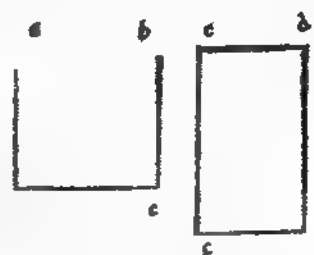
Euclides ex Campano. *Diffinitiones.*

1 SVperficies similes dicũtur, quarũ anguli unius angulis alterius æquales, lateraq́ æquos angulos continentia proportionalia.



CAMPANVS. Vt si trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq́ angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e sicut a c ad d f, & b c ad e f, ipsi erunt similes.

2 Superficies mutuorũ laterum, sunt inter quarũ latera, incontinua proportionalitas retransitiue habetur.



CAMPANVS. Vt si duorũ quadrilaterorũ a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus secundi fuerit sicut proportio e f lateris secundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum siue mutekesia.

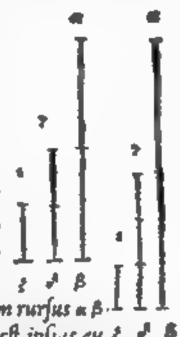
3 Linea dicitur diuidi secundũ proportionẽ habentẽ medium & duo extrema, quando eadẽ est proportio totius ad maiorẽ sui sectionẽ quæ est maioris ad minorẽ.

Eucli. ex Zamb. *Diffinitiones.*

Zambertus hic perperam legit "latera" pro "latum".

SImiles figuræ rectilineæ, sunt quæ & angulos æquales habent† ad unum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia. 2 Reciprocæ autem figuræ, sunt quādo in utraq; figura antecedentes & consequētes termini rationales fuerint. 3 Extrema & media ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus. 4 Altitudo uniuscuiusq; figuræ, est à uertice ad basin perpēdicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus constare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquā efficiunt quantitatem.

THEON ex Zamb. *Sit enim α β ad γ δ rationem habens datam, ueluti duplam aut triplam aut quamlibet aliam. & γ δ ad ε ζ, eandem quoq; datam. Dico quod ipsius α β & ε ζ ratio, constat ex α β ad γ δ, & ex γ δ ad ε ζ. Vel quod ipsius α β ad γ δ rationis quantitas multiplicata in ipsius γ δ ad ε ζ rationis quantitatem, efficit ipsius α β ad ε ζ rationem. Sit enim primum α β quàm γ δ maior, & γ δ ipsa ε ζ. & sit quidē α β, ipsius γ δ dupla, & γ δ ipsius ε ζ tripla quoniā igitur γ δ ipsius ε ζ tripla est, ipsius autē γ δ, dupla est α β: igitur α β ipsius ε ζ sexicupla est: quoniam si triplum alicuius duplicamus, fit sexicuplum. hoc enim est proprie cōpositio. Vel sic. Quoniam α β dupla est ipsius γ δ, diuidatur α β in ipsi γ δ æqualia, hoc est α κ, & κ β. Et quoniā γ δ ipsius ε ζ tripla est. æqualis autem est α κ ipsi γ δ: & α κ igitur ipsius ε ζ tripla est. Id propterea, & κ β ipsius ε ζ tripla est. Tota igitur α β, ipsius ε ζ sexicupla est. Ipsius igitur α β ad ε ζ ratio connectitur per γ δ medium limitem, composita ex ipsius α β ad γ δ & γ δ ad ε ζ ratione. Similiter autem & si minor fuerit γ δ, utraq; ipsarum α β & ε ζ, idipsum colligitur. Sit enim rursus α β ipsius γ δ tripla, at γ δ ipsius ε ζ sit dimidia: & quoniam γ δ ipsius ε ζ dimidia est, ipsius autem γ δ tripla est α β. igitur α β sesquialtera est ipsius ε ζ: si enim alicuius dimidiū triplicamus, habebit ipsum semel & dimidium. At quoniam ab ipsius γ δ tripla est, & γ δ ipsius ε ζ dimidia est, qualiū est α β æqualium ipsi γ δ trium, taliū est ε ζ duorum. Quare sesquialterum est α β ipsius ε ζ. Igitur ratio ipsius α β ad ε ζ: connectitur per γ δ medium limitem: composita ex ipsius α β ad γ δ, & γ δ ad ε ζ ratione. Sed iam rursus sit γ δ utraq; ipsarum α β & ε ζ maior, & sit quidem α β ipsius γ δ dimidium, & γ δ ipsius ε ζ sesquitertium. Quoniam igitur qualium est α β duorum, talium est γ δ quatuor, qualium autem γ δ quatuor, talium ε ζ trium: & qualium igitur α β duorum, taliū ε ζ trium. connectitur igitur rursus ratio ipsius α β ad ε ζ, per γ δ mediū limitem, quæ duorum est ad tria. similiter quoq; & in pluribus, & in reliquis casibus. Et manifestum est quod si à composita ratione quæuis una compositarum auferatur: uno simplicium eiectio. reliqua compositarum assumetur.*



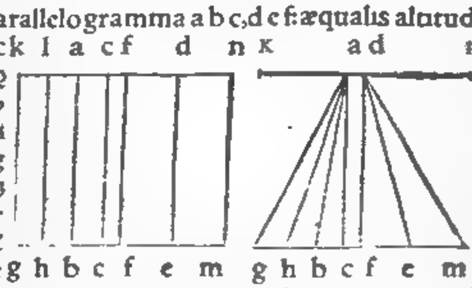




Eucli. ex Camp. *Propositio 1.*

SI duarum rectilinearum superficierum æquidistantium laterū siue triāgulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earū ad alteram, quanta sua basis ad basin alterius.

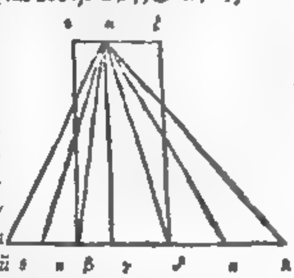
CAMPANVS. Sint duo parallelogramma a b c, d e f: æqualis altitudinis: dico esse proportionem eorum sicut b c ad e f: ponam illa duo parallelogramma sup lineā unā, quæ sit g m: erūtq; propter hoc q sunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidistantes, quarū sit altera k n, deinde ex linea g m, sumam g c multiplicē secundū quemcūq; numerū uoluero, ad b c, & diuidā eam in partes æquales b c, in punctis h & b, a quibus & puncto g, ducā æquidistantes lineæ a b, quæ sunt g k & h l: & cōplebo supficies æquidistantiū laterū, k h & l b: eritq; unaquæq; earū per



per 16 primi: æqualis a c: quare ſicut linea g c eſt multiplex lineæ b c: ita ſuperficies c k, ſuperficiei a c. Si ſimiliter quoq; ad lineã e f ſumã ex linea g m, lineã f m multiplicẽ ſecundũ quencũq; numerũ uoluero ad e f, & cõplebo, ſuperficiẽ æquidiſtãtiũ laterũ ducta linea m n æquidiſtãter lineæ d e, eritq; ſupficies n f ita multiplex ſupficiei d f, ſicut linea m f lineæ e f. Et q̃a per 16 primi ſi linea g c eſt maior linea f m, ſupficies k c eſt maior ſuperficie f, & ſi minor, minor. & ſi æqualis, æqualis, erit per diffinitionẽ incõtinuæ ꝓportionalitatis, eadẽ proportio baſis b c ad baſin e f, quæ eſt ſuperficiei a c ad ſuperficiẽ d f, quod eſt propoſitũ. De triangulis unius altitudinis idẽ probabis & eodem modo per 38 primi: ductis lineis ab extremitatibus earũ quas ad baſes ſumes multiplices, ad uertices triangulorum. Eucl. ex Zamb. Theorema 1. Propoſitio 1.

1 Triangula & parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt altitudine, ad ſe inuicem ſunt ut baſes.

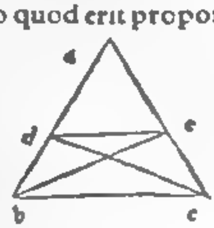
THEON ex Zamberto. *Sint triangula quidem α β γ, & α γ δ, parallelogramma uero ε γ, & γ ζ, ſub eadẽ altitudine exiſtentia perpendiculari ſcilicet ab α, in ε δ, ducta. Dico quod eſt ſicut β γ, baſis ad γ δ, baſin, ſic eſt α β γ, triangulũ ad α γ δ, triangulum, & ε γ, parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrammũ. Producatur utrã (per 2 poſtulatum) β δ, ex utraque in θ λ, ſigna, & ponantur (per 2 primi) ipſi quidem β γ, baſi, æquales, quotcunq; β η, & η θ, ipſi autem γ δ, baſi æquales quotcunq; δ κ, & κ λ. Connectanturq; α η, α θ, α κ, & α λ. Et quoniam γ β, β η, & η θ, ſibyinuicem ſunt æquales, & triangula quoque α θ η, α η β, & α β γ, ſibyinuicem ſunt æqualia (per 38 primi.) Quod multiplex igitur eſt θ γ, baſis, ipſius β γ, baſis, tam multiplex eſt & triangulum α θ γ, trianguli α β γ. Id propterea, quàm multiplex eſt λ γ, baſis, ipſius δ γ baſis, tam multiplex eſt & α λ γ, triangulum, ipſius α δ γ, trianguli, & ſi æqualis eſt θ γ, baſis, ipſi γ λ, baſi, æquum eſt (per 38 primi) triãgulum α θ γ, triangulo α γ λ. & ſi baſis θ γ, excedit baſim γ λ, excedit & triangulum α θ γ, triangulum α γ λ, & minor: minus, (per 6 diffinitionem quinti.) Quatuor iam exiſtentibus magnitudinibus duabus quidem baſibus hoc eſt β γ, & γ δ, duobus autẽ triangulis hoc eſt α β γ, & α γ δ, ſumptæ ſunt æque multiplices, ipſius quidem β γ, baſis, & ipſius α β γ, triãguli, baſis uidelicet θ γ, & triangulum α θ γ, ipſorum autem γ δ, baſis & α δ γ, trianguli: alia quæuis æque multiplicia, hoc eſt baſis γ λ, & triangulum α λ γ, & demonſtratum eſt quod ſi excedit baſis θ γ, baſin γ λ, excedit quoque & triangulum α θ γ, triangulũ α λ γ, & ſi æqualis: æquale, & ſi minor, minus. Eſt igitur ſicut baſis β γ, ad baſin γ δ, ſic triangulum α β γ, ad triangulum α γ δ, (per ſextam diffinitionem quinti.) Et quoniam (per 41 primi) ipſius quidem trianguli α β γ, duplum eſt parallelogrãmum ε γ, ipſius autem α γ δ, trianguli duplum eſt (per eandem) parallelogrammum ζ γ, partes autem eodem modo multiplicium (per 15 quinti) eandem habent rationem: eſt igitur ſicut triangulũ α β γ, ad triangulũ α γ δ, ſic parallelogrammũ ε γ, ad parallelogrammum γ ζ. Quoniam igitur patuit ſicut quidem baſis β γ, ad baſin γ δ, ſic triangulũ α β γ ad triãgulum α γ δ, ſicutque triangulum α β γ, ad triangulum α γ δ, ſic parallelogrammum ε γ ad parallelogrammum ζ γ. & ſicut igitur (per 11 quinti) baſis β γ, ad baſin γ δ, ſic parallelogrammum ε γ, ad parallelogrammum ζ γ. Triangula igitur & parallelogramma ſub eadem altitudine exiſtentia, ad ſe inuicem ſunt ſicut baſes, quod demõſtrare oportebat.*



Eucl. ex Camp. Propoſitio 2

2 SI linea recta duo trianguli latera ſecans, reliquo fuerit æquidiſtans, eam duo illa latera proportionaliter ſecare. Si uero proportionaliter ſecet, eam reliquo lateri æquidiſtare neceſſe eſt.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius duo latera a b, & a c ſecet linea d e, æquidiſtãter tertio lateri quod eſt b c, dico quod erit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c. & econuerſo, ſi fuerit proportio a d ad d b ſicut a e ad e c, linea d e erit æque diſtãs lineæ b c, protraham enim duas lineas e b & d c, eritque per 37 primi, triangulus e d b, æqualis triangulo d e c, propter id quod ipſi ſunt ambo ſuper lineam d e, inter lineas æquidiſtantes, itaque per ſecundam partem 7 quinti, proportio trianguli a d e ad utrumque illorum, erit una, ſed proportio eius, per præmiſſam ad triangulum e d b, eſt ſicut lineæ a d ad lineam d b, & ad triãgulũ d e c, ſicut lineæ a e ad lineã e c



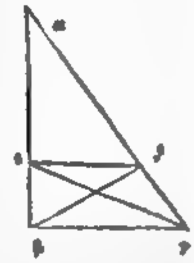
Nam ipſe cũ utroq; illorũ eſt æqualis altitudinis, quare erit proportio a d ad d b, ſicut a e ad e c, quod eſt primũ. Et ſi hoc fuerit: erit per præmiſſam, ipſius a d e ad utrũq; illorũ ꝓportio una, quare per ſecundã partẽ 9 quinti, ipſi ſunt adinuicẽ æquales: & quia ipſi ſunt ſuper eandem baſin, uidelicet lineam d e, & ex eadem parte: erit per 39 primi.

linea d e æquidiſtans lineæ b c,quod eſt ſecundum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Si trianguli ad unum laterum ducta fuerit aliqua recta linea parallelus proportionaliter ſecat ipſius triãguli latera,& ſi trianguli latera proportionaliter ſecta fuerint,ipſas ſectiones connectẽs recta linea, parallelus ad reliquum erit ipſius trianguli latus.

THEON ex Zamberto. *Trianguli enim α β γ. parallelus ad latus β γ, agatur δ ε. Dico quod eſt ſicut β δ, ad δ α, ſic eſt γ ε, ad ε α. Cõnectantur enim β ε, & γ δ, æquale igitur eſt (per 37 primi) triãgulũ β δ ε, triãgulo γ δ ε, in ijſdem enim ſunt baſi δ ε, & in eiſdem parallelis δ ε, & β γ. Aliud autem quoddam triangulum α δ ε, æqualia autem (per 7 quinti) ad idem eandem habent rationem. Eſt igitur ſicut triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic triangulum λ δ ε, ad triangulum α δ ε. Sed ſicut quidem triangulum β δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic eſt β δ, ad δ α, ſub eadem namque altitudine perpẽdiculari ſcilicet ab ε, in α β, ducta cũ ſint, ad ſeinuicẽ ſunt ſicut baſes (per 1 ſexti.) Ac propterea ſicut triangulum γ δ ε, ad triangulum α δ ε, ſic γ ε, ad ε α, & ſicut igitur (per 11 quinti) β δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α. Sed iam ipſius α β γ, trianguli, latera α β, & α γ, proportionaliter ſecentur, ſicut β δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α, & cõnectatur δ ε. Dico quod parallelus eſt δ ε, ipſi β γ. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis, quoniã eſt ſicut β δ, ad δ α, ſic γ ε, ad ε α, ſed ſicut quidẽ β δ, ad δ α, ſic triãgulũ β δ ε, ad triangulũ α δ ε, (per 1 ſexti) ſicut aũt γ ε, ad ε α, ſic triangulũ γ δ ε, ad triangulum α δ ε, (per eandem,) & ſicut igitur (per 11 quinti,) triangulum β δ ε, ad triangulũ α δ ε, ſic triangulũ γ δ ε, ad triangulũ α δ ε. Vtrũq; igitur ipſorũ β δ ε, & γ δ ε, triãgulorũ, ad α δ ε, eandem habet rationẽ (per 9 quinti.) Aequale igitur (per eandẽ) eſt triangulũ β δ ε, triãgulo γ δ ε, & in eadem ſunt baſi δ ε, æqualia autem triãgula & in eadem baſi exiſtentia, etiã in eiſdem ſunt parallelis (per 39 primi) parallelus igitur eſt δ ε, ipſi β γ. Si trianguli ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea, proportionaliter ſecat triãguli latera, & ſi triãguli latera proportionaliter ſecta fuerint, ipſas ſectiões coniũgens recta linea, parallelus erit ad reliquũ trianguli latus. Quod demonſtraſſe oportuit.*



Eucli.ex Camp. Propoſitio 3

3 SI ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad baſin ducta, angulum illum per æqualia ſecet, duas partes ipſius baſis reliquis eiuſdem trianguli lateribus proportionales eſſe. Si uero duæ partes baſis quas linea ab angulo ducta diſtinguit, reliquis triãguli lateribus proportionales fuerint, lineam illã angulum per æqualia diuidere neceſſario comprobatur.

CAMPANVS Sit trigonus a b c, cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia, dico quod proportio b d ad d c. eſt ſicut b a ad a c,& econuerſo, protraham enim b e, æquidiſtantẽ a d,& producam c a, quouſque concurrat cum b e, in puncto e, eritque per primam partem 29 primi, angulus e b c, æqualis angulo b a d,& per ſecundam partem eiuſdem, angulus e, angulo d a c, quare angulus e, eſt æqualis angulo e b a, ergo per ſextam primi, e a, eſt æqualis a b,& ideo per primam partem ſeptimi quinti, proportio e a ad a c: eſt ſicut b a ad a c, ſed per præmiſſam, e a, ad a c, eſt ſicut b d ad d c. ergo b a ad a c. ſicut b d ad d c, quod eſt primum. Secunda pars quæ eſt conuerſa primæ partis, probabitur conuerſo modo. Manente enim eadem diſpoſitione, ſi fuerit proportio b a ad a c, ſicut b d ad d c, quia per præmiſſam e a ad a c eſt ſicut b d ad d c, erit eadẽ proportio e a ad a c, quæ eſt b a ad a c, ergo per primã partem, 9 quinti e a & a b ſunt æquales, quare per 5 primi duo anguli e & e b a, ſunt æquales, igitur per primam & ſecundam partem 29 primi angulus b a d, eſt æqualis angulo d a c, quod eſt ſecundum.



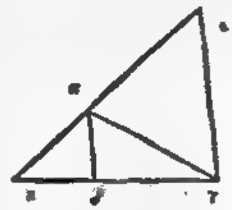
Eucli.ex Zamb. Theorema 3 Propoſitio 3

3 Si trianguli angulus bifariam ſecetur, diſpeſcens autem angulum recta linea ſecuerit & baſin, baſis ſegmenta eandem habebunt rationem reliquis ipſius trianguli lateribus, & ſi baſis ſegmenta eandem habuerint rationem reliquis ipſius trianguli lateribus, à uertice ad ſectionem con

iuncta

iuncta recta linea bifariam dispescit ipsius trianguli angulum.

THEON ex Zamberto. Sit triangulum α β γ, seceturque (per 9 primi,) angulus β α γ, bifariam per rectam lineam α δ. Dico quod est sicut β δ, ad γ δ, sic est β α, ad α γ. Excitetur enim (per 31 primi) per γ, ipsi δ α, parallelus γ ε, & extensa β α, ei concurrat in ε, & quoniam in parallelos α δ, & ε γ, recta linea α γ, cecidit, angulus igitur α γ ε, (per 29 primi,) æqualis est angulo γ α δ. Sed angulo γ α δ, is qui est sub β α δ, supponitur æqualis, & angulus igitur β α δ, ei qui sub α γ ε, est angulo, est æqualis. Rursus quoniam in parallelos α δ, & ε γ, recta linea cecidit β ε, (per 28 primi,) angulus exterior β α δ, æqualis est angulo interiori α ε γ, ostensum autem est quod angulus α γ ε, angulo β α δ, est æqualis, & angulus α γ ε, igitur, angulo α ε γ, est æqualis, quare & latus α ε, lateri α γ, (per 6 primi,) est æquale. Et quoniã trianguli β γ ε, ad unũ latus ε γ, parallelus acta est α δ, proportionaliter igitur est (per 2 sexti, & per 11 quinti.) sicut β δ, ad δ γ, sic β α, ad α ε. Aequalis autem est, α ε, ipsi α γ, est igitur sicut β δ, ad δ γ, sic β α ad α γ.

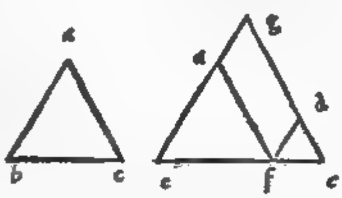


Sed esto sicut β δ, ad δ γ, sic β α, ad α γ, & connectatur α δ. Dico quod bifariam secatur angulus β α γ, per rectam lineam α δ. Eisdem namque dispositis, quoniam est sicut β δ, ad δ γ, sic est β α, ad α γ, sed sicut β δ, ad δ γ, sic β α, ad α ε, (per secundã sexti,) trianguli enim β γ ε, ad unũ latus ε γ, acta est parallelus α δ, & sicut igitur β α, ad α γ, sic β α, ad α ε, (per 9 quinti,) æqualis igitur est α γ, ipsi α ε, quare & angulus qui sub α ε γ, (per quintã primi,) ei qui est sub α γ ε, est æqualis. Sed qui est sub α ε γ, (per 29 primi) exteriori qui est sub α β δ, est æqualis, angulus autẽ α γ ε, ei qui uicißim est sub γ α δ, angulo est æqualis: igitur β α δ, æqualis est angulo γ α δ. Angulus igitur β α γ, bifariam discinditur sub α δ, recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam secetur eum autem dispescens recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus, & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, à uertice ad basin coniũcta recta linea bifariam secat ipsius trianguli angulum, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 Omnium duorum triangulorum quorum anguli unius angulis alterius sunt æquales, latera æquos angulos continentia sunt proportionalia,

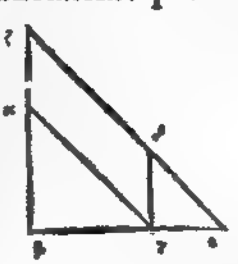
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquianguli: sitq́ angulus a æqualis angulo d: & angulus b, angulo e: & angulus c angulo f: dico quod proportio d e ad a b, & d f ad a c: est sicut e f ad b c: ponam enim ambos triangulos super lineam unã quæ sit e c: ita quod duo anguli unius qui erũt super hanc lineam, sint æquales duobus alterius qui erunt super eandem: non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, sitq́ a f c: ipse idem triangulus qui erat a b c: & quia angulus a f c est æqualis angulo e, angulus d f e angulo c per hypothesin: erit per primam partem 28 primi, linea a f æquidistans d e, & d f æquidistans a c: complebo igitur superficiem æquidistantium laterum: quæ sit g f: eritq́ per 34 primi, g a æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per secundam huius g a ad a c, sicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c sicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c: & per eandem e d ad f a, sicut e f ad f c, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

4 Æquiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera: quæ circũ æquales angulos, & similis sunt rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.

THEON ex Zamberto. Sint triangula æquiangula α β γ & δ γ ε æquam habentia angulum qui sub α β γ ei qui sub δ γ ε est angulo, & angulum qui sub β α γ ei qui sub γ δ ε, & insuper angulum qui sub α γ β ei qui sub δ ε γ. Dico quod triangulorum α β γ & δ γ ε latera sunt proportionalia, quæ circum æquales sunt angulos: eiusdemq́; rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam β γ, ipsi γ ε. Et quoniam anguli α β γ & α γ β duobus rectis sunt minores (per decimamseptimam primi) æqualis autem est angulus α γ β ei qui est sub δ



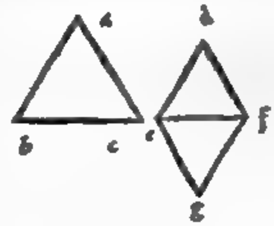
ε γ, &

ε γ, angulo: anguli igitur α β γ & δ ε γ, duobus rectis sunt minores. Igitur β α & ε δ, productæ, in congressum ueniunt. Congrediantur conueniantque in ζ: & quoniam per hypothesin angulus δ γ ε angulo α β γ est æqualis: parallelus est (per 28 primi) β ζ ipsi γ δ. Rursus quoniam per hypothesin, angulus α γ β æqualis est angulo δ ε γ: parallelus est (per 28 primi) α γ ipsi ζ ε. Parallelogrammum igitur est, ζ α δ γ. Aequalis igitur est ζ α, ipsi δ γ, & α γ ipsi ζ δ. Et quoniam (per 2 sexti) trianguli β ζ ε ad latus unum ζ ε parallelus acta est α γ: est igitur sicut β α ad α ζ, sic β γ ad γ ε. Aequalis autem est α ζ ipsi γ δ. Sicut igitur (per 11 quinti, β α ad γ δ, sic β γ ad γ ε: & uicissim (per 16 quinti) sicut α β ad β γ, sic δ γ ad γ ε. Rursus quoniam parallelus est γ δ ipsi β ζ: est igitur (per 2 sexti) sicut β γ ad γ ε, sic ζ δ ad δ ε. Aequalis autem est ζ δ ipsi α γ. Sicut igitur β γ ad γ ε, sic α γ ad δ ε: uicissim igitur (per 16 quinti) sicut β γ ad γ α, sic γ ε ad ε δ. Quoniam igitur demonstratum est quod sicut α β ad β γ, sic δ γ ad γ ε: sicut autem β γ ad γ α, sic γ ε ad ε δ: ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut β α ad α γ, sic γ δ ad δ ε. Proinde æquiangulorum triangulorũ proportionalia sunt: quæ circũ æquales angulos sunt latera: eiusdemque rationis: quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, quod fuit demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 5.

5 OMnium duorum triangulorum quorum cunctorum laterum sese respicientium est proportio una, anguli lateribus proportionalibus contenti, æqui sibiinuicem esse probantur.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Nec fecit ex ea & præmissa unam conclusionem, sicut fecit in secunda & tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem medijs demonstratur quibus præcedẽs. Sint itaque duo triãguli a b c, d e f, sitque proportio a b ad d e. & a c. ad d f, sicut b c ad e f, dico quod angulus a. est æqualis angulo d. & angulus b, angulo e. & angulus c, angulo f. Constituã super lineã e f, in opposita parte triãguli d e f, angulum f e g. æqualem angulo b, & angulum e f g. æqualẽ angulo c, eritque per 32 primi, angulus g. æqualis angulo a: ergo per præmissam, proportio a b ad e g. & a c ad f g sicut b c ad e f. quare a b ad d e. sicut ad e g. & a c ad d f. sicut ad f g, igitur per secundam partem 9 quinti. d e, est æqualis e g. & per eandem d f, æqualis f g. quare per 8 primi, duo trianguli d e f, & g e f. sunt æquianguli, quia ergo triãgulus g e f. est est etiã æquiangulus triangulo a b c, constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

5 Si duo triãgula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erũt triangula, & æquales habebũt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

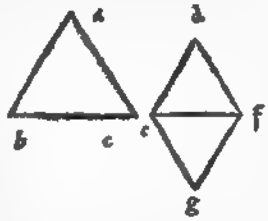


THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia habentia: sicut α β ad β γ, sic δ ε ad ε ζ: sicutque β γ ad γ α, sic ε ζ ad δ ζ. Et præterea sicut β α ad α γ: sic ε δ ad δ ζ. Dico quod æquiangulum est α β γ triangulum, triangulo δ ε ζ: æqualesque habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtendũtur: hoc est, angulum α β γ angulo δ ε ζ. & angulum β γ α angulo ε ζ δ: & insuper angulum β α γ, angulo ε δ ζ. Constituatur (per 23 primi) enim ad rectam lineam ε ζ, ad signaque in ea ε, ζ: angulo quidem α β γ æqualis angulus ζ ε η, angulo autem α γ β æqualis qui est sub ε ζ η. Reliquus igitur angulus qui sub β α γ: reliquo qui sub ε η ζ est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo ζ ε η. Triangulorum igitur α β γ & ε η ζ proportionalia sunt latera, quæ circum æquales sunt angulos (per 4 sexti) eiusdemque triangulis latera subtenduntur. Est igitur sicut α β ad β γ, sic η ε ad ε ζ. Sed sicut α β ad β γ, sic supponitur δ ε ad ε ζ. Igitur sicut δ ε ad ε ζ, sic η ε ad ε ζ utrunque igitur ipsorum δ ε & η ε, ad ε ζ eandem habet rationem. Aequalis igitur (per 9 quinti) est δ ε, ipsi ε ζ. Id propterea, & δ ζ, ipsi ζ η est æqualis. Quoniam igitur æqualis est δ ε ipsi ε η, communis autem ε ζ: duæ igitur δ ε & ε ζ duabus η ε & ε ζ sunt æquales: & basis δ ζ basi ζ η est æqualis. Angulus igitur δ ε ζ (per 8 primi) angulo η ε ζ est æqualis, & triangulum δ ε ζ (per 4 primi) triangulo η ε ζ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δ ζ ε angulo η ζ ε, & angulus ε δ ζ angulo ε η ζ. Et quoniam angulus ζ ε δ angulo η ζ ε est æqualis, sed angulus η ε ζ angulo α β γ: & angulus α β γ igitur et qui sub ζ ε δ angulo est æqualis. Id propterea, & angulus α β γ, angulo δ ζ ε est æqualis: & insuper angulus qui ad α, et qui ad δ. Aequiangulum igitur est triangulum α γ β, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 6.

6 OMnes duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, lateraq́ʒ illos duos æquos angulos continentia proportionalia, sunt inter se inuicem æquianguli.

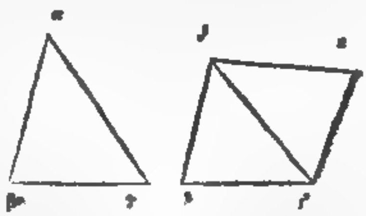
CAMPANVS. Maneat prior dispositio, & sit solū angulus b, æqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, sicut b c ad e f: dico adhuc duos triāgulos a b c, d e f esse æquiangulos. Cū sit prima per 4 huius propter hypotheses præmissæ conclusionis, a b ad e g, sicut b c ad e f: erit a b ad d e, sicut a b ad e g: quare per secūdam partem nonæ quinti d e, est æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f sunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterq; est æqualis angulo b: ipsi erunt per quartā primi, æquianguli: & quia e g f est etiā æquiangulus a b c, patet propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & circū æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erūt triangula & æquales habebūt angulos sub quibus eiusdē rationis latera subtendūtur.

THEON ex Zamberto. *Sint bina triangula α β γ, & δ ε ζ, unum angulum qui sub β α γ, uni angulo qui sub ε δ ζ, æqualem habentia, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, sicut β α, ad α γ, sic ε δ, ad δ ζ. Dico quod triāgulum α β γ, æquiangulum est ipsi triangulo δ ε ζ, & æqualē habebit angulum α β γ, angulo δ ε ζ, & angulum α γ β, angulo δ ζ ε. Cōstituatur enim (per 23 primi,) ad rectam lineam δ ζ, ad signaq; in ea δ ζ, utriq; ipsorum β α γ & ε δ ζ, æqualis angulus ζ δ η, angulo autem α γ β, æqualis angulus δ ζ η, reliquus igitur angulus qui ad β, reliquo angulo qui ad η est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulū α β γ, triāgulo δ η ζ. Proportionaliter igitur est, sicut β α, ad α γ, sic η δ, ad δ ζ.*

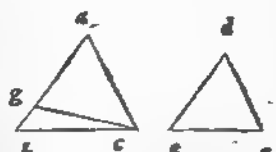


(per 4 sexti. Receptum autem est, quod sicut β α, ad α γ, sic ε δ, ad δ ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) ε δ, ad δ ζ, sic η δ, ad δ ζ. Aequalis igitur est (per 9 quinti) ε δ, ipsi δ η. Et communis δ ζ. Duæ iam ε δ, & δ ζ, duabus η δ, & δ ζ: sunt æquales, & angulus ε δ ζ, (per hypothesin) angulo η δ ζ, est æqualis. Basis igitur ε ζ, (per 4 primi,) basi η ζ, est æqualis, & triangulum δ ε ζ, (per eandem) triangulo η δ ζ, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δ ζ η, angulo δ ζ ε, & qui ad η, ei qui ad ε. Sed angulus qui sub δ ζ η, ei qui sub α γ β, est æqualis, & angulus α γ β, igitur ei qui sub δ ζ ε, est æqualis. Receptum autē est, quod angulus β α γ, ei qui sub ε δ ζ, est angulo æqualis est, & reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ad ε, est æqualis. æquiāgulum igitur est triangulū α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina triangula igitur unum angulū uni angulo æqualem habuerint, circum uero æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt ipsa triangula, & æquales habebunt angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur. quod demonstrasse oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI fuerint duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, duóque suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti duorum uero demum reliquorū uterque aut neuter recto angulo minor, necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem æquiangulos esse.

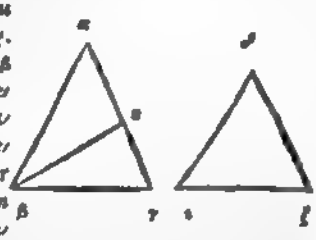
CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; angulus a, æqualis angulo d, & proportio a c ad d f, sicut c b ad f e, & uterque duorum angulorum b & e, aut neuter, sit minor recto, dico eos esse æquiangulos. Si enim angulus c unius est æqualis angulo f alterius, patet propositum per præmissam. Sin autem, sit c maior, fiatq; angulus a c g, æqualis eidem, eritque per 32 primi, triangulus a g c, æquiangulus triangulo d e f, quare per quartam huius, proportio a c, ad d f: sicut g c, ad e f, sed sic fuit b c ad



e f. ergo per 9 quinti, g c & b c. sunt æquales, ergo per quintã primi angulus b. est æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum b & c fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis, quod esse non potest per 17 primi. Quod si uterq; fuerit minor recto: erit angulus a g c maior recto per 13 primi: quare & angulus e sibi æqualis, est etiam recto maior, quod est contra hypothesim: quare destructo opposito remanet propositum. Oportet autem utrunq; angulorũ reliquorum, aut neutrum, esse minorem recto: possibile enim est in eodem triangulo ut in triangulo a b c, lineam g c esse æqualem b c: & ideo erit a c ad utramq; earum una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c æquianguli, quamuis unus angulus unius sit æqualis uno angulo alterius, imo idem ut angulus a: & proportio lineæ a c prout est latus magni ad a c prout est latus parui: sicut b c latus magni ad g c latus parui: utraq; enim æqualis, & hoc est, propter hoc qđ angulus g minoris, est maior recto: & angulus b maioris minor: Nam in omni triangulo duum æqualium laterum, uterq; angulorum qui sunt ad basin, est minor recto.

Eucli. ex Zamb *Theorema 7.* *Propositio 7.*

7 Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uero utrunq; simul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erũt triangula, & æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera.



THEON *ex Zamberto. Sint bina triangula α β γ & δ ε ζ: unum angulum uni angulo æqualem habẽtia, eum scilicet qui sub β α γ ei qui est sub ε δ ζ. Circum autem alios angulos α β γ & δ ε ζ, latera proportionalia sicut α β ad β γ, sic δ ε ad ε ζ. Reliquorum uero qui ad γ, ζ, primo utrunq; simul maiorem recto. Dico quod æquiangulum est α β γ triangulũ, ipsi δ ε ζ triangulo: & æqualis erit angulus α β γ, angulo δ ε ζ: & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis est angulus α β γ ei qui sub δ ε ζ est angulo, alter eorum maior est: sit maior angulus α β γ: & constituatur (per 23 primi) ad α β rectam lineam ad signumq; in ea β, ipsi δ ε ζ angulo æqualis angulus α β η. Et quoniã æqualis est angulus qui ad α ei qui est ad δ, & angulus α β η ei qui sub δ ε ζ: reliquus igitur angulus α η β reliquo angulo δ ζ ε est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulm α β η, triangulo δ ε ζ. Est igitur (per 4 sexti) sicut α β ad β η, sic δ ε ad ε ζ. Sicutq; δ ε ad ε ζ: * recipitur, sic α β ad β γ. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β ad β γ, sic α β ad β η. Igitur (per 9 quinti) α β, ad utrunq; ipsorum β γ & β η, eandem habet rationem: æqualis igitur est β γ ipsi β η. Quare per quintã primi, & angulus qui ad β η γ, angulo qui sub β γ η est æqualis: sed minor recto subijcitur angulus qui ad γ: minor igitur recto est angulus qui sub β η γ. Quare (per 13 primi) & * altrinsecus ipsi angulus α η β, maior est recto & ostensum est quod æqualis est ei qui ad ζ: & qui ad ζ igitur maior est recto. Subijcitur autem minor recto, quod est absurdum. Igitur inæqualis minime est angulus α β γ, angulo δ ε ζ. Aequalis autem est & qui ad α signum ei qui ad δ: & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Sed rursus supponatur uterq; eorum qui ad γ ζ, non minor recto.*



Dico rursus quod & sic est æquiangulum triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Eisdem nempe dispositis, similiter demonstrabimus quod æqualis est β γ, ipsi β η: quare & angulus qui ad γ, ei qui sub β η γ est æqualis. At non minor recto est angulus qui ad γ: neq; igitur minor recto est angulus qui est sub β η γ. Trianguli igitur β η γ (per 17 primi) duo anguli duobus rectis nõ sunt minores, qđ est impossibile. Non igitur rursus inæqualis est angulus α β γ, angulo δ ε ζ, æqualis igitur: est autẽ angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad γ, reliquo qui ad ζ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ uero utrunq; simul uel minorem uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos circum quos proportionalia sunt latera, quod oportuit demonstrasse.

* ὑπόκειται

* ἐφεξῆς

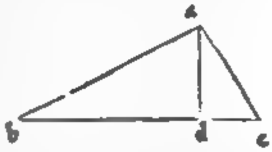
Eucli. ex Camp. *Propositio 8.*

8 SI ab orthogonij angulo recto, ad basin linea perpendicularis ducatur, fient duo trianguli partiales, toti triangulo & sibijunicem similes.

CORRELARIVM

Vnde etiam manifestum est, quia in omni triangulo rectangulo, si ab eius angulo recto ad basin perpendicularis ducatur, erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq; utrumq; latus inter totam basin atque sibi conterminalem basis portionem.

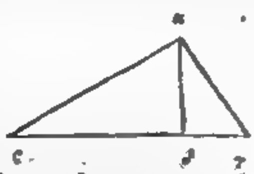
CAMPANVS. Sit trigonus a b c, orthogonus, eiusque angulus a, rectus, à quo ducatur a d perpendicularis ad basin, dico quod uterque duorum triangulorum partialium qui sunt a b d, a d c, similis est totali triangulo a b c, & unus eorum alteri: est enim uterque ipsorum æquiãgulus totali per 32 primi, eo quod uterque est orthogonius & in uno angulo cõmunicat cum totali, quare & sibi inuicem sunt æquianguli, ita quod angulus b est æqualis angulo d a c. & angulus b a d, angulo c, & duo anguli qui sunt ad d. sibi inuicem & angulo a totali æquales, quare per 4 huius latera æquos eorum angulorum angulos respicientia: sunt proportiõalia, ergo per diffinitionem sunt similes. quod est propositum. Vtrumq; correlarium ex his euidenter apparet.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

8 **Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, quæ ad perpendicularem triangula, similia sunt toti & adinuicem.**

THEON ex Zamb. *Sit triangulum rectangulum α β γ, rectum habens eum qui sub β α γ, angulum, & excitetur (per 12 primi) ab α, in β γ, perpendicularis α δ. Dico quod simile est utrumque ipsorum α β δ, & α δ γ, triangulorum, toti α β γ, & insuper adinuicem. Quoniam enim (per 4 postulatum.) æqualis est angulus β α γ, angulo α δ β, rectus enim uterque est, communis autem est ipsorum duorum triangulorum α β γ, & α β δ, angulus qui ad β, reliquus igitur angulus α γ β, reliquo β α δ, est æqualis (per 32 primi. Aequiangulum igitur est triangulum α β γ, triangulo α β δ. Est igitur (per 4 sexti) sicut γ β, subtendens angulum rectum, α β γ, trianguli ad β α, subtendentem rectum angulum ipsius α β δ, trianguli, sic eadem α β, subtendens angulum qui ad γ, trianguli α β γ, ad β δ. subtendentem æqualem angulum β α δ, ipsius α β δ, trianguli, & insuper α γ, ad α δ, subtendentem angulum qui ad β, communem duorum triangulorum. Triangulum igitur α β γ, triangulo α β δ, æquiangulum est (per 7 sexti) & quæ circum æquales angulos sunt, latera proportionalia habet. Simile igitur est triangulum α β γ, triangulo α β δ, (per 1 diffinitionem sexti. Similiter iam ostendemus quod & triangulo α δ γ, simile est triangulum α β γ, utrumque igitur ipsorum α β δ, & α δ γ, triangulorum simile est toti α β γ. Dico etiam quod & adinuicẽ sunt similia: triangula α β δ, & α δ γ, Quoniam enim rectus angulus β δ α, recto angulo α δ γ, est æqualis (per 4 postulatum) sed & angulus β α δ ei qui ad γ ostensum est quod est æqualis: reliquus igitur qui ad β, reliquo qui sub δ α γ, est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum α β δ, triangulo α δ γ, est igitur sicut β δ, ipsius α β δ, trianguli subtendens angulum qui sub β α δ, ad δ α ipsius α δ γ, trianguli subtendentẽ angulũ qui ad γ, æqualem ei qui sub β α δ, sic ipsa α δ, trianguli α β δ, subtendens angulum qui ad β, ad δ γ, subtendentẽ angulũ qui sub δ α γ, ipsius trianguli α δ γ, æqualem ei qui ad β, & insuper β α ad α γ, subtendens rectos angulos. Simile igitur est triangulum α β δ, triangulo α δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem similia sunt toti & adinuicem, quod demonstrasse oportuit.*



CORRELARIVM. Ex hoc *manifestum est, quod si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: acta, ipsius basis segmentis media proportionalis est. Et insuper ipsius basis & uniuscuiusq; segmentorum, latus quod ad segmentum, medium proportionale est, quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 **DVabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitatẽ continua collocare.**

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam unam earum alteri, sitque tota ex eis composita, a d, ita quod b d, sit æqualis c, & super totam describo semicirculum a e d, & produco b e usque ad circũferentiam, perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, esse quam quærimus, produco enim li-



li- neas

neas e a & e d, eritque per 30 tertij, angulus e totalis: rectus, quare per primam partem correlarij præmissæ, proportio a b ad b e, sicut b e ad b d, quod est propositum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 10*

10 Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

CAMPANVS Sint duæ lineæ propositæ a b & c: quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere. Coniungo lineam c angulariter ut contingit, cum linea a b, sitq; a d: ei æqualis. & produco lineã a b usque ad e: donec fiat b e æqualis a d. & protracta linea b d: a puncto e duco lineam sibi æquidistantem. quam & lineã a d: produco quousque concurrant in puncto f, dico igitur lineam d f, esse quam quærimus, est enim per secundã huius, proportio a b ad b e: sicut a d ad d f, e d a ab ad b e: est sicut a b ad a d per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d: sicut a d ad d f. quod est propositum.

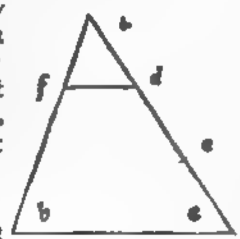


CAMPANI *additio.* Quod si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ad quam sit proportio tertiæ sicut primæ ad secundã: ex prima & secunda fiat linea una & toti compositæ tertia angulariter adiungatur. & a communi termino primæ & secundæ: ducatur linea ad extremitatem tertiæ. & ab altero termino secundæ ducatur huic lineæ æquidistans: quousque concurrat cum tertia in cõtinuum rectũque protracta eritque per secundam huius, linea quã hæc æquidistans abscindet: quæ quæritur. quemadmodum si in hac figura fuerit prima a b, secunda b e, tertia a d: erit quarta d f.

Eucli. ex Camp. *Propositio 11.*

11 AB assignata linea, quotamcumque iubearis, partem abscindere.

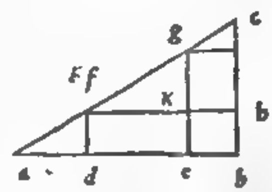
CAMPANVS Sit a b linea assignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere, coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinitæ quantitatis: quæ sit a c, a qua reseco tres æquas portiones: quæ sunt a d, d e, & e c, & produco lineas c b & d f: sibi æquidistãtes, dico a f esse tertiam a b, est enim per secundam huius, proportio c d ad d a, sicut b f ad f a, quare cõiunctim, c a ad d a: sicut b a ad f a. Cum igitur c a sit tripla ad d a: patet a f esse tertiam a b, quod est propositum.



Eucli. ex Camp. *Propositio 12.*

12 DVabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa, indiuisam quidẽ ad modum diuisæ diuidere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ quas angulariter ut cõtinget coniungam a b & a c, sitque a b diuisa in tres uel qualescũque portiones: signatis in ea punctis d & e, uolo secundum easdem portiones diuidere lineam a c, cum igitur ipsas angulariter coniunxero: protraham lineam b c & æquidistantes ei d f & e g, dico istas æquidistantes diuidere lineam a c: in partes proportionales partibus a b, protraham enim f a æquidistãtem a b, quæ secet e g in puncto k, eritque per secundã huius, proportio g f ad f a: sicut e d ad d a. & c g ad g f: sicut h k ad k f, quare & sicut b e ad e d per 34 primi, & secundã partem 7 quinti, quod est propositum. Oportet autem secundã huius toties repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus una. At uero 34 primi & 7 quinti, minus duabus.



Quinque sequentes ex Zamberto Euclidis propositiones, præpostero ordine quatuor ex Campano præcedentibus respondent, nona undecimæ, decima duodecimæ. undecima & duodecima decimæ cũ additione, decimatertia nonæ.

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 9

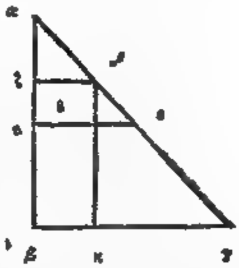
9 Data recta linea, imperatam partem abscindere.



THEON ex Zamberto. *Sit data recta linea α β, oportet iam ex ipsa α β, imperatam partem abscindere. Imperetur tertia, & ducatur ab α recta linea α γ, faciens angulum cum α β, & sumatur contingens signum super α γ, sitque illud δ. & ponatur ipsi α δ, (per 2 primi,) æquales δ ε, & ε γ, & connectatur β γ, & per δ, ipsi β γ, (per 31 primi,) parallelus excitetur δ ζ. Quoniam igitur trianguli α β γ, ad unum latus β γ, acta est ζ δ, parallelus, proportionaliter igitur est (per 2 sexti,) sicut γ δ, ad δ α, sic β ζ, ad ζ α, dupla autem est γ δ, ipsius δ α, dupla est igitur & β ζ, ipsius ζ α. Tripla igitur est β α, ipsius α ζ. Data igitur recta linea α β, imperata tertia pars ablata est α ζ, quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 10

10 Datam rectam lineam nõ sectam, datæ rectæ lineæ sectæ similiter secare.



THEON ex Zamberto *Sit quidem data recta linea non secta α β, secta uero sit α γ, oportet iam lineam α β, non sectam, secare similiter lineæ α γ, sectæ. Sit linea α γ, secta in signis quidem δ ε, & sitæ sint, ut angulum contingentem comprehendant, & connectatur β γ, & per δ, ε, ipsi β γ, paralleli excitentur δ ζ, & ε η, (per 31 primi,) & per δ, ipsi α β, parallelus excitetur δ θ κ, (per eandem) parallelogrammum igitur est utrumque ipsorum ζ θ, & θ β, æqualis igitur est quidem δ θ, ipsi ζ η, & θ κ, ipsi η β, & quoniam triãguli δ κ γ, ad unum laterum κ γ, recta linea acta est θ ε, proportionaliter igitur parallelus (per 2 sexti) sicut γ ε, ad ε δ, sic κ θ, ad θ δ, æqualis autem est κ θ, ipsi β η, & θ δ, ipsi η ζ. Est igitur (per 2 quinti) sicut γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ. Rursus quoniam trianguli α η ε, ad unum latus ε η, parallelus acta est ζ δ, proportionaliter igitur est (per 1 sexti) sicut ε δ, ad δ α, sic η ζ, ad ζ α, patuit autẽ quod sicut γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ. Est igitur sicut quidem γ ε, ad ε δ, sic β η, ad η ζ, sicut autem ε δ, ad δ α, sic η ζ, ad ζ α. Data igitur recta linea non secta α β, datæ rectæ lineæ sectæ α γ, similiter secta est, quod facere oportebat.*

Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 11

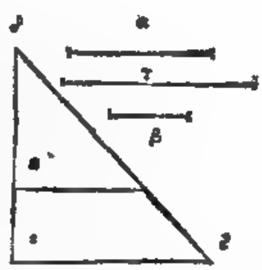
11 Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.



THEON ex Zamberto. *Sint duæ datæ rectæ lineæ, β α, & α γ, & sitæ sint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipsis β α, & α γ, tertiam proportionalem inuenire. Producantur enim α β & α γ, ad signa δ ε, & ponatur (per 2 primi,) ipsi α γ, æqualis β δ, & cõnectatur β γ, & per δ, (per 31 primi) ipsi β γ, parallelus excitetur δ ε. Quoniam igitur trianguli α δ ε, ad unum latus δ ε, acta est parallelus β γ, proportionaliter est (per 2 sexti) sicut α β, ad β δ, sic α γ, ad γ ε, æqualis autem est β δ, ipsi α γ, est igitur sicut α β, ad α γ, sic α γ, ad γ ε. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & α γ, tertia proportionalis eis inuenta est γ ε, quod oportebat facere.*

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 12

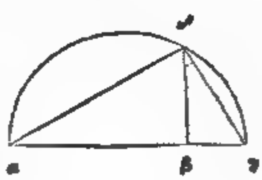
12 Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.



THEON ex Zamberto. *Sint datæ tres rectæ lineæ α β γ, oportet ipsis α β γ, quartam proportionalẽ inuenire. Ponantur duæ rectæ lineæ δ ε, & δ ζ, angulũ contingentem comprehendentes eum qui est sub ε δ ζ, & ponatur (per 2 primi) ipsi quidem α, æqualis δ η, ipsi autem β, æqualis η ε, & insuper ipsi γ, æqualis δ θ, & coniuncta η θ, parallelus ei excitetur (per 31 primi) per ε, sitq; ε ζ. Quoniam igitur trianguli δ ε ζ, ad unum latus ε ζ, acta est parallelus η θ, igitur (per 2 sexti,) est sicut δ η, ad η ε, sic δ θ, ad θ ζ, æqualis autem est δ η, ipsi α, & η ε, ipsi β, & δ θ, ipsi γ: est igitur sicut α ad β, sic γ, ad θ ζ. Tribus igitur datis rectis lineis α β γ, quarta proportionalis inuenta est θ ζ, quod oportebat facere.*

Eucli. ex Zamb. Problema 5. Propositio 13.

13 Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalẽ inuenire.



THEON ex Zamberto. *Sint duæ rectæ lineæ α β & β γ, oportet iam ipsarũ*

α β, & β γ, mediam proportionalem inuenire. Disponantur (per 14, primi,) rectas lineas, describaturque super α γ semicirculus α δ γ, & excitetur (per 11 primi,) à signo β, ipsi α γ, ad angulos rectos β δ, & connectantur α δ, & δ γ. Quoniam (per 31 tertij,) in semicirculo angulus est, qui sub α δ γ, rectus est, & quoniam in rectangulo triangulo α δ γ, à recto angulo in basin perpendicularis deducta est δ β, igitur (per correlariū octauæ sexti) δ β, ipsius basis segmētis α β, & β γ, media proportionalis est. Duabus igitur datis rectis lineis α β, & β γ, media proportionalis inuēta est δ β, Quod fecisse oportuit.

Eucli. ex Camp. — *Propositio 15*

13 SI duæ superficies æquidistantium laterum quarum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos æquos angulos cōtinentia mutekesia esse. Si uero latera duos æquos angulos continentia, mutekesia fuerint, duas superficies esse necesse est.

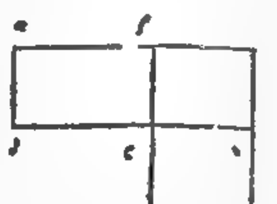
CAMPANVS. Sint duæ superficies b c d & c e f g, æquidistantium laterum & æquales, sitque angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem b c ad e g, esse sicut e c ad c d, & si proportio b c ad c g fuerit sicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illas duas super æquidistantium laterum, esse æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulum c unius cum angulo c alterius, ita quod duo latera earum quæ sunt b c & c g fiant linea una eruntque similiter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui sequeretur per præsentem hypothesin, quæ est angulum c unius esse æqualem angulo c alterius, & per 15 primi, partem esse æqualem toti, complebo itaque superficiem æquidistantium laterum, productis lineis a d & f g, quousque cōcurrant in h, eritque per primam partem 7 quinti, utriusque superficiem c h proportio una, & quia per primam huius, proportio superficiei a c ad superficiē c h, sicut lineæ e c ad lineā c g, & superficiei c f ad eandem superficiem c h, sicut e c ad c d, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars sic patet, per primam enim huius, est proportio b c ad c g, sicut a c ad c h, & e c ad c d, sicut c f ad eandem c h, & quia positū est quod proportio b c est ad c g sicut e c ad d: erit utriusque duarum superficierum a c & e g ad superficiem c h una proportio, ergo per primam partem 9 quinti, a c, est æqualis c f: sicque patet secunda pars.



Eucli. ex Zamb. — *Theorema 8* — *Propositio 15*

13 Aequalium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrāmorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum augulum uni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

THEON ex Zamberto. *Sint æqualia parallelogramma α β, & ε γ, æquales habentia angulos qui ad ε, & constituantur (per decimamquartam primi in rectas lineas, δ β. & γ ι, in rectas lineas igitur sunt ζ β. & ε η, Dico quod ipsorum α β, & ε γ, reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, hoc est quod sicut est β δ, ad ε ι, sic est α ε, ad β ζ. Compleatur namque parallelogrammum ζ ι. Quoniam igitur (per hypothesin æquum est α β, parallelogrammum ipsi β γ, parallelogrammo, aliud autem quoddam ζ ι, est igitur (per septimam quinti,) sicut α ε, ad ζ ι, sic β γ, ad ζ ι. Sed sicut quidem α β, ad ζ ι, sic δ β, ad β ι, sicutque β γ, ad ζ ι, sic α β, ad β ζ, & sicut igitur (per primam quinti,) δ β, ad ε ι, sic α ε, ad β ζ, ipsorum igitur α β, & ε γ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos.*



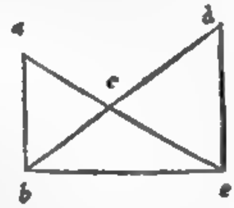
Verū sint latera reciproca, quæ circū æquales sunt angulos, estoq́; sicut δ β, ad ε ι, sic α β, ad ε ζ, Dico quod æquale est parallelogrammū α ε, ipsi ε γ, parallelogrammo, Quoniam enim est sicut δ β, ad ε ι, sic α ε, ad β ζ. sed sicut quidem δ β, ad ε ι, sic (per 1 sexti) α β, parallelogrammum ad ζ ι, parallelogrammū, sicut aūt α ε, ad ε ζ: sic ε γ: parallelogram-

logrammum ad ζ ε, & ut igitur (per 11 quinti) α β, ad ζ ε, sic ε γ, ad ζ ε, æquum igitur est α β, parallelogrammum, ipsi β γ, parallelogrammo. Aequalium igitur & æquangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia. quod demonstraße oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos angulos æquos continentia erunt mutekefia. Si uero latera duos æquos angulos cõtinentia fuerint mutekefia, duo trianguli æquales esse comprobantur.

CAMPANVS Sint duo trianguli a b c, c d e, æquales, sitque angulus c, unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e, esse sicut d c ad c b, & si fuerit proportio a c ad c e, sicut d c ad c b, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triangulos esse æquales. Coniungam enim eos angulariter ita quod latera a c & c e, fiant linea una eruntq; similiter b c, & c d, linea una, aliter sequeretur partem esse æqualem toti per 15 primi, & protraham lineam b e, eritque per primam partem 7 quinti, utriusque dictorum triangulorum ad triangulum c b e, proportio una, & quia per primam huius, primi eorum ad ipsum est, sicut a c ad c e, & secundi eorum ad eundem sicut d c ad c b, manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars econuerso probatur, quia a c ad c e est sicut primi trĩãguli ad triangulum b c e, & d c ad c b, sicut secundi ad eũdem (per primã huius,) & quia positum est ut sit a c ad c e, sicut d c ad c b, erit utriusque dictorum triangulorum ad triangulum b c e una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipsi sunt æquales, sicque patet secũda pars.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 15

15 Æqualium & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, & quorum unum uni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. ea quoque sunt æqualia.

THEON ex Zamberto. *Sint æqualia triangula α β γ, & α δ ε, unum uni æqualem habentia angulum, cũ scilicet qui sub β α γ. ei qui sub δ α ε. Dico quod ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, hoc est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. Constituantur enim (per 14 primi) in rectas lineas, γ α, ipsi α δ. In directum igitur est ε α, ipsi α β, & connectatur β δ. Quoniam igitur (per hypothesin) æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε, aliud autem quoddam β α δ, est igitur (per 7 quinti) sicut triangulum β α γ, ad ipsum β α δ, triangulum sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Sed sicut quidem γ α β, ad β α δ, sic γ α, ad α δ, sicut autem (per primam sexti,) ε α δ, ad β α δ, sic ε α, ad α β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ α ad α δ, sic ε α, ad α β. Triangulorum igitur α β γ, & α δ ε, reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Verum reciproca sint latera ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorum, estoq; sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β Dico quod æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε. Connexa enim rursus β δ, quoniam est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. sed sicut quidem γ α, ad α δ, sic triangulum α β γ, ad triangulum β α δ. sicut autẽ ε α, ad α β, sic triãgulũ ε α δ, ad triangulũ β α δ, sicut igitur triangulum α β γ, ad triangulum β α δ, sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Vtrumque igitur ipsorum α β γ, & ε α δ, ad β α δ, eandem habet rationem, Aequum igitur est (per nonam quinti,) triangulum α β γ, triangulo ε α δ, Aequalium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulũ triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt æqualia, quod demonstrare oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint quatuor lineæ proportionales, quod sub prima & ultima rectangulum continetur, æquum erit ei quod sub duabus reliquis. Si uero quod sub prima & ultima continetur, æquum fue-

rit ei quod duabus reliquis continetur rectangulum, quatuor lineas proportionales esse conuenit.

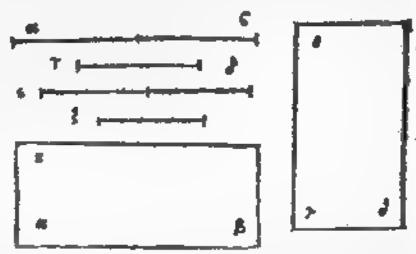


CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d, proportionales, sitque proportio a ad b, sicut c ad d, dico quod superficies contenta sub a & d, æqualis est superficiei contẽtæ sub b & c. & superficies cõtẽta sub a & d, est æqualis superficiei contentæ sub b & c. Et si superficies cõtenta sub a & d est æqualis superficiei cõtẽtæ, sub b & c, dico quod proportio a ad b est sicut c ad d. Fiāt enim superficies cõtẽta sub a & d, & superficies cõtenta sub b & c. Si ergo est proportio a ad b sicut c ad d, latera illarũ superficierũ erũt mutekesia, sed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraq; est rectorum angulorũ, quare per secundā partẽ 11. huius, ipsi sunt æquales: quod est primum. Secũdũ patet per primā partem eiusdem. si enim ipsæ sunt æquales, quia omnes anguli earũ sunt recti: latera earum erũt mutekesia, quare proportio a ad b, sicut c ad d. quod est secũdũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 16

16 *Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectã gulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulũ æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.*

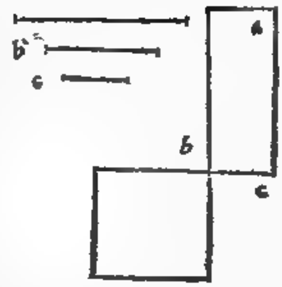
THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β γ δ ε ζ, sicut α β, ad γ δ, sic ε, ad ζ. Dico quod sub ipsis α β, & ζ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Excitetur enim (per 11 primi,) ab α γ, signis, ipsis α β, & γ δ, rectis lineis, ad angulos rectos α η, & γ θ, & ponatur (per secundam primi,) ipsi ζ, æqualis α η, ipsi autem ε, æqualis γ θ, compleanturq; η β, & θ δ, parallelogramma. Et quoniam est sicut α β ad γ δ, sic est ε, ad ζ, æqualis autem est ε, ipsi γ θ, & ζ, ipsi α η, est igitur sicut α β, ad γ δ, sic γ θ, ad α η. Igitur (per 14 sexti β η, & δ θ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia. Aequum igitur est parallelogrammum β η, ipsi δ θ, parallelogrammo, & est β η, id quod sub α β, & ζ, æqualis enim est α η, ipsi ζ. At δ θ, id est quod sub γ δ, & ε, æqualis enim est γ θ, ipsi ε. igitur quod sub α β, & ζ, continetur rectangulum: æquum est ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Sed iam quod sub α β, & ζ, comprehenditur rectangulum, æquum esto ei quod sub γ δ, & ε, continetur rectangulo. Dico quod quatuor rectæ lineæ proportionales erũt, sicut α β, ad γ δ sic ε, ad ζ. Eisdem namque constructis quoniam quod sub α β, & ζ, æquum est ei quod sub γ δ, & est quidem quod sub α β, & ζ, ipsum β η, æqualis enim est α η, ipsi ζ, quod autem sub γ δ, & ε, est ipsum δ θ, æqualis enim est γ θ, ipsi ε, igitur β η, æquũ est ipsi δ θ, & æquiangula sunt. Aequaliũ autem & æquiangulorũ parallelogrammorũ (per 14 sexti) reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Est igitur (per 10 quinti,) sicut α β, ad γ δ, sic γ θ, ad α η, æqualis autem est γ θ, ipsi ε, & α η, ipsi ζ est igitur sicut α β ad γ δ, sic ε, ad ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis cõprehensum rectangulũ, æquum est ei quod sub medijs comprehenditur rectangulo, & si quod sub extremis comprehenditur rectangulũ æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt quod oportebat demonstrare.*



Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI fuerint tres lineæ proportionales, quod sub prima, & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à secunda quadrato describitur. Si uero quod sub prima & tertia continetur æquum ei quadrato quod à secũda producitur, ipsæ tres lineæ proportionales erunt.

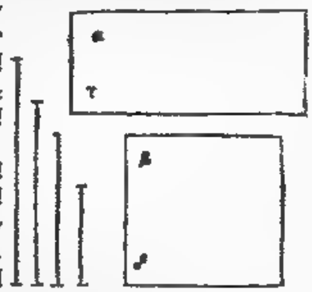
CAMPANVS. Sit proportio lineæ a ad lineam b, sicut lineæ b ad lineam c, dico quod superficies contenta sub a & c. æqualis est quadrato b, & si superficies contenta sub a & c est æqualis quadrato b, dico quod proportio a ad b est sicut b ad c, hoc autem est euidens per præcedentem, posita alia linea quæ sit æqualis b, ita quod b sit in ratione secundæ & tertiæ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 17

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulũ, æquum est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media quadrato, ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamberto. Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, sicut α, ad β, sic β, ad γ. Dico quod sub α γ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod ex β, quadrato. Ponatur (per 2 primi,) ipsi β, æqualis δ. Et quoniam est (per hypothesin,) sicut α, ad β, sic β ad γ, æqualis autem est β, ipsi δ, est igitur (per 7 quinti,) sicut α, ad β, sic δ, ad γ. Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulũ, æquum est ei quod sub mediis continetur rectangulo) per 16 sexti. Igitur quod sub α γ, æquum est ei quod sub β δ. Sed quod sub β δ, id est quod fit ex β, æqualis enim est β, ipsi δ. Igitur quod sub α γ, comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod ex β, quadrato. Sed iam quod sub α γ, esto æquale ei quod ex β. Dico quod est sicut α, ad β, sic β, ad γ. Eisdem namque constructis, quoniam quod sub α γ, æquum est ei quod ex β, sed quod ex β, id est quod sub β δ, æqualis enim est β, ipsi δ, igitur quod sub α γ, æquum est ei quod sub β δ. Si autem quod sub extremis æquum fuerit ei quod sub mediis, quatuor rectæ lineæ proportionales sunt (per 16 sexti. Est igitur sicut α, ad β, sic δ, ad γ. Aequalis autem est β, ipsi δ, sicut igitur α ad β, sic β, ad γ. Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint: quod sub extremis comprehenditur rectãgulũ, æquũ est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis comprehenditur rectãgulum æquũ fuerit ei quod à media quadrato: tres rectæ lineæ proportionales erũt, quod oportebat demonstrare.



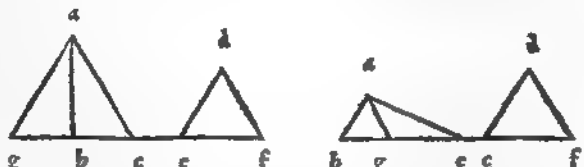
Eucli. ex Camp. Propositio 17.

17 SI fuerint duo trianguli similes, proportio alterius ad alterum est tanquam proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM

Manifestum etiam ex hoc, quia omnium trium linearũ continue proportionalium quanta est prima ad tertiam, tanta erit superficies constituta super primam ad superficiem constitutam super secundam cum fuerit ei similis in lineatione & creatione.

CAMPANVS Sint duo trianguli a b c & d e f similes, eruntque per primam diffinitionem æquianguli, & laterũ proportionalium. Sit ergo angulus a, æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritq́ꝫ ꝑportio a b ad d e, & a c ad d f, sicut b c ad e f, dico quod proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, est sicut proportio b c ad e f, duplicata. Subiungatur enim secũdũ doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in cõtinua proportionalitate: quæ sit c g, protracta aut resecata c b, si c g fuerit ea maior aut minor: & producatur linea g a, eritque per secundam partẽ 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod

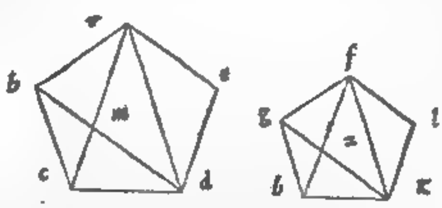


proportio a c ad d f est sicut e f ad c g,& angulus c æqualis angulo f: quare per secundã partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrunque illorũ, erit una proportio, sed per primam huius, proportio trianguli a b c ad triãgulum a g c, est sicut b c ad g c. At uero proportio b c ad c g, sicut b c ad e f duplicata, per 10 descriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, est sicut proportio b c ad d f duplicata, quod est propositum. Si autem c g sit æqualis b c, erit per secundam partem 14 huius: triangulus a b c æqualis triangulo d e f æqualis autem proportio componitur ex æquali duplicata uel triplicata uel quotienscunque sumpta. Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eadem media demonstrare de superficiebus æquidistãtium laterum similibus, sumpta solum 15 præsentis, loco 14. Non demonstrat autem eam, quia per sequentem demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correlarium quod uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus, non dum patet nisi de triangulis, sed demonstrata sequente, patẽs erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente: quia est correlarium huius, non autem sequentis, ex modo enim demonstrationis huius, sua ueritas manifestata est: non ex modo illius.

Eucli. ex Camp. *Propositio 18*

18 Omnes duæ superficies similes multiangulæ, sunt diuisibiles in triangulos similes atque numero æquales, estque proportio alterius earum ad alteram, sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius, proportio duplicata.

CAMPANVS Sint gratia exẽpli, duo pentagoni a b c d e, f g h K, l similes, dico quod ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero æquales, & quod proportio alterius eorum ad alterũ: est sicut a b ad f g proportio duplicata, ducãtur enim lineæ duæ a c & a d, itemque f h & f k, eritque per præsentem hypothesin & per 6 huius, triangulus a b c, æquiangulus triangulo f g h, & triangulus a c d, triangulo f l K. Similiter quoque per hanc communem scientiam. Si ab æqualibus æqualia demas quæ relinquuntur æqua sunt, erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h K. Nam ipsi pẽtagoni, positi sunt æquianli, & laterum proportionalium, & quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem æquianguli, ut probatum est: erunt etiam & similes per 4 huius. & diffinitionem similium superficierum, quare cum ipsi sint numero æquales, patet primum. Secundum sic: protrahantur b d quæ secet a c in puncto m, & g K quæ secet f h in puncto n, eritque triangulus b c d, æquiãgulus triãgulo g h K per 6 huius & præsentem hypothesin, quare & triãgulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n K, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n est sicut a m ad f n, & a m ad f n, sicut m d ad n K: quare per 11 quinti, b m ad g n, sicut m d ad n K, ergo permutatim b m ad m d, sicut g n ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d, & b c m ad c m d, sicut b m ad m d. & per eãdem f g n ad f n k, & g n h ad h n K. sicut g n ad n K, ergo per 11 quinti, a b c ad a c d, sicut f g h ad f h k, quare permutatim a b c ad f g h, sicut a c d ad f h k. Eadem ratiõe probabis quod & sicut a c d ad f l K, ergo per 11 quinti totius pentagoni ad totum pentagonũ, sicut a b c ad f g h, per præmissam igitur est proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h K, sicut proportio a b ad f g duplicata: quod est propositum. Ex quo rursus patet correlarium præcedentis. Aliter potest demonstrari secundum, cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur sint ad inuicem similes, erit per præcedẽtem proportio a b c ad f g h sicut b c ad g h duplicata, & a c d ad f h K, sicut c d ad h K duplicata, & a e d ad f l k: sicut d e ad k l duplicata, quia igitur omnes hæ proportiones duplicatæ sunt æquales propter hoc quod positum est simplas esse æquales: erit per 11 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum, sicut lateris unius ad suum relatiuũ latus alterius proportio duplicata.

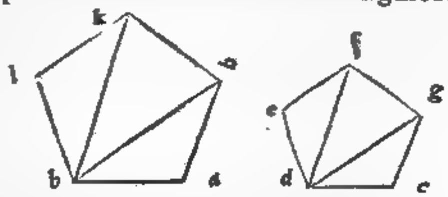


Eucli. ex Camp. *Propositio 19*

19 Supra datam lineam, datæ superficiei similem superficiem describere.

CAMPANVS Sit data linea a b, supra quam uolo constituere superficiem similem datæ superficiei quæ sit pentagona, & sit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangulos

los ductis lineis d f,& d g,& super pũctum a constituo angulum æqualẽ angulo c,ducta linea a h,& super punctum b,constituo alium angulum,qui sit a b h, æqualem angulo c d g,protracta linea b h quousque concurrat cũ a h in puncto h,eritq; per 32 primi angulus a h b,æqualis angulo c g d,& ideo per 4 huius latera duorum triangulorũ g c d & h a b, proportionalia. Facio quoque angulum h b k,ducta linea b k: æqualem angulo g d f,& angulum k b l: ducta linea b l, æqualem angulo d g f,& angulum b k l ducta linea k l,æqualẽ angulo d f e,eritque perfectus pentagonus qui constituendus erat super lineam a b,est enim æquiangulus dato pentagono propter æqualitatem angulorum triãgulorum,in quos est uterque diuisus,sed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum,quæ ex 4 huius euidenter apparet, quare per diffinitionem similium superficierum,pentagonus cõstitutus super lineam a b,est similis pentagono dato,quod est propositum.

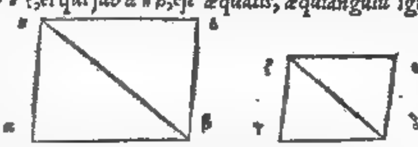


Tres ex Zamberto sequentes propositiones,tribus præcedentibus ex Cãpano,conuerso ordine respondent prima ultimæ:media primæ & ultima mediæ.

Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 18

18 A data recta linea,dato rectilineo simile similiterq; positũ rectilineum describere.

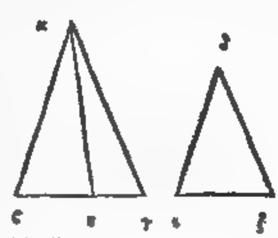
THEON ex Zamberto. *Sit data quidem recta linea α β,datum uero rectilineum γ ε.oportet iam à data α β recta linea,ipsi γ ε,rectilineo simile similiterque positum rectilineum describere. Connectantur δ ζ, & constituatur (per 23 primi) ad α β,rectam lineam,ad signáque in ea α β,ei qui ad γ,est angulo æqualis angulus η α β, ei autem qui est sub γ δ ζ,æqualis angulus α β η,reliquus igitur qui sub γ ζ δ,ei qui sub α η β,est æqualis, æquiangulũ igitur est ζ γ δ,triangulum,ipsi η α β,triangulo (per 4 sexti,) proportionaliter igitur est sicut ζ δ,ad η β,sic ζ γ,ad η α,& γ δ,ad α β. Rursus constituatur (per 23 primi) ad β η,rectam lineam ad signaq; in ea β η,ei qui sub δ ζ ε,est angulo æqualis angulus β η θ,ipsi autem ζ δ ε,qui est sub η β θ. Reliquus igitur qui ad ε,reliquo qui ad θ,est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum ζ δ ε,triangulo η β θ proportionaliter igitur est (per 4 sexti,) sicut ζ δ,ad η β sic ζ ε,ad η θ,& ε δ,ad θ β,ostensum autem est quod sicut ζ δ,ad η β,sic ζ γ,ad η α,& γ δ,ad α β,& sicut igitur (per 11 quinti,) γ ζ,ad α η,sic γ δ,ad α β,& ζ ε,ad η θ,& insuper ε δ,ad θ β. Et quoniam æqualis est angulus γ ζ δ,angulo α η β,& angulus δ ζ ε,angulo β η θ,totus igitur qui sub γ ζ ε,toti qui sub α η θ, est æqualis. Id propterea,& qui sub γ δ ε,ei qui sub α β θ æqualis. Est aũt & qui ad γ,ei qui ad α,æqualis,& qui ad ζ,ei qui ad θ, æquiangulum igitur est α θ,ipsi γ ε, & ea quæ circum æquales angulos sunt latera,ei proportionalia habet. Simile igitur est (per primam diffinitionem sexti α θ,rectilineum,ipsi γ ε,rectilineo. A data igitur recta linea α β,dato rectilineo γ ε,simile,similiterq; positum rectilineũ descriptum est α θ, quod facere oportebat.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 19

19 Similia triangula,adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis.

THEON ex Zamberto. *Sint similia triangula α β γ,& δ ε ζ,æqualem habentia eum qui ad β,angulum ei qui ad ε,sicutque α β,ad β γ,sic δ ε,ad ε ζ,ita ut β γ,& ε ζ,similis rationis sint. Dico quod triangulum α β γ,ad triangulum δ ε ζ,duplicem habet rationem,quàm β γ,ad ε ζ. Sumatur namque (per 10 sexti,) ipsarũ β γ,& ε ζ,tertia proportionalis β η,ut sit sicut β γ,ad ε ζ,sic ε ζ,ad β η, connectaturque α η. Quoniam igitur est sicut α β ad β γ,sic δ ε,ad ε ζ,uicissim igitur (per 16 quinti, sicut α β ad δ ε,sic β γ,ad ε ζ. Sed sicut β γ ad ε ζ,sic est ε ζ,ad β η,& sicut igitur (per 11 quinti.) α β,ad δ ε,sic ε ζ,ad β η. Igitur (per 11 sexti,) α β η,& δ ε ζ, triangulorum reciproca latera: quæ circum æquales angulos. Quorum autem unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos ea quoque sunt æqualia (per eandem) Aequale igitur est triangulum α β η,triangulo δ ε ζ,& quoniam est sicut β γ,ad ε ζ,sic ε ζ,ad β η,si autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint,prima ad tertiam duplicem habebit rationẽ,quàm ad secũdã,igitur β γ,ad β η,duplicẽ rationẽ habet:q; ad ε ζ,(per 10 diffinitionẽ quinti. Sicut aũt γ β,ad β η*



sic

sic (per 1 sexti) αβγ triangulum ad αβε triangulum. Triangulum igitur αβγ ad αβε (per eandem diffinitionem) duplicem rationem habet, quàm βγ ad εζ. Aequale autem est triangulum αβε, triangulo δεζ. Igitur & triangulum αβγ, ad triangulum δεζ duplicem rationem habet, quàm βγ ad εζ. Similia igitur triangula, adinuicem in duplici ratione sunt similis rationis laterum, quod oportebat demonstrare.

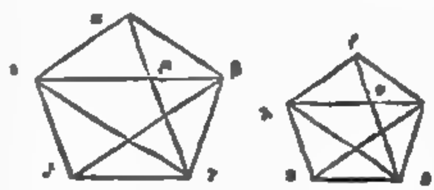
CORRELARIVM. *Ex hoc utrinque manifestum est, quod si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: sicut prima ad tertiam, sic quod à prima triangulum ad id quod est à secunda simile similiterque descriptum: quoniã ostensum est quod sicut γβ ad βε, sic triangulum αβγ ad triangulum δεζ, quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 20.

ὁμόλογα

Similia polygona, in similia triangula diuiduntur, & inæqualia numero, & + æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

ὁμόλογα



THEON *ex Zamberto. Sint similia polygona, αβγδε & ζηθκλ. similis autem rationis, esto αβ ipsi ζη. Dico quod αβγδε & ζηθκλ polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum αβγδε ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quàm αβ ad ζη. Connectantur βε, εγ, ηλ, λθ: & quoniam polygonum αβγδε (per hypothesin) simile est polygono ζηθκλ: æqualis est angulus βαε ei qui sub ηζλ est angulo, & est sicut βα ad αε, sic ηζ ad ζλ. Quoniã igitur duo triangula sunt αβε & ζηλ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia: æquiangulum igitur est (per sextam sexti) triangulum αβε triangulo ζηλ: quare & simile. Aequalis aũt est & angulus αβε, angulo ζηλ: est autem & totus αβγ, toti ζηθ æqualis, propter similitudinẽ polygonorum. Reliquus igitur angulus εβγ, reliquo angulo ληθ est æqualis: & quoniam ob similitudinem ipsorũ αβε & ζηλ triangulorũ, est sicut εβ ad βα, sic λη ad ζη, sed & propter similitudinem polygonorum est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut εβ ad βγ, sic λη ad ηθ: & circum æquales angulos εβγ & ληθ, latera proportionalia sunt: æquiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum εβγ, triangulo ληθ. Quare & triangulum εβγ, ipsi triangulo ληθ est simile. Id propterea etiam (per 1 sexti diffinitionem) triangulum εγδ, simile est triangulo λθκ. Polygona igitur αβγδε & ζηθκλ, in similia triangula diuisa sunt, & æqualia numero.*

Dico insuper quod similis rationis sunt totis, hoc est, quod sunt proportionalia, & quidem antecedentia αβε, εβγ & εγδ sequentia autem illorum ζηλ, ληθ & λθκ, & quod polygonum αβγδε, ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, αβ ad ζη. Connectantur enim αγ & ζθ & quoniam propter similitudinem polygonorum, æqualis est angulus αβγ angulo ζηθ, & est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ. æquiangulum est igitur (per sextam sexti) triangulum αβγ triangulo ζηθ: æqualis igitur est angulus βαγ, angulo ηζθ: & qui sub βγα, ei qui sub ηθζ. & quoniam æqualis est angulus βαμ angulo ηζν: patuit autẽ quod angulus αβμ angulo ζην est æqualis. & reliquus igitur angulus αμβ, reliquo ζνη est æqualis. Aequiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum αβμ, triangulo ζην. Similiter quoque ostendemus quod & triangulum βμγ, æquiangulum est triangulo ηνθ, proportionaliter igitur est (per 4 sexti) sicut quidem αμ ad μβ, sicut ζν ad νη. Sicut autem βμ ad μγ, sic ην ad νθ. Quare ex æquo (per 22 quinti) sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ. Sed sicut αμ ad μγ, sic triangulum αβμ ad triangulum μβγ, & αμε ad εμγ, ad seinuicem enim sunt, sicut bases (per 1 sexti). Et sicut unum antecedentium ad unum sequentium (per 12 quinti) sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Sicut igitur (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) triangulum αμβ ad triangulum βμγ, sic αβε ad γβε. Sed sicut αμβ ad βμγ, sic αμ ad μγ: & sicut igitur (per 11 quinti) αμ ad μγ sic triangulum αβε ad triangulum εβγ. Id propterea, & sicut ζν ad νθ, sic triangulum ζηλ ad triangulum ηλθ. Estque sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ, & sicut igitur (per 11 quinti), triangulum αβε ad triangulum βεγ, sic triangulum ζηλ ad triangulum ηλθ & uicissim (per 16 quinti) sicut triangulum αβε ad triangulum ζηλ: sic triangulum βεγ ad triangulum ηλθ. Similiter quoque ostendemus connexis βδ & ηκ, quod & sicut triangulum εβγ ad triangulum ληθ, sic triangulum εγδ ad triangulum λθκ. Et quoniam est sicut triangulum αβε ad triangulum ζηλ, sic triangulum εβγ ad triangulum ληθ, & etiam triangulum εγδ ad triangulum λθκ, & sicut igitur (per 12 quinti), unum antecedentium ad unum sequentium: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur triangulũ αβε ad triãgulum ζηλ, sic polygonũ αβγδε ad polygonũ ζηθκλ. Sed triangulum αβε ad triangulum ζηλ, duplam rationẽ habet, quam αβ similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia enim triãgula in duplici ratione sunt similis ratiõis laterũ (per 19 sexti) & polygonũ igitur αβγδε ad polygonũ ζηθκλ duplam habet rationẽ, quã αβ similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia igitur polygona

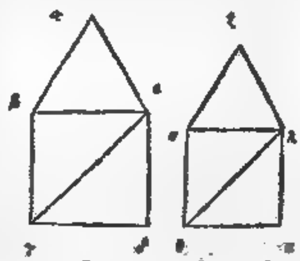
lygona in similia triangula diuiduntur, & inæqualia numero, & æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum ὁμάλογα duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus, quod demonstrare oportebat.

PRIMVM CORRELARIVM Proinde in uniuersum manifestum est, quod similes recti lineæ figuræ adinuicem in dupla sunt ratione, similis rationis laterum, & si ipsarum α β & ζ η propor tionalem accipiamus ξ: ipsa α β ad ξ duplam habet rationem quàm α β ad ζ η: habet autem & poligonũ siue quadrilaterũ ad quadrilaterũ duplam rationẽ, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, α β ad ζ η: patuit autem hoc in triangulis. Similiter autem & in similibus quadratis ostendetur, quod in duplici ratione sunt similis rationis laterũ, patuit autem & in triangulis. Proinde etiam in uniuersum est manifestum, quod si tres rectæ lineæ proportionales fuerint: erit sicut prima ad tertiam: sic quæ à prima species ad eam quæ à secunda similis & similiter descripta est.





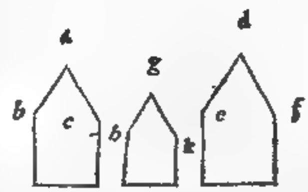
ALITER. Demonstrabimus aliter & expeditius, similis rationis esse triangula. Instituantur enim rursus α β γ δ ε & ζ η θ κ λ polygona: & connectantur β ε, ε γ, η λ, & λ θ. Dico quod est sicut triangulum α β ε ad ζ η λ: sic ε β γ ad λ η θ, & γ δ ε ad θ κ λ. Quoniam enim simile est triangulum α β ε triangulo ζ η λ: igitur (per 19 sexti) triangulum α β ε ad ζ η λ duplam habet rationem quàm β ε ad η λ. Id propterea & triangulum β ε γ, ad triangulum η λ θ duplam habet rationem, quàm β ε ad η λ. Est igitur sicut triangulum α β ε ad triangulum ζ η λ, sic triangulum β ε γ, ad η λ θ. Rursus quoniam triangulum ε β γ, simile est triangulo λ η θ: igitur ε β γ ad λ η θ duplam habet rationem quam γ ε recta linea ad θ λ. Id propterea, & triangulum ε γ δ duplam rationem habet ad triangulum λ θ κ, quàm γ ε ad θ λ. Est igitur sicut triangulum β ε γ ad λ η θ, sic γ δ ε ad λ θ κ. Patuit autem & sicut ε β γ ad λ η θ: sic α β ε ad ζ η λ: & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ ad ζ η λ sic β ε γ ad η λ θ, & ε γ δ ad λ θ κ ad λ θ κ: & sicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum consequẽtium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia: & reliqua ut in priore demonstratione: quod oportebat demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 20.

20 SI fuerint uni superficiei similes, quaslibet superficies sibijnuicem similes esse est.

CAMPANVS. Sit uterq; pentagonorum a b c, d e f, similis pentagono g h k: dico eos esse similes sibijnuicẽ. Est enim uterq; eorum æquiangulus pentagono g h k: per conuersionem diffinitionis similium superficierum: quare sunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuersionem eiusdem diffinitionis, proportio a b ad g h, sicut a c ad g k, & g h ad d e, sicut g k ad d f: ergo per æquam proportionalitatem, a b ad d e, sicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, continentia æquos angulos: esse proportionalia. Per diffinitionem itaque similium superficierum: ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 21.

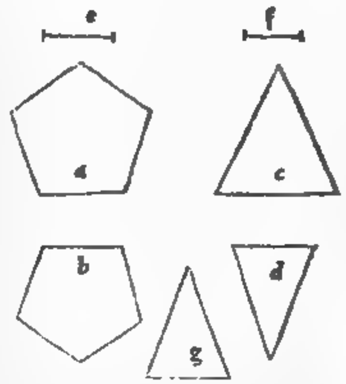
21 Quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem sunt similia.

THEON ex Zamberto. Sit utrunq; ipsorum α, β, rectilineorum, simile ipsi γ. Dico quod & α ipsi β est simile. Quoniam enim simile est α ipsi γ, æquiangulum est & ei (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) & quæ circum æquales angulos sunt latera, proportionalia habet. Rursus quoniam β simile est ipsi γ: æquiangulum igitur est & ei per eandem, & quæ circum æquales sunt angulos latera proportionalia habet: utrunq; igitur ipsorum α, β, ipsi γ æquiangulum est (per 6 sexti: & quæ circa æquales sunt angulos latera habet proportionalia, quare per eandem & α ipsi β æquiangulum est, & quæ circum æquales sunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur est β ipsi α, quod oportebat demonstrare.



Eucli.ex Camp. Propositio 21.

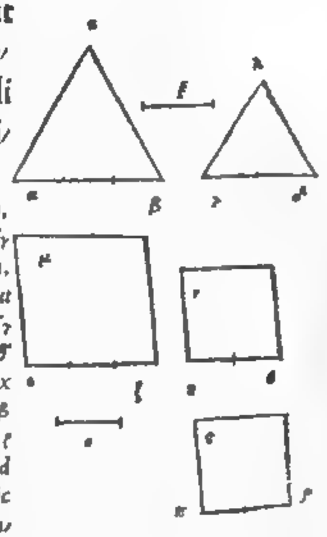
21 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, atque super binas & binas similes superficies designentur, ipsæ quoque superficies erunt proportionales. Si uero super binas & binas, similes superficies constitutæ fuerint proportionales: ipsas quoque lineas proportionales esse necesse est.



CAMPANVS. Si quatuor lineæ proportionales, a, b, c, d, sitque proportio a ad b, sicut c ad d: dico quod si superficies similes constituantur super a & b, utpote duo pentagoni similes, & aliæ similes constituãtur super c & d, utpote duo anguli similes, erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. Quod si fuerint pentagoni similes & similiter triãguli similes, fueritque proportio pentagoni ad pentagonum sicut trianguli ad triangulũ: dico quod erit proportio a ad b sicut c ad d. Subiungantur enim lineis a & b, e, & lineis c & d, f, in cõtinua proportionalitate, sicut docet 10 huius: eritque per 22 quinti, & per æquam proportionalitatem, a ad e, sicut c ad f: quia ergo per correlarium 17 huius, proportio pentagonorum, est sicut a ad e & triangulorum sicut c ad f: erit proportio pentagonorũ sicut triangulorum: & hoc est primũ. Secundum sic patet. Sint duo pentagoni similes, & duo trianguli similes, sitque proportio pentagonorum, sunt triangulorum: dico quod proportio a ad b, est sicut c ad d. Sit enim c ad g, sicut a ad b, hoc enim qualiter fiat, dictum est supra 10 huius, & super g fiat sicut docet 19 huius, superficies similis illi quæ est constituta super lineã c: eritque per præmissam, similis ei quæ constituta est super lineam d: eritque etiam per primã partem huius 21, quæ proportio pentagoni a ad pentagonum b: eadem trianguli c ad triãgulum g: sed eadem erat etiã trianguli c ad triangulum d: ergo per secundam partẽ 9 quinti, triangulus d, est æqualis triangulo g. Et quia sunt similes, erit linea g æqualis lineæ d, per primam partem 17 huius, cum super lineas c d & g sint trianguli: uel secundum partẽ 15: cum fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim nõ producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali: erit itaque c ad d sicut a ad b: quod est propositum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 15. Propositio 22.

22 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint etiam quæ ab eis rectilinea similia similiterque descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea, proportionalia fuerint: ipsæ quoque rectæ lineæ proportionales erunt.



THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ αβ, γδ, εζ, & ηθ, sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Describanturque (per 18 sexti) αβ ipsis αβ & γδ, similia similiterque posita rectilinea καβ & λγδ. Ab ipsis autem εζ & ηθ, per eandem similia similiterque posita rectilinea μζ & νθ. Dico quod est sicut καβ ad λγδ, sic est μζ ad νθ. Sumatur enim inque (per 11 sexti) ipsarũ αβ & γδ tertia proportionalis ξ: ipsarum autem εζ & ηθ, tertia proportionalis ο, & quoniam est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ, sicut autem γδ ad ξ, sic ηθ ad ο: ex æquali igitur (per 22 quinti, sicut αβ ad ξ, sic εζ ad ο. Sed sicut quidem αβ ad ξ, sic & καβ ad λγδ (per correlarium secundum 20 sexti. Sicut autem εζ ad ο, sic μζ ad νθ. Sed iam esto, sicut καβ ad λγδ, sic μζ ad νθ. Dico quod est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Fiat enim (per 12 sexti) sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & describatur (per 18 sexti) ex πρ, utrique ipsorum μζ & νθ simile, similiterque positum σρ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & de*

scripta

pta ſiũt, ab ipſis quidẽ α β, & γ δ, ſimilia ſimiliterq; poſita κ α β, & λ γ δ, ab ipſis autem ε ζ, & π ρ, ſimilia ſimiliterq; poſita μ ζ, & σ ρ, eſt igitur ſicut κ α β, ad λ γ δ, ſic μ ζ, ad σ ρ, poſitũ aũt eſt quod ſicut κ α β, ad λ γ δ, ſic μ ζ, ad ν θ, & ſicut igitur (per 11 quinti) μ ζ, ad σ ρ, ſic μ ζ, ad ν θ, igitur (per 9 quinti) μ ζ, ad utrũq; ipſorũ ν θ, & σ ρ, eãdẽ habet rationẽ, æquale igitur eſt ν θ, ipſi σ ρ. Eſt aũt ei & ſimile ſimiliter poſitũ: æqualis igitur eſt η θ, ipſi π ρ. Et quoniã eſt ſicut α β, ad γ δ, ſic ε ζ, ad π ρ. æqualis autem eſt π ρ, ipſi η θ, eſt igitur ſicut α β, ad γ δ, ſic ε ζ, ad η θ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterque deſcripta, proportionalia erũt, & ſi ab ipſis rectilinea ſimilia ſimiliterq; deſcripta proportionalia fuerint, & ipſæ rectæ lineæ proportionales erunt, quod demonſtraſſe oportuit.

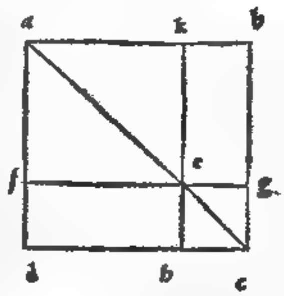
LEMMA. Quod autem ſi rectilinea æqualia & ſimilia fuerint ſimilis rationis latera ipſorum æqualia inuicem ſunt, ſic demonſtrabimus, ſint æqualia & ſimilia rectilinea ν θ, & σ ρ, ſitq; ſicut θ η, ad θ ν, ſic ρ π ad π σ. Dico quod æqualis eſt ρ π, ipſi η θ. Si autem inæquales ſunt, earum altera maior eſt, ſit maior ρ π, quàm θ η, & quoniam eſt ſicut ρ π, ad π σ, ſic θ η, ad η ν, & uiciſſim quoque (per 16 quinti,) ſicut ρ π, ad θ η, ſic π σ, ad η ν, maior autem eſt ρ π, ipſa θ η, maior igitur & π σ, quàm η ν. Quare & ρ σ, maius eſt ipſo θ ν, ſed & æquale (per hypotheſin, quod eſt impoſſibile, inæqualis igitur minime eſt π ρ, ipſi θ η, æqualis igitur. Quod demonſtraſſe oportuit.



Eucli, ex Camp. Propoſitio 22

22 CVnctæ ſuperficies æquidiſtantium laterum, quæ circa diametrũ conſiſtunt, toti parallelogrammo atque ſibi inuicem ſunt ſimiles.

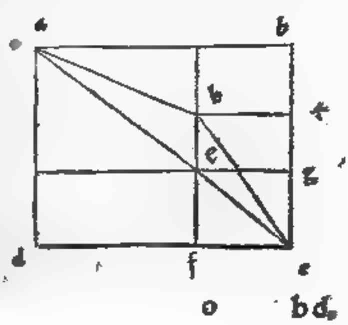
CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d cuius diameter a c, conſiſtant ſuperficies g h & f k æquidiſtantium laterum circa diametrum dico eas eſſe ſimiles toti parallelogrammo & ſibi inuicem, eſt enim per ſecũdã huius, b g ad g c & d h ad h c, ſicut a e ad e c, ergo coniunctim b c ad c g & d c ad c h. ſicut a c ad c e, quare per 11 quinti, b c ad c g: ſicut d c ad c h. ſed etiã ſicut a b ad e g cũ a b ſit æqualis d c, & e g, h c, eodẽ modo erit a d ad e h, ſicut a b ad e g, & d c ad h c, quia ergo iſta parallelogrãma ſunt æquiangula, cõſtat per diffinitionem ſimilium ſuperficierum g h eſſe ſimile b d. Simili quoque modo probatur f k eſſe ſimile eidem, propter hoc qđ b a ad a k & d a ad a f, eſt ſicut c a ad a e per ſecundam huius & coniũctam proportionalitatem, quare per 21 huius f k, eſt etiam ſimile g h, ſitq; patet totum.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 23

23 Si in ſuo ſpatio parallelogrammum partiale diſtinctum toti parallelogrammo ſimile atque ſecundum ſuum illius eſſe fuerit, circa eiuſdem diametrum conſiſtit.

CAMPANVS Sit ut in parallelogrammo b d ſit diſtinctum parallelogrammum f g, quod ſit ei ſimile & ſecũdum ſuũ eſſe id eſt participãs cum eo in angulo c. dico quod parallelogrammum f g conſiſtit circa diametrum parallelogrãmi b d, & eſt hæc conuerſa præcedentis, producam enim a e c, quæ ſi fuerit diameter parallelogrãmi b d, conſtat propoſitũ. Sin autem ſit a h c diameter eius, & ducatur h k: æquidiſtãs f c, eritque per præmiſſam parallelogrammum f k, ſimile parallelogrammo b d, ergo per conuerſionem diffinitionis ſimilium ſuperficierum proportio b c ad k c, eſt ſicut d c ad f c: ſed per eandem conuerſionẽ dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c eſt ſicut d c ad f c: propter id quod parallelogrammum f g, poſitum eſt ſimile parallelogrãmo b d,

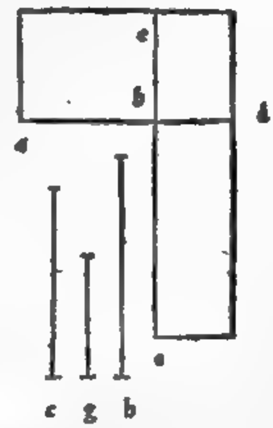


b d,ergo per 11 quinti proportio b c ad g c,est sicut b c ad k c,utraque enim est sicut d e ad f e.quare per secundã partẽ nonæ quinti,g c est æqualis K c pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur a e c diameter paralellogrammi b d,quod est propositum.

Eucli.ex Camp. Proposítio 24.

24 Omnium duarum superficierum æquidistantium laterum quarum u-nus angulus unius uni angulo alterius æqualis proportio alterius ad alte-ram, est quæ producitur ex duabus proportionibus suorum laterũ duos æquos angulos continentiũ.

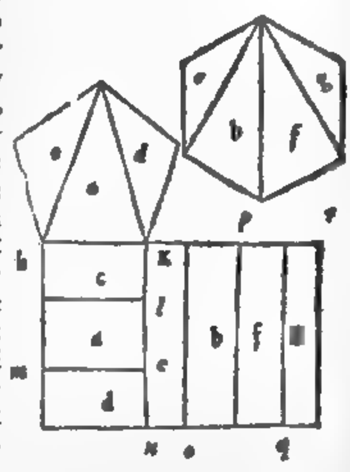
CAMPANVS Sint duæ superficies æquidistãtium la-terum,a c & e d,sitque angulus b unius, æqualis angulo b alterius,dico quod proportio unius ad alterã produ-cta ex proportione a b ad b d.& c b ad e,disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in 15 huius adiuncto ad utranque parallelogrammo c d. & ponã ut proportio lineæ f ad lineam g,sit sicut a b ad b d,& g ad h sicut c b ad b e,qualiter enim hoc fiat, dictum est supra 10 huius,eritque per primam huius & 11 quinti,a c ad c d, sicut f ad g,& c d,ad d e,sicut g ad h,quare per 22 quinti e-rit in æqua proportionalitate a c ad d e: sicut f ad h:& quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h,ut dictum est in fine expositionis 11 diffinitionis quinti:erit ut a c ad d e, producatur ex eisdem.quare constat propositum.

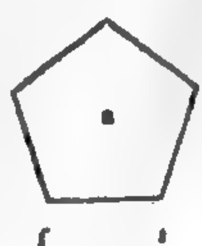


Eucli.ex Camp. Propositio 25

25 Datæ superficiei similem,aliĳq; propositæ æqualem designare.

CAMPANVS Sint propositæ duæ superficies rectilineæ. A. pentagona. B. hexago-na:uolo facere unam superficiem similem A,& æqualem B,utramq; propositarum su-perficierum resoluo in triangulos. A quidem in triangulos a c d. B uero,in triangulos e b f g. & super basin trianguli a,quæ sit h K:cõstituo se-cũdũ doctrinã 44 primi superficiẽ æquidistãtiũ laterũ rectãgulã,æqualẽ c: quæ sit h l, & l m æqualẽ d,ut sit to ta superficies:æquidistãtiũ laterũ h n, cõstituta super basin k:æqualis pentagono A. Eodem modo super li-neam K n quæ est secundũ latus huius superficiei h n, constituo aliã superficiem rectangulam æqualem he-xagono B:quia facio K o æqualem e:& o p:æqualem b: & p q,æqualem b f:& q r,æqualẽ g:ut sit tota rectangu la superficies n r,æqualis hexagono B,& pono per 9 hu ius,lineã s t,proportionalẽ inter lineã h K & lineã K r,& super eam secundũ doctrinã 19 huius,constituo super ficiem u similem superficiei A,dico ipsam esse quã quæ rimus,& æqualẽ superficiei B. Cum enim tres lineæ h k s t,& k r sint continue proportionales,& super primã & secundam sint constitutæ superficies similes uideli-cet A & u,erit per correlariũ 17 huius. A ad u, sicut h K ad k r,quare (per primã huius) sicut h n ad n r.& ideo per primam partẽ 7 quinti,sicut A ad n r. & propter hoc per secundã partẽ eiusdẽ,sicut A ad B.itaque per secundã partẽ 9 quinti u est æqualis B:quod est propositum. Hoc etiam possu-mus ex permutata proportionalitate facile probare: quia cũ sit A ad u sicut h n ad n r: erit permutatim A ad h n sicut u ad n r.& quia A est æqualis h n: erit u æqualis n r:quare u est etiam æqualis B per hanc cõmunẽ scientiã:quæcũq; uni & eidẽ sunt æqualia,inter se sunt æqualia. Nõ est autem necessarium ut superficies h l,l m:& m n æqui distantium laterũ æquales triangulis c a d:aut superficies k o,o p,p q & q r æquales triangulis e b f h,sint rectangulæ:sed ut angulus ex





trin-

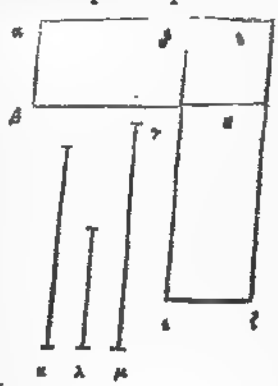
trinsecus superficiei l m, sit æqualis angulo intrinseco superficiei l h: & extrinsecus m n intrinseco m l. Similiter quoque ut extrinsecus superficiei k o, sit æqualis intrinseco superficiei h n, & extrinsecus o p, intrinseco k o, sicq; de cæteris. Cũ enim sic fuerit erit unaquaque linearum k n & sibi opposita h m, itemque h r, & sibi opposita n q, linea u-na per ultimam partem 29 primi & per 14 eiusdem quoties oportuerit æqualiter repetitas, propter id quod omnes superficies h l, l m, & m n, itemq; k o, o p, p q, & q r, sunt æquidistantium laterum, & angulus extrinsecus cuiusque sequentis est æqualis intrinseco eam præcedentis, quare duæ superficies h n & n r, erunt æquidistantium laterum & inter lineas æquidistãtes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto sequentes propositiones, præcedentibus quatuor ex Campano ordine peruerso respondent, prima tertiæ, secunda primæ, tertia quartæ, quarta secundæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 23

23 Æquiangula parallelogramma rationem adinuicem habent compositam ex lateribus.

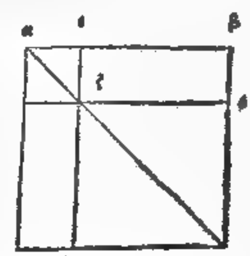
THEON ex Zamberto. *Sint æquiangula parallelogramma α γ, & γ ζ, æqualem habentia angulum β γ δ, angulo ε γ η. Dico quod parallelogrammũ α γ, ad parallelogrammũ γ ζ, rationẽ habet compositã ex lateribus, hoc est ex ea, quàm habet β γ, ad γ η, & ex ea, quã habet δ γ, ad γ ε. Ponatur enim, (per 14 primi,) ut sit in rectas lineas β γ, ipsi γ η, in rectas lineas igitur est (per eadẽ) δ γ, ipsi γ ε. Cõpleaturq; parallelogrãmũ δ η, & ponatur quædã recta linea, κ, & fiat (per 11 sexti,) sicut quidẽ β γ, ad γ η, sic κ, ad λ, sicutq; δ γ, ad γ ε, sic λ ad μ, proportiões igitur ipsius κ, ad λ, & ipsius λ, ad μ, eædẽ sunt ipsis rationibus laterum β γ, ad γ η, & ipsius δ γ, ad γ ε. Sed ipsius κ, ad μ, ratio, componitur ex ratione ipsius κ, ad λ, & ipsius λ, ad μ. Quare & κ ad μ, rationẽ habet compositã ex lateribus. Et quoniã est sicut β γ, ad γ η, sic α γ, parallelogrãmum ad γ θ (per primam sexti,) sed sicut β γ, ad γ η, sic κ, ad λ, & sicut igitur (per 11 quinti,) κ, ad λ, sic α γ, ad γ θ. Rursus quoniã est sicut δ γ, ad γ ε, sic γ θ, parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrammum, sed sicut δ γ, ad γ ε, sic λ, ad μ. & sicut igitur (per eandẽ) λ ad μ, sic γ θ, parallelogrammum ad γ ζ, parallelogrammũ. Quoniã igitur ostensum est quod sicut quidẽ κ ad λ, sic α γ, parallelogrammũ ad γ θ, parallelogrammũ, sicut aũt λ ad μ, sic γ θ, parallelogrãmũ, ad γ ζ, parallelogrãmũ: ex æquo igitur (per 22 quinti) sicut κ ad μ, sic α γ parallelogrammũ ad γ ζ, parallelogrãmũ. At κ ad μ, rationem habet compositam ex lateribus, & α γ, parallelogrammum igitur ad γ ζ rationem habet confectam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma adinuicem rationem habent compositam ex lateribus, quod demonstrare oportebat.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 24

24 Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma, similia sunt toti. & adinuicem.

THEON ex Zamberto. *Sit parallelogrammum α β γ δ, dimetiens uero illius α γ, circum autem α γ, parallelogramma sint ε η, & θ κ. Dico quod utrumque ipsorum ε η, & θ κ, parallelogrammorum, simile est toti α β γ δ, & adinuicem. Quoniam enim trianguli α β γ. ad unum latus β γ, acta est parallelus ε ζ, proportionaliter est (per 2 sexti,) sicut γ ζ, ad ζ α, sic δ η, ad η α. Sed sicut γ ζ, ad ζ α, sic ostensa est & β ε, ad ε α. Et sicut igitur (per 11 quinti) β ε, ad ε α, sic δ η, ad η α, & componendo igitur (per 18 quinti) sicut β α, ad ε, sic δ α, ad α η, & per 16 quinti) sicut β α, ad α δ, sic ε α, ad α η: parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε η: proportionalia sunt latera, quæ circum communẽ angulum β α δ sunt: & quoniam parallelus est η ζ, ipsi δ γ, æqualis est (per 19 primi) angulus α η ζ, angulo α δ γ, & qui sub η ζ α, ei qui sub δ γ α, & communis duorum triãgulorũ α δ γ, & α ζ η: angulus qui sub δ α γ. Aequiangulũ igitur est triangulũ δ α γ, triangulo α η ζ. Idq; propterea, & triangulũ α β γ, æquiãgulum est triangulo α ε ζ, & totum α β γ δ, parallelogrammum ipsi ε η, parallelogrãmo æquiangulum est, proportionaliter igitur est (per 4 sexti) sicut α δ, ad δ γ, sic α η, ad η ζ, sicutq; δ γ, ad γ α, sic η ζ, ad ζ α. Sicut autem α γ, ad γ β, sic α ζ, ad ζ ε, & insuper sicut γ β, ad β α, sic ζ ε, ad ε α & quoniam ostensum est sicut quidem δ γ ad γ α, sic η ζ, ad ζ α, sicut uero α γ, ad γ β, sic α ζ ad ζ ε: ex æquo igitur est (per 22 quinti) sicut δ γ ad γ β, sic η ζ, ad ζ ε. Parallelogrammorum igitur α β γ δ, & ε η, proportionalia sunt latera:*

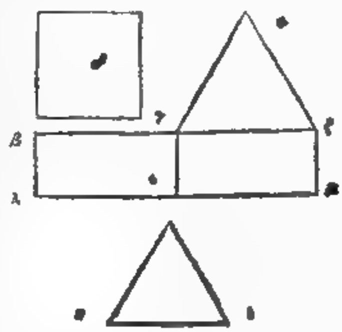


quæ circum æquales angulos. Simile igitur est (per primam diffinitionẽ sexti) parallelogrammũ α ϐ γ δ, parallelogrammo ε η. Id propterea, & parallelogrammum α β γ δ, parallelogrammo κ θ, est simile, utrumq; igitur ipsorum ε η & θ κ, parallelogrammorum, ipsi α ϐ γ δ, parallelogrammo simile est. Quæ autem eidem rectilineo similia, & sibi inuicem sunt similia (per 21 sexti) igitur & ε η, parallelogrammum ipsi θ κ, parallelogrammo simile est. Omnis igitur parallelogrammi quæ circa dimetientem parallelogrãma, similia sunt toti & adinuicem, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Problema 7 Propositio 25

25 Dato rectilineo simile, & aliĳ dato æquale idem constituere.

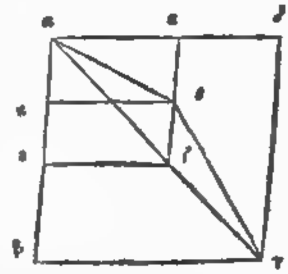
THEON ex Zamberto. *Sit quidem datum rectilineum cui oportet simile constituere, α ϐ γ, cui autem oportet æquale, δ, oportet iam ipsi α β γ, simile, ipsi autem δ æquale, idem constituere, prætendatur (per 44 primi) igitur ad β γ, ipsi triangulo α ϐ γ, æquale: parallelogrammum ϐ γ, & ad γ ε, ipsi δ, æquale parallelogrammum γ μ, in angulo qui sub ζ γ ε. qui æqualis est ei qui sub γ θ δ. In rectam lineam igitur est (per 14 primi, ϐ γ, ipsi γ ζ: & λ ε, ipsi ε μ. Sumaturq; (per 13 sexti,) ipsarum β ε, & γ ζ, media proportionalis η θ, describaturq; (per 18 sexti, ex η θ, ipsi α ϐ γ, simile, similiterq; positum κ η θ. Et quoniam est sicut ϐ γ, ad η θ, sic η θ, ad γ ζ. si autem tres fuerint rectæ lineæ proportionales sicut prima ad tertiam sic quæ à prima est species ad eam quæ à secũda similis similiterq; descripta: est igitur (per correlarium secundũ 20 sexti) sicut β γ, ad γ ζ, sic triangulum α β γ, ad triangulum κ η θ. Sed sicut ϐ γ, ad γ ζ, sic ϐ ε, parallelogrã mum ad ε ζ, parallelogrammum. Et sicut igitur (per primam sexti) triangulum α β γ, ad triangulum κ η θ, sic ϐ ε, parallelogrammum ad ε ζ, parallelogrammum: uicissim quoque igitur (per 16 quinti) sicut triangulum α ϐ γ, ad ϐ ε, parallelogrammum, sic triangulum κ η θ, ad parallelogrammum ε ζ, æquale autem est triangulum α β γ, parallelogrammo ϐ ε, æquale igitur est triãgulum κ η θ, ipsi ε ζ, parallelogrammo: sed parallelogrammum ε ζ, ipsi δ est æquale, & κ η θ, igitur, ipsi δ est æquale, est autem κ η θ, ipsi α β γ simile, Dato igitur rectilineo α β γ, simile, & aliĳ dato δ, æquale, idem κ η θ, constitutum est, quod facere oportebat.*



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 26

26 Si à parallelogrãmo parallelogrammũ auferatur, simile toti & similiter positum, communem angulũ habẽs ei, circũ eundẽ dimetientem est toti.

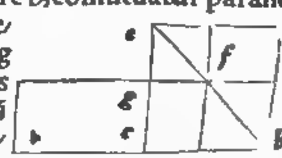
THEON ex Zamberto. *A parallelogrammo enim α β γ δ, parallelogrãmum auferatur α ζ, simile ipsi α β γ δ, & similiter positum, cõmunem angulũ habens ei qui sub δ α β. Dico quod circum eandem diametrum est α ϐ γ δ, ipsi α ζ. Non enim: at si possibile est, sit eorum dimetiens α η γ, & excitetur (per 31 primi, ab η utrique ipsarum α δ, & ϐ γ, parallelus θ κ. Quoniã igitur circum eandem dimetientem est α β γ δ, ipsi κ η, simile est (per 24 sexti,) α ϐ γ δ, ipsi κ η, est igitur sicut δ α, ad α ϐ. sic η α, ad α κ, (per conuersionem 1 diffinitionis sexti. Est autẽ propter similitudinem ipsorũ α β γ δ, & ε η, sicut δ α, ad α β, sic η α, ad α ε. Igitur per 9 quinti,) η α, ad utrãque ipsarum α κ, & α ε, eandem habet rationem, æqualis igitur est α κ, ipsi α ε, minor maiori, quod absurdum est. Igitur α ϐ γ δ, non est circa eandem dimetientem ipsi κ η. Circa eandem igitur dimetientem est α ϐ γ δ, parallelogrammum, ipsi α ζ, parallelogrammo. Si à parallelogrammo igitur parallelogrãmũ auferatur, simile toti & similiter positum cõmunem angulũ habens ei, circa eandem dimetientem est toti. Quod ostendere oportebat.*



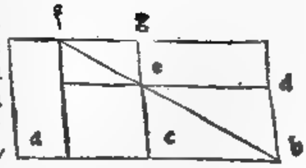
Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammum designatum. maius est eo parallelogrammo cui datæ lineæ applicato deest ad completionem lineæ simile & super diametrum consistens super dimidium collocati.

CAMPANVS Sit data linea a b, super cuius dimidium c b, constituatur parallelogrammũ c d, cuius diameter b e, & ad lineam a b applicetur parallelogrãmũ a f, cuius unũ latus secet e c in pũcto g ita quod ad complementũ totius lineæ a b desit superficies f b quæ sit similis, superficiei c d, & cõsistens circa diametrũ eius dico tũc ꝙ parallelogrãmũ c d est maius parallelogrãmo a f. Est enim per 1 huius, a g: æquale g b, & per 43 primi, c f æquale f d, ergo per hãc cõmunẽ sciẽtiã si æqualibus æqualia addas tota quoꝗ fient æqua-



æqualia,erit gnomo constans ex tribus parallelogrammis quæ sunt c f,f b,& f d,æqualis parallelogrãmo a f,quare parallelogrammũ c d,est maius parallelogrãmo a f,in parallelogrammo e f,quod est propositũ. Idẽ etiã esset si superficies a f fieret altior superficie c d:ut uidere potes in secũda figura in qua etiã per primã huius a g:est æquale g b:demptis itaq; utrinq; duobus supplemẽtis superficiei f b: excedet parallelogrammum c d,parallelogrammũ a f in parallelogrammo f e.



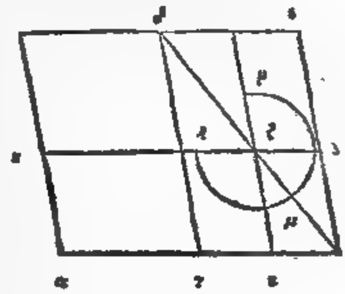
Eucli.ex Zamb. Theorema 20 Propositio 27

27 Omnium parallelogrammorũ ad eandem rectam lineã* proiectorum deficiẽtiumq; * specie parallelogrammis,similibus,similiterq; positis ei quod à dimidia descriptum est,maximum est quod à dimidia proiectum parallelogrammum simile existẽs* sumpto,

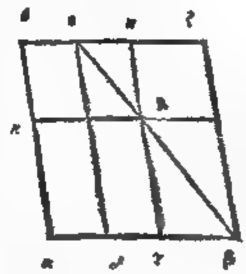
παραβαλλομένων applicatorum. εἴδεσι,id est figuris

ἐλλείμματι,id est defectui

THEON ex Zãb. *Sit recta line.. α β,& secetur(per 10 primi,)bifariam in γ,prætenditur quoque (per 18 sexti,ad α β,rectam lineam,parallelogrammũ α δ,deficiens specie parallelogrammo δ β,simili,similiterq; descripto ei quod à dimidia ipsius α β,hoc est γ β. Dico quod omniũ ad α ϵ,comparatorum parallelogrammorum & deficiẽtium specie parallelogrammis similibus similiterq; positis ipsi δ ϵ,maximum est α δ. Prætendatur enim ad α β,rectam lineam parallelogrãmũ α ζ,deficiens specie parallelogrãmo ζ ϵ,simili similitèrque posito ipsi δ ϵ. Dico quod maius est α δ,ipsò α ζ. Quoniã enim simile est δ β, parallelogrammũ ipsi ζ β,parallelogrãmo:circũ eandẽ igitur sunt demetientẽ (per 36 sexti,excitetur eorũ dimetiens δ ϵ,& describatur figura. Quoniam igitur(per 42 primi)æquũ est ζ γ,ipsi ζ ι,cõmune apponatur ζ β, totũ igitur γ θ.toti κ ι,est æquale. Sed γ θ,ipsi γ κ,est,æquale(per 36 primi)quoniã & recta α γ,rectæ α ϵ æqualis. Igitur κ γ,ipsi & ι κ,est æquale. Cõmune apponatur γ κ,totũ igitur α ζ,toti λ μ ν, gnomoni est æquale. Quare parallelogrãmũ δ ϵ,hoc est α δ,hoc est α δ,ipso α ζ.parallelogrãmo maius est,omnium igitur ad eandem lineam consistentium parallelogrammorũ & deficientium specie parallelogrammis,similibus,similitèrque positis ei quod à dimidia describitur:maximũ est quod à dimidiacomparatum est, quod oportebat demonstrare.*

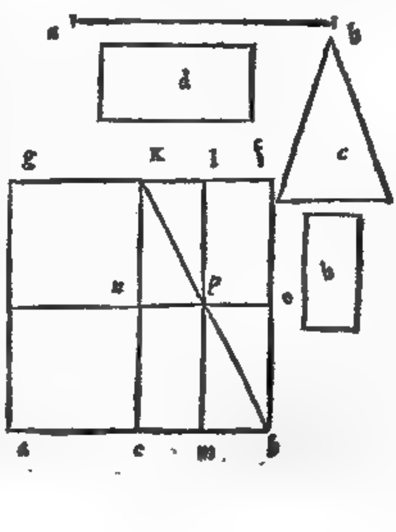


ALITER *Sit enim rursus α β,dissecta bifariam in γ,& comparatũ α λ,deficiens specie ipso λ ϵ. Compareturq; rursus ad α β,parallelogrammũ α ι,deficiens ipso ι β,simili similiterq; posito ipsi λ ϵ,quod à dimidia fit ipsius α β. Dico quod à dimidia comparatum,α λ maius est ipso α ι. Quoniã enim simile est ι ϵ::ipsi λ ϵ,circum eãdem dimetientem sunt(per 26 sexti. Sit eorum demetiens ι ϵ,describaturq; figura,& quoniã æquũ est λ ζ,ipsi λ θ,quoniã & rectæ ζ κ,rectæ κ θ,est æqualis:maius igitur est λ ζ. ipso κ ι,æquũ autem est λ ζ ipsi δ λ,maius igitur est & δ λ.ipso κ ι,commune esto κ δ. totum igitur α λ,toto α ζ,maius est quod demonstrare oportebat.*



Eucli.ex Camp. Propositio 27

27 TRilatera superficie ꝑposita æquũ ei super quãlibet assignatã lineam parallelogrãmũ designare, cui desit ad cõplendã lineã alij superficiei propositæ simile parallelogrammũ quod secundum eiusdẽ suũ esse parallelogrãmo super dimidium datæ lineæ collocato minime maius existat.



CAMPANVS Sit assignata linea a b.& propositus triangulus c, propositumq; parallelogrammũ d. uolo super lineam a b:designare parallelogrammum æquale triangulo c,ita quod desit ad cõplendam

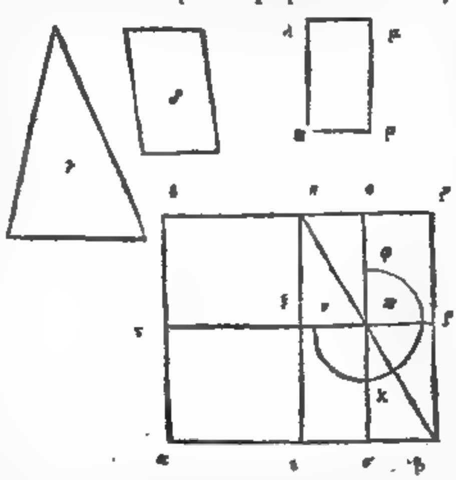
dam lineam a b parallelogrammũ ſimile d:& ſit ita conditionatum quod triangulus c non ſit maior parallelogrãmo ſimili d.collato ſuper dimidium lineæ a b. alioquin ad impoſſibile laboraretur.per præmiſſam. Diuido igitur lineã a b per æqualia in pũcto e & ſecũdũ doctrinã 19 huius ſuper eius eius medietatẽ b e cõſtituo parallelogrammũ c f ſimile d,& cõplebo ſuper totã lineã a b:parallelogrãmũ b g. Quia igitur c nõ eſt maior parallelogrãmo e f,ſed æqualis ei aut minor ſicut poſitũ eſt.ſi fuerit ei æqualis,erit parallelogrãmũ e g quale intẽditur per 36 primi coadiuuãte prima parte 9,& per diffinitionẽ ſimiliũ ſuperficierũ & 20 huius. Si aũt minor,ſit minor in ſuperficie aliqua, cui æqualis & ſimilis d fiat ſecũdũ doctrinã 2. huius quæ ſit h.eritque h ſimilis e f per 20 huius.quare per cõuerſionẽ diffinitionis,æquiangula ſibi & proportionaliũ laterũ.protrahã igitur in parallelogrãmo e f diametrũ b k,& reſecabo latera k f,& e k ſuperficiei e f,ad mẽſurã laterũ ſuperficiei h. protractis lineis l m & n o æquidiſtantibus lateribus ſuperficiei e f.ſecantibus ſe in pũcto p,ut ſuperficies k p ſit æqualis & ſimilis ſuperficiei h eritq́; per 23,huius pũctũ p,in diametro k b:protracta itaq; o n uſq; ad a d.dico parallelogrãmũ a p eſſe quale proponitur. Deeſt enim ſibi ad cõplementũ lineæ a b parallelogrammũ p b,quod per 22 & 20 huius eſt ſimile parallelogrãmo d. Sed ipſum etiã parallogrãmũ a p eſt æquale triãgulo c Eſt enim per primã huius,a n æquale n b,ergo per 43 primi,& hãc cõmunẽ ſcientiã ſi æqualibus æqualia addas,tota quoque fient æqualia, parallelogrãmũ a p:eſt æquale gnomoni n b l,& quia iſte gnomo eſt æqualis triãgulo c propter id quod parallelogrammum e f poſitum fuit eſſe maius triangulo c in parallelogrammo h,quod eſt æquale parallelogrammũ k p,patet propoſitum.

Eucli.ex Zamb. Problema 8 Propoſitio 28

28 Ad data rectã lineã dato rectilineo æquale parallelogrãmũ cõparare,deficiẽs ſpecie paralellogrãmo ſimili dato. Oportet iã datũ rectilineũ cui* expedit æquũ cõparare,nõ maius eſſe eo qđ à dimidia cõparatũ ſimilibus exiſtẽtibus ſũptis & eius quod à dimidia & cui expedit ſimile deficere,

Margin: δ Ai δ oportet δ

THEON ex Zãb. *Sit quidẽ data recta linea α β. datũ uero rectilineũ cui oportet æquũ prætẽdere ad α β. ſit illud γ,nõ maius exiſtẽs eo quod à dimidia cõparatũ eſt ſimilibus exiſtẽtibus ſũptis,cui autẽ expedit ſimile deficere, δ,oportet iã ad datã rectã lineã α β,dato rectilineo γ æquale parallelogrãmũ prætẽdere deficiẽs ſpecie parallelogrãmo ſimili exiſtẽte ipſi δ. Secetur,(per 10 primi) α β bifariã in ſigno ε. Deſcribaturq́;(per 18 ſexti,ab ε β,ipſi δ,ſimile ſimiliterq́; poſitũ ε β ζ η. Cõpleaturq́; α η,parallelogrãmũ. Iã α η, aut æquũ eſt ipſi γ,aut eo maius per determinationẽ. Si quidẽ igitur æquũ eſt α η,ipſi γ,quod quærimus factũ iam eſt. Cõparatũ ſiqdẽ eſſet ad datã rectã lineã α β, dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ α η deficiẽs ſpecie parallelogrãmo η β,ſimili ipſi δ. Si aũt nõ eſt maius θ ε,q̃ γ,æquale autẽ θ ε, ipſi η β,maius igitur & η β,quã γ Quo aũt maius eſt η β,quã γ,tali exceſſui(per 25 ſexti) æquale,ipſi δ,ſimile ſimiliterq́; poſitũ idẽ cõſtituatur κ λ μ ν Sed ipſi η β,ipſum δ eſt ſimile. & κ μ,igitur,ipſi η β,eſt ſimile. Eſto igitur ſimilis rationis κ λ,ipſi η ε,& λ μ,ipſi η ζ. Et quoniã æquũ eſt η β,ipſis γ κ μ,maius igitur eſt η β,quàm κ μ. Maior igitur eſt η ε,quàm κ λ,& η ζ,quàm λ μ,ponatur(per 11 primi)ipſi qdẽ κ λ æqualis η ξ,ipſi aũt λ μ,æqualis η ο,& cõpleatur parallelogrãmũ ξ η ο π. Aequũ igitur eſt & ſimile η π ipſi κ μ. Sed κ μ,ipſi η β.eſt ſimile,& η π igitur ipſi η β,eſt ſimile. Circũ eãdẽ dimetientẽ,(per 26 ſexti)igitur,eſt η π,ipſi η β, Sit eorũ dimetiẽs η π β,& deſcribatur figura. Quoniã igitur æquũ eſt β η,ipſis γ & κ μ quorũ η π ipſi κ μ.eſt æquale reliquus igitur υ φ χ,gnomon reliquo γ eſt æqualis,& quoniam æquum eſt ο ρ. Totum igitur ο β,toti ξ β,eſt æquale. Sed ξ β.ipſi τ ε, ſt æquale:quoniã & latus α ε,lateri ε β,eſt æquale,& τ ε,igitur,ipſi ο β.eſt æquale. Cõmune applicetur ξ ζ,totum igitur τ σ toti φ χ υ,gnomoni æquũ eſt. Sed φ χ υ gnomon ipſi γ,oſtẽſum eſt quod eſt æqualis,& τ σ igitur:ipſi γ æquũ eſt Ad datam rectã lineã igitur α β,dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ comparatum eſt τ σ deficiens ſpecie parallelogrãmo π β,ſimili exiſtẽti ipſi δ,quoniam π β,ipſi η π,ſimile eſt. Quod erat propoſitum.*

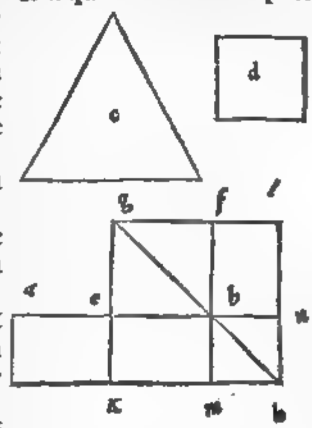


Eucli.ex Camp. Propoſitio 30

30 SVper datã lineã datæ ſuperficiei trilateræ æquũ parallelogrãmũ cõſtituere,quod addat ſuper cõpletionẽ datæ lineæ ſuperficiem æquidi-

quidistantium laterum datæ superficiei æquidistantium laterum similem.

CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b,& datus triãgulus c,datũq́ parallelogrã/mum d,uolo super lineã a b cõstituere parallelogrammũ æquale triãgulo c,quod ad/dat super totã lineã a b,parallelogrãmũ simile d. Diuido lineã a b per æqualia in pun/cto e,& super eius medietatẽ e b,facio e f similẽ d,secundũ quod docet 19 huius,& secun dum doctrinã 25 huius,facio k l cuius diameter g h,similẽ d & æqualẽ duabus superfi/ciebus e f & c,eritq́ per 20 huius k l similis e f. Superposi/ta igitur superficie k l superficiei e f ita quod ambæ cõmu nicent in angulo g:erit per 25 huius superficies e f, cõsistẽs circa diametrũ superficiei k l:quare punctũ b est in diame tro g h,cõplebo igitur parallelogrãmũ a h:quod dico esse quale proponitur,quod cõstat protractis linea f b usque ad m,& linea e b,usque ad n. Est enim per primã partẽ hu ius,a k æquale k b,& ideo per 43 primi est etiã æquale n f, addito ergo utriq; e h.erit per cõmunẽ sciẽtiã a h æqua le gnomoni e h f,sed iste gnomo est æqualis triãgulo c,quia parallelogrãmũ k l positum fuit æquale duabus superfi/ciebus c & e f,ergo parallelogrammum a h est æquale c, & addit ad cõplementum lineæ a b parallelogrammum m n,quod per 22 & 20 huius est simile parallelogrãmo d,qua/re cõstat perfectum esse quod uolumus.

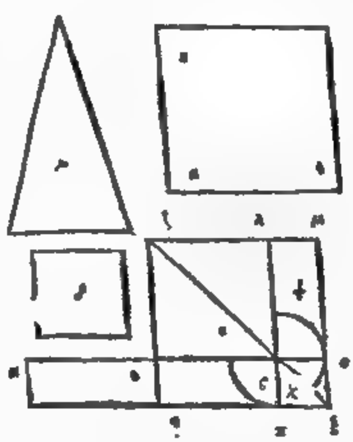


CAMPANI additio Possumus aut ad lineam datam adiũ gere parallelogrammum æquale nõ solũ trilateræ super/ficiei positæ,sed & cuiuslibet rectilineæ figuræ propositæ quæcũq; ipsa fuerit:cui desit ad cõplendã lineã datã superficiei æquidistãtiũ laterũ propositæ sicut docet præmissa, obseruata cõditione eius ne laboretur ad impossibile per ante præmissam, uel qd' ad/dat super cõpletionẽ lineæ superficiẽ æquidistantiũ laterũ similẽ superficiei propositæ sicut proponit cõclusio præsens Propositã enim superficiem cui æquale parallelogrã mum debet ad lineã datã adiũgi quod addat aut diminuat ad cõpletionẽ lineæ paral/lelogrammũ simile parallelogrãmo dato: resoluemus in triãgulos,& ipsis mediãtibus describemus superficiẽ æquidistãtiũ laterum, totali superficiei propositæ æqualẽ, hoc autẽ qualiter fiat & si scire uolueris:require 25 huius. Dehinc super duplũ basis eius æ/qualis altitudinis triãgulũ cõstituemus,quẽ(si 44 primi diligẽter inspexeris) parallelo grammo prius designato inuenies esse æqualẽ,quare & superficiei propositæ,huic er/go triãgulo si æquale parallelogrãmũ ad lineam datã adiũxeris quod addat ad cõple/mentum lineæ aut minuat parallelogrammũ simile parallelogrãmo dato secundũ qd' docet hæc & præmissa:quod propositũ erat te perfecisse non dubites.

Eucli.ex Zamb. *Problema 9* *Propositio 29*

29 Ad datã rectã lineam, dato rectilineo æquale parallelogrãmũ prætẽde re.excedẽs specie parallelogrãmo simili dato.

THEON ex Zãb. *Sit quidẽ data recta linea α β,datũ uero rectilineũ cui expedit ad α β,æquale parallelogrãmũ prætẽdere γ. Cui aũt oportet simile prætẽdere δ,oportet iã ad α β,rectã lineã ipsi γ,rectilineo æquum parallelogrãmũ prætẽdere excedẽs specie parallogrãmo simili ipsi δ. Secetur (per 10 primi,) α β,bifariã in ε,& describatur (per 6 sexti) ex ε β ipsi δ simile similiterq; positũ parallelogrãmũ β ζ,& ambobus qdẽ β ζ γ æquale,ipsi,aũt δ,simile similiterq; positũ,idẽ cõstituatur η θ,Simile igi tur est η θ,ipsi β ζ. Similis aũt ratiõis esto κ θ,ipsi ζ λ,& κ η,ipsi ζ ε. Et quo niã maius est η θ,ipso ζ β,maior igitur est quidẽ κ θ,ipsa ζ λ. & κ η,ipsa ζ ε. Extendãtur ζ λ,& ζ ε,& ipsi quidẽ κ θ,æqualis esto ζ λ μ,ipsi autẽ κ η, æqualis esto ζ ε ν. Cõpleaturq; μ ν. Igitur μ ν,ipsi η θ,æquũ est & simile, sed η θ,ipsi ε λ. est simile. Igitur (per 26 sexti. μ ν ipsi ε λ. est simile, circum igitur eãdẽ diametrũ cõsistũt ε λ & μ ν. Excitetur eorũ dimetiẽs ζ ξ. & de scribatur figura. quoniã igitur æquũ est ζ θ ipsis ε λ et γ. sed η θ,ipsi μ ν, est æquale,& μ ν igitur ipsis ε λ γ,est æquale. Cõmune auferatur ε λ,reli quus igitur ψ χ φ gnomõ ipsi γ est æqlis. Et quoniã α ε,ipsi ε β:est æqlis æquũ est per 36 primi et α ν ipsi ν β hoc est (per 43 primi ipsi λ ο cõe ape*

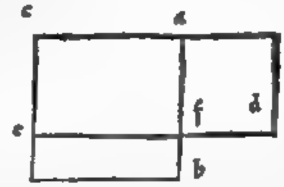


ponatur ε ζ, totum igitur α ζ, æquum eſt ipſi φ χ ψ, gnomoni. Sed φ χ ψ gnomon æqualis eſt ipſi γ. Igitur α ζ, ipſi γ eſt æquale. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato rectilineo γ, æquale parallelogrammum comparatum eſt α ζ, excedens ſpecie parallelogrammo π ο ſimili exiſtente ipſi δ. Igitur δ, ſimile eſt ipſi β ζ, & β ζ. ipſi ο π, eſt ſimile, circum enim eandem dimetientem conſiſtunt, quod feciſſe oportuit.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 29.

29 QVamlibet lineam propoſitam, ſecundum proportionem habentem medium duóque extrema ſecare.

CAMPANVS Sit propoſita linea a b: quam uolo diuidere ſecundũ proportionem habentẽ mediũ & duo extrema. Ex ipſa deſcribo quadratum b c. & ad eius latus a c adiungo ſecundũ quod docet præmiſſa, parallelogrammũ c d æquale quadrato b c: quod ſit ſimile b c, ſitque latus parallelogrãmi c d. quod æquidiſtat a c: d e. & ſecet lineã a b in puncto f. Dico, lineã a b eſſe diuiſam in puncto f ſicut proponitur. Eſt enim a d quadratũ, propter id quod eſt ſimile b c. quare a f. eſt æquale f d, ſed & f e eſt æqualis a b: propter id quod eſt æqualis a c per 34 primi, & quia c d æquale b c: dempto ab utroque c f erit a d æquale e b. & angulus f unius angulo f alterius. ergo per 15 huius latera ſunt mutekefia: ergo e f ad f d ſicut a f ad f b. & quia e f eſt æqualis a b, & f d. erit a b ad a f ſicut a f ad f b: ergo per diffinitionem eſt diuiſa ut proponitur. Idẽ etiã poteſt demõſtrari ex 11 ſecũdi. Diuidatur enim a b in puncto f: ſecundũ quod docet 11 ſecundi, ſitque e b quod continetur ſub tota a b & eius parte f b: ita quod f e ſit æqualis a b & a d ſit quadratum a f eſt itaque per prædictã 11 ſecũdi e b: æquale a d. Quod reſtat arguere ut prius per 15 huius, uel ſic: cum A b ſit diuiſa in puncto f ſecundum quod docet 11 ſecundi: quod fit ex a b prima in f b tertiam eſt æquale quadrato a f ſecundæ: ergo per ſecundã partem 16 huius proportio a b primæ ad a f, ſecũdam eſt ſicut a f ſecundæ ad f b tertiã: per diffinitionem itaque diuiſa eſt a b ut proponitur.



Eucli. ex Zamb. Problema 10 Propoſitio 30

τεμεῖν ſecare Datam rectam lineam terminatam, extrema ac media ratione diſpeſcere.

THEON ex Zamberto. *Sit data recta linea terminata α β, oportet iam ipſam α β. rectam lineam extrema & media ratione *diſpeſcere. Deſcribatur enim, (per 46 primi) ex α β, quadratum β γ. Compareturque (per 29 ſexti,) ad α γ, ipſi β γ. æquum parallelogrammũ γ δ excedens ſpecie α δ. ſimili ipſi β γ. Quadratũ autẽ eſt β γ, quadratũ igitur eſt & α δ, & quoniã æquũ eſt β γ, ipſi γ δ, cõmune auferatur γ ε, reliquum igitur β ζ, reliquo α δ eſt æquale, eſt autẽ & æquiangulũ. Igitur (per diffinitionem 2 tertij, & per 14 ſexti) ipſorum β ζ, & δ α, reciproca ſunt latera: quæ circũ æquales angulos. Eſt igitur ſicut ζ ε, ad ε δ, ſic α ε, ad ε β. Aequalis autem eſt ζ ε, ipſi α γ, hoc eſt ipſi α β. Ipſa autẽ ε δ, ipſi α ε. Eſt igitur ſicut β α, ad α ε, ſic α ε, ad ε β, maior autem eſt (per 34 primi,) α β, quàm α ε: maior igitur eſt & α ε, quàm ε β. Igitur α β. recta linea extrema & media ratione ſecta eſt, in ε, & maius ſegmentum ipſius eſt α ε, quod feciſſe oportuit.*

*τμῆμα



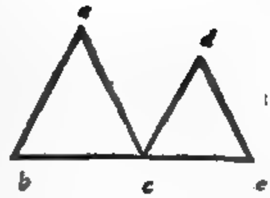
ALITER *Sit data recta linea α β, oportet ipſam iã α β, extrema, & media ratione ſecare, ſecetur enim α β, in γ, (per 11 ſecundi) ut quod ſub α β, & β γ, æquum ſit ei quod ex γ α, quadrato. Quoniã igitur quod ſub α β & β γ. æquũ eſt ei quod ex γ α, eſt igitur (per 17 huius) ſicut β α, ad α γ ſic α γ, ad γ β. Igitur α β, media & extrema diuiſa eſt ratione in γ, quod oportebat facere.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 30

30 SI fuerint duo anguli ſuper unum angulum conſtituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidiſtet, fuerintq́ illa quatuor latera ſecundum æquidiſtantiam relata, proportionalia, illos duos triangulos ſuper unam lineam rectam conſtitutos eſſe neceſſe eſt.

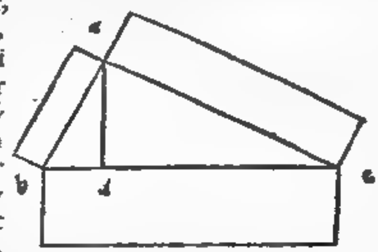
CAMPANVS Sint duo anguli a b c, d c e conſtituti ſuper angulum a c d. ſitque a c æquidiſtans d e & d c: a b, & ſit proportio a c ad d e, ſicut a b ad d c, dico quod duæ baſes eorũ b c & c e. ſunt linea una. Eſt enim angulus a æqualis angulo d: quia uterq; eorũ eſt æqualis angulo a c d per primam partem 29 primi, igitur per præſentem hypotheſin

sin & 6 huius: ipsi trianguli sunt æquianguli, & angulus b, est æqualis angulo d c e, & angulus a c b angulo e, quare per 32 primi tres anguli qui sunt ad c, sunt æquales duobus rectis, ipsi enim æquãtur tribus angulis utriuslibet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, est linea una quod est propositũ. *Eucli. ex Camp.* *Propositio 31*



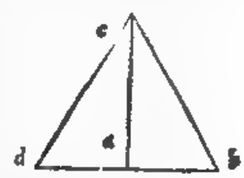
31 IN omni triãgulo rectãgulo superficies lateris quod subtẽditur angulo recto, æqualis est superficiebus duorũ laterũ angulũ rectum continentiũ pariter acceptis, cũ fuerint similes ei in lineatione & creatiõe.

CAMPANVS Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis, proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus, unde hæc est illa tanto uniuersalior, quanto superficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quod superficies constituta super latus b c, est æqualis duabus superficiebus constitutis super a b & a c, cum omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ. Ducam perpẽdicularẽ a d, ad lineam b c, eritq́ per secundam partẽ correllarij 8 huius, proportio b c ad c a, sicut c a ad d c, & c b ad b a, sicut b a ad d b. Si itaque super quãlibet trium linearum b c, c a & a b fiat superficies similis alijs in figura & situ, erit per correllarium 17 huius proportio superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super c a secũdam, sicut b c primæ ad d c tertiam: & itẽ eiusdem superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super a b secundã: sicut b c primæ ad d b tertiam per idẽ correlariũ. Quare per conuersam proportionalitatẽ superficiei a c ad superficiẽ c b, sicut c d ad c b, & similiter superficiei a b ad superficiem b c,



sicut b d ad superficiẽ b c, & ponatur a c prima & c b secunda & quarta: & c d superficies tertia, & a b superficies quinta, & b d superficies sexta, & arguatur per 24 quinti quod proportio superficiei constitutæ super b c ad duas superficies cõstitutas super c a & c b simul: est sicut b c ad c d & d b simul. quia igitur b c est æqualis duabus lineis c d & d b simul sumptis, erit superficies constituta super b c æqualis duabus superficiebus constitutis super c a & a b simul sumptis: quod est propositum.

CAMPANI additio Conuersam quoq́ huius possumus facile demonstrare per modũ demõstrationis ultimæ primi, sit enim triãgulus a b c, sitq́ superficies cõstituta b c æqualis duabus superficiebus cõstitutis super duas lineas a b & a c sibi similibus. Dico quod angulus a est rect9, ponã enim angulum c a d rectũ & lineã a d æqualẽ a b, & claudo superficiem ducta linea d c, eritq́ per hanc 31 superficies constituta super c d æqualis duabus constitutis super duas lineas c a & a d similibus, quare etiam constitutæ super b c sibi simili, hæc enim posita est æqualis duabus constitutis super a b & a c sibi similibus, erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi angulus a est rectus. Quod est propositum.



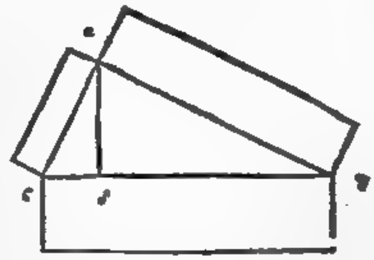
Sequentes duæ ex Zamberto propositiones, duabus præcedẽtibus ex Campano præpostero ordine respondent.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 21* *Propositio 31*

31 In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum subtendente latere species, æqualis est eis quæ ab rectum angulum comprehendentibus lateribus speciebus similibus similiterq́ descriptis. *uideo figura*

THEON ex Zamberto. *Sit triangulum α β γ, rectum habens angulum qui sub β α γ. Dico quod quæ ex β γ, species, æqualis est eis quæ ex β α, & α γ, speciebus similibus similiterque descriptis. Excitetur (per 11 primi,) perpendicularis α δ, Quoniã igitur in triangulo rectãgulo α β γ, ab α recto angulo β γ, in basin perpendicularis acta est α δ, triangula α β δ, & α δ γ, quæ ad perpendicularem, similia sunt toti α β γ, & sibi inuicem (per 8 sexti,) quoniam simile est α β γ, ipsi α β δ, est igitur sicut γ β, ad β α, sic α β, ad β δ. At quoniam tres rectæ lineæ proportionales sunt est igitur (per correlarium secundum 20 sexti,) sicut prima ad tertiam sic quæ à prima species ad eam quæ*

à secunda



à secũda similis similiterq́; descripta est. sicut igitur γ β, ad β δ, sic species quæ ex β γ, ad eã quæ ex β α, similis similiterq́; descripta est. Id propterea & sicut β γ, ad γ δ, sic species quæ ex β ad eã quæ ex γ α. Quare sicut β γ, ad β δ, & δ γ, sic quæ ex β γ, species ad eas quæ ex β α, & α γ, similes similiterq́; descriptæ sũt. Aequalis aũt est β γ, ipsius β δ, & δ γ, æqualis igitur est, species quæ ex β α, & α γ, sunt speciebus similibus similiterq́, descriptis. In rectangulis igitur triangulis, quæ ad rectum angulũ subtendentẽ species, æqualis est eis quæ ad rectum angulum cõprehendentibus speciebus similibus similiterq́; descriptis, quod demõstrasse oportuit.

ALITER. Quoniam (per correlarium primũ 20 sexti,) similes figuræ in dupla sunt ratione similis rationis laterum, igitur quæ ex β γ, est species ad eam quæ ex β α, duplã rationem habet quàm γ β, ad β α, habet autem & quod ex β γ, quadratũ ad id quod ex α, quadratum duplã rationem quàm γ α, ad β α, & sicut igitur quæ ex γ β, species ad eam quæ ex β α, speciem: sic quadratum quod ex γ β, ad quadratum quod ex β α. Id propterea & sicut species quæ ex β γ, ad speciem quæ ex γ α, sic quadratũ quod ex β γ ad quadratum quod ex γ α, Quare & sicut species quæ ex β γ, ad species quæ ex β α, & α γ, sic quadratũ quod ex, β γ, ad quadrata quæ ex β α, et α γ. Quadratũ aũt quod ex β γ, æquũ est eis quæ ex β α, & α γ, quadratis (per 47 primi,) æqualis igitur est species quæ ex β γ, eis quæ ex β α, & α γ, speciebus similibus similiterq́; descriptis.

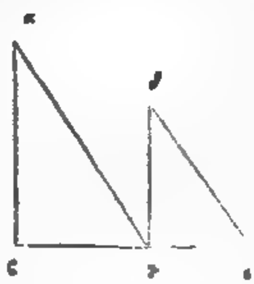
Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 32

32 Si duo triangula componantur ad unum angulum, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut quæ eiusdem rationis eorum latera sint etiam parallela, reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt.

THEON ex Zamberto. Sint bina triangula α β γ, & δ γ ε, duo latera β α, & α γ. duobus lateribus δ γ, & δ ε, proportionalia habentia, sicut quidem α β, ad α γ, sic δ γ, ad δ ε, parallelum autem α β, ipsi δ γ, & α γ, ipsi δ ε. Dico quod in rectam lineam est β γ, ipsi γ ε. Quoniam enim parallelus est α β, ipsi δ γ, & in eas incidit recta linea α γ, anguli igitur (per 29 primi. *utrobiq; qui sub β α γ, & α γ δ, sibi inuicem sunt æquales. Id propterea & angulus γ δ ε, angulo α γ δ, est æqualis. Quare angulus β α γ, angulo ε δ γ. est æqualis, & quoniam duo triangula sunt α β γ, δ γ ε, unum angulum qui ad α, uni angulo qui ad δ, æqualem habentia, circum autem æquales angulos latera proportionalia, sicut quidem β α, ad α γ. sic γ δ, ad δ ε, æquiangulum igitur est (per 6 sexti, triangulum α β γ, triangulo δ γ ε. Aequalis igitur est angulus α β γ, angulo δ γ ε, patuit autẽ quod angulus α γ δ, æquus (per 29 primi) angulo β α γ. Totus igitur angulus α γ ε, duobus α β γ, & β α γ, est æqualis. Communis apponatur angulus α γ β. Igitur anguli α γ ε, & α γ β, eis qui sunt sub γ α β, α γ β, & γ β α, sunt æquales. Sed anguli β α γ, γ β α, & α γ β, (per 32 prim.) duobus rectis sunt æquales, & anguli igitur α γ ε, & α γ β, duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam autem rectam lineam α γ. ad signũ quæ in ea γ, duæ rectæ lineæ β γ, & γ ε. non ad easdem partes ductæ, æquos *utrobique sub α γ ε, & α γ β, duobus rectis æquales efficiunt angulos, (per 14 primi,) in rectam lineam igitur est β γ, ipsi γ ε. Si bina igitur triangula componantur ad unum angulum, duo latera duabus lateribus proportionalia habentia, ut eorum similis rationis latera etiam parallela sint, reliqua ipsorum triangulorum latera in rectam lineam erunt. Quod demonstrasse oportuit.

ἐναλλάξ

ἐφεξῆς

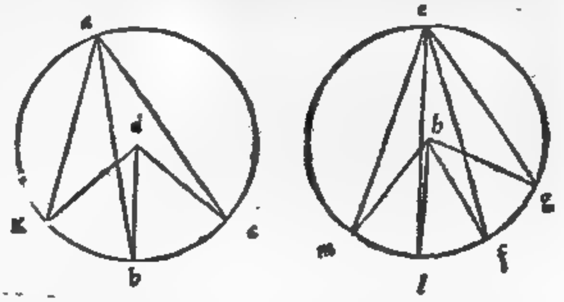


Eucli. ex Camp. Propositio 32

32 SI in circulis æqualibus supra centrum siue supra circunferentiã anguli cõsistant, erit angulorũ proportio tanquam proportio arcuũ illos angulos suscipientium.

CAMPANVS Sint circuli, a b c cuius centrũ d, & e f g cuius centrũ h: æquales, super quorũ centra fiant duo anguli b d c & f h g, & super eorum circunferentias alij duo qui sint b a c &, f e g, dico quod proportio angulorũ tam eorũ qui sunt super centra quã eorũ qui super circũferẽtias est sicut arcus b c ad arcũ f g. Continuabo enim illis duobus arcubus alios arcus æquales: siue secundũ eundẽ numerũ siue secũdum diuersos, sitq́ arcus k b æqualis b c, & uterque duorum arcuum l m & f l, æqualis f g, & producã lineas k d, k a, m h, l h, m e & l e. erũtque per 26 tertij: anguli qui sunt ad d adinuicem æquales, similiter quoque & qui sunt ad h, adinuicẽ æquales, Idẽ, etiã de ijs qui

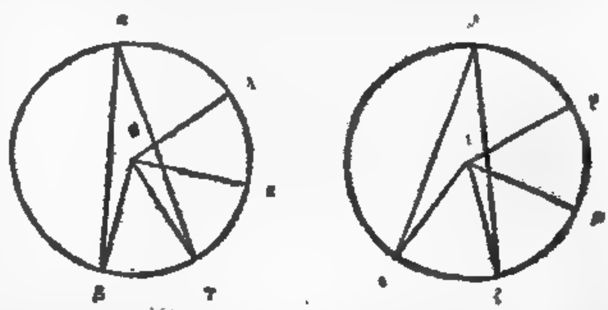
qui sunt ad a,& de ijs qui sunt ad e,sicut igitur arcus k c est multiplex arcus b c,ita angulus k d c anguli b d c.& angulus k a c anguli b a c,similiter sicut arcus m g est multiplex arcus f g, ita angulus m h g anguli f h g,& angulus m e g anguli f e g,sed si arcus k c est æqualis arcui m g,angulus k d c est æqualis angulo m h g, & angulus k a c angulo m e g,& si maior,maiores,& si minor, minores per 26 tertij: per diffinitionem itaque incontinuæ proportionalitatis proportio arcus b c ad arcũ f g,est sicut anguli b d c ad angulum f h g,& sicut anguli b a c ad angulũ f e g, quod est propositum.Idem intellige in eodem circulo,



Eucli.ex Zamb. Theorema 25 Propositio 33

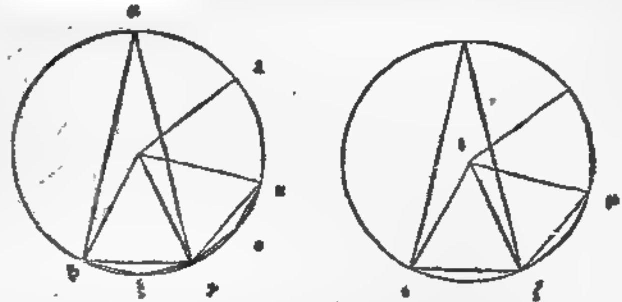
33 In æqualibus circulis anguli eandem habent rationem ipsis circunferentijs in quibus consistunt,& si ad centra & si ad circunferentias fuerint constituti,tum etiam sectores,ut puta ad centra constituti.

THEON ex Zãb. *Sint æquales circuli αβγ, & δεζ, ad eorũq; centra η θ, anguli sint βηγ, et εθζ, ad eorũ circunferentias uero, anguli qui sub βαγ, & εδζ. Dico quod est sicut circunferentia βγ, ad circunferentiam εζ, sic est angulus βηγ, ad angulum εθζ, & angulus βαγ, ad angulum εδζ, & insuper ηβγ, sector ad θζε, sectorem. Ponatur (per 28 tertij,) ipsi quidem βγ, circunferentiæ æquales quotcunque ordine hoc est γκ, & κλ, ipsi autem εζ, quotcunque æquales circunferentiæ ζμ, & μν. Connectanturque ηκ, ηλ, θμ, & θν. Quoniam igitur æquales sunt βγ, γκ, & κλ, circunferentiæ ad inuicem, æquales (per 27 tertij,) quoque sunt anguli βηγ, γηκ, & κηλ. Quotuplex igitur est βλ, circũferẽtia ipsius βγ, circũferẽtiæ, totuplex est & angulus βηλ, anguli βηγ. Id propterea etiã quotuplex est εν, circũferẽtia ipsius εζ, circunferẽtiæ, totuplex est & angulus εθν, ipsius εθζ. Si igitur æqualis est circũferẽtia βλ, ipsi circunferentiæ εν, æqualis est & angulus βηλ, angulo εθν, & si maior est βλ, circunferentia quàm εν, circunferentia, maior est & angulus βηλ, angulo εθν, & si minor, minor. Quatuor iam existentibus magnitudinibus, duabus, inquam, circunferentijs βγ, & εζ, binisque angulis hoc est βηγ, & εθζ, suscipiuntur quidem ipsius βγ, circunferentiæ atque ipsius anguli βηγ, æque multiplices hoc est βλ circunferentia & angulus βηλ, ipsius autem εζ circunferentiæ & anguli εθζ, circunferentia εν, & angulus εθν. Ostensum autem est quod si circunferentia βλ, excedit circunferẽtiam εν, angulus quoque βηλ excedit angulum εθν, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Est igitur (per 6 diffinitionẽ quinti.) sicut βγ, circunferentia ad εζ, circunferentiam: sic angulus βηγ ad angulum εθζ. Sed sicut angulus βηγ, ad angulum εθζ, sic angulus βαγ, ad angulum εδζ, duplus enim est (per 20 tertij,) uterq; utriusq;. Et sicut igitur βγ, circunferentia ad εζ circunferentiam, sic angulus βηγ, ad angulum εθζ, & angulus βαγ, ad angulum εδζ. In æqualibus igitur circulis anguli eandẽ habet rationẽ ipsis circũferentijs, & si ad centra & si ad circunferẽtias cõstituti fuerint, quod demonstrasse oportuit.*



Dico etiã quod & sicut βγ, circũferentia ad εζ, circunferentiã, sic ηβγ, sector ad θεζ, sectorẽ. Cõnectantur βγ & γκ, & assumptis super βγ, & γκ, circũferentijs ξ ο, signis, cõnectãtur βξ, ξγ, γο, & οκ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) duæ βη, & ηγ, duabus γη, et ηκ, sunt æquales, æqualesq; angulos cõprehendũt, et basis βγ, ipsi γκ, est æqualis, triãgulũ igitur ηβγ, (per 4 primi) triãgulo ηγκ, est æquale. Et quoniã æqualis est βγ, circũferentia ipsi γκ, circũferẽtiæ, & reliqua igitur quæ in totũ circulũ αβγ, circũferentia reliquæ quæ in eundẽ totũ αβγ, circulũ circũferentiæ est æqualis. Quare et angulus βξγ, ipsi γοκ, est æqualis, Simile igitur (per 10 diffinitionẽ tertij) est βξγ, segmentũ, ipsi γοκ, est segmẽto, & in æqualibus sunt rectis lineis βγ & κγ. Quæ autem super æqualibus rectis lineis similia circulorum segmenta consistunt, ea adinuicem sunt æqualia (per 24 tertij:) segmentum igitur βξγ, ipsi γοκ, segmento est æquale, est autem & triangulum ηβγ, triangulo ηγκ, æquale. Totus igitur sector ηβγ, toti ηγκ, sectori est æqualis. Id propterea & ηκλ, sector, utrique ipsorum ηβγ, & ηγκ, est æqualis. Tres igitur sectores ηβγ, ηγκ, & ηκλ, sibi inuicem sunt æquales. Id propterea

pterea & ι ε ζ, ι ζ μ, & ι μ ν, sectores, sibi inuicem sunt æquales. Quotuplex igitur est β λ, circunferentia ipsius β γ circunferentiæ, totuplex est & λ η β, sector ipsius η β γ, sectoris. Id propterea & quotuplex est ν ε, circunferentia ipsius ε ζ, circunferentiæ, totuplex est & θ ε ν sector ipsius θ ε ζ, sectoris. Si igitur æqualis est β λ, circunferentia ipsi ε ν circunferentiæ, æqualis est & β η λ, sector ipsi ε θ ν, sectori. Et si excedit β λ, circũferentia ipsam ε ν, circunferentiã, excedit quoq; & β η λ, sector ipsum θ ε ν, sectorẽ, & si deficit: deficit. Quatuor iam existẽtibus magnitudinibus, duabus inquam β γ, & ε ζ, circunferentiis, duobusque η β γ, & ε θ ζ, sectoribus, suscipiũtur æque multiplices ipsius quidem β γ



circunferentiæ & ipsius η β γ sectoris, hoc est β λ, circũferentia & η β λ, sector ipsius autẽ ε ζ: circunferentiæ & ipsius θ ε ζ, sectoris, circunferentia nempe ε ν, & sector θ ε ν. Et ostensum est quod si circunferentia β λ excedit ipsam circunferentiam ε ν, excedit quoque & β η λ, sector ipsum ε θ ν, sectorem, & si æqualis, æqualis: & si deficit deficit. Est igitur (per conuersionem diffinitionis sexti, sicut circũferentia β γ, ad ε ζ, sic η β γ, sector ad θ ε ζ, sectorem.

CORRELARIVM *Et manifestum est quod sicut sector ad sectorem, sic angulus ad angulum.*

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER SEPTIMVS.

Ex Campano triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.

VNitas, est qua unaquæq; res una dicitur. 2 Numerus, est multitudo ex unitatibus composita. 3 Naturalis series numerorum, dicitur in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4 Differentia numerorum, appellatur numerus quo maior abundat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui sola unitate metitur. 6 Numerus compositus dicitur quẽ alius numerus metitur. 7 Numeri contra se primi dicuntur, qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8 Numeri adinuicem compositi siue cõmmunicantes dicuntur, quos alius numerus quàm unitas metitur, nullusque eorum est ad alium primus. 9 Numerus per alium multiplicari dicitur, qui toties sibi coaceruatur, quoties in multiplicante est unitas. 10 Productus uero dicitur, qui ex eorum multiplicatione crescit. 11 Numerus aliũ numerare dicitur, qui secundũ aliquẽ multiplicatus illũ producit. 12 Pars, est numerus numeri minor maioris, cum minor maiorẽ numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. 13 Denomiuans, est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14 Similes dicuntur partes, quæ ab eodẽ numero denominantur.

15 Prima simpla numeri pars, est unitas. 16 Quãdo duo numeri partem habuerint cõmunem, tot partes maioris dicetur esse minor, quoties eadem pars fuerit in minore, totæ uero, quoties ipsa fuerit in maiore.

17 Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem, in eo quod est maioris pars uel partes. Maioris uero ad minorem, secundum quod eum continet & eius partem uel partes. 18 Cum fuerint quotlibet numeri cõtinue proportionales, dicetur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata, ad quartum uero triplicata.

19 Cum continuatæ fuerint eædem uel diuersæ proportiones, dicetur proportio primi ad ultimum, ex omnibus composita. 20 Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorẽ, pars, uel partes ipsius minoris quæ in maiore sunt. Maioris autem ad minorem, totum uel totũ & pars uel partes, prout maior superfluit. 21 Similes siue una alij eadem dicuntur proportiones, quæ eandem denominationẽ recipiũt. Maior uero, quæ maiorem. Minor autem, quæ minorem. 22 Numeri uero quorum proportio una, proportionales appellantur. 23 Termini siue radices dicuntur, quibus in eadem proportione minores sumi impossibile est.

Petitiones.

1 Cuilibet numero, quotlibet posse sumi æquales prout libet, uel multiplices. 2 Quolibet numero, aliquem quantũlibet sumere posse maiorem. 3 Seriem numerorum, in infinitum posse procedere.

4 Nullum numerum in infinitum posse diminui.

Communes animi conceptiones.

1 Omnis pars, minor est suo toto. 2 Quicunq; eiusdẽ siue æqualium fuerint æque multiplices, ipsi quoq; erũt æquales. 3 Quibus idem numerus æque multiplex fuerit, siue quotum æque multiplices fuerint æquales, & ipsi etiam erunt æquales. 4 Omnis numeri pars est unitas, ab ipso denominata. 5 Omnis pars est minor, quæ maiorẽ habet denominationẽ, maior uero, quæ minorem. 6 Quilibet numerus totus est ab unitate, quota pars ipsius est unitas. 7 Quicunque numerus in unitatem ducitur, seipsum producit. & in seipsum numerat. Vnitas quoq; in quemcunq; ducta, producit eundem. 8 Quicunq; numerus numerat duos, numerat quoq; compositum ex illis. 9 Quicunq; numerus numerat aliquem, numerat omnem numeratũ ab illo. 10 Quicunq; numerus numerat totum & detractum, numerat residuum.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER SEPTIMVS.

Euclidis ex Zamberto. *Diffinitiones.*

VNitas, est qua unumquodque eorum quæ sunt unum dicitur. 2 Numerus autem, ex unitatibus composita multitudo. 3 Pars, est numerus numeri minor maioris, quãdo dimetitur maiorem. 4 Partes autem, quando non metitur. 5 Multiplex uero, maior minoris, quando eum metitur minor. 6 Par numerus, est qui bifariã diuiditur. 7 Impar uero, qui bifariam non diuiditur, uel qui unitate differt à pari. 8 Pariter par numerus, est quem par numerus metitur per numerũ parem. 9 Pariter autem impar, est quem par numerus metitur per imparem numerum. 10 Impariter uero par, est quem impar numerus dimetitur per numerum parem. 11 Impariter uero impar numerus est, quem impar numerus metitur per imparem numerũ. 12 Primus numerus, est quem unitas sola metitur. 13 Primi adinuicem sunt numeri, quos unitas sola dimetitur cõmunis mensura. 14 Compositus numerus, est quem numerus aliquis metitur. 15 Compositi autem adinuicem numeri, sunt quos numerus aliquis cõmunis dimensor metitur. 16 Numerus numerum multiplicare dicitur, quãdo quotæ sunt in ipso unitates toties componitur multiplicatus, & gignitur aliquis. 17 Quando autem bini numeri sese adinuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus, planus appellatur. Latera uero illius, multiplicantes sese inuicem numeri. 18 Quando uero tres numeri sese multiplicãtes adinuicem fecerint aliquem, factus solidus appellatur, latera uero illius, multiplicantes sese inuicem numeri. 19 Quadratus numerus, est qui æque æqualis, uel qui sub duobus æqualibus numeris continetur. 20 Cubus uero, qui æque æqualis æque uel qui sub tribus æqualibus, numeris continetur. 21 Numeri proportionales, sunt quando primus secundi, & tertius quarti æque fuerit multiplex, uel eadem pars uel eædem partes.

Similes plani & solidi numeri, sunt qui proportionalia habent latera.
Perfectus numerus, est qui suijpsius partibus est æqualis.

Eucli. ex Camp. *Propositio 1.*

SI à maiore duorum numerorũ minor detrahatur donec minus eo supersit, ac deinde de minore ipsum reliquũ donec minus eo relinquatur, itemque à reliquo primo reliquum secundum quousque minus eo supersit, atque in huiuscemodi continua detractione nullus fuerit

fuerit reliquus qui ante relictum numeret usque ad unitatem, eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo numeri a b & c d, c d, minor: detrahaturque c d ex a b quoties potest, & sit residuũ e b, qui erit minor c d, alioqui posset ex ipso adhuc detrahi c d, detrahatur & ipse e b ex c d, quoties potest, sitque residuũ f d, sed & f d detrahatur ex e b quoties potest, & sit residuum g b, quod sit unitas, dico tunc numeros a b & c d, esse contra se primos. Si enim sunt compositi, numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus præter unitatem, qui sit h, & quia h numerat c d, numerabit a e per penultimã conceptionẽ, & quia idem numerat a b, numerabit etiam e b per ultimam conceptionẽ: ergo & c f per penultimã, quare & f d per ultimam, ergo & g e per penultimã. ergo & g b per ultimam, & quia g b est unitas, sequitur numerũ esse partem unitatis uel sibi æqualem, quod est impossibile. Erunt igitur a b & c d, contra se primi, quod est propositum.

a . . . . e . . . g . b
c . . . . . f . . . d
h . .

CAMPANI additio. Quod si duo numeri a b & c d sint contra se primi, non erit in hac mutua detractione status antequam ad unitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius quod autor proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit status antequam perueniatuur ad unitatem, sit ut g b sit numerus qui detrahatur ab f d, & nihil sit residuum: igitur g b numerat f d, ergo per penultimam conceptionem, numerat & e g, & quia etiam numerat seipsum, numerabit per antepenultimam conceptionem totum e b, ergo per penultimam numerat c f. Sed ostensum est prius quod numerat f d, ergo per antepenultimam numerat totum c d, quare per penultimam numerat a e, & quia ostensum est prius quod etiam numerat e b, sequitur per antepenultimã ut etiam numeret a b: quia igitur numerus g b numerat utrumque duorum a b & c d, numeri a b & c d sunt compositi: non igitur contra se primi, quod est contra hypothesin. Per hanc ergo uiam, propositis quibusque duobus numeris, inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem, ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status antequam perueniatur ad unitatem, ipsi sunt compositi.

a . . . . e . . . g . b
c . . . . f . . . d

Eucli. ex Zamb. *Theorema 1* *Propositio 1*

1 Si duobus numeris inæqualibus expositis, sublato semper minore, à maiore reliquus minime metiatur præcedentem quoad assumpta fuerit unitas, qui à principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Duobus namque inæqualibus numeris propositis αβ & γδ, sublato semper minore à maiore, reliquus minime metiatur præcedentem quoad sumpta fuerit unitas. Dico quod ipsi αβ & γδ, primi adinuicem sunt, hoc est quod ipsos αβ & γδ unitas sola dimetitur. Si autem αβ & γδ non sunt primi adinuicem, eos aliquis numerus metietur, metiatur, estoque ε, & γδ ipsum βζ metiens, relinquat se minorem ζα: at αζ ipsum δη metiens, relinquat se minorem ηγ, & ηγ ipsum ζθ metiens, relinquat unitatem θα. Quoniam igitur ε ipsum δγ metitur, & γδ ipsum βζ metitur, igitur & ε ipsum βζ metitur: metitur autem & totum βα, & reliquum igitur αζ metietur. At αζ ipsum δη metitur, & ε igitur ipsum δη metietur: metietur autem & totum δγ, & reliquum igitur γη metietur. At γη ipsum ζθ metitur, & ε igitur ipsum ζθ metietur: metitur autem & totum ζα, & reliquã igitur αθ metietur unitatem, numerus existens, quod est impossibile. Igitur ipsos αβ & γδ nullus numerus metietur. Igitur αβ & γδ, primi adinuicem sunt, quod demonstrare oportebat.*

ε . .
δ . . . . η . . γ
β . . . . . . ζ . . θ . α

Eucli. ex Camp. *Propositio 2*

2 PRopositis duobus numeris adinuicem compositis, maximum numerum communem eos numerantem inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compositi a b & c d, minor, c d, quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem, uolo inuenire maximũ numerum eos cõmuniter numerantẽ. Secundum modum & similitudinẽ prioris, minuo minorem de maiori, quoad possum, uidelicet c d de a b, & sit residuum e b: itemque e b de c d quoad possum,

a . . . . e . . . . . . b
c . . . . f . . . d
g . . . .

& sit residuum f d,& quia huius diminutio non potest fieri infinities per ultimam petitionem, nec potest etiam ad unitatem peruenire in proposito per præcedentem,quia tunc essent numeri propositi contra se primi , quod est contra hypothesin,sit ut cum detraxero f d ex e b quoad potero,quod nihil sit residuũ : dico tunc f d esse maximum numerum numerantem a b & c d.Quod enim numeret eos,patet per penultimam & antepenultimam conceptionẽ, alternatim quoties oportuerit repetitas, sicut in demonstratione conuersæ præcedentis. Numerat enim f d,e b,quia cum ab ipso detrahitur quoad potest , nihil fit residuum , ergo & c f per penultimam conceptionem, ergo & c d per antepenultimam, quare & a e per penultimam, igitur & a b per antepenultimam. Quod autem nullus maior f d,numeret a b,& c d,sic patet. Si enim fieri potest,sit uumerus g maior f d, numerans utrumq; duorum numerorum a b & c d : quia igitur g numerat c d, numerabit per penultimam conceptionem a e, & quia numerat a b, numerabit per ultimam e b , ergo per penultimam numerat c f. & quia etiam numerat c d,numerabit per ultimam f d,maior,uidelicet,minorem,quod est impossibile. Ex hoc secundo processu liquet correlarium.

a . . . . e . . . . . . b
c . . . . . . f . . . d
g . . . .

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 2

2 Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem dimensionem inuenire.

THEON ex Zamberto. *Sint dati bini numeri non primi adinuicem, αβ & γδ : oportet iam ipsorum αβ & γδ, maximam dimensionem inuenire. Si quidem γδ ipsum αβ metitur, metitur autem & seipsum. Igitur γδ, ipsorum γδ & αβ communis dimensio est. & manifestum est quod maxima, nullus enim maior ipso γδ, ipsum γδ metietur. Si autem γδ non metitur ipsum αβ, ipsorum αβ & γδ sublato (per primam septimi) semper minore à maiore, sumetur numerus aliquis qui metietur præcedentem, unitas quidem non sumetur . Si autem non, erunt αβ & γδ primi adinuicem, quod non supponitur . Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem,& γδ quidem ipsum βε metiens, (per primam septimi) relinquat se minorem αε: αε autem ipsum γδ metiens, relinquat se minorem γζ & γζ, ipsum αε metiatur. Quoniam igitur γζ ipsum αε metitur,& αε ipsum δζ metitur: igitur γζ ipsum δζ metietur, metitur & seipsum. & totum igitur γδ metietur. At γδ ipsum βε metitur, & εζ igitur ipsum βε metitur : metitur autem & εα, igitur & totum βα metietur : metietur quoq; ipsum γδ, igitur γζ ipsos αβ & γδ metitur. Igitur γζ ipsorum αβ & γδ cõmunis dimensio est Dico enim quod & maxima, si γζ ipsorum αβ & γδ non est maxima communis mensura, metietur ipsos αβ & γδ numeros aliquis numerus maior existens ipso γζ metiatur, estoq; η. Et quoniam η ipsum γδ, & γδ ipsum βε metitur,& η igitur ipsum βε metitur . Metitur autem & totum αβ,& reliquum igitur αε metietur: at αε ipsum δζ metitur,& η igitur ipsum δζ metietur. metietur autem & totum γδ,& reliquum igitur γζ metietur, maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsos αβ & γδ numeros numerus non metietur, maior existens ipso γζ. Igitur γζ ipsorum αβ & γδ maxima est cõmunis mensura, quod oportebat facere.*

β . . . . α
δ . . . . . γ
β . . . . ε . . . . . α
δ . . . . . ζ . . . γ
β . . . . ε . . . . . α
η . . . .
δ . . . . . ζ . . . γ

CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est quod si numerus binos numeros metitur, & maximam communem eorum dimensionem metietur.*

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 Propositis tribus numeris adinuicem compositis, maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

CAMPANVS. Priusquam hanc tertiam conclusionem demonstremus, demonstrandum arbitramur ipsius antecedens , uidelicet, propositis tribus numeris, qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicem compositi. Sint itaque tres numeri a,b,c, de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem cõpositi : per primam igitur inquiro an duo primi qui sunt a & b sint adinuicẽ primi,quod si sic,non erunt a,b,c, adinuicẽ compositi per diffinitionem. Si autem a & b sunt adinuicẽ compositi , sit per præcedentem d maximus numerus eos numerans,qui si numerat c, erunt per diffinitionem, a, b, c, adinuicem compositi . Si autem non numerat ipsum,sed ipsi c, & d quidem sunt contra se primi, non erunt a, b, c, adinuicem cõpositi, nam quicunq; numeraret eos, numeraret etiam d per correlarium præcedentis, sicq; essent d & c compositi, quod est contra

a . . . .
b . . . .
c . . .

a . . . . d . . . .
b . . . . e . .
c . . . .
c . . . .
c . . . . . .

contra hypothesin. Si autem c & d sunt cõpositi, erũt etiam a, b, c adinuicem compositi. Sit enim per præmissam, e, maximus numerans c & d, qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b, quare per diffinitionem a, b, c, sunt adinuicem compositi. Simili quoque modo scietur, propositis quotlibet pluribus quàm tribus, an omnes sint adinuicem compositi. Propositis itaque tribus qui sunt adinuicem compositi, qui etiam sint a, b, c, uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes. Sumo secundum doctrinam præmissæ, d maximum numerantẽ a & b, qui si numerat c, ipse est quem quærimus: alioqui per correlarium præcedentis sequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat c, erunt tamen c & d adinuicem compositi per hypothesin & correlarium præcedentis & diffinitionem: sit igitur maximus eos numerans e, dico e esse maximum numerantem a, b, c. Quod enim eos numeret, patet per hanc ultimam hypothesin quæ est ipsum esse maximum numerantem c & d, & per penultimam conceptionem. Et quod nullus eo maior numeret eos, sic patet: sit enim si potest fieri, f maior e, qui numeret a, b, c, qui cum numeret a & b, numerabit per correlarium præmissæ d, & quia etiam numerat c, numerabit per idem correlarium c, maior, uidelicet, minorem, quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e, numerans a, b, c, quod est propositum.







CAMPANI additio. Simili quoque modo inuenietur maximus numerus, numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere, quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.

Ex ultimo autem huius demonstrationis processu, possumus etiam istud correlarium huic tertiæ conclusioni adijcere.

CORRELARIVM. Vnde manifestum est quod omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compositos, numerat maximum numerantẽ eos omnes, & etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

Eucli. ex Zamb. *Problema* [illegible] *Propositio* 3

3 Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem mensuram inuenire.

THEON ex Zamberto. *Sint dati tres numeri non primi adinuicem α, β, γ, oportet iam ipsorum α, β, γ, maximam communem dimensionem inuenire. Sumatur ipsorum α, β, maxima communis mensura δ, (per secundam septimi.) Iam ipse δ, ipsum γ aut metitur aut non metitur, metiatur primum: metitur autem ipsos & α, β. Igitur δ metitur ipsos α, β, γ. Igitur δ, ipsorum α, β, γ communis dimensio est. Dico iam quod & maxima. Si autem δ ipsorum α, β, γ non est maxima communis mensura, metietur ipsos α, β, γ, numeros aliquis numerus maior ipso δ. Metiatur, & esto ε. Quoniam enim ε metitur ipsos α, β, γ, metietur igitur & ipsos α, β. Igitur & ipsorum α, β, maximam communem mensuram metietur, (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α, β, maxima cõmunis mensura est δ. Igitur ε ipsum δ metietur, maior minorem, quod est impossibile (per constructionem.) Ipsos igitur α, β, γ, numeros, numerus aliquis non metietur maior existens ipso δ. Igitur δ ipsorum α, β, γ, maxima communis dimensio est.*



Non metiatur iam δ ipsum γ. Dico quod primum δ & γ, non sunt primi adinuicem. Quoniam enim α, β, γ, (per hypothesin) non sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus. At ipsos α, β, γ, metiens, metietur & ipsos α, β, & ipsorum α, β, maximam mensuram δ, metietur (per correlarium secundæ septimi.) Metitur autem & γ. Ipsos igitur δ, γ, numeros, numerus aliquis metietur: igitur δ & γ, non sunt primi adinuicem. Sumatur (per primam septimi) igitur ipsorum δ, γ, maxima communis mensura ε, & quoniam ε ipsum δ metitur, at δ ipsos α, β, metitur, & ε igitur ipsos α, β, metitur: metitur autem & γ. Igitur ε ipsos α, β, γ, metitur. Igitur ε ipsorum α, β, γ, communis dimensio est.



Dico autem quod & maxima. Si autem ε ipsorum α, β, γ, non est maxima mensura, ipsos α, β, γ, numeros metietur aliquis numerus maior existens ipso ε, metiatur, & esto ζ. Et quoniam ζ ipsos α, β, γ, metitur, & ipsos α, β, metitur, & ipsorum α, β, igitur communem maximam

mensuram metietur (per correlarium secundæ septimi.) ipsorum autem α, β, maxima communis mensura est δ. Igitur ζ ipsum δ metitur: metitur autem & γ. Igitur ζ ipsos δ, γ, metitur, & ipsorum δ, γ, maximam communem mensuram metietur (per idem.) At ipsorum δ, γ, maxima communis mensura est ε. Igitur ζ ipsum ε metitur, maior minorem, quod est impossibile. ipsos igitur α, β, γ, numeros numerus aliquis non metitur maior existens ipso ε. Igitur ε ipsorum α, β, γ, maxima communis dimensio est, quod fecisse oportuit.

CORRELARIVM. Proinde manifestũ est, quod si numerus aliquis tres numeros metitur, & maximã eorum cõmunem dimensionẽ metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicẽ, maxima cõmunis dimensio inuenietur.

Eucli. ex Camp. *Propositio 4.*

4 Omnium duorum numerorũ inæqualium, minor, maioris aut pars est, aut partes.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, b, minor, dico quod b est pars uel partes a. Aut enim b numerat a, aut non, si numerat, pars eius est per diffinitionẽ. Si non numerat ipsum, aut ergo sunt adinuicem primi, aut non, si non sunt adinuicem primi, habebunt per diffinitionem partem communem, quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur esse b per diffinitionẽ: si autem sint adinuicem primi, quia tamen omnis numeri pars est unitas ab ipso denominata, patet idem per unitates.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 2* *Propositio 4*

4 Omnis numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes.

THEON *ex Zamberto.* *Sint bini numeri α, βγ, & sit minor βγ. Dico quod βγ ipsius α, aut pars est aut partes. Ipsi enim α, βγ, aut primi adinuicem sunt, aut non: sint primum α, βγ, primi adinuicem. Diuiso itaque βγ in eas quæ in ipso sunt unitates, erit unaquæque unitas earum quæ in βγ, pars aliqua ipsius α, proinde partes est βγ, ipsius α. Non sint autem ipsi α, βγ, primi adinuicem. Iam βγ ipsum α aut metitur, aut non metitur. Si quidem igitur βγ ipsum α metitur, pars est βγ ipsius α. Si autem non, sumatur (per secundam septimi) ipsorum α, βγ, maxima communis mensura, sitque δ. Diuidatur βγ in æquales ipsi δ, hoc est βε, εζ & ζγ. Et quoniã δ ipsum α metitur, pars est δ ipsius α: æqualis autem est δ unicuique ipsorum βε, εζ & ζγ: & unusquisque igitur ipsorum βε, εζ & ζγ, ipsius α est pars. Quare partes est βγ ipsius α. Omnis igitur numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes. quod demonstrare oportebat.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 5*

5 SI fuerint quatuor numeri, quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum, quota primus secundi.

CAMPANVS. Volens Euclides hos libros de numeris aliquo præcedentiũ non indigere, sed per seipsos stare, partem eius quod proposuit per primam quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc quintam huius septimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a, b, c, d, sitque b tota pars a, quota d, c: dico quod b & d pariter accepti sunt tota pars a & c pariter acceptorũ, quota b est a: diuisis enim a & c secũdum quantitatem b & d, argumentare sicut in prima quinti: erit enim ut totidem sint partes a, quot c per positionem, & ut aggregatum ex prima parte a & prima c, sit æquale aggregato ex b & d: similiter quoque & aggregatum ex secunda parte a & secunda c, & quia hæc aggregatio toties potest fieri quoties cõtinetur b in a, sequitur ut numerus æqualis aggregato ex b & d, toties contineatur in aggregato ex a & c, quoties b continetur in a, quare constat propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 3* *Propositio 5*

5 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uterque utriusque eadem pars erit, quæ unus unius.

THEON *ex Zamberto.* *Numerus enim α, numeri βγ esto pars. & alter δ alterius εζ eadem pars, quæ est α ipsius βγ. Dico quod uterque α, δ, utriusque βγ & εζ eadem pars est, quæ &*

α ipsius



α ipsius ε γ. Quoniam enim α pars est ipsius β γ, eademq; pars est δ ipsius ε ζ, quot igitur sunt in ipso β γ numeri æquales ipsius α, tot sunt & in ipso ε ζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, β γ in æquales ipsi α, hoc est β η & η γ, & ε ζ in æquales ipsi δ, hoc est ε θ, & θ ζ. erit iam æqualis multitudo ipsorum β η & η γ. multitudini ipsorũ ε θ & θ ζ. Et quoniã æqualis est β η ipsi α, & ε θ ipsi δ, igitur β η & ε θ, α, δ sunt æquales. Id propterea etiam η γ ipsi α est æqualis, & θ ζ ipsi δ: ipsi igitur η γ θ ζ ipsis α δ æquales sunt. Quot igitur sunt in ipso β γ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in ε γ & ε ζ æquales ipsi α, δ. Quotuplex igitur est β γ ipsius α, totuplex est & uterque ε γ & ε ζ, utriusq; α, δ. Quæ igitur pars est α ipsius ε γ, eadem pars est, & uterque α, δ, utriusq; β γ & ε ζ, quod oportebat demonstrare. Euclides ex Campano. Propositio 6

6 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti totæ partes secundi & quarti pariter acceptorum, quotæ primus secundi.



CAMPANVS. Quod proposuit præmissa de parte, proponit ista de partibus. Sint itaq; ut prius quatuor numeri a, b, c, d, sitq; ut b sit tot & totæ partes a, quot & quotæ d est c: dico quod b & d pariter accepti erunt tot & totæ partes a & c pariter acceptorũ, quot & quotæ b est a. Dico autem tot & totas, quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur, quorum alter numerator dicitur, alter denominator. ut cum dicimus tres quintæ, ternarius numerat, quinarius denominat. Quia igitur b est partes a, sit ut sint partes eius numeratæ ab h & denominatæ a K, eritq; similiter per positionem, d partes c numeratæ ab h & denominatæ a K. Vna itaq; partium b sit e, & una partium d sit f, eritq; per hypothesin, e pars b denominata ab h, & pars a denominata a K. Similiter quoq; & f erit pars d secundum h, & pars c secũdum K. Compositus igitur ex e & f sit g, eritq; per præmissam, g pars b & d pariter acceptorum, secundum h, itemq; per eandem erit pars a & c pariter acceptorum, secundum K: quare per 16 diffinitionem erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorũ numeratæ ab h & denominatæ a K, eo quod eorum communis pars est g minoris secundum h & maioris secundum K. & quia sic erat b, a. constat propositum

CAMPANI annotatio. Potes autem & per hanc & præmissam, quod proponit de quatuor numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quot si quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur, fuerintq; singuli singulorum tota pars aut partes, quota uel quotæ primus secũdi, erunt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorũ, quota uel quotæ primus secundi, quod facile probatur per hanc & præmissam, quoties oportuerit repetitas. Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis, aliqua ad demonstrationem eorum quæ hic proponit, ex 11 quinti facile demonstrassemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum (aliter enim superuacue proposuisset multa de numeris, quæ demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere) necesse habuimus propriis uti demonstrationibus tanquã ex prioribus nihil sumentes, solis huius septimi contenti principiis: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones, proposito proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 6

6 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uterque utriusque eædem partes erunt, quæ unus unius.



THEON ex Zamberto. *Numerus enim α β, numeri γ esto partes, & alter δ ε, alterius ζ eædem partes, quæ α β ipsius γ. Dico quod & uterq; α β & δ ε, utrusq; γ, ζ, eædem partes sunt, quæ α β ipsius γ. Quoniã enim quales partes est α β ipsius γ, eædem partes est & δ ε ipsius ζ: quot igitur partes sunt in ipso α β ipsius γ, tot partes & in δ ε, ipsius ζ. Diuidatur quidem α β in partes ipsius γ, hoc est α η & η β, necnon δ ε in partes ipsius ζ, hoc est δ θ, & θ ε. Erit multitudo ipsorum α η, η β æqualis multitudini ipsorum δ θ, θ ε: & quoniam qualis pars est α η ipsius γ, talis pars est & δ θ ipsius ζ: qualis igitur pars est α η ipsius γ, talis pars est ut uterque α η & δ θ utriusq; γ, ζ. Id propterea & qualis pars η β ipsius γ, talis pars est & uterque η β & θ ε utriusq; γ ζ. Quales igitur partes sunt α β ipsius γ, tales partes sunt & uterque α β & δ ε utriusq; γ ζ quod demonstrare oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI fuerint duo numeri quorum unus alterius pars, detrahaturq́ ab ambobus ipsa pars, erit reliquus tota pars reliqui, quota totus totius.

CAMPANVS. Quod proponit hic Euclides de numeris, proposuit superius in quinta quinti de quantitatibus in genere. Sit ita ut quota pars est totus a totius b, totus sit c detractus ab a, d detracti a b: dico q tota erit e residuus a f residui b, quota est totus a totius b, & hæc est quasi conuersa quintæ. Sit enim per petitionem, e tota pars g, quota c est d, eritq́ per 5, tota pars a compositi ex g & d, quota est c, d: quare & quota est a, b: igitur per secundam conceptionem compositus ex g & d est æqualis b: dempto itaque ab utroque numero, d, erit g æqualis f. quare erit e tota pars f, quota est a, b, tota enim erat e, g, quod est propositum.

g

b
f . . . . d . . . .
a
e . . . . . c . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 7

7 Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati, & reliquus reliqui pars erit qualis totus totius.

THEON ex Zamberto. *Numerus enim αβ numeri γδ pars esto, qualis ablatus αε ablati γζ. Dico quod & reliquus εβ reliqui ζδ eadem est pars, qualis est totius αβ totius γδ. Qualis enim pars est αε ipsius γζ, talis pars esto & εβ ipsius γη. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & εβ ipsius γη, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis est (per 5 septimi) & αβ ipsius ηζ. Qualis autem pars est αε ipsius γζ, talis pars supponitur αβ ipsius γδ. Qualis pars igitur est αβ ipsius ζη, talis pars est αβ ipsius γδ: igitur αβ, utriusq́; ipsorum ηζ & γδ eadem pars est: æqualis igitur est ζη ipsi γδ. Communis auferatur γζ. Reliquus igitur ηγ, reliquo ζδ est æqualis. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est εβ ipsius ηγ, æqualis autem est ηγ ipsi ζδ, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis pars est & εβ ipsius ζδ. Sed qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & αβ ipsius γδ: qualis igitur pars est εβ ipsius ζδ, talis pars est & αβ ipsius γδ. Et reliquus igitur εβ, reliqui ζδ talis est pars, qualis totus αβ totius γδ, quod oportebat demonstrare.*

η . . . . . γ . . . . ζ . . . . . δ
α . . . . ε . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SI à duobus numeris (quorum alter alterius partes) propositis partes illæ subtrahãtur, erit reliquus reliqui eædem partes quæ est totus totius.

CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa sextæ, ut si sit quot & quotæ partes est totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b, ad detracti a b, erit e residuus a, tot & totæ partes f residui b, quot & quotæ est a, b. Sit enim g una partium a, & h una partiũ c, eritq́ propter hypothesin, g tota pars a, quota h, c, & tota b, quota h, d: detrahatur igitur h d g, & remaneat k, eritq́ k per præmissam, tota pars e, quota g, a, & tota f per eandem, quota g, b: quia igitur e & f habent partem cõmunem quæ est k, erit per 16 diffinitionem, e partes f tot quidem quota pars est k, e, & totæ, quota est k, f. & quia tot & totæ erat a, b, patet propositum.

b
f . . . d . . . . . .
a
e . . . c . . . .
g . . k .
h . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 8

8 Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati, & reliquus reliqui eædem partes erit, quæ totus totius.

THEON ex Zamberto. *Numerus enim αβ, numeri γδ partes esto, quæ ablatus αε, ablati γζ. Dico quod reliquus εβ, reliqui ζδ eædem partes est, quæ totus αβ totius γδ. Ponatur enim ipsi αβ æqualis ηθ, quæ igitur partes est ηθ ipsius γδ, eædem partes est & αε ipsius γζ. Diuidatur quidem ηθ in ipsius γδ partes, hoc est ηκ & κθ & αε in ipsius γζ partes, hoc est αλ & λε. erit autem æqualis multitudo ipsorũ ηκ & κθ multitudini ipsorum αλ & λε. & quoniam qualis pars est ηκ ipsius γδ talis pars est & αλ ipsius γζ, maior autem est γδ ipso γζ, maior igitur est & ηκ ipso αλ, ponatur ipsi αλ æqualis μκ. Igitur qualis pars est ηκ ipsius γδ, talis pars est*

α . . . . κ . . . . . . β
γ . . . . ζ . . . δ
η . . . . μ . κ . . . . ν . θ

pars est & κ μ ipsius γ ζ: & reliquus igitur μ κ (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadem pars est, sicut totus κ α totius γ δ. Rursus quoniam qualis pars est α θ ipsius γ δ talis pars est & ε λ ipsius γ ζ, maior autem est γ δ ipso γ ζ, maior igitur est & θ α ipso ε λ, ponatur ipsi ε λ æqualis κ ν. Qualis igitur pars est α θ ipsius γ δ, talis pars est & κ ν ipsius γ ζ, & reliquus igitur ν θ (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadem pars est, quæ totus α θ totius γ δ. Patuit autem quod & reliquus μ κ reliqui ζ δ eadem pars est, qualis totus α κ totius δ γ: & uterque igitur μ κ & ν θ (per 5 septimi) ipsius δ ζ eædem partes est, quæ totus θ α totius γ δ. Aequalis autem est uterq; simul μ κ & ν θ ipsi ε β. At θ α ipsi ε α. & reliquus igitur ε β, reliqui ζ δ eædem partes est, quæ totus α β totius γ δ, quod oportebat demonstrare.

α . . . . λ . . . . β
ε . . . . μ . . κ . . . . . ν . . θ
γ . . . . ζ . . . . δ

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI fuerint quatuor numeri quorũ primus secundi tota pars quota tertius quarti, erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes secundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b secundi, quota c tertius d quarti: sintq; a & b minores c & d, aliter enim esset econuerso ei quod proponit. dico quod quota pars uel partes est a, c, tota uel totæ est b, d: diuidantur enim, b quidem secundum quantitatẽ a, d uero secũdum c, eruntq; per præsentẽ hypothesin, tot partes b, quot d, & quia unaquæq; partium b est æqualis a, & unaquæq; d, c. est autem a, c, pars aut partes per præsentem hypothesin & per quartã huius, erit unaquæq; partium b suæ comparis ex partibus d ut prima primæ secunda secundæ sicq; de cæteris, tota pars aut partes quota uel quotæ est a, c, per 5 igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c, quod est propositum.

b . . . . d . . . .
a . . . . c . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 9

9 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uicissim qualis pars est uel partes primus tertij, eadem pars erit uel partes secundus quarti.

THEON ex Zamberto. *Numerus enim α numeri β γ esto pars, & alter δ alterius ε ζ eadem pars, qualis est α ipsius β γ: minor autem esto α ipso δ. Dico quod & uicissim qualis pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est uel partes β γ ipsius ε ζ. Quoniam enim qualis pars est α ipsius β γ, talis pars est & δ ipsius ε ζ, quot igitur sunt in β γ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in ε ζ æquales ipsi δ. Dirimatur quidem β γ in ipsi α æquales, hoc est β κ & κ γ, & ε ζ in ipsi δ æquales, hoc est ε θ & θ ζ, est iam æqualis multitudo ipsorum β κ & κ γ, multitudini ipsorum ε θ & θ ζ: & quoniam æquales sunt β κ & κ γ numeri adinuicẽ, & ε θ & θ ζ numeri, sibyinuicem sunt æquales, & æqualis est multitudo ipsorum β κ & κ γ multitudini ipsorum ε θ & θ ζ qualis igitur pars est β κ ipsius ε θ uel partes, eadem pars est κ γ ipsius θ ζ uel eædem partes. Itaq; qualis pars est β κ ipsius ε θ uel partes, talis pars est (per 2 quinti & 5 septimi) & uterq; β γ utriusq; ε ζ uel eædem partes, æqualis autem est κ β ipsi α, & ε θ ipsi δ. Qualis igitur pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est & β γ ipsius ε ζ uel eædem partes, quod oportebat demonstrare.*

α . . . .
β . . . . . κ . . . . . γ
δ . . . . . .
ε . . . . . . θ . . . . . . ζ

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI fuerint quatuor numeri quorum primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quotæ secundus quarti.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri ut prius, quorũ similiter minores sint a & b, sitq; a totæ partes b, quotæ c est d: dico quod quota pars aut partes est a, c, tota uel totæ est b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui sunt a & c. eruntq; per præsentem hypothesin tot partes a, quot c, & qa unaquæq; ex partibus a est tota pars b, quota quælibet ex partibus c est d (hoc enim habemus ex nostra hypothesi) erit permutatim per præmissam ut quota pars aut partes est b, d, tota uel totæ sit unaquæq; ex partibus a suæ cõparis ex partibus c: per quintam igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotæ est a, c, quod est propositum.

a . . . . b . . . . . .
c . . . . d . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 10

10 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uicissim

cissim quæ partes est primus tertij uel pars, eædem partes erit & secundus quarti uel eadem pars.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α β, numeri γ partes esto, & alter δ ε, alterius ζ eædem esto partes, sit autem α β, ipso γ δ minor. Dico quod & uicissim quales partes est α β ipsius δ ε uel pars, eædem partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars. Quoniam enim quales partes est α β ipsius γ, eædem partes est & δ ε ipsius ζ, quot igitur sunt in ipso α β partes ipsius γ, tot & in δ ε sunt partes ipsius ζ. Diuidatur quidem α β in ipsius γ partes (æquales,) hoc est α κ & κ β. Itidemq; δ ε in ipsius ζ partes (æquales) hoc est δ θ & θ ε, erit iam æqualis multitudo ipsorũ α κ & κ β, multitudini ipsorum δ θ & θ ε. Et quoniam qualis pars est α κ ipsius γ eadem pars est & δ θ ipsius ζ, uicissim quoq; (per præcedentẽ) qualis pars est α κ ipsius δ θ uel partes, eadẽ pars est & γ ipsius ζ uel eædẽ partes.*

ζ . . . .
δ . . . . . . θ . . . .
γ . . . .
α . . . κ . . β

Id propterea qualis pars est κ β ipsius θ ε uel partes, talis pars est & γ ipsius ζ uel partes. Quare qualis pars est α κ ipsius δ θ uel partes, eadem pars est & α β ipsius δ ε uel eædẽ partes (per diffinitionẽ.) Sed (per 6 septimi) qualis pars est α κ ipsius δ θ uel partes, talis pars ostensus est & γ ipsius ζ uel eædem partes. & (per 11 quinti) quales igitur partes est & α β ipsius δ ε uel pars, eædem partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars, quod oportebat demonstrare.

Hæc undecima, in Zamberto nullam habet respondentem.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI fuerint quatuor numeri proportionales, quorũ primus secundo & tertius quarto sit maior, erit secundus tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota uel quotæ quartus tertij, quatuor numeros proportionales esse conueniet.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, sintq; a & c maiores. Dico q quota pars aut partes est b, a, tota uel totæ est d, c, & econuerso. Erit enim per conuersionẽ diffinitionis similium proportionũ, ut quoties b in a, toties sit d in c, & si qua pars aut partes b superfluunt in a, tota pars aut partes d superfluant in c, si itaque contineatur b in a sine superfluitate partis, quia toties sine superfluitate continetur d in c, erit per diffinitionẽ similium partium quota pars b a, tot ad c. Quod si quotieslibet cõtinetur b a cum superfluitate partis toties continetur d in c cum superfluitate similis partis, distinctio a secundũ b ut superfluitate, atq; c secundũ d ut superfluat f, erit tota pars e, b quota f, d. At quia toties continetur b in differẽtia a ad e, quoties d in differentia c ad f, erit per cõmunem scientiam toties e in a quoties f in c: cum igitur a & b habeant e partem cõmunem, similiter c & d, f, sit itaq; e in b quoties f in d, itemq; e in a quoties f in c, erit per 16 diffinitionẽ, b tot & totæ partes a, quot & quotæ d c. Si autem quotieslibet b cõtinetur in a cum superfluitate quotlibet partiũ, toties continetur d in c cum superfluitate totidem & similiũ partium, distinctio a secũdum b ut superfluat e, similiter c secũdum d ut superfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; una ex ipsis, argumentandũ ut prius, sicq; patet primũ. Secũdum sic. Sit b, a, tota pars aut partes, quota uel quotæ d, c, dico q erit proportio a ad b, sicut c ad d: si enim est tota pars, constat propositũ. Si autẽ totæ partes, diuisis eis secundũ partes illas, patebit toties esse b in a, quoties d in c, & totam partem aut partes b, superfluere in a, quota an quotæ d superfluunt in c, per diffinitionẽ itaq; est proportio a ad b, sicut c ad d, sicq; liquet totum.

a . . . . . . c . . . .
b . . . . d . . . .

a c
. . . . e . . . . f . . . .
b d
. . . .

a c
. . . . . . e . . . . f . .
b d
. . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SI à duobus numeris secundum suas proportiones duo numeri detrahantur, erit proportio reliqui ad reliquum tanquam proportio totius ad totum.

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic de numeris. Ut si sit proportio totius a ad totum b sicut c detracti ab a ad d detractũ a b, erit e residui a ad f residuũ b, sicut a ad b. Si enim a sit minor b, erit per præsentem hypothesin

b
d . . . f . . . . .
a
c . . . . e . . . .

thesin & per conuersionem diffinitionis, c tota pars aut partes d, quota uel quotæ est a,b, per 7 igitur uel 8, erit e tota pars aut partes f, quota uel quotæ est a,b, per diffinitionẽ igitur erit proportio una, quod est propositum. Quod si a sit maior b, erit per primã partẽ præmissæ quota pars aut ptes b,a, tota uel totæ d,c, quare per 7 uel 8, tota uel totæ erit f, e, itaq; per secundã partem præmissæ erit e ad f, sicut a ad b, quare constat propositũ.

CAMPANI annotatio. Cedunt autem huic, 7 & 8, hæc enim sola quod ambæ illæ, continet. Volunt autem quidam secundam partem huius probare per 19 quinti, sed si hoc intenderet Euclides, cũ ista proponat particulariter quod illa uniuersaliter, uane (illa demõstrata in quinto) proposuisset hãc hic in septimo, & quia iterũ non demonstrant eam simpliciter per 19 quinti. At uero nec modũ demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationem huius, cum illa demonstretur in quantitatibus in genere per proportionalitatẽ permutatã quæ infra demonstratur in numeris. Existimo autẽ, & rationabiliter conuinci uidetur Euclidem (quem uultũ demonstratoris arithmetici, gratia decimi in quo sine numerorũ aliqua præcognitione transire nõ poterat constat assumere) idcirco plurima eorũ quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit, hic repetere demõstranda de numeris, quoniã per alia principia propria uidelicet numerorũ, quæ magis nota sunt intellectui q̃ ea per quæ processit in quinto, ipsa demonstrare intendit, principia enim quinti propter malitiã quantitatũ incõmunicantiũ difficilia sunt: principia uero numerorũ, magis ultro se intellectui applicãnt faciliusq; quam illa. Egent enim illa intellectui magis disposito.

Hæc sequens undecima Euclidis ex Zamberto propositio, duodecimæ præcedenti ex Campano respondet.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 11

11 Si fuerit sicut totus ad totum sic ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit sicut totus ad totum.

THEON ex Zamb. *Esto sicut totus α β ad totum γ δ, sic ablatus α ε ad ablatum γ ζ. Dico quod & reliquus ε β ad reliquũ ζ δ, est sicut totus α β ad totum γ δ. Quoniam enim est sicut α β ad γ δ sic α ε ad γ ζ, qualis igitur pars est α β ipsius γ δ uel partes, eadem pars est & α ε ipsius γ ζ uel eædem partes: & reliquus igitur ε β (per 8 septimi, reliqui ζ δ eadem pars est uel partes, quæ α β ipsius γ δ: est igitur (per 11 quinti) sicut ε β ad ζ δ, sic α β ad γ δ. Quod oportebat demonstrare.*

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 SI fuerint quotlibet numeri proportionales, quantus erit unus antecedens ad suum consequentem, tanti erunt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

CAMPANVS. Quod proponit Euclides per 12 quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc de numeris. Vt si sint a,b, & c,d, & e,f proportionales, dico q; quæ est proportio a ad b ea est quæ a,c,e, pariter acceptorũ ad b d,f pariter acceptos. Si enim a,c,e sint minores b, d, f, erit per conuersionẽ diffinitionis quota pars aut partes a b, tota uel totæ c,d; & e,f: per 5 ergo uel per 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes a,b, tota uel totæ a,c,e pariter accepti b,d,f pariter acceptorũ, quare per diffinitionẽ, proportio una. Si autem a,c,e, sunt maiores b,d,f, erit per primam partem 11, quota pars uel partes b,a, tota uel totæ d,c & f,e, per 5 ergo uel 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes b,a, tota uel totæ b,d,f, pariter accepti a,c,e pariter acceptorũ: itaq; per secũdam partẽ 11, proportio a ad b sicut a,c,e pariter acceptorũ, ad b,d,f pariter acceptos, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 12

12 Si fuerint quotcunq; numeri proportionales, erit sicut unus antecedentium ad unum sequentiũ, sic omnes antecedentes ad omnes consequẽtes.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β sic γ ad δ. Dico quod est sicut α ad β, sic sunt α & γ ad β & δ. Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β sic γ ad δ, qualis igitur pars est α ipsius β uel partes eadem pars est & γ ipsius δ uel partes, & (per 5 septimi) uterq; igitur α, γ, utriusq; β, δ, eadem pars est uel eædem partes, quæ α ipsius β: est igitur (per 11 quinti) sicut α ad β, sic α γ ad β δ, quod erat demonstrandum.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 14.

14 **S**I fuerint quatuor numeri proportionales, permutatim quoq̃ proportionales erunt.

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata quam demonſtrauit Euclides per 16 quinti in genere, proponit hic demonſtrandũ in numeris. Vt ſi ſit proportio a ad b ſicut c ad d, erit permutatim a ad c ſicut b ad d, erit enim a maior b aut minor, ſimiliter quoqꝫ & maior c aut minor.

Sit itaqꝫ primo minor utroqꝫ, erit ergo per præſentem hypotheſin & conuerſionem diffinitionis, a tota pars aut partes b. a . . b . . . . c . . . d . . . . . . quota uel quotæ c, d, per 9 itaqꝫ uel 10, erit permutatim a tota pars aut partes c, quota uel quotæ b, d, quare per diffinitionẽ proportio una. Sit ſecundo a maior utroqꝫ, erit per primam partem 11, ut quota pars aut partes eſt b, a, a . . . . . . b . . . c . . . . d . . tota uel totæ ſit d, c, quare per 9 uel 10 tota pars aut partes erit b, d, quota uel quotæ c, a. Igitur per ſecundam partem 11 erit a ad c, ſicut b ad d. Sit tertio a maior b, & minor c, eritqꝫ per primam partem 11 tota pars aut partes b, a, a . . . . b . . c . . . . d . . . quota uel quotæ eſt d, c, quare per 9 uel 10 quota uel quotæ eſt a, c, tota uel totæ erit b, d, per diffinitionẽ itaqꝫ proportio una. Vltimo quoqꝫ ſit a minor b maiorqꝫ c, eritqꝫ ut tota pars aut partes ſit c, d, quota uel quotæ eſt a, b, a . . . b . . . . . . c . . d . . . . per 9 itaqꝫ uel 10 erit tota uel totæ d, b, quota uel quotæ c, a, quare per ſecundã partem undecimæ, b ad d, ſicut a ad c, ſicqꝫ conſtat propoſitũ. Huic autem cedunt 9 uel 10, quia hæc ſola quod ambæ illæ proponit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propoſitio 11

13 Si quatuor numeri proportionales fuerint, & uiciſſim proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ. Dico quod & uiciſſim proportionales erunt, ſicut α ad γ, ſic β ad δ.* α . . . . β . . . . *Quoniam enim (per hypotheſin) eſt ſicut α ad β ſic γ ad δ, qualis igitur pars eſt* γ . . . . δ . . . *α ipſius β uel partes, eadem pars eſt & γ ipſius δ uel partes (per 6 ſeptimi.) Viciſſim igitur qualis pars eſt α ipſius γ uel partes, eadem pars eſt & β ipſius δ uel partes (per 9 ſeptimi & 10 eiuſdem.) Sicut igitur α ad γ, ſic β ad δ (per 11 quinti.) Quod erat demonſtrandũ.*

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15

15 **S**I fuerint quotlibet numeri aliiqꝫ ſecũdum eorum numerũ, omneſqꝫ duo ex prioribus ſecundũ proportionẽ omniũ duorũ ex poſterioribus, in proportione æqualitatis proportionales erunt.

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas quã demonſtrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic demonſtrandũ in numeris directæ proportionalitatis: æquam autem proportionalitatẽ quam demonſtrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectæ proportionalitatis, non proponit demonſtrandum in numeris, ſed eam demonſtrabimus infra ſuper 19 huius, nec eſt neceſſarium ut prædemonſtremus in numeris, quod demonſtratũ eſt per 11 quinti de quãtitatibus in genere, uidelicet, ſi quotlibet proportiones in numeris fuerint uni æquales uel eædem, ipſas eſſe ſibi æquales uel eaſdem, hoc enim manifeſtum eſt per diffinitionem. Vt ſi a ad c & e ad f, a . . . . c . . . . e . . . . b . . . . b . . . f . . ſit ſicut b ad d, erit tam a, c quàm e, f tota pars aut partes, quota uel quotæ b, d, aut toties cõtinebit a, c, & f, quoties b, d, & tota pars aut partes ſuperfluẽt e in a, & f in e, quota uel quotæ d in b, quia ergo quota pars aut partes eſt a, c, tota uel totæ eſt e, f, aut quoties a continet c toties e, f, & quota pars aut partes c ſuperfluũt in a tota uel totæ f in e. erit per diffinitionẽ a ad c ſicut e ad f. Sint igitur uti proponitur numeri a, b, c & alii totidem c, d, f, ſitqꝫ a ad b, a . . . . c . . . . b . . . . . . d . . . c . . . . f . . ſicut c ad d, & b ad e, ſicut d ad f: dico quod erit in æqua proportionalitate a ad e, ſicut c ad, f, erit enim per præmiſſam a ad c ſicut b ad d, ſed & b ad d, ſicut e ad f: quare a ad c, ſicut e ad f: igitur per eandem a ad e, ſicut c ad f, idem erit ſumptis pluribus, ſicqꝫ conſtat propoſitum.

CAMPANI additio. Quoniam autem Euclides cæteras quatuor ſpecies proportionalitatis quæ ſunt conuerſa, coniuncta, diſiuncta, euerſa, proponit demonſtrandas in numeris, conueniens arbitramur eas quas non autor tanquam facile demonſtrabiles

prætermiſit

prætermisit demonstrare. Primum itaque demonstrabimus conuersam, ut si sit a ad b, sicut c ad d, dico quod erit econuerso a . . . . c . . . . . . b . . . . d . . . b ad a, sicut d ad c: si enim fuerit a minor b, tunc quoque erit c minor d, & tota pars aut partes a, b, quota uel quotæ c, d, quare per secundam partem 11, erit b ad a, sicut d ad c: si autẽ fuerit a maior b, erit quoque & c maior d, & per primam partem 11 b tota pars aut partes a, quota uel quotæ d, c, per diffinitionem igitur, b ad a, sicut d ad c.

Disiunctam proportionalitatem ostendere.

Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d, erit a ad b, sicut c ad d, erit enim permutatim a b ad c d, sicut b ad d, & per 11 sicut a ad c, a . . . . b . . . c . . . . d . . quia ergo a ad c, sicut b ad d, erit permutatim a ad b, sicut c ad d.

Coniunctæ proportionalitati demonstrationem afferre.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, erit a b ad b, sicut c d ad d: erit enim permutatim a ad c, sicut b ad d: quare per 11 a b ad c d, sicut b ad d, permutatim igitur erit a b ad b, sicut c d ad d.

a . . . . . . b . . .
c . . . . d . .

Euersam proportionalitatem restat in numeris stabilire.

Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d, erit a b ad a, sicut c d ad c, erit enim permutatim a b ad c d, sicut b ad d, quare per 11 sicut a ad c, permutatim igitur erit a b ad a, sicut c d ad c. patet itaque totum. Ex his quoque leue est demonstrare in numeris, quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere, uidelicet.

a . . . . . . b . . .
c . . . . d . .

Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum, quinti quoque ad secundum sicut sexti ad quartũ, erit proportio primi & quinti pariter acceptorũ ad secundũ sicut tertij & sexti pariter acceptorũ ad quartũ.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, itemque e ad b, sicut f ad d, erunt a & e pariter accepti ad b, sicut c & f pariter accepti ad d, erit enim per conuersam proportionalitatem b ad e, sicut d ad f: quare per æquam proportionalitatem a ad e, sicut c ad f, ergo coniunctim a & e ad e, sicut c & f ad f, itaque per æquam proportionalitatem a & e ad b, sicut c & f ad d, quod est propositũ.

a . . . . e . . . . c . . . . f . . .
b . . . . d . . .

Eodemque modo probabis econuerso, si sit b ad a, sicut d ad c, itemque b ad e, sicut d ad f, erit b ad a & e, sicut d ad c & f, erit enim per conuersam proportionalitatẽ a ad b, sicut c ad d: quare per æquam a ad e, sicut c ad f, & cõiunctim a & e ad e, sicut c & f ad f: igitur econuerso e ad a & e, sicut f ad c & f, per æquam itaque prrportionalitatẽ erit b ad a & e, sicut d ad c & f, quod erat propositum. Ex hoc quoque manifestum rst quod si fuerit proportio quotlibet numerorũ ad primum sicut totidem aliorum ad secundum, erit aggregati ex omnibus antecedẽtibus ad primum, ad primum, sicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad secundum, ad secundum. Itemque econuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidem alios, erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum, sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 14

14 Si fuerint quotcunque numeri, & alij eisdem æquales numero* cum duobus sumpti & in eadem ratione, & ex æquali in eadem ratione erunt.

* σύνδυο bini, duo & duo

THEON ex Zamberto. *Sint quotcunque numeri α, β, γ & alij eisdem æquales numero cum duobus sumpti in eadem ratione δ, ε, ζ, sicut quidem α ad β, sic δ ad ε, sicutque β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quod & ex æquali est sicut α ad γ, sic δ ad ζ. Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β, sic δ ad ε, & uicißim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est ε ad ζ, uicißim igitur (per eandem) est sicut β ad ε, sic γ ad ζ. sicut autem β ad ε, sic α ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad δ, sic γ ad ζ. Vicißim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad γ, sic δ ad ζ, quod oportuit demonstrasse.*



Eucli. ex Camp. Propositio 16

16 SI numeret unitas aliquem numerum quoties quilibet tertius aliquem quartum, erit quoq; permutatim ut quoties unitas numerat tertium, toties secundus numeret quartum.

CAMPANVS. Vt si sit unitas ad a, sicut b ad c, erit permutatim unitas ad b, sicut a ad c. Non superfluit autem hæc, demonstrata permutata proportione, non enim ex illa potest concludi quod hic proponitur. Nam illa demonstrata est de quatuor numeris proportionalibus, unitas uero non est numerus per diffinitionem. Hoc ergo modo pateat propositum. Diuidatur a per unitates, & c, secundum quantitatẽ b, eruntq; per præsentẽ hypothesin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; partium a est unitas, & unaquæq; partium c est æqualis b, erit ut quoties unitas in b, toties unaquæq; partium a in sua compari ex partibus c, per modum itaq; demonstrationis quintæ, sequetur toties esse a in c, quoties unitas in b, quod est propositum.

unitas b . .
.
a . . . . c . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 Si unitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter numerus alium quempiam numerum metiatur, & uicissim pariter unitas tertium numerum metietur, & secundus quartum.

THEON ex Zamberto. *Vnitas, inquam, α numerum aliquem βγ metiatur, pariter autem alius numerus δ, alium quempiam numerum εζ metiatur. Dico quod & uicissim pariter α ipsum δ numerum metietur, & βδ ipsum εζ. Quoniam enim æque α unitas ipsum βγ numerum metitur, & δ ipsum εζ: quot igitur sunt in βγ unitates, tot sunt in εζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, βγ in eas quæ in eo sunt unitates, hoc est βκ, κθ & θγ. Ipse uero εζ in ipsi δ æquales, hoc est εκ, κλ & λζ, est iam æqualis multitudo ipsorum βκ, κθ & θγ, multitudini ipsorum εκ, κλ & λζ: & quoniam βκ, κθ & θγ unitates sibi inuicem sunt æquales, & εκ, κλ & λζ numeri sibi inuicem sunt æquales, & est æqualis multitudo ipsarum βκ, κθ & θγ unitatum multitudini ipsorum εκ, κλ & λζ numerorum, est igitur sicut βκ unitas ad εκ numerum, sic est κθ unitas ad κλ numerum, & θγ unitas ad λζ numerum: erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentium ad unum consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. Est igitur sicut βκ unitas ad εκ numerum, sic βγ ad εζ: æqualis autem est βκ unitas ipsi α unitati, & εκ numerus ipsi δ numero: est igitur (per 11 quinti) sicut α unitas ad δ numerum, sic βγ ad εζ: pariter igitur α unitas ipsum δ numerum metitur, & βγ ipsum εζ, quod oportuit demonstrasse.*

α .
β . κ . θ . γ
δ . .
ε . . κ . . λ . . ζ

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI duorum numerorũ uterque ducatur in alterum, qui inde producentur erunt æquales.

CAMPANVS. Sicut si ex a in b proueniat c b, & ex b in a proueniat d, erunt c & d æquales. Cum enim b multiplicatus per a producat c, erit per conuersionẽ diffinitionis b in c, quoties unitas in a, ergo per præmissam, erit a in c, quoties unitas in b. Et quia toties est a etiam in d, quia ex b in a fit d, sequitur ut toties sit a in c quoties in d, per conceptionem igitur c & d sunt æquales.

CAMPANI annotatio. Possumus quoq; hanc conclusionem alio modo proponere Si duorum numerorum uterque ducatur in alterum idem numerus utrobique proueniet, ut si ex a in b proueniat c, idem etiam ex b in proueniet. Quia enim ex a in b fit c, erit prius per conuersionem diffinitionis b in c quoties unitas in a. Et permutatim per præmissam a in c, quoties unitas in b, quia igitur a toties sibi coaceruatur in c, quoties in b est unitas, sequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

unitas
.
a . . . b . . . .
c . . . .
d . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 16

16 Si bini numeri multiplicantes se adinuicem, fecerint aliquos, geniti ex eis æquales adinuicem erunt.

THEON ex



THEON ex Zamberio. Sint bini numeri α, β, & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat γ, & β ipsum α multiplicãs, efficiat δ. Dico quod æqualis est γ ipsi δ. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, γ fecit, & β igitur ipsum γ metitur per eas quæ in α sunt unitates: metitur autem & ε unitas ipsum α numerum per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsum α numerũ metitur & ε ipsum γ. Vicissim igitur (per 15 septimi) pariter ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum γ. Rursus quoniam β ipsum α multiplicans, fecit ipsum δ, igitur α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso β sunt unitates. Metitur autem & ε unitas, ipsum β per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum δ: pariter autem ε unitas ipsum ε numerum metitur, & α ipsum γ. Pariter igitur α, utrunq; γ, δ, metitur: æqualis igitur est ε ipsi δ, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI unus numerus in duos ducatur, tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum, quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.



CAMPANVS. Multiplicet a utrunq; duorum numerorũ b & c, & proueniant d & e. Dico quod erit proportio d ad e, sicut b ad c: sequitur enim per conuersionẽ diffinitionis eius quod est multiplicari, ut b in d, & c in e sit, quoties unitas in a: quare per diffinitionẽ, proportio d ad b, est sicut e ad c: æqualiter enim eos continent, quia quoties unitatem, ergo permutatim d ad e, sicut b ad c, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 17

17 Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos, geniti ex eis eandem rationem habebunt quam multiplicati.



THEON ex Zamb. Numerus enim α duos numeros β, γ, multiplicans, efficiat ipsos δ, ε. Dico quod est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, ipsum δ fecit, & ε igitur ipsum δ metitur per eas quæ in α sunt unitates. Metitur autem & ζ unitas, ipsum α numerum, per eas quæ in eo sunt unitates. Pariter igitur ζ unitas ipsum α numerum metitur, & ε ipsum δ: est igitur sicut ζ unitas ad α numerum, sic est β ad δ. Propterea iam & sicut ζ unitas ad α numerum, sic γ ad ε: & sicut igitur (per 11 quinti) β ad δ, sic γ ad ε. Vicissim igitur (per 15 septimi) est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Si igitur numerus duos, & reliqua quæ sequuntur, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 SI duo numeri unum multiplicent, erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicantium.

CAMPANVS. Ex conuersione antecedentis præmissæ, cõcluditur hæc eadem passio quæ in præmissa, ut si uterq; duorum numerorum b & c multiplicet a, & proueniant d & e, erit d ad e, sicut b ad c: erit enim per ante præmissam ut ex a in b & c fiant d & e: quare per præmissam d ad e, sicut b ad c, quod est propositum.



CAMPANI annotatio. Potes autem quod proponit per hanc & præmissam de duobus numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quod si unus multiplicet quotlibet, erit productorum & multiplicatorum una proportio. Similiter quoq; si quotlibet multiplicent unum erit, erit productorũ & multiplicantium una proportio, quod per hanc & præmissam quoties oportuerit repetitas, facile probabis. Hic autem (ut supra polliciti sumus) demonstrare uolumus æquam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirectæ proportionalitis, quam demonstrat Euclides per 13 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur:



Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirecte proportionales, extremi quoq; in eadem proportione proportionales erunt.

ut si sit a ad b, sicut d ad f, & b ad e, sicut c ad d, erit a ad e, sicut c ad f: ducatur enim c in d & f, & proueniāt g & h, eritq́ per præmissam g ad h, sicut d ad f, quare & sicut a ad b. ducatur item f in d, & proueniat k: eritq́ per hanc 19 g ad k, sicut c ad f, & quia ex f in d fit k, fiet idem econuerso per 16 ex d in f, quia igitur ex c & d in f fiunt h & k, erit per hanc 19, h ad k, sicut c ad d, quare sicut b ad c, & quia iam ostensum est quod est g ad h sicut a ad b, erit per 23, a ad e sicut g ad k, sed sic erat etiā c ad f: est igitur a ad e, sicut c ad f, quod est propositū. Idem probabis si fuerint in utroq́ ordine numeri plures tribus quemadmodū probatur in 23 quinti, de quantitatibus pluribus tribus.

g . . . .
h . . . .
a . . . . c . . . .
b . . . . . . d . . .
e . . . . . f . .
k . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

18 Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes, fecerint aliquos, geniti ex eis eandem habebunt rationem quam multiplicantes.

THEON ex Zamberto. *Duo enim α, β, numerum aliquem δ multiplicantes, efficiant ipsos δ, ε. Dico quod est sicut α ad β, sic est δ ad ε. Quoniā α enim multiplicans ipsum γ, fecit ipsum δ, & γ igitur ipsum α multiplicans, facit ipsum δ. Id propterea γ ipsum β multiplicans, ipsum ε fecit. Numerus iam γ duos numeros α, β, multiplicans, fecit ipsos δ, ε. Est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic est δ ad ε, quod oportuit demonstrasse.*

α . . . .
β . . . . .
γ . . .
δ . . . .
ε . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 SI fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, æquum erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si uero quod ex primo in ultimum producetur, æquum est ei quod ex secundo in tertium, illi quatuor numeri sunt proportionales.

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides per 15 sexti, de quatuor lineis proportionalibus, proponit hic de quatuor numeris proportionalibus, uerbi gratia. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, fiatq́ ex a in d, e, & b in c, f: dico quod e & f sunt æquales, & econuerso. Ducatur enī a in b, & fiat g, eritq́ per 18 g ad e, sicut b ad d, & quia per 17 ex b in a fit g, & ex eodem b in c, f, erit per 18 g ad f, sicut a ad c: æquales igitur sunt f & e, quod est primum. Nec oportet prædemōstrare si unius numeri ad duos sit una proportio, quod sunt æquales, aut si ipsi sunt æquales, quod unius ad ipsos sit una proportio. Si enim est una proportio g ad e & ad f, aut ipse erit tota pars uel partes e quota uel quotæ idem est f, & tunc per conceptionem patet e & f esse æquales, aut toties g continebit e quoties f, & superfluent in eo tota pars uel partes e quota uel quotæ in eodem superfluent f, & tunc etiam per conceptionem patet eos esse æquales. Quod si ipsi fuerint æquales patet per conceptionē, quod aut g erit tota pars uel partes e quota uel quotæ f, & tunc per diffinitionē erit ipsius g ad utrunq́ eorum proportio una, aut æqualiter continebit utrunq́ cum superfluitate similium & tot numero partium, & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad utrunq́ proportio una.

e . . . .
g . . . .
f . . . .
a . . . . . . c . . . .
b . . . d . .

Secundum sic patet. Sit e productus ex a in d, æqualis f producto ex b in c: dico proportio a ad b est, sicut c ad d. & est hæc conuersa primæ partis. Sit enim ut prius g, qui fit ex a in b, & quia e & f sunt æquales, erit g ad utrunq́ eorum proportio una, & quia ut prius per 18, g ad f sicut a ad c, & ad e sicut b ad e, erit a ad c, sicut b ad d, quare permutatim a ad b, sicut c ad d.

CAMPANI annotatio. Non proponit autem Euclides de tribus numeris continue proportionalibus, quod ille qui ex ductu primi in tertium producitur, sit æqualis quadrato medij, & si ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit æqualis quadrato medij, quod illi tres numeri sint continue proportionales, sicut proponit in 16 sexti. de tribus lineis: hoc enim facile demonstratur per hanc 20, medio illorum trium numerorum, æquali assumpto, quemadmodū in sexto de tribus lineis probatur per quatuor, assumpta quarta æquali mediæ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 19

19 **Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus est ei qui ex secundo & tertio. Et si qui ex primo & quarto fit numerus æqualis fuerit ei qui ex secundo & tertio, ipsi quatuor numeri proportionales erunt.**

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ: & α quidem ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ε, & β ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum ζ. Dico quod æqualis est ε ipsi ζ. Ipse autem α ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum η. Quoniam igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, multiplicans autem ipsum δ, ipsum ε fecit, numerus iam α duos numeros γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, & igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est η ad ε. Sicut autem γ ad δ, sic α ad β: & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic η ad ε. Rursus quoniam α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, sed β ipsum γ multiplicans, ipsum ζ fecit, duo iam numeri α, β, numerum aliquem γ multiplicantes, ipsos fecerunt η, ζ: est igitur (per 18 septimi) sicut α ad β, sic η ad ζ, sed sicut α ad β, sic η ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) η ad ε, sic η ad ζ. Igitur η ad utrunque ipsorum ε, ζ, eandem habet rationem: æqualis igitur est ε ipsi ζ (per 7 quinti.) Sit uero rursus æqualis ε ipsi ζ. Dico quod est sicut α ad β, sic est γ ad δ. Eisdem namque dispositis, quoniam α ipsos γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic η ad ε: æqualis autem est ε ipsi ζ: est igitur sicut η ad ε, sic η ad ζ (per secundam partem septimæ quinti.) Sed sicut quidem η ad ε, sic γ ad δ: sicut igitur γ ad δ, sic η ad ζ: sicut autem η ad ad ζ, sic α ad β, (per 18 septimi) sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic γ ad δ. Quod oportebat demonstrare.*



Eucli ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20

20 **Si tres numeri proportionales fuerint, qui sub extremis æqualibus est ei qui à medio. Et si qui sub extremis æqualibus fuerit ei qui à medio, ipsi tres numeri proportionales erunt.**

THEON ex Zamberto. *Sint tres numeri proportionales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ. Dico quod qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β. Ponatur enim ipsi β æqualis δ: est igitur sicut α ad β, sic δ ad γ. Igitur qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β, δ, atqui ex β, δ, æquus est ei qui ex β: æqualis enim est β ipsi δ. Qui igitur ex α, γ, æquus est ei qui β.*

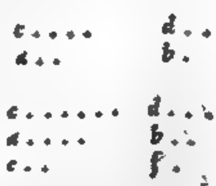
Sed qui ex α, γ, æquus esto ei qui ex β. Dico quod sicut α ad β, sic est β ad γ. Quoniam enim qui ex α, γ, æquus est ei qui ex β, qui uero ex β, æquus est ei qui ex β, δ, est igitur (per undecimam quinti) sicut α ad β, sic δ ad γ, æquus autem est β ipsi δ: est igitur sicut α ad β, sic β ad γ, quod erat demonstrandum.



Euclides ex Campano. Propositio 21

21 **NVmeri secundum quamlibet proportionem minimi, numerant quoslibet in eadem proportione, minor minorem & maior maiorem æqualiter.**

CAMPANVS. Sint a & b, minimi numeri in sua proportione, sitque c ad d, sicut a ad b: dico quod a numerat c, & b, d, æqualiter. Cum sit enim a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d: erit igitur a, c tota pars uel partes, quota uel quotæ b, d: si itaque fuerit pars, constat propositum. At si partes, sit e una partium a, *&* f una partium b, *&* quia tota pars est e, c per hypothesin quota f, d, erit per diffinitionem proportio e ad c, sicut f ad d, quare permutatim e ad f, sicut c ad d, quare etiam sicut a ad b: non sunt itaque a & b, minimi suæ proportionis, quod est contrarium positis.



Similiter quoque.

Quotlibet numeri, siue in eadem proportione siue in diuersis minimi, numerant omnes in eadem proportione quisque suum correlarium æqualiter.

Vt si sint a,b,c, minimi in eadem proportione uel in diuersis, sintque in eadem uel eisdem d,e,f, ita quod sit d ad e, ut a ad b, & e ad f, ut b ad c: dico quod a numerat d, & b, e, & c, f, æqualiter: quia enim est a ad b, ut d ad e, erit permutatim a ad d, ut b ad e: & quia b ad c, ut e ad f, erit etiam permutatim b ad e, ut c ad f, quare b ad e, & c ad f, sicut a ad d, & quia a, b, c, sunt minores d, e, f, erit b, e, & c, f, tota pars aut partes, quota est a, d. Si itaque pars, constat propositum. At si partes, sit g una partium a, & h una partium b, & k una c, eritque per præsentem hypothesin tota pars h, e, & k, f, quota g, d: quare per diffinitionem h ad e, & k ad f, sicut g ad d, permutatim igitur erit g ad h, ut d ad e, & h ad k, ut e ad f: quare g ad h, ut a ad b, & h ad k, ut b ad c, quia ergo g, h, k, sunt minores a, b, c, & in eadem proportione, sequitur contrarium positi.

d . . . . e . . . . f . . . .
a . . . . b . . . c . .

d . . . . e . . . . e . . . .
a . . . . b . . . c . .
g . . . h . . k .

Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 **Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, minor minorem.**

THEON ex Zamberto. *Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipsis α, β, ipsi γδ & εζ. Dico quod æqualiter γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β. ipse enim γδ, ipsius α non est partes. Si enim possibile, esto γδ ipsius α partes: & εζ igitur ipsius β eædem partes est, quæ & γδ ipsius α. Igitur quot sunt in γδ, partes ipsius α, tot sunt & in εζ, partes ipsius β. Diuidatur quidem γδ in ipsius α partes, hoc est γη & ηδ. Sicque εζ in ipsius β partes, hoc est εθ & θζ, erit itaque æqualis multitudo ipsorum γη & ηδ, multitudini ipsorum εθ & θζ: & quoniam æquales sunt γη & ηδ numeri adinuicem, sunt autem & εθ, θζ numeri adinuicem æquales, estque multitudo ipsorum γη & ηδ æqualis multitudini ipsorum εθ & θζ: est igitur (per 7 quinti) sicut γη ad εθ, sic ηδ ad θζ. Erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentiū ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut γη ad εθ, sic γδ ad εζ. Igitur γη & εθ, ipsis γδ & εζ in eadem ratione sunt, minores existentes eis, quod est impossibile. Supponuntur enim ipsi γδ & εζ minimi, eandem rationem habentium eis. Igitur γδ non est partes ipsius α, pars igitur, & εζ igitur ipsius β eadem pars est quæ & γδ ipsius α, pariter igitur γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β, quod oportebat demonstrare.*

γ . . η . . δ
ε . . . θ . ζ
α . . . .
β . . . . . .

Huic ex Zamberto propositioni respondet id quod supra, ad 19 addidit Campanus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

22 **Si fuerint tres numeri, & alij eisdem æquales numero,* cum duobus sumpti & in eadem ratione, fuerit autem perturbata eorum proportio, & ex æquali in eadem ratione erunt.**

** subd. bini*

THEON ex Zamberto. *Sint numeri α, β, γ, & alij eisdem æquales numero δ, ε, ζ, cum duobus sumpti, & in eadem ratione: sit autem perturbata eorum proportio: sicut quidem α ad β, sic ε ad ζ, & sicut β ad γ, sic δ ad ε. Dico quod & ex æquali est sicut α ad γ, sic est δ ad ζ. Quoniam enim est sicut α ad β, sic ε ad ζ, qui igitur ex α, ζ, (per 20 septimi) æqualis est ei qui ex β, ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, qui igitur ex δ, γ, æqualis est ei qui ex β, ε: ostensum autem est quod qui ex α ζ, æquus est ei qui ex β, ε, & qui ex α, ζ igitur, (per 20 septimi,) æquus est ei qui ex δ, γ. Est igitur (per 11 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad ζ, quod oportebat demonstrare.*

α . . . .
β . . . .
γ . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 **Si fuerint duo numeri secundum suam proportionem minimi, ipsi erunt adinuicem primi.**

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, secundum suam proportionẽ minimi: dico quod ipsi sunt contra se primi. Si enim non, numeret eos c secundum d & e: eritq́ per 15 d ad e, sicut a ad b, & quia d & e sunt minores a & b, sequitur a & b non esse suæ proportionis minimos, quod est contrariũ positioni.

a . . . . . .   b . . . . .
c . .
d . . . .   e . . . .

Similiter quoq́.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum proportionum (siue eadem siue diuersæ fuerint) minimi, nullus numerus numerabit omnes.

Vt si sint a, b, c, minimi in continuatione suarum proportionum: dico quod nullus numerabit omnes. Sin autẽ, numeret os d, a quidem secundum e, b uero secundum f, & c secundum g: eritq́ per 15 e ad f, sicut a ad b, & f ad g, sicut b ad c, quia ergo e, f, g, sunt minores a, b, c, & secundum proportioñe eorum, non erunt a, b, c, quales positi sunt, quod est inconueniens. Quanquã autem nullus numeret a, b, c, si fuerint minimi, potest tamen esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus, ducto etenim quolibet numero in aliquem ad se primum, ac utroq́ eorum in aliquem tertium ad utrunq́ primum, prouenient tres numeri quorum quique duo erunt compositi, nullus tamen numerabit omnes. Sint enim a, b, c, tres numeri quorum quisque sit primus ad alios, ducaturq́ a in b & c, & proueniat d & e, itemq́ b in c, & proueniat f, dico quosq́ duos ex d, e, f, esse adinuicem compositos, tamen nullus numerabit omnes. Duos quosq́ patet esse compositos: a enim numerat d & e, b uero d & f, & c, e & f, quod autẽ nullus numeret omnes, patebit, prius demonstrato quod a est maximus numerans d & e, b quoq́ maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f. Hoc autem sic constat, si enim a non est maximus numerans d & e, sit itaque g, numeretq́ d secundum h, & e secundum k, erit per secundam partem 20 a ad g, sicut h ad b, itemq́ per eandem a ad g, sicut k ad c. Quia ergo a est minor g, erit b minor h, & k minor c, & quia h ad k, sicut b ad c, utraque enim est sicut d ad c per 15 bis assumptam, sunt autem h & k minores b & c, erit per immediate sequentem, & per hanc hypothesin, quod b & c sunt contra se primi, reperire minimis minores, quod quia est impossibile, erit a maximus numerans d & e. Eodemq́ modo probabitur quod b sit maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f, si quis ergo numerat d, e, f, per correlarium secundæ ter assumptum ipse numerabit a, b, c, sed quisque eorum primus erat ad reliquos. Accidit igitur impossibile.

a . . . . b . . . . c . . . . . .
d . .
e . . . . . f . . . . g . . .

g . . . . .   h . . . .   k . . .
a . . . .   b . . . .   c . . .
d . . . . e . . . . f . . . . . .

Similiter quoq́.

Quotlibet numeri quos unus non numerat, secundum continuationem suarum proportionum sunt minimi.

Vt sit sint a, b, c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat: dico quod ipsi sunt in continuatione suarum proportionũ minimi. Alioquin sint minimi d, e, f, qui per 21 numerabunt a, b, c, quisque suum relatiuum æqualiter: sit ergo ut secundum g. eritq́ per 17 ut uiceuersa g numeret a, b, c, secundum d, e, f, quare accidit contrarium positioni.

a . . . . b . . . . c . . . . . .
d . . . . . e . . . . . f . . .
g . .

Eucli. ex Zamb. *Theorema 21* *Propositio 23*

23 Primi numeri adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentium eis.

THEON *ex Zamberto.* *Sint primi numeri adinuicem α, β. Dico quod ipsi α, β, minimi sunt eandem rationem habentium eis: si autem α & β non sunt minimi eandem habentiũ rationem eis, erunt aliqui numeri ipsis α, β,*

minores in eadem ratione existentes ipsis α, β, sint autem γ, δ. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium, eis metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem (per 21 septimi) hoc est antecedens ipsum antecedentem, & consequens ipsum consequentem, æqualiter igitur γ ipsum α metitur, & δ ipsum β. Quoties iam γ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε, & δ igitur ipsum β metitur, per eas quæ in ipso ε sunt unitates, & quoniam γ ipsum α metitur per eas que in ipso sunt unitates, igitur & ε ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. Id propterea & ε ipsum β metitur, per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Igitur & ε ipsos α, β, metitur primos existentes adinuicem. Quod est impossibile (per 13 diffinitionem septimi.) Non erunt igitur aliqui numeri ipsis α, β, minores in eadem ratione existentes ipsis α, β. Minimi igitur sunt α & β eandem rationem habentium eis. Quod oportuit demonstrasse.

α . . . . . .
β . . . .
ε . . .
γ . . . .
δ . . .

Sequens ex Campano 23, præcedenti 23 ex Zamberto respondet: præcedens autem ex Campano 22, sequenti ex Zamberto 24.

Eucli. ex Camp. *Propositio 23*

23 **Q**Vilibet numeri contra se primi, sunt secundum suam proportionem minimi.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ, ut si duo numeri sint a & b contra se primi, ipsi erunt secundum suam proportionem minimi, sin autem, sint minimi in eadem proportione (si possibile est) c & d, constat itaque per 21 quod c numerat a, & d, æqualiter: sit igitur ut secundum e, erit per 17 ut uiceuersa e numeret a & b, a quidem secundum c, & b secundum d: non sunt igitur a & b contra se primi, quod est contra hypothesin.

a . . . . . . b . . . . . .
e . . .
c . . . . d . . .

Eucli. ex Zamb. *Theorema 22* *Propositio 24.* *Conuersa præcedentis.*

24 Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem sunt.

THEON ex Zamberto. *Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis α, β. Dico quod α, β, primi adinuicem sunt. Si autem α, β, adinuicem non sunt primi, metietur aliquis numerus ipsos α, β, metiatur, & esto γ: & quoties quidem γ ipsum α metitur, tot unitates sint in δ: quoties autem γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Et quoniam γ ipsum α metitur per eas quæ in δ unitates existunt, igitur & γ ipsum δ multiplicans ipsum α fecit: id propterea & γ ipsum ε multiplicans, ipsum β fecit: numerus igitur γ duos numeros δ, ε, multiplicans, ipsos α β fecit. Est (per 17 septimi, & per 11 quinti) igitur sicut δ ad ε, sic est α ad β: ipsi igitur δ ε ipsis α, β, in eadem sunt ratione minores existentes, quod est impossibile. Ipsos igitur α, β, numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur ipsi α, β, primi inuicem sunt. Quod demonstrasse oportuit.*

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . .
ε . . .

Eucli. ex Camp. *Propositio 24*

24 **S**I fuerint duo numeri contra se primi, si quis unum eorum numeret, ad alterum esse primus necessario comprobatur.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, c uero numeret a. Dico quod c primus est ad b, alioquin, numeret eos d, quæ per penultimam cõceptionem numerabit etiam a, non sunt ergo a & b, contra se primi, d enim nnmerat ambos.

a . . . . b . . . . .
c . . d . . .

Eucli. ex Zamb. *Theorema 23* *Propositio 25*

25 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, unum eorum metiens ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α & β. Ipsum autem α metiatur aliquis numerus γ. Dico quod & γ, β, primi adinuicem sunt. Si autem γ, β, non sunt adinuicem primi, metietur ipsos γ, β, aliquis numerus: metiatur, & esto δ. Et quoniam δ ipsum γ metitur, & γ ipsum α metitur, & δ igitur ipsum α metitur: metitur autem & β. Igitur δ ipsos α, β, metitur, primos adinuicem existentes, quod est impossibile (per 13 diffi-*

α . . . .
β . . . .
γ . . .
δ . . . .

nitionem

nitionem septimi.) Ipsos igitur ε, γ, numeros numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur γ, ε, primi adinuicem sunt, quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 SI fuerint duo numeri ad alium quemlibet primi, qui ex ductu unius in alterum producetur, ad eundem erit primus.

CAMPANVS. Sit uterque duorum numerorum a & b, primus ad c, & ex a in b fit d. Dico quod d est primus ad c, aliter enim numeret eos e, d, quidem secundum f: eritque per secundam partem 20, a ad e, sicut f ad b, & quia a & c sunt primi, & e numerat c, ipse erit per 24 primus ad a, quare per 23 a & e, sunt secundum suam proportionem minimi: sequitur ergo per 21, ut e numeret b, & quia positum est quod ipse numeret c, non erunt b & c contra se primi, quod est contra hypothesin.

a . . . b . . . .
c . . . . . .
d . . . .
e . . f . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 26

26 Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON ex Zamberto. *Bini enim numeri α, β, ad aliquem numerum γ, primi sint, & α ipsum β multiplicans, ipsum δ efficiat. Dico quod ipsi γ δ, primi sunt adinuicem. Si autem γ, δ, non sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus, metiatur, & esto ε. Et quoniam ε, α, primi adinuicem sunt, ipsum autem γ metitur aliquis numerus ε, igitur ε, α, (per 25 septimi) primi sunt adinuicem. Quoties iam ε metitur ipsum δ, tot unitates sint in ζ: & ζ igitur ipsum δ metitur, per eas quae in ε sunt unitates. Igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum δ fecit. Sed & α ipsum β multiplicans, ipsum δ fecit: aequalis igitur est qui ex ε, ζ, ei qui ex α, β. Si autem qui sub extremis aequus fuerit ei qui sub medijs, quatuor numeri proportionales sunt (per 19 septimi.) Est igitur (per 11 quinti) sicut ε ad α, sic est β ad ζ. Ipsi autem α, ε, primi: ipsi autem primi, & minimi: minimi autem numeri (per 21 septimi) eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem minor minorem, hoc est antecedens antecedentem, & consequens consequentem. Igitur ε ipsum β metitur: metitur autem & γ, igitur ε ipsos γ, β, metitur primos existentes adinuicem, quod est impoßibile (per 13 diffinitionem septimi.) Ipsos igitur γ, δ, numeros, numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur γ, δ, primi adinuicem sunt. Quod oportebat demonstrare.*

α . . . β . . .
γ . . . . . .
δ . . . . . .
ε . . . .
ζ . .

Euclides ex Campano. Propositio 26

26 SI fuerint duo numeri contra se primi, qui ex uno eorum in seipsum producitur, ad reliquum est primus.

CAMPANVS. Sint contra se primi a & b, & ex a in se fiat c. Dico quod c primus est ad b: sit enim d, aequalis a, eritque d primus ad b, & ex a in d, fiet c, per praemissam igitur patet c primum esse ad b, quod proposuimus.

a . . . b . . . .
c . . . .
d . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 27

27 Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex uno eorum fit, ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α, ε, & α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat. Dico quod ipsi ε, γ, primi adinuicem sunt. Ponatur enim ipsi α, aequalis δ. Et quoniam α, ε, primi adinuicem sunt, aequalis autem est α ipsi δ, & δ, β: igitur primi adinuicem sunt: uterque igitur ipsorum δ, α, ad ε primus est, & qui ex δ, α, igitur fit, ad β primus est (per 36 septimi.) Qui autem ex δ. α, fit numerus, est γ, igitur γ, ε, primi adinuicem sunt, quod erat demonstrandum.*

α . . β . . . .
γ . . . .
δ . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 SI duobus numeris ad alios duos comparatis, uterque ad utrunque fuerit primus, qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint a & b, priores, c & d, posteriores: sitq; uterque duorum a & b, primus ad utrunq; duorum c & d, & ex a in b fit e, & ex c in d, f: dico quod e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter cõcludit. Cum enim fiat e ex a in b, quorũ uterq; primus est a ad c & ad d, erit per ipsam e primus ad c, & itẽ per ipsam primus ad d. Quia item f fit ex c in d, quorum uterq; primus est ad e, erit rursus per ipsam f primus ad e, quod est propositũ.

a . . b . . . . .
e . . . .
c . . . d . . . .
f . . . .

Eucli. ex Zamb. *Theorema 26* *Propositio 28*

28 Si bini numeri ad binos numeros uterque ad utrunque primi fuerint, & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt.

THEON *ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, ad binos numeros γ, δ, uterque ad utrunq; primi sint: & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat ipsum ε, & γ ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ζ. Dico quod ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim uterque ipsorum α, β, ad ipsum γ primus est, & qui ex α, β, igitur fit (per 26 septimi) ad γ primus est: qui autem fit ex α, β, est ε, igitur ε, γ, primi sunt adinuicem. Id propterea & ipsi ε, δ, primi sunt adinuicem: & uterque igitur ipsorum γ, δ, ad ε primus est, & qui ex γ, δ, igitur, ad ε primus est, (per candem.) Qui autem fit ex γ, δ, est ζ. Igitur ε, ζ, primi sunt adinuicem Quod erat demonstrandum.*

α . . . .
β . . . . .
ε . . . .
γ . .
δ . . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. *Propositio 28*

28 SI fuerint duo numeri contra se primi, ducaturq; eorum uterque in seipsum, erunt inde producti contra se primi. Itemq; si in utrunque productorum suum ducatur principium, erunt quoq; producti contra se primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, ducaturq; uterque in se, & proueniant ex a quidem c, ex b uero d: itemq; ducatur a in c, & proueniat e, & b in d, & proueniat f: dico c & d esse cõtra se primos, itemq; e & f, contra se primos. Est enim per 26 c primus ad d: per eandem igitur erit d primus ad a & ad c, sicq; constat primum, quod est c & d esse contra se primos.

a . .
c . . . .
e . . . .
b . . .
d . . . .
f . . . .

Reliquum sic, est enim uterque duorum numerorum a & c, primus ad utrunq; duorum b & d, itaq; per 27, erit e primus ad f, quod est reliquũ. Non solum autem erit e primus ad f, sed etiam per 25, ad b & ad d, itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur utrunq; productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi, & non solum, sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 27* *Proposito 29*

29 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & multiplicans uterq; seipsum fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicẽ erunt. Et si qui in principio, genitos multiplicãtes fecerint aliquos, & illi quoq; primi adinuicem erunt, & semper circa extremos hoc continget.

THEON *ex Zamberto. Sint bini numeri primi adinuicem α, β, & α seipsum multiplicans, efficiat γ, ipsum uero γ multiplicãs, efficiat ε. At β seipsum multiplicans, efficiat δ, ipsum autem δ multiplicans, efficiat ζ. Dico quod γ, δ, & ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim α, β, primi adinuicẽ sunt, & α seipsum multiplicans fecit ipsum γ, igitur γ, β, primi sunt adinuicem (per 27 septimi.) Quoniam igitur γ, β, primi sunt adinuicem, & β seipsum multiplicans ipsum δ fecit, igitur γ, δ, primi sunt adinuicem. Rursus quoniam α β primi adinuicẽ sunt (per eandem) & β seipsum multiplicans, ipsum δ fecit. Igitur α, δ, primi sunt adinuicem (per eandem). Quoniam igitur bini numeri α, γ, ad binos numeros β, δ, uterque ad utrunq; primi sunt (per 27 septimi) & qui ex α, γ, igitur fit ad eum qui ex β, δ, primus est, qui autem ex α, γ, est ε, qui ex δ, β, uero est ζ. igitur ε, ζ, primi sunt adinuicem. Quod oportuit demonstrasse.*

α . . .
γ . . . .
ε . . . .
β . . . .
δ . . . .
ζ . . . .

Eucli. ex

Euclides ex Campano. *Propositio 29*

29 SI fuerint duo numeri contra se primi, qui ex ambobus coacer/uatur, ad utrunque eorum erit primus. Si uero ex ambobus coaceruatus ad utrunque eorum fuerit primus, duo quoq; nu/meri adinuicem erunt primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, dico ꝙ ex eis compositus a b, ad utrunq; eorum erit primus, & econuerso: nam si d numerat totum a b, & alterum eorum, nu/merabit per cõmunem scientiam & reliquũ: quare non erunt contra se primi, sed hoc positum fuerat, patet ergo primum. Secũdum sic.

a . . . b . . . .
d . .

Sit a b primus ad utrunq; suorum componentiũ qui sunt a & b, dico quod a & b, sunt contra se primi. Posito enim quod d numeret utrunq; duorum numerorum a & b, se/quitur per cõmunem scientiam quod etiam numeret a b ex eis compositum, quare ad neutrum duorum numerorum a & b, erit a b primus. sed positum erat quod esset ad utrunque, accidit igitur impossibile.

CAMPANI annotatio. Eodem quoq; modo si coaceruatus ex duobus, primus fuerit ad alterũ, primus quoq; erit ad reliquum: ideoq; & coaceruati inter se. Sit enim compositus ex a, b, primus ad a, dico quod erit etiam primus ad b, alioqui, numeret eos d, qui per coneeptionẽ numerabit & a, cum numeret totum & detractum: hoc au/tem inconueniens, erat enim compositus ex a & b, primus ad a.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 28* *Propositio 30*

30 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, & uterque simul ad alterum ipsorum primus erit. Et si uterq; simul ad unum aliquem eorum primus fuerit, & qui in principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Componantur enim bini numeri primi adinuicem, α β & β γ. Dico quod & uterque α β γ. simul ad alterum ipsorum α ϐ, ϐ γ, primus est. Si autem γ α & α β primi ad/inuicem non sunt, metietur eos aliquis numerus, metiatur, & esto δ. Quoniam igitur δ ipsos γ α & α β metitur, & reliquum igitur ϐ γ metietur. Metitur autem & ϐ α. Igitur δ ipsos α ϐ & ϐ γ me/titur, primos existentes adinuicem, quod est impoßibile (per 15 diffinitionem septimi:) ipsos igitur γ α & α β nume/ros, numerus aliquis non metietur. Igitur γ α & α ϐ. primi adinuicem sunt. Id propterea iam & ipsi γ α & β γ. primi sunt adinuicem. Igitur α γ, ad utrunq; ipsorum α ϐ & ϐ γ primus est. Sint rursus γ α & α β, primi adinui/cem. Dico quod ipsi α ϐ & β γ primi adinuicem sunt. Si enim ipsi α ϐ, β γ, primi non sunt adinuicem, metietur ipsos α ϐ & ϐ γ, numerus aliquis, metiatur, & esto δ, & quoniam δ utrunq; ipsorum α ϐ & ϐ γ metitur: & totum igi/tur γ α, metietur: metietur autem & ipsum α ϐ. Igitur δ, ipsos γ α, α ϐ primos adinuicem existentes metietur, quod (per 15 diffinitionem septimi) est impoßibile. Ipsos igitur α β & ϐ γ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur α ϐ & β γ, primi adinuicem sunt. Quod oportuit demonstrasse.*

α . . . . β . . . . . . γ
δ . . . .

Eucli. ex Camp. *Propositio 30*

30 OMnis numerus compositus, ab alio primo numeratur, Zamb. 33

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus compositus Dico quod aliquis primus numerat ipsum, quia enim est cõpositus, numerabitur ab aliquo numero qui sit b, qui si fuerit primus. uerum erit quod dicitur: si autem compositus. sit c qui numerat eum, qui etiam per communem scientiam numerabit a: si ergo ipse fuerit primus, constat quod dicitur. At si compositus, necessario numerabit eum alius qui sit d, qui etiam per communem scientiam nu merabit a, de quo ratiocinare ut prius. Quia ergo quo ties occurrit compositus necesse est minorem assumere, qui compositũ occurrentem numeret, sequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primum, alioquin accidet impos sibile & contrarium petitioni, numerum in infinitum decrescere.

a . . . .
b . . . .
c . . . . . .
d . . .

Eucli. ex Camp. *Propositio 31*

31 Omnis numerus, aut est primus, aut à primo numeratur. Zamb. 34

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus, dico ipsum esse primum, uel numerari a primo, quia si non est primus, erit compositus, qui/libet autem talis, ab aliquo primo numeratur per præmissam: a igitur, uel primus est uel a primo numeratur, quod proponitur,

a . . . . .
a . . . .
. . . .

Eucli. ex Camp. Propoſitio 32

Zamb. 31 **Omnis numerus primus, ad omnem quem non numerat eſt primus.** 31

CAMPANVS. Sit a numerus primus non numerans b, dico quod a & b, ſunt contra ſe primi: ſi enim c numerat eos, non eſt uerum quod a ſit primus.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 33

Zamb. 32 **Si numerus ex duobus productus, ab aliquo primo numeretur, neceſſe eſt eundem primum alterum illorum duorum numerare.** 32

CAMPANVS. Sit c productus ex a in b, & ſit d numerus primus qui ponatur numerare c: dico quod d numerat a uel b. numeret enim c, ſecundū e: ſi ergo non numerat a, erit primus ad ipſum per præmiſſam, & ideo erunt ſecundum ſuam proportionem minimi per 23, & quia a ad d, ſicut e ad b, per ſecundam partem 20, ſequitur ut d numeret b per uigeſimamprimam, quod eſt propoſitum.

CORRELARIVM. Vnde manifeſtū eſt, ꝙ ſi aliquis numerus numerat productum ex duobus, uel ſi eidem fuerit cōmenſurabilis, cōmenſurabilis quoꝗ erit alteri eorū.

Campanus 30 31 32 33 — Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propoſitiones, quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus hoc præpoſtero ordine reſpondent. — 33 34 31 32 Zambertus

Eucli ex Zamb. Theorema 29 Propoſitio 31

Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non metitur primus eſt. 31

THEON ex Zamb. *Sit primus numerus α, & ipſum β non metiatur. Dico quod ipſi β, α, primi adinuicem ſunt. Si autem ipſi α, β, non ſunt adinuicem primi, aliquis numerus eos metietur, metiatur γ, ipſe γ, non eſt unitas. Quoniam igitur γ ipſum β metitur, & α non metitur ipſum β, igitur γ ipſi α non eſt idem. Et quoniam γ ipſos α, β, metitur, & α igitur metitur primum exiſtentem, non exiſtens ei idem, quod eſt impoſsibile (per 15 diffinitionē ſeptimi). Ipſos igitur α, β, numerus aliquis non metietur. Igitur ipſi α, β, primi adinuicem ſunt, quod oportuit demonſtraſſe.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propoſitio 25

Si bini numeri multiplicantes ſe adinuicem fecerint aliquem, factum autem ex eis metitur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur. 32

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α, β, multiplicantes ſe adinuicem, ipſum efficiant γ, ipſum autem γ metiatur aliquis numerus primus δ. Dico quod δ, unum ipſorū α, β, metitur. Ipſum α non metiatur, eſtq́; primus δ. Igitur α, δ, primi adinuicem ſunt (per præcedentem). Et quoties δ ipſum γ metitur, tot unitates ſint in ε. Quoniā igitur δ ipſum γ metitur per eas quæ in ε ſunt unitates: igitur δ ipſum ξ multiplicans, ipſum γ efficit. Atqui & α ipſum β multiplicās, ipſum efficit γ: æqualis igitur eſt qui ex δ, ε, ei qui ex α, β. Eſt igitur (per 19 ſeptimi) ſicut α ad δ, ſic β ad ε. Ipſi autem δ, α, primi ſunt, primi autem & minimi: minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, & minor minorem (per 21 ſeptimi) hoc eſt antecedens antecedentem, ſequens ſequentem. Igitur δ ipſum β metitur. Similiter quoq; oſtendemus quod & ſi δ ipſum β non metiatur, metietur & α. Igitur δ, unum ipſorum α, β metitur. Quod erat demonſtrandum.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propoſitio 33

Omnis compoſitus numerus, ſub alicuius primi numeri dimenſionem cadit. 33

THEON ex Zamb. *Sit compoſitus numerus α. Dico quod α ſub alicuius primi numeri dimenſionem cadit. Quoniam enim α compoſitus eſt, metietur eum aliquis numerus (per 14 diffinitionem ſeptimi) metiatur, & eſto β, & ſi β primus eſt, manifeſtū iam eſt quod quærimus (per eandem.) Si autem compoſitus, metietur eum aliquis numerus (per eandem) metiatur, & eſto γ. Et quoniam γ ipſum β metitur, & β ipſum α metitur, & γ igitur ipſum α metitur, & ſi quidem γ primus eſt, manifeſtum iam eſt id quod quæritur. Si autem compoſitus, eum aliquis numerus metietur: tali uero facta conſideratione, ſumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedentem, qui & ipſum α metietur. Si autem non ſumetur, metientur ipſum α numerū infiniti numeri, quorū alter altero minor eſt, quod eſt impoſsibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui metietur præcedentem.*

præcedentem, qui & ipsum α metietur. Omnem igitur compositum numerum, primus aliquis numerus dimetitur. quod oportuit demonstraſſe.

ALITER *Sit compositus numerus α. Dico quod eum aliquis primus numerus metitur. Quoniam compositus est ipse α, metietur eum aliquis numerus (per 14 diffinitionē ſeptimi) & ſit minimus metientiū eum β. Dico quod β primus est. Si autem β, primus non est, metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat ſub dimēſionem ipſius γ. Igitur γ ipſo β minor eſt, & quoniam γ ipſum β metitur, & β ipſum α metitur, & γ igitur ipſum α metitur minor exiſtens ipſo β ipſum α metientium minimo quod abſurdum eſt, Igitur β non eſt compoſitus, ſed primus.*

α ....
β ...
γ ..

Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propoſitio 34

34 **Omnis numerus, aut primus eſt, aut eum aliquis primus metitur.**

THEON ex Zamb. *Sit numerus α. Dico quod eſt α, aut eſt primus, aut eum aliquis numerus primus metitur. Si quidem primus eſt α, factum iam eſt id quod quæritur. Si autem compoſitus, eum aliquis numerus primus metietur (per 33 ſeptimi.) Omnis igitur numerus, aut primus eſt, aut eum aliquis primus numerus metitur quod oportuit demonſtraſſe.*

α ...
α ......

Eucli. ex Camp. Propoſitio 34

34 **NVmeros ſecundum proportionem numerorum aſſignatorum minimos inuenire.**

CORRELARIVM

Vnde manifeſtum eſt, maximum numerum duos communiter numerantem, ſecundum minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS Sint a & b numeri propoſiti, ſecundum quorum proportionem uolumus inuenire minimos, ſi ergo fuerint contra ſe primi, ſunt quales inquirimus: per 23. ſi autem compoſiti: ſumatur (ut docet ſecunda) maximus eos communiter numerans qui ſit c, numeretq́ eos ſecundum d & e, eruntq́ in eadē proportiōe per 18 quos dico eſſe quales quærimus. Sin autem, ſint f & g. qui per 21 numerabunt a & b æqualiter, ſit igitur ut ſecundum h eritque per ſecundam partem 20 c ad h, ſicut f ad d, uel ſicut g ad e: quare c eſt minor h. itaq́ cum h numeret a & b non fuit c maxima eos numerans. ſed erat poſitum quod ſic ergo contra hypotheſin.

a ...... b ....
c ..
d ... e ....
f .. g ...
h ....

CAMPANI *additio.*

Numeros ſecundum continuitatem proportionum numerorum aſſignatorum minimos reperire.

CORRELARIVM

Vnde etiam manifeſtum eſt maximum numerum quotlibet communiter numerantem, ſecundum minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt ſi ſint a b c ſecundū quorū proportiones uolumus minimos inuenire: ſiue fuerint in eadē proportione ſiue in diuerſis. ſi nullus numerus nūerat eos omnes, ipſi ſunt quos quærimus. per 23. hoc enim ibi demonſtratum eſt. Si autē unus numerat omnes, ſumatur ut docet tertia maximus eos cōmuniter numerans qui ſit d, numeretq́ eos ſecundū e f g, qui erunt in eadem proportione per 18. dico eos eſſe quos quærimus, alioqui ſint h k l, qui per 21 numerabunt a b c, æqualiter. ſit ut ſecundum m, eritque per ſecundam partē 20 d ad m, ut h ad e, uel k ad f, uel l ad g. Minor eſt igitur d quàm m. quare cum m numeret a b c. non fuit d maximus eos numerans. quare ſequitur impoſſibile: fuit enim d. maximus numerans a b c.

a ...... b .... c ....
d ..
e ... f .... g ......
h .. k ... l ....

Eucli. ex Zamb. Problema 3. Propoſitio 35

35 **Numeris datis quotcunque, inuenire minimos eaſdem rationes habentium eis.**

THEON ex Zamberto. *Sint dati quotcunque numeri α β γ. Oportet iam inuenire minimos easdẽ rationes habentium eisdem α β γ. Ipsi enim α β γ, aut primi adinuicem sunt aut non. Siquidẽ ipsi α β γ, primi sunt adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentiũ eis (per 23 septimi) Si autẽ non sumatur (per 3 septimi ipsorum α β γ, maxima communis dimensio δ, & quoties δ, unũquenq; ipsorum α β γ, metitur: tot unitates sint in unoquoque ipsorum ε ζ η, & unusquisque igitur ipsorum ε ζ η, unũquenq; ipsorum α β γ, metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Igitur ipsi ε ζ η, ipsos α β γ: æque metiuntur. Igitur (per 15 septimi.) ipsi ε ζ η, ipsis α β γ, in eadem sunt ratiõe. Dico iam quod & minimi. Si enim ipsi ε ζ η, non sunt minimi eandem rationem habentium eisdem α β γ: erunt aliqui numeri ipsis ε ζ η, minores in eadem ratione existentes ipsis α β γ. Sint θ κ λ, æque igitur θ metitur ipsum α. & uterq; ipsorũ κ λ, utrũq; ipsorum β γ. Quoties autem θ ipsum α metitur, tot unitates sint in ipso & μ, uterq; igitur (per 21 septimi) ipsorum κ λ, utrunq; ipsorum β γ, metitur per eas quæ in μ sunt unitates. Et quoniam θ ipsum α metitur per eas quæ in μ, sunt unitates, & μ igitur ipsum α metitur per eas quæ in θ sunt unitates. Id propterea μ utrũq; ipsorũ β γ, metitur per eas quæ in utrũq; ipsorũ κ λ, sunt unitates. Igitur μ, ipsos α β γ, metitur. Et quoniam θ ipsum α metitur per eas quæ in μ sunt unitates, igitur θ ipsum μ multipicans, ipsum α, fecit. Id propterea & ε, ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α. Aequalis igitur est qui ex θ μ, (per 16 septimi.) Est igitur (per 19 septimi,) sicut ε ad θ, sic est μ, ad δ, maior autem est ε, ipso θ, maior igitur est, & μ ipso δ, & metitur ipsos α β γ, quod est impoßibile. Supponitur namq; δ, ipsorum α β γ, maxima communis dimensio. Igitur non erunt aliqui numeri, minores ipsis ε ζ η, in eadem existentes ratione ipsis α β γ. Igitur ε ζ η, minimi sunt eandem rationem habentiũ ipsis α β γ, quod fecisse oportuit.*

α . . . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . .
ε . . .
ζ . . . .
η . . . . . .
θ . .
κ . . .
λ . . . .
μ . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 QVilibet duo numeri minimos numeros suæ proportionis maior minorem & minor maiorem multiplicantes, minimum ab ipsis numeratum producunt.

CORRELARIVM

Vnde manifestum est minimum quem duo numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, minimiq; in eorum proportiõe c & d. eritq; per primam partem 20, ut ex a in d, & b in c: fiat idem numerus qui sit e, quem dico esse minimum numeratum ab a & b, aliter enim, sit f, quem numerent a & b secundum g & h, eritque per secundam partem 20, h ad g sicut a ad b, & sicut c ad d, & per 15 erit c ad h, sicut e ad f, cum itaque per 21 c numeret h, e numerabit f, maior minorẽ, quia ergo hoc est impossibile constat uerum esse quod dicitur.

a . . . .   b . . . . . .
c . .   d . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . .   h . . . . .

Eucl. ex Camp. Propositio 36

36 PRopositis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire.

CORRELARIVM

Manifestum etiam ex hoc est, minimũ numerum quẽ quotlibet numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint propositi numeri a, b, c, d. Volo inuenire minimum numerum numeratum ab eis. Inuenio itaque primo minimum numeratum ab a & b, quod si a numerat b: non erit alius quã b, si autem non numerat eum nec econuerso, si ipsi sunt contra se primi, ex uno in alterũ prouenit, erit minimus per 33, & præmissam. Quod si sunt communicantes: sumantur minimi eorũ proportione, ut docet 34 & maiore in minorem eorũ multiplicato, proueniet e, qui erit minimus numeratus ab eis per præmissam. Simili quoque modo inueniatur minimus numeratus ab e & c, qui sit f, eritque f, minimus numeratus ab a b c, sed & minimus quem numerant f & d, sit g, eritque g minimus quem nnmerant numeri propositi, quod enim omnes ipsum numerent

a . . . .
b . . . . . .
c . .
d . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . .
h . . . .

merent, patet per conceptionem. sed si non est minimus, ponatur ergo h, quem quia numerāt a & b, numerabit etiā ipsum e per correlarium præmissæ. per idem quoque correlariū numerabit ipsum f, sed & g, maior itaq; numerat minorē. qđ est impossibile

CAMPANI additio. Hæc & præmissa proponūtur in alia loco sub tribus conclusionibus, quarū prima æquiualet præmissæ. secūda componitur ex correlarijs ambobus. tertia proponit de tribus: quod hæc de quotlibet numeris. Est itaque prima.

Zamb. 36

Datis duobus numeris, minimum ab eis numeratum inuenire.

Dati numeri sint a & b, quorū minor si numerat maiorem, est maior quem quærimus, alioqui maior eorū numeraret minorē se. Si aūt neuter neutrū numeret, si ipsi sunt cōtra se primi, erit qui ex a in b prouenit (qui sit c) minimus omniū quē numerāt a & b Nā si minorē eo numerauerint, esto d, quē nūerent secundū e & f, eritq; per secūdā partē 20 a ad b, sicut f ad e, & quia a & b sunt suæ proportionis minimi per 33, numerabit a f, per 21, & quia per 18 est c ad d sicut a ad f, nā ex b in a & f fiūt c & d, sequitur c numerare d. sed erat d minor c, quare impossibile. Si autē a & b sint cōmunicantes, negociare propositū ut in 35.

a . . . b . . . .
c . . . .
d . . . .
e . . f . . . . .

Secunda trium conclusionū ex ambobus correlarijs est confecta.

Zamb. 37

Si plures numeri numerum unum numerent, necesse est ut minimus quem numerant eundem numerum numeret.

Vt si sit quilibet numerus quē nūerat a & b, d: minimusq; ab eisdē numeratus c, erit ut c, numeret d. cum enim sit d maior c, si c non numerat ipsum: numerabit tamen aliquid eius, sitque plurimum quod numerat e, & residuū sit f, eritq; f minus c, quia igitur a & b numerāt c: numerabūt per cōmunem scientiā & e sed numerabunt d, itaque per aliam cōmunē sciētiā numerabūtur f, inconueniens ergo sequitur quod c non fuit minimus quē numerāt a & b Idē quod cōuinces & eodē modo de quolibet nūerato a quotlibet pluribus, scilicet quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundem numeret. Vltima trium conclusionum.

a . . b . . .
d
e . . . . f . . .
c . . . . . .

Zamb. 38

Propositis tribus numeris, minimum numerorum ab eis numeratorū inuenire.

Tres numeri propositi sint a, b, c, minimusq; quem numerant a, & b, sit d, qui sumetur ut prima trium conclusionum docet. Si igitur c numerat d, scito d esse quem quærimus. Si enim a, b, c, minorem eo numerant, sit e, quem per præmissam conclusionem numerabit d, quod est impossibile. Si autem c non numerat d. sumatur e minimus numeratus ab eis. Quòd autē e numeretur ab a, b, c, patet, quia c numerat ipsum, & d similiter, ergo & a, b: qui numerant d, quare e numerabitur ab a, b, c. Eritq; e minimus quē numerant a, b, c. Sin autem, sit f, quem per præmissam conclusionem numerabit d, sed c numerat f, quia a, b, c, numerantū e, quare c, d numerabunt eum, quare c, d, numerabunt eum: quare per præmissam e numerabit eum, maior minorem, quod esse non potest. Idem inuenies & eodem modo: quotlibet propositis.

a . . . b . . . . c . . . .
d . . . .
e . . . .

a . . . b . . . . c . . . .
d . . . .
e . . . .
f . . . .

Duæ præcedentes ex Campano propositiones, 35 scilicet & 36, tribus ex Zamberto sequentibus Euclidis propositionibus sic respondent, ut correlarium 35 ex Campano, 37 ex Zamberto respondeat. 36 autem ex Campano, sit ad 36 & 38 ex Zamberto propositiones uniuersales.

Eucli. ex Zamb. *Problema 4* *Propositio 36*

36

Duobus numeris datis, inuenire quem minimum metiūtur numerum.

THEON ex Zāb. *Sint dati bini numeri α β, oportet iam inuenire quem minimū numerū metiuntur. Ipsi α β certe aut primi sunt adinuicem, aut nō. Sint prius α, β, primi adinuicē & α, ipsum β, multiplicans, efficiat ipsum γ, & igitur ipsum α multiplicans, ipsum effecit γ, (per 16 septimi. igitur ipsi α, β, ipsum γ metiuntur. Dico iam quod & minimum. Si autem non, ipsi numeri α β, metiuntur aliquem numerum minorem existentem γ, metiantur, & esto δ, &*

quoties α,ipsum δ,metitur,tot unitates sint in ε,quoties autẽ β,ipsum γ,metitur,tot unitates sint in ζ. Igitur α, ipsum ε,multiplicans,effecit ipsum δ,& β,multiplicans ipsum ζ,effecit ipsum δ,aequalis igitur est qui ex α ε,ei qui ex β ζ,est igitur (per 15 septimi,) sicut α ad β,sic est ζ,ad ε,ipsi autẽ α β,sunt primi,primi autẽ (per 23 septimi,) & minimi,minimi uero metiuntur eandem rationem habentes aequaliter: maior maiorẽ,& minor minorem. Igitur (per 21 septimi) β,metitur ipsum ε,sequẽs uidelicet sequentẽ. Et quoniã α,ipsos β,ε,multiplicãs ipsos γ,δ,fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut β,ad ε sic γ ad δ. At β,ipsum ε metitur,metitur ergo & γ,ipsum δ,maior minorẽ,quod est impossibile. Igitur ipsi α,β,non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso γ, quando ipsi α,β, primi adinuicem fuerint. Igitur γ,minimus est qui sub ipsorum α,β,dimensionem cadit. Non sint primi ipsi α,β,adinuicem,& sumantur (per 35 septimi. minimi numeri eandem rationem babentium ipsis α,β,sintq; ζ,ε,aequalis igitur est qui ex α,ε,ei qui ex β,ζ,(per decimamnonam septimi,) & α,ipsum ε multiplicans: efficiat ipsum γ,& β,igitur ipsum ζ multiplicãs effecit ipsum γ. Igitur α,β,ipsum γ,metiuntur. Dico iam quod & minimum,si non: metiuntur ipsi numeri α,β,aliquẽ numerum minorem existentem ipso γ,metiantur,& esto δ,& quoties quidem α,ipsum δ,metitur: tot unitates sint in η. Quoties autem β,ipsum δ,metitur: tot unitates sint in θ,α,igitur η multiplicans: effecit ipsum δ,ipse β,uero ipsum θ, multiplicans,effecit ipsum δ,aequalis igitur est qui ex α,η,ei qui ex β,θ. Est igitur (per decimãnonã septimi,) sicut α, ad β,sic est θ, ad η. Sicut autem α,ad β,sic ζ ad ε,& (per undecimam quinti,) igitur sicut ζ,ad ε sic θ ad η,ipsi autem ζ,ε: minimi uero eandem rationem babentes aeque metiũtur: maior maiorem,& minor minorem,(per 21 septimi.) Igitur ε, ipsum η,metitur,& quoniam α,ipsos ε,η,multiplicans,ipsos fecit γ δ,est igitur,(per 17 septimi,) sicut ε ad η,sic est γ, ad δ. At ε,ipsum η metitur,& γ,igitur ipsum δ,metitur,maior minorem,quod est impossibile Ipsi igitur α,β,non metientur aliquem numerum minorem existẽtem ipso γ,Igitur γ,minimus existens: sub ipsorum α,β,dimensionem cadit,quod oportuit facere.

α . . .   β . . . .
γ . . . .
γ . . . .
ε . . . .
ζ . . . . .
ζ . .   α . . . .
ε . . .   β . . . . . .
γ . . . .
δ . . . .
θ . .
η . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 37

37 Si bini numeri numerum aliquem mẽsi fuerint, & minimus qui sub eorum dimensionem cadit, eundem metietur.

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α,β,numerum aliquem γ δ metiantur,minimus uero sit ε. Dico quod ε quoque ipsum γ δ, metitur. Si autem ε,ipsum γ δ,non metitur,ipsum δ ζ, metiens ipse ε,relinquat seipso minorem hoc est γ ζ,& quoniam ε,ipsi α β,ipsum ε metiuntur,at ε,ipsum δ ζ,& ipsi α,β,igitur ipsum δ ζ,metientur,metiuntur autẽ & totum δ,& reliquũ igitur γ ζ,metientur minorem existentem ipso γ: quod est impossibile. Haud igitur non metitur ε,ipsum γ δ,metitur ergo quod erat demonstrandum.

α . .
β . . .
ε . . . . . .
β . . . . ζ . . . .

Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 38

38 Tribus numeris datis, inuenire quem minimum numerũ metiuntur.

THEON ex Zamberto. Sint dati numeri α,β,γ,oportet iam inuenire,quem minimum numerum metiuntur. Suscipiatur enim (per 36 septimi) minimus numerus δ,qui sub ipsorum α,β,dimensionem cadat. Iam γ,ipsum δ,aut metitur,aut non metitur. metiatur prius,metiuntur autem & ipsi α,β,ipsum γ. Igitur ipsi α,β,γ,ipsum δ,metiuntur. Dico quod & minimum. Si autem non: ipsi α,β,γ, numeri metientur numerum minorem ipso δ,metiantur ε. Quoniam ipsi α,β,γ,ipsum ε,metiuntur,igitur & α,β,ipsum ε metiuntur,& minimus igitur quem ipsi α,β,metiuntur,metietur ipsum ε,per 37 septimi. At minimus quem ipsi α β,metiuntur,est δ. Igitur δ,ipsum ε metietur,maior minorẽ,quod est impossibile. Ipsi α,β,γ,igitur,non metientur numerum aliquem minorem existẽtem ipso δ. Igitur ipsi α,β,γ,minimum δ,metiuntur. Non metiatur rursus γ,ipsum δ,& suscipiatur (per 36 septimi) minimus numerus ε, quem metiantur ipsi γ δ Quoniam α,β,ipsum δ,metiuntur,at δ,ipsum ε,metitur,& α,β,ipsum ε,igitur metiuntur, metitur autem & γ,ipsum ε,igitur ipsi α,β,γ,ipsum ε,metiuntur. Dico quod & minimum,si autem non ipsi α,β,γ, metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ε,metiantur ζ. Quoniam ipsi α,β,γ,ipsum ζ,metiuntur,& ipsi α, β,igitur ipsum ζ,metiuntur,& minimus igitur quem α,β,metiuntur,ipsum ζ, metietur (per 37 septimi,) minimus aũt quẽ ipsi α,β,metiũtur,est δ,igitur δ,ipsum ζ,metitur,metitur aũt & γ,ipsum ζ. Igitur ipsi δ,γ,ipsum ζ. metiuntur, quare (per eandẽ) & minimus quẽ ipsi γ,δ,metiũtur: ipsum ζ, metietur. At minimus quem ipsi γ,δ,metiũtur: est ε. Igitur ε ipsum ζ metitur: maior minorem,quod est impossibile. ipsi α,β, γ,igitur non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ε. Igitur ε minimus est: quem ipsi α,β,γ,metiuntur,quod oportebat facere.

α . . .
β . . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 SI numerus aliquis alium numerum numeret, erit in numerato pars à numerante denominata.

CAM-

CAMPANVS Huius sensus est,quod omnis numerus numeratus a ternario : habet tertiam,& numeratus a quinario:habet quintam sicq; de cæteris ut si b numeret a,erit in a pars denominata a b,nũeret enim ipsum, quoties unitas in c, eritque per 16 ut c quoque toties numeret a, quoties unitas in b,quare tota pars est c,a:quota unitas b,& quia unitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam:erit c pars a, denominata a b,quod est propositum.

unitas
.
b . . .   c . .
a . . . . . .

Eucli.ex Zamb. Theorema 34 Propositio 39

39 **Si numerum aliquis numerus metiatur,mensus cognominatam partẽ habebit metienti.**

THEON ex Zamb. *Numerum enim α,numerus aliquis β,metiatur. Dico quod α, cognominatam partem habet ipsi β. Quoties enim β, ipsum α metitur,tot unitates sint in γ. Quoniam β,ipsum α,metitur per eas quæ in γ,sunt unitates,metitur autem & δ,unitas ipsum γ,per eas quæ in eo sunt unitates,æque igitur(per 15 septimi,) δ,unitas ipsum γ,numerum metitur,& β,ipsum α. Vicißim igitur(per 15 eandẽ,) æque δ unitas ipsum β metitur numerũ, γ,ipsum α. Qualitas igitur pars est δ,unitas ipsius β,nũeri talis pars est & γ,ipsius α. At δ,unitas pars est ipsius β ei cognominata,& γ,igitur ipsius α,pars est cognominata ipsi β. Quare α,partem habet γ cognominatam ipsi β,quod erat demonstrandum.*

α . . . .
β . . . .
γ . . .
δ .

Eucli.ex Camp. Propositio 38

38 **SI numerus aliquis partem quotamcunque habeat, numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.**

CAMPANVS Hæc est cõuersa præmissæ:cuius est intẽtio,quod omnis numerus habens tertiam,numeratur a ternario,& habens quintam, a quinario,sicque de cæteris,ut si b sit pars a denominata a c,sequitur ut c nũeret a,quia enim b est pars a denominata a c,sed & unitas est pars c denominata ab ipso c per conceptionem,sequitur ut quoties unitas numerat c,toties b numeret a,itaque per 16 quoties unitas b, toties c, numerat a,quare constat propositum. Aliter idem. Cum sit b pars a,sit tota unitas c,eritque per hanc communem scientiam, unitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam c,denominans b in a:& quia est b in a quoties unitas in c,euidenter sequitur propositum per 16.

unitas
.
b . .   c . . .
a . . . . . .

Eucli.ex Zamb. Theorema 35 Propositio 40

40 **Si numerus partem habuerit quamlibet , eum numerus cognominatus parti ,metietur.**

THEON ex Zamb. *Numerus inquam α, partem habeat quamlibet β,& ipsi β,parti cognominatus sit numerus γ. Dico quod γ,ipsum α,metitur. Quoniam enim β,ipsius α,pars est cognominata ipsi γ,est autem & δ unitas ipsius γ,pars cognominata ei:qualis igitur pars est δ,unitas ipsius γ,numeri:talis pars est & β ipsius α,æque igitur δ unitas ipsum γ numerum metitur:& β, ipsum α. Vicißim igitur(per 15 septimi,) æque δ,unitas ipsum β numerum metitur:& γ ipsum α,& γ igitur ipsum α metitur quod erat demonstrandum.*

α . . . .
β . . . .
γ . .
δ .

Eucli.ex Camp. Propositio 39

39 **NVmerorum minimum, propositarum denominationum habentem partes inuenire.**

CORRELARIVM

Ex quo manifestũ est, quod minimus numerus numeratus à quotlibet,est minimus habens partes denominatas ipsis.

CAMPANVS. Sint a,b,c,d denominantes partes propositas,& e minimus numeratus ab eis sumptus secundum 36. Ipsum e dico esse quem quærimus Sint enim secundũ quos numerant ipsum f,g,h,k:eritq; per 16 & hãc cõmunem scientiam,unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta,ut uiceuersa f,g,h,k numerent e secundum a,b,c,d,quare sunt partes eius ab illis dictæ.est igitur e habens partes propositarum denominationum. Minimus etiã,quoniam si alter fuerit ut l,sint partes l dictæ ab eis m,n,p,q:erũtq;

e . . . .
a . .   f . . . . . .
b . . .   g . . . .
c . . . .   h . . .
d . . . . . .   k . .

per 16 & prædictam communem scientiam a,b,c,d, uiceuersa partes l dictæ ab m,n,p,q, quare non erat e minimus quem numerãt a,b,c,d, quod est inconueniens.

CAMPANI annotatio. Habito minimo, si cura est habere secundum, aut quotũcunque libet, si secũdum quidem sum, e duplũ minimi, si tertiũ, triplũ, & ad hunc modũ in alijs. Cum enim omnis multiplex ipsius e numeretur ab a,b,c,d, per hanc communẽ sciẽtiã omnis numerus numerans alium, numerat omnem numeratũ ab illo: necesse est per 37 ut omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a,b,c,d, si itaque duplus e, nõ fuerit secundus habens partes propositarũ denominationũ, erit alius, quẽ sicut sequitur esse maiorem e, sic sequitur esse minorem duplo, & quia illum numerant a,b,c,d, per 35: sequitur per correlarium 36 quod e numeret eũdem, quod est impossibile, cum enim numeret se: numeraret per hanc cõmunẽ scientiam, omnis numerus numerans totũ & detractũ: numerat residuum, differentiam illius ad se, quæ cum sit minor eo, maior numerus numeraret minorem, quod esse non potest. Sequitur itaque duplum e, esse secundum numerũ habentem propositarum denominationum partes. Similiter quoque argues triplum e esse tertium: probato duplo esse secũdum. alioqui quia esset triplo minor & duplo maior: sequeretur e numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum, quod ut prius patet, est impossibile: probato autem triplo esse tertium: ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum, & sic in cæteris.

l ....
m ....
n ....
p .....
q ...

CAMPANI additiones.

Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue, reperire.

Vt minimum numerum habentem secundam quæ secunda habeat tertiam, quæ etiam tertia habeat quartam, aut qualitercunque contingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorem secundæ, & ex eis productum in denominatorem tertiæ, productum quoque in denominatorem, sicque de cæteris usque ad ultimam, a prima, uel usque ad primam ab ultima, & qui prouenerit: erit qui inquiritur, ut proposito 60 uel 54. Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri partes propositas denominantes a.b,c, uolumus inuenire minimum numerum qui babeat partẽ denominatam ab a, ita quod illa pars habeat partem denominatã a b, sed & hæc aliã dictam a c. Ducatur itaque c in b, & proueniat e, & e in a, & proueniat f, eũ dico esse quem quærimus. Cum enim f proueniat ex a in e, erit e pars f dicta ab a, sed & propter hoc erit c pars e dicta a b, & quia unitas est pars c dicta ab ipso c, patet f habere partes ut proponitur. Si ergo f non fuerit minimus: sit g, sitq́ h pars eius dicta ab a & k pars h dicta a b, l quoque pars k dicta a c, eritq́ per 15, f ad g, ut e ad h & e ad h, ut c ad k, itẽq́ c ad k, ut unitas ad l, quare permutatim f ad e, ut g ad h, & e ad c, ut h ad k, & c ad unitatẽ: ut k ad l, ergo per 15, erit in proportione æqualitatis f ad unitatẽ, ut g ad l, ergo permutatim erit f ad g: ut unitas ad l, quare cũ g sit minor f, erit l minor unitate, sequitur igitur impossibile: partẽ numeri, minorẽ esse unitate. erit itaque f minimus, habẽs partes ut proponitur. Quo inuento si cura fuerit habere secũdum aut quotũcunq́ libet, per minimi multiplices (ut prius dictum est) sumendi erunt. hoc autem 39 proponitur in alio secundum hunc modum.

f ....
e ....
c .... b ... a ..
unitas
g ....
h ....
k .....
l ..

Propositis partibus quotiscunquelibet, minimum numerum eas continentium inuenire.

Vt si partes propositæ sint a,b,c, sintq́ eas denominantes d,e,f, & sumatur minimus quẽ numerant d,e, f, qui sit g. hũc dico esse quem quærimus, erunt enim in eo propositæ partes per 37, qui si nõ fuerit minimus eas continens: sit ergo h, quem numerabunt d,e,f, per 35 igitur non erit g minimus numeratus ab eis, quod est inconueniens, quia minimus erat.

a	*tertia*	d ...
b	*quinta*	e .....
c	*sexta*	f ......

g ....
h ....

CAMPANI annotatio. Intelligo uero partes a,b,c, indeterminate poni, non sub quantitate certa, aliter enim non esset necessarium ut minimus numerus quem numerant d, e,f, esset

e,f,esset minimus continens partes propositas,plurimas enim contingit partes reperi re,quas numerus numeratus ab eorum denominatoribus non continet,uerbi gratia Tres numeri qui sunt 120.90.& 72.sunt eiusdem numeri partes,primus quidem tertia, se cũdus uero quarta,& tertius quinta,nec tamẽ minimus quẽ numerant denominato res eorũ qui est 60:partes istas cõtinet.Instandũ igitur est(si partes sub certa quãtitate pouantur)primæ consequentiæ huius demõstrationis.Non enim sequitur ut arguit per 37 si ternarius hunc numerat,ergo hic numerus positus est eius tertia,sed ergo ha bet tertiam.quapropter idem est quod proponitur secundum utrunq; modũ,sed se cundum primum:conuenientius uidetur quod intẽditur proponi Attendere autem oportet cum omnis pars habeat quantitatem.quod in eo cõtingit ponere quotlibet & quaslibet partes secundum quantitatem.& inquirere quis minimus eas continet: & sub quibus denominationibus Minimum autem eas continentem constat esse mini mum numeratum ab eis:secundum quos uero numerat:sunt qui illas in illo denomi nant.Contingit iterum ponere quotlibet & quaslibet denominationes,& inquirere in quo minimo hæ denominationes reperiuntur & secundum quas quantitates. Mini mum quoque constat esse minimum numeratum ab illis,secundum quos uero nume rant:sunt qui quantitates determinãt.utrobique autem idcirco inquiritur minimus. quia infiniti sunt hinc quidem qui has partes continent:inde uero in quibus hæ deno minationes re eriuntur.Contingit rursus ponere quotlibet partes & totidem deno minationes uel quotlibet denominationes & totidem partes,non autem quaslibet cũ quibuslibet:sed certas cum certis.Si enim ponam partes tres,quatuor,quinque & de nominationes earum 6.7.3.& inquiram quis numerus continet has partes sub istis de nominationibus:similis ero inquisitori uano quærenti impossibile. Certas igitur con uenit ponere partes cum denominationibus certis & nõ ut cõtingit,& inquirere quis numerus positas partes sub positis denominationibus continet.non autem quos mi nimus,unicus enim est,nam siue proposita fuerit una pars & una denominatio, siue plures & plures,non erit sumere plures numeros quod propositum erit cõtinentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta:non plures.Solus quoque cuius ternarius octaua,& senarius quarta:nõ plures.Ideoq; proponẽtem partes & denominationes ipsarum in toto,non est quærere quis minimus continet has partes sub istis denomi nationibus:sed quis unus continet.proponentem autem partes tantũ,cõtingit quæ rere quis minimas continet & à quibus in eo denominantur:solas quoque proponẽ tem denominationes,cõuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo re periuntur Conuenientius autem uidetur partes per denominationes.inquirere, quã denominationes per partes,diuersitatem quidem denominationum nõ partium:co mitatur proportionum diuersitas.

Eucli.ex Zamb. Problema 6 Propositio 41

41 Numerum inuenire,qui minimus existens habeat datas partes.

THEON ex Zamb. *Sint datæ partes α,β,γ,oportet iam numerum inuenire, qui minimus existens habeat ipsas α,β,γ.partes.Sint(per 39 septimi,)ipse α,β,γ,partes cognominatæ numeris δ,ε,ζ,& sumatur,(per 38 septimi η,minimus numerus, quem δ,ε,ζ.metiuntur. Quoniam igitur ipsi δ,ε,ζ,metiuntur η, cognominatam partem habet η.ipsis δ,ε,ζ,(per 39 septimi.ipsis aũt δ,ε,ζ,cognominatæ partes sunt α,β,γ.Igitur η,habet partes α,β,γ.Dico quod & minimus existens.Si autẽ η,non existat minimus habens ipsas α,β,γ,partes:erit aliquis numerus minor ipso η,qui habebit ipsas partes α,β,γ. Sit (per 40 septimi,) θ,quoniam θ,habet ipsas partes α,β,γ,igitur numeri cognominati partibus α,β,γ, metientur ipsum θ,partibus autem α,β,γ,numeri δ,ε,ζ,cognominatæ sunt.Igitur ipsi δ,ε,ζ, ipsum θ metientur,qui minor est ipso η.Quod est impossibile.Non erit igitur aliquis numerus minor ipso η:qui habeat ipsas α,β,γ,partes:quod oportebat demonstrare.*

a secunda d ..
b tertia e ...
c quarta f ....
g ....
h ....

SEPTIMI LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER OCTAVVS.

Ex Campano. Diffinitiones

LAtera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui sub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uero, qui sub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, est numerus superficialis æqualibus lateribus consistens. 5 Cubus, est solidus æqualibus consistens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi, quorũ latera sunt proportionalia.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 SI numerorum quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi, eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint continue proportionales a, b, c, duoque extremi qui sunt a, c, sint contra se primi, dico quod in eadem proportione, non reperientur totidem minores. Si autem contingit: sint d, e, f, eritque per 15 septimi, a ad c, sicut d ad f, & quia a & c sunt minimi in sua proportione per 25 eiusdem, sequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores scilicet minores, quod esse non potest.

a . . . . b . . . . . . c . . . .

d . . . e . . . . . f . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 SI fuerint quotcunque numeri continue proportionales extremi uero ipsorũ primi adinuicem fuerint, minimi sunt eãdem rationem habentium eis.

THEON ex Zamberto. *Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ, extremi autem ipsorum hoc est α, δ, primi sint adinuicem. Dico quod ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: sint minores ipsis α, β, γ, δ, ipsi ε, ζ, η, θ, in eadem ratione existentes eis. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, in eadem sunt ratione ipsis ε, ζ, η, θ, & æqualis est multitudo ipsorum ε, ζ, η, θ, at α, δ, multitudini ipsorum α, β, γ, δ, æque igitur est sicut α ad δ, sic ε, ad θ, primi sunt adinuicem, primi uero, & minimi (per 14 septimi,) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequẽtem (per 21 septimi.) Metitur igitur α, ipsum ε, maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsi ε, ζ, η, θ, minores existentes ipsis α, β, γ, δ, in eadem non sunt ratione ipsis. Igitur α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis quod oportebat demonstrare.*

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 NVmeros quotlibet continuæ proportionalitatis, secundum proportionem datam minimos, inuenire,

CORRELARIVM

Vnde manifestum erit, quòd si fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis secundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati, quod si fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS Sint datæ proportionis minimi, a & b ducaturq́; a in se, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoque in se, & proueniat e, erũtque c, d, e, continue proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 septimi. Et quia c & e sunt contra se primi per 25 eiusdem: erunt c, d, e, secundum datam proportionem minimi per præmissam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniant f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, k, continue proportionales in proportione a, ad b, per 18 & 19 septimi: minimi quoque per 25 eiusdem & præmissam. Hac uia & ratione inuenientur quinque, uel sex, uel quotlibet.

a . .
b . . .
c . . . .
d . . . . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . .
h . . . .
k . . . .

2 Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 2

Numeros inuenire continue proportionales minimos, quotcunq; imperauerit quispiam, in data ratione.

THEON ex Zamberto. *Sit data ratio in minimis numeris, ipsius α ad β, oportet iam numeros inuenire cõtinue proportionales minimos quotcunque imperauerit quispiam in ipsius α ad β, ratione. Imperentur iam quatuor, & α, seipsum multiplicans, efficiat γ, ipsum uero β, multiplicans, efficiat ipsum δ: & insuper β, seipsum multiplicans. ipsum efficiat ε. Et insuper α, ipsos γ, δ, ε, multiplicans, ipsos ζ, η, θ. faciat, at β. ipsum ε, multiplicans efficiat ipsum κ. Et quoniam α, seipsum multiplicans ipsum effecit γ, ipsum autem β, multiplicans fecit ipsum δ, numerus iam α, binos numeros α, β, multiplicans effecit γ, δ. Est igitur (per decimãseptimã septimi,) sicut α, ad β, sic est γ, ad δ. Rursus quoniã α, ipsum β, multiplicans ipsum δ, fecit, at β, seipsum multiplicans ipsum fecit ε, uterque igitur ipsorum α, β, ipsum β, multiplicans effecit utrunque ipsorum δ, ε. Est igitur (per 18 septimi, sicut α, ad β, sic est δ ad ε. Sed sicut α, ad β, sic est γ, ad δ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) γ, ad δ, sic est δ, ad ε. Et quoniam α, ipsos γ, δ, multiplicans ipsos ζ, η, fecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ, ad δ, sic est ζ, ad η, Sicut autem γ, ad δ, sic erat α, ad β, & sicut igitur (per undecimam quinti,) α, ad β, sic est ζ, ad η. Rursus quoniam α, ipsos δ, ε, multiplicans, ipsos effecit η, θ, est igitur (per eandem 17,) sicut δ ad ε, sic est η ad θ, sed sicut δ ad ε, sic est α, ad β, & sicut igitur (per undecimam quinti) α, ad β, sic η, ad θ, & quoniam ipsi α, β, ipsum ε, multiplicantes: ipsos effecerunt θ, κ: est igitur (per 18 septimi, sicut α ad β, sic θ, ad κ, patuit autem quod & sicut α ad β, sic ζ, ad η, & η ad θ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) ζ ad η, & η ad θ, sic est θ ad κ. Igitur ipsi γ, δ, ε & ζ, η, θ, κ, proportionales sunt in ipsius α ad β ratione. Dico quod & minimi quoniam, enim ipsi α, β, minimi sunt eandem rationem habentium eis, minimi autem eandem rationem habentium primi sunt adinuicem (per 21 septimi,) ipsi α, β, igitur primi sunt adinuicem, & uterque ipsorum α, β, seipsum multiplicans, utrunque ipsorum γ, ε, fecit: utrunque autem ipsorum γ, ε, multiplicans: utrunque ipsorum ζ, κ, fecit. Igitur (per uigesimamnonam septimi,) ipsi γ, ε, & ζ, κ, primi sunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continue proportionales, extremi autem ipsorum primi adinuicem fuerint: minimi sunt eandem rationem habentium eis, (per primam octaui.) ipsi γ, δ, ε, igitur & ζ, η, θ, κ, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis α, β, quod oportuit fecisse.*

α . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .
κ . . . .

PORISMA *siue correlarium* *Proinde manifestum est, quod si tres numeri continue proportionales minimi fuerint eandem rationẽ habentium eis: extremi eorum quadrati sunt, si autem quatuor, cubi.*

3 Eucli. ex Camp. Propositio 3

SI numeri quotlibet continue proportionales secundum suam propor

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos cõtra se primos esse necessario comprobatur.

CAMPANVS. Hæc tertia est conuersa primæ. Sint enim a, b, c, d, cõtinue proportionales, & secundum suam proportionem minimi, dico quod a & d extremi, erunt ad inuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, sint e & f, eruntque per 11 septimi contra se primi, per hos ergo duos secundum doctrinam præmissæ inueniantur totidem cõtinue proportionales & minimi quot sunt numeri propositi, primo quidem tres qui sunt h K, deinde quatuor: qui sunt l, m, n, p, & ad hunc modum continue per additionem unius, quousque fiant tot quot sunt numeri propositi ut sunt hic l, m, n, p, sequitur ergo l, m, n, p, æquales esse a, b, c, d, eo qđ in eadem proportione sunt utrique minimi, & quia l & p sunt contra se primi per 18 septimi, erũt quoque a & d illis æquales, cõtra se primi, quod est propositum.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ..
f ...
g ....
h ......
K ....
l ....
m ....
n ....
p ....

Eucli. ex Zamb. *Theorema 2* *Propositio 3* *Conuersa primæ.*

3 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, minimi eandẽ rationem habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri continue proportionales, minimi eandem rationem habentiũ eis, α, β, γ, δ. Dico quod extremi eorum hoc est α, & δ, primi adinuicem sunt. Sumantur enim (per 2 octaui uel 35 septimi,) bini numeri minimi in ipsorũ α, β, γ, δ, ratione: hoc est ε ζ. Tres autem η θ κ, & semper deinceps uno plus, quoad aßumpta multitudo æqua sit multitudini ipsorũ α, β, γ, δ. Suscipiãtur, sintq; λ μ ν ξ, igitur (per 29 septimi) eorum extremi λ ξ, primi adinuicem sunt. Quoniam enim ε ζ, primi sunt, utreque autem eorum se ipsum multiplicans utrũq; ipsorũ η, κ, fecit utrunq; autem ipsorũ η, κ: multiplicans utrũque ipsorum λ, ξ, fecit igitur (per 29 septimi,) ipsi η, κ, primi sunt & λ, ξ. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis, sunt autẽ & λ, μ, ν, ξ, minimi in eadem ratione existentes ipsis α, β, γ, δ, & æqualis multitudo ipsorum α, β, γ, δ, multitudini ipsorum λ, μ, ν, ξ, unusquisque igitur ipsorũ α, β, γ, δ, unicuique ipsorũ λ, μ, ν, ξ, est æqualis, æqualis igitur est α, ipsi λ, & δ ipsi ξ, & quoniam ipsi λ ξ, primi adinuicem sunt, æqualis autem est λ ipsi α, & ξ, ipsi δ, igitur & ipsi α, δ, primi sunt adinuicem, quod demonstraße oportuit.*

α ....
β ....
γ ....
δ ....
ε ...
ζ ....
η ....
θ ....
κ ....
λ ....
μ ....
ν ....
ξ ....

Eucli. ex Camp. *Propositio 4*

4 Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris secundum ipsas proportiones continuatim proportionalibus inuenire.

CAMPANVS. Assignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur ut docet 34 septimi, sintque prima inter a & b, secunda inter c & d, tertia, inter e & f, sic quoque de pluribus si fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimum quem numerant b & c & quoti es b numerat ipsum g, toties a nũeret h, id quoq; toties numeret K, quoties c g. Itaq; si e numerat K, sit ut f numeret l, erũtq; h, g, K, l, quos quærimus: cõstat enĩ per 15 septimi, q̃ sit h ad g, sicut a ad b, et g ad K, sicut c ad g, at k ad l, sicut

a ......
b .....
c ....
d ...
e .....
f ...
h ....
g ....
K ....
l ....
m ....
n ....
p ....
q ....

cit e ad f. Minimi quoque, nam si alij sint minimi ut m n p q, oportebit per 21 septimi, bis assumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 septimi, quod est inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l, minimi.

At uero si e non numerat k, sit m minimus numeratus ab eis scilicet e & k, quẽ m quoties numerat k, toties h numerat n, & g toties p, eruntq́ per 18 septimi, n p m, in proportione h g k, quare ṇ ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, sed quoties e nũerat m, toties f nũeret q, & erit per eãdẽ m ad q, sicut e ad f. Manifestũ igitur ꝙ assignatæ ꝓportiones, cõtinuatæ sunt in quatuor nũeris qui sunt n p m q. Qui si nõ fuerint minimi, sint (si possibile est) alij qui sint r. s, t, x, quia itaq; per 21 septimi, bis assumptã uterq; duorum numerorũ b & c numerat s, sequitur per correlarium 35 septimi, ut g numeret eundem, quare etiam k numerabit t, at quia per 21 septimi, ut e numerat eundem t, non erit m minimus quem numerant k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias sine omni offendiculo cõtinuare poteris

a .... b ..
c .... d ...
e ..... f ....
g ....
h ....
k .....
n ....
p ....
m ....
q ....
r ....
s ....
t ....
x ....

Eucli. ex Zamb. *Problema* 2 *Propositio* 4.

4 Rationibus datis quibuscunque in minimis numeris, numeros inuenire continue proportionales minimos in datis rationibus.

THEON ex Zamb. *Sint datæ rationes in minimis numeris, ipsius α ad b, & ipsius γ ad δ, & ipsius ε ad ζ oportet iam numeros inuenire continue proportionales minimos, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim η minimus numerus quem metiuntur β γ, & quoties quidem β, ipsum η, metitur, toties α, ipsum θ metiatur, quoties autem γ ipsum η metitur, toties δ, ipsum κ, metiatur. At γ, ipsum κ aut metitur, aut non metitur. Metiatur primum. Et quoties γ ipsum κ metitur: toties & ζ, ipsum λ metiatur, & quoniam α, ipsum θ, æque metitur & β, ipsum η, est igitur (per 17 septimi,) sicut α ad β, sic est θ, ad η. Id propterea & sicut γ ad δ, sic η ad κ, & insuper sicut ε ad ζ, sic κ ad λ. Igitur ipsi θ η κ λ, continue sunt proportionales, & in ipsius α ad β, & ipsius γ, ad δ, & insuper ipsius ε ad ζ, ratione. Dico quod & minimi. Si autẽ ipsi θ η κ λ, non sunt continue proportionales minimi in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus: erunt aliqui numeri minores ipsis θ η κ λ, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: sint autem ν ξ μ ο. Et quoniam est sicut α ad β, sic ν ad ξ, ipsi autem α β, minimi, minimi autem (per 21 septimi) metiuntur eandem habentes æque, maior maiorem & minor minorem, hoc est antecedens antecedentẽ, sequens sequentem, igitur β, ipsum ξ metitur, Id propterea & γ, ipsum ξ metitur. Igitur γ β, ipsum ξ, metiũtur, & minimus igitur quem ipsi β γ, metiuntur (per 37 septimi) ipsum ξ metietur minimus autem quem ipsi β γ, metiuntur, est η. Igitur η ipsum ξ metitur maior minorem quod est impossibile. Non erunt igitur aliqui numeri minores (per 15 septimi.) ipsis θ η κ λ, continue proportionales in ipsius α, ad β, & γ ad δ: & ε ad ζ, ratione. Non metiatur iam γ, ipsum κ, & sumatur (per 36 septimi,) minimus numerus quem metiuntur ipsi ε κ, & sit μ, & quoties quidem κ, ipsum μ, metitur, toties uterque ipsorum η θ utrunq; ipsorum ν ξ, metiatur. Quoties autẽ ε, ipsum μ, metitur, toties & ζ, ipsum ο, metiatur. Et quoniã η ipsum ν, & θ, ipsum ξ, æque metiuntur: est igitur sicut θ ad η, sic est ν ad ξ. Sicut autem θ ad η, sic est α ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic ξ ad ν. Id propterea etiam sicut γ ad δ, sic est ξ ad μ. Rursus quoniam quoties ε, ipsum μ metitur, toties & ζ, ipsum ο, est igitur sicut ε ad ζ, sic est μ ad ο. Igitur ipsi ν ξ, μ ο, continue proportionales sunt in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico quod & minimi. Si autem ipsi ν ξ μ ο: nõ sunt continue proportionales*

α ...
β ....
γ ..
δ ...
ε ....
ζ .....
θ ......
η ....
κ ....
λ ....
ν ....
ξ ......
μ ....
ο ....

α .... β ......
γ .. δ ...
ε .... ζ .....
θ ....
η ....
κ ....
ξ ....
ν ....
μ ....
ο ....
π ....
ρ ....
σ ....
τ ....

tionales minimi in ipsorum α β γ δ ε ζ rationibus, erunt aliqui numeri ipsis ξ ν, μ ο, minores, continue proportionales in ipsorum α β γ δ ε ζ, rationibus, Sint π ρ σ τ. Et quoniã est sicut π ad ρ, sic est α, ad β, ipsi autem α β, minimi, minimi autem (per 21 septimi metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter antecedens antecedentem & sequens sequentem, igitur β, ipsum ρ metitur. Id propterea etiam γ, ipsum ρ, metitur. Igitur ipsi β, γ, ipsum ρ metiuntur, & minimus igitur per 36 septimi, quem ipsi β γ, metiuntur, ipsum metietur ρ. minimus autẽ quem ipsi β γ. metiuntur, est ν. Igitur ν ipsum ρ metitur, estq́ sicut ν, ad ρ. sic est ξ, ad σ, & ξ igitur ipsum σ metitur, metitur autem & ε, ipsum σ. Igitur ipsi ε ξ, ipsum σ, metientur, & minimus quem ipsi ε ξ, metiuntur, (per eandem, (metietur ipsum σ. Minimus autẽ quem ipsi ε ξ, metiuntur: est μ. Igitur μ, ipsum σ metitur, maior minorem, quod est impossibile. Igitur non erũt aliqui numeri minores ipsis ν ξ, μ ο, continue proportionales in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Igitur ipsi ν ξ, μ ο, continue proportionales minimi sunt in ipsorum α β γ δ ε ζ, rationibus, quod oportuit fecisse.

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 **Omnium duorum numerorum compositorum proportio unius ad alterum, est ex laterum suorum producta proportionibus.**

CAMPANVS. Quod proponit 24 sexti de superficiebus æquidistantium laterum, proponit hæc de numeris cõpositis. Sint duo numeri compositi a b, latera a, sint c & g, latera b, sint e & f. dico itaq; quod proportio a ad b, constat ex ea quæ est c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuersionẽ diffinitionis laterum: erit per 18 septimi, a ad g, sicut c ad e, & per 19 eiusdem g ad b, sicut d ad f: quare per diffinitionem, proportio a ad b, composita est ex ea quæ est c ad e, & ea quæ est d ad f, quod est propositum.

a ....

b ....

c ..

d ......

e ....

f .....

g ....

CAMPANI *annotatio.* Nec est necessarium ut continuemus proportiones laterum (uidelicet eam quæ est c ad e & eã quæ est d ad f) in minimis numeris repertis, secundum doctrinam præcedentis, ut docẽt quidam. hoc enim est proposito præter necessarium. Arguũt enim posito quod illi minimi sint h k l, ita quod sit h ad k sicut c ad e & k ad l, sicut d ad f, proportionem h ad l esse compositam ex propositorum laterum proportionibus. Sumptóque g fieri ex d in e, arguunt a ad g, ut h ad k, quia ut c ad e, & g ad b ut k ad l, quia ut d ad f, ideoque secũdum æquã proportionalitatem, & a ad b: ut h ad l, concludunt igitur a ad b, cõponi ex quibus h & l. uerum quidem sed non necessarium assumpto.

a ....

g ....

b ....

c ..

e ....

d ......

f .....

h ....

k ....

l ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

Plani numeri, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus.

THEON ex Zamberto. *Sint plani numeri α β, ipsius quidem α, latera sint γ δ, ipsius autem β, sint ε ζ. Dico quod α ad β, rationem habet ex lateribus compositam. Rationibus enim datis quas habent γ ad ε, & δ ad ζ, suscipiantur (per 4 octaui, numeri continue proportionales minimi in ipsorum γ ε, & δ ζ, rationibus sintq́ η θ κ. ut sit sicut γ ad ε, sic est η, ad θ. sicut que δ, ad ζ, sic θ, ad κ. ipsi igitur η θ κ habent laterum rationes. Sed ipsius η ad κ ratio cõposita est ex ea quam habet η ad θ, & ex ea quam habet θ, ad κ, ipsi igitur η ad κ, rationem habet ex lateribus compositam, Dico igitur quod est sicut α ad β, sic η ad κ, ipse enim δ ipsum ε multiplicans: efficiat ipsum λ. Quoniã δ ipsum γ, multiplicans ipsum fecit α, multiplicans autẽ ipsum ε efficit λ, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad ε, sic est α, ad λ. Sicut autem γ ad ε, sic η ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti,) η, ad θ, sic α ad λ. Rursus quoniã ε ipsum δ, multiplicans ipsum fecit λ, sed & ipsum ζ, multiplicans ipsum fecit β. est igitur (per 17 septimi,) sicut δ ad ζ, sic est λ, ad β. Sed sicut δ ad ζ, sic est θ, ad κ, & sicut igitur (per 11 quinti) θ, ad κ, sic λ, ad β patuit autẽ quod sicut η ad θ, sic est α ad λ. Aeque igitur est (per 14 septimi, sicut η ad κ, sic est α, ad β. ipse autẽ η ad κ, rationẽ habet cõpositam ex lateribus. & α: igitur ad β, rationẽ habet compositã ex lateribus, quod oportuit demõstraße.*

α ....

λ ....

β ....

γ ...

δ ......

ε ....

ζ ....

η ....

θ ....

κ ....

Eucli.

Eucli. ex Camp. *Propositio 6*

6 SI numerorum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret. nullus eorum numerabit ultimum.

CAMPANVS Sint a.b.c.d.e. cōtinue proportionales. dico quod si a nō numeret b, nullus eorū numerabit e. Manifestum autē est quod si ipsum numeret, omnes numerabunt e. & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequētem. Si autem nō numerat ipsum, patet quod d non numerabit e, nec simpliciter aliquis eorum proxime sequētem e, quia sunt positi continue proportionales. Sed quod nullus alius ut c numeret ipsum, sic constat. Sumantur secundum doctrinā 2 huius. totidem minimi continue proportionales in proportione eadem: quot sunt ipse c d & omnes sequentes, qui sunt f.g.h. eruntq́ per 3 huius & f & h, contra se primi, & quia per æquam proportionem c ad e ut f ad h, cum f non numeret h. nec c numerabit e, eodē modo nec aliquis aliorū, quare liquet quod propositum est.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ....
f ....
g ......
h ....

Eucli. ex Zamb. *Theorema 4* *Propositio 6*

6 Si fuerint quotcunque numeri cōtinue proportionales, primus autem secundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON ex Zamberto. *Sint numeri continue proportionales α, β, γ, δ, ε. Ipse autem α, ipsum β, non metiatur. Dico quod & alius nullus, nullum metietur. Quod quidem ipsi α, β, γ, δ, ε, continue adinuicem sese non metiūtur manifestum est: quia neque α, ipsum β metitur, dico iam quod neque alius ullus, ullū aliū metietur. Dico quod neque α, ipsum γ metitur, quot enim sunt ipsi α, β, γ, tot sumātur (per 35 septimi,) minimi numeri eandem rationem habentiū ipsis α, β, γ, sintque ζ, η, θ. Et quoniam ipsi ζ η, θ, in eadem ratione sunt ipsis α, β, γ, & est æqualis multitudo ipsorum α, β, γ, multitudini ipsorum ζ, η, θ, ex æquali igitur (per 14 septimi, est sicut α, ad γ, sic est ζ, ad θ. Et quoniam est sicut α ad β, sic est ζ, ad η, non metitur autem α, ipsum β, igitur neque ζ ipsum η, metitur. Igitur ζ, non est unitas. Si enim ζ, esset unitas, omnem numerum metiretur. Et ζ, θ, (per 3 octaui,) primi sunt adinuicem. Igitur neque ζ, ipsum θ, metitur, & est sicut ζ, ad θ, sic α, ad γ, neque igitur α, ipsum γ metitur. Similiter quoque ostendemus, quod neque alius ullus ullum metietur, quod oportuit demonstraße.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 7*

7 SI numerorum continue proportionalium primus ultimum numeret, idem ipse & secundum numerabit.

CAMPANVS Sint qui prius, continue proportionales, dico si a numerat e: ipse nūerabit b. alioqui ex præmissa non numeraret e. quod est contrarium & impossibile. Non solum autem numerabit b: sed & omnes, & quisque eorum: quemlibet ipsum sequentem.

a ..
b ....
c ....
d ....
e ....

Eucli. ex Zamb. *Problema 5* *Propositio 7*

7 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, primus autem extremum metiatur, & secundum quoque metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri proportionales α, β, γ, δ, At α, ipsum δ metiatur. Dico quod & α, ipsum β metietur. Si autem non metitur α, ipsum β, neque alius ullus (per 7 octaui) alium ullum metietur, quod (per hypothesin) est impoßibile, supponitur enim α, ipsum δ metiri, metitur autem α, ipsum δ, metitur igitur & α, ipsum β, quod oportuit demonstraße.*

α ...
β ......
γ ....
δ ....

Eucli. ex Camp. *Propositio 8*

8 SI inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint, totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.

CAMPANVS Sint a & b, inter quos cadunt c & d in cõtinua proportione habẽtes se in proportione e ad f, dico quod totidem cadunt inter e & f & in eadem proportione, quot inter a & b. Sint enim g, h, k, l, totidem minimi: quot sunt a & b qui inter eos cadunt, sumpti quemadmodum docet 2 huius, continue proportionales in eadem proportione, eruntque per 3 g & l, cõtra se primi, & per æquã proportionalitatẽ erit g ad l, sicut a, ad b, ideoque, & sicut e ad f, & quia ipsi sunt in sua proportione minimi per 21 sep. sequitur per 21 eiusdẽ ut g numeret e, & l, f æqualiter, toties igitur nũeret h, m, & k, n, positisque m & n, inter e & f, cõstat per 15 septimi, e, m, n, f esse cõtinue proportiõales queadmodũ sunt h, k, l, & ideo queadmodũ a, c, d, b, quare patet quod dictũ est.

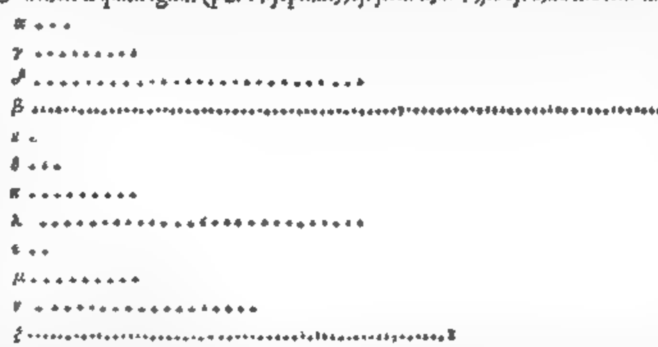


CAMPANI *annotatio.* Ex hac constat nullam superparticularem posse per æqualia diuidi, si enim hoc esset, oporteret inter duos numeros sola unitate distãtes numerũ cadere medium quod esse non potest ideoque tonus in musica quem sesquioctaua continet proportio, in duo uera semitonia diuidi non potest, sed necessario diuiditur in minus semitonium & maius.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 6* *Propositio 8*

8 Si inter duos numeros cõtinue proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri, tot & inter eandẽ rationem habentes eis continue proportionales cadent.

THEON ex Zamb. *Inter binos enim numeros α, β, continue proportionales cadant numeri γ, δ, fiatque sicut α, ad β, sic ε, ad ζ. Dico quotquot inter ipsos α, β, cõtinue proportionales numeri cadunt, tot quoque inter ipsos ε, ζ, cõtinue proportionales cadent. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, tot sumantur (per 35 septimi,) minimi numeri eandem rationem habentium eisdem α, β, γ, δ, sintque η, θ, κ, λ. Igitur extremi ipsorum hoc est η, λ, primi sunt adinuicem (per 3 octaui. Et quoniã ipsi α, γ, & δ, β, ipsis η, θ, & κ, λ, in eadem sunt ratione, & æqualis est multitudo ipsorũ α, γ, & δ, β, multitudini ipsorum η, θ, & κ, λ, ex æquali igitur (per 14 septimi,) est sicut α, ad β, sic est η, ad λ. Sicut autem α, ad β, sic ε, ad ζ, ut igitur η, ad λ, sic est ε, ad ζ. Ipsi autem η, λ, primi sunt, primi autem, & minimi, minimi uero numeri, eandem rationem habentes eis æque metiuntur maior maiorem & minor minorẽ (per 21 septimi,) hoc est antecedens antecedentem & sequens sequentem. Aeque igitur η, ipsum ε metitur, & λ, ipsum ζ. Quoties autem η, ipsum ε metiatur toties & uterque ipsorum θ, κ, utrunque ipsorum μ, ν, metiatur. Ipsi igitur η, θ, κ, λ, ipsos ε, μ, ν, ζ, æque metiuntur. Igitur (per 15 septimi,) ipsi η, θ, κ, λ: ipsis ε, μ, ν, ζ, in eadem sunt ratione. Sed ipsi, η, θ, κ, λ, ipsis α, γ, δ, β, in eadem sunt ratione, & ipsi α, γ, δ, β, igitur, ipsis ε, μ, ν, ζ, in eadẽ sunt ratione. Ipsi autẽ α, γ, δ, β, continue sunt proportionales, & ipsi ε, μ, ν, ζ, igitur continue proportionales sunt. Quot igitur inter ipsos α, β, continue proportionales numeri ceciderunt, tot & inter ε, ζ, continue proportionales cadunt quod oportuit demonstraße.*

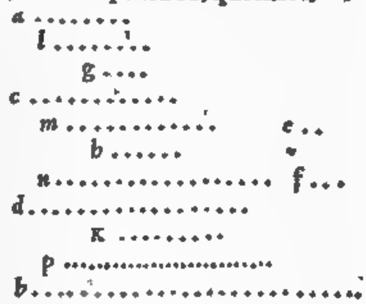


Eucli. ex Camp. *Propositio 9*

9 SI inter duos numeros contra se primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint, inter utrũnque eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, inter quos cadant in continua proportionalitate c & d. Dico quod totidem erunt continue proportionales inter a & unitatem, itemque totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, sumpti ut docet 34 septimi, ex quibus sumantur tres continue proportionales & minimi

in eorum proportiõe prout docet 2 huius, qui sint g,h,k, deinde quatuor, qui sint l, m, n, p, & hoc toties fiat usquequo sic sumpti fiant totidẽ quot sunt nũeri propositi, ut sunt hic l,m,n,p. Constat itaque (cum sint a,c, d,b, in sua proportione minimi per primam huius, sintq́ l,m,n,p, totidẽ minimi in eadem, non sit autem possibile esse aliquid minus minimo) quod numeri l,m,n,p, æquales erũt numeris a,c, d,b, quisque suo relatiuo, est igitur l, æqualis a, & p, b. Manifestum autem est ex secunda huius, quod ex f in se fit K, & ex eodẽ in K, p, per diffinitionẽ igitur eius q́ est multiplicari erit f, in K, K quoq; in p, quoties unitas est in f, itaque unitas, f, K, p, sunt continue proportionales, similiter autem & unitas e, g l. Sumptis ergo a & b loco l & p sibi æqualium erunt inter a & unitatem g, & e, & inter b & unitatem k & f, continue proportionales totidem, quot sunt inter a & b, quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 9

9 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos continue proportionales ceciderint numeri, quot inter eos continue proportionales ceciderint numeri, tot quoque inter utrunque eorum & unitatem continue proportionales cadunt.

THEON ex Zamberto. *Sint bini numeri primi adinuicem α,β, & inter eos continue proportionales cadãt γ,δ, & ponatur ε unitas. Dico quotquot inter α,β, continue proportionales ceciderunt numeri, tot quoque inter utrunque ipsorum α,β, & ε, unitatem continue proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 septimi,) bini numeri minimi in ipsorum, α,γ,δ,β, ratione existentes, sintque, ζ,η, tres autem: sintq́ θ,κ,λ, & semper ordinatim uno plus quo ad æqualis fiat multitudo ipsorum, multitudini ipsorum α,γ,δ,β, sumantur: sintq́ μ,ν,ξ,ο. Manifestũ iam est quod ζ, seipsum multiplicans, fecit ipsum θ, ipsum autem θ, multiplicans, ipsum effecit μ, & η, seipsum multiplicans, ipsum λ, effecit: ipsum autem λ, multiplicans, ipsum ο fecit. Et quoniam ipsi μ,ν,ξ,ο, (per hypothesin) minimi sunt eandem rationem habentium ipsis η,ζ, sunt autem (per 1 octaui, & ipsi α,γ,δ,β, minimi eandem rationem habentium ipsis η,ζ, & æqualis est multitudo ipsorum μ,ν,ξ,ο. multitudini ipsorum α,γ,δ,β: unusquisque igitur ipsorum μ,ν, ξ,ο, unicuiq; ipsorum α,γ,δ,β, est æqualis. Aequalis igitur est μ ipsi α, & ο, ipsi β. Et quoniam ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit θ, igitur (per 16 septimi,) ζ, ipsum θ, metitur per eas quæ in ζ, sunt unitates: metitur autem & ε, unitas ipsum ζ, per eas quæ in ipso sunt unitates, pariter igitur (per 15 septimi ε unitas ipsum ζ, numerum metitur, & ζ, ipsum θ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ ad θ, Rursus quoniam ζ, ipsum θ multiplicans, ipsum effecit μ, igitur θ, ipsum μ, metitur per eas quæ in ζ sunt unitates. Metitur autẽ ε, unitas ipsum ζ numerum per eas quæ in ipso sunt unitates, æque igitur (per eandem) ε, unitas ipsum ζ, metitur numerum, & θ, ipsum μ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ, numerum. sic est θ, ad μ. Ostensum autem est quod & sicut ε, unitas ad ζ, numerum. sic est ζ, ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti,) ε, unitas ad ζ numerum: sic est ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipsi α, est æqualis, est igitur sicut ε unitas ad ζ numerum, sic est ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propterea (per 7 & 11 quinti, & sicut ε, unitas ad η, numerum: sic η ad λ, & μ ad β. Quot igitur inter ipsos α,β, continue proportionales ceciderint numeri, tot & inter utrunque ipsorum α,β, & ipsum ε, unitatem continue proportionales numeri cadunt. Quod erat demonstrandum.*

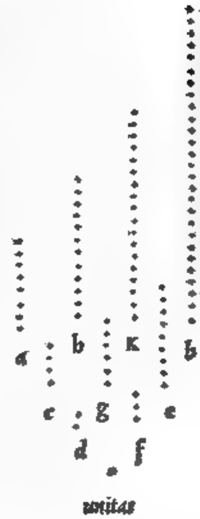


Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI inter utrunque eorum & unitatẽ quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

CAMPANVS Sint duo numeri a & b, sintq́ c & d c d inter a & unitatẽ e quoque & f inter b & unitatem, continue proportionales. Dico totidem esse inter a & b continue proportionales. Hæc est conuersa prioris, excepto quod ad subiectum

præmissæ appositum erat a & b esse contra se primos, quod non apponitur hic ad passionem, quapropter uniuersalior est passio huius: subiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties est d in c & toties c in a, constat quod ex d in se, fit c, & ex eodem d in c a. Similiter quoque ex f in se & in c, fient e & b. Ducatur itaque d in f, & productus sit g, itemque idem d ducatur in g & e, & sint producti h & k. Constat igitur ex 18 septimi, quod c ad g, ut d ad f. & ex 19 quod g ad e, ut d ad f, quare c, g, e, sunt continue proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum sunt a ad h sicut c ad g, & h ad k sicut g ad e, & per 19 k ad b sicut d ad f, igitur sunt a, h, k, b, continue proportionales. Quare constat propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 10 Cõuersa præcedẽtis.

10 Si inter binos numeros & unitatem continue proportionales numeri ceciderint, quot inter utrunque ipsorum & unitatem continue proportionales ceciderint numeri tot & inter eos continue proportionales cadent.

THEON ex Zamberto. Inter binos enim numeros α, β, & unitatem γ, continue proportionales cadant numeri δ, ε, & ζ, η. Dico quotquot inter utrunque ipsorum α, β, & ipsam γ unitatem, continue proportionales ceciderunt numeri: tot quoque inter α, β, continue proportionales cadent. Igitur δ, ipsum ζ, multiplicans, ipsum efficiat θ, uterque autem ipsorum δ, ζ, ipsum θ multiplicans, efficiat ipsos κ, λ. Et quoniam est sicut γ, unitas ad δ, numerum sic est δ, ad ε, æque igitur γ, unitas ipsum δ, metitur numerum, & δ ipsum ε. Ipsa autem γ, unitas ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso sunt δ unitates, & δ, igitur numerus ε metitur per eas quæ in δ, sunt unitates. Igitur δ, seipsum multiplicans, ipsum ε, fecit. Rursus quoniam est sicut γ, unitas ad δ, numerum sic est ε ad α, æque igitur γ, unitas ipsum δ, numerum metitur, & ε, ipsum α. At γ unitas, ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates, & ε, igitur ipsum α, metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates. Igitur δ, ipsum ε multiplicans, ipsum α fecit. Id propterea etiam ζ, seipsum multiplicans, ipsum η, fecit, ipsum autem η, multiplicans, ipsum β, fecit. Et quoniam δ, seipsum multiplicans ipsum ε, fecit, ipsum autem ζ, multiplicans ipsum fecit θ, est igitur (per decimam septimam septimi,) sicut δ, ad ζ, sic est ε ad θ. Id propterea etiam sicut δ, ad ζ, sic θ, ad η, Et sicut igitur (per undecimã quinti,) ε ad θ, sic θ ad η. Rursus quoniam δ, utrunque ipsorum ε, θ, multiplicans, utrunque ipsorum α, κ, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut ε ad θ, sic α, ad κ Sed sicut ε, ad θ, sic est δ, ad ζ, & sicut igitur (per undecimam quinti) δ ad ζ, sic α, ad κ. Rursus quoniam uterque ipsorum δ, ζ, ipsum θ, multiplicans, utrunque ipsorum κ, λ, fecit: est igitur (per decimamseptimam septimi,) sicut δ, ad ζ sic κ ad λ Sed sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & sicut igitur (per undecimam quinti,) α, ad κ, sic κ ad λ. Insuper quoniam ζ, utrunque ipsorum θ, η, multiplicans, utrunque ipsorum λ, β, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut θ ad η, sic λ, ad β. Sicut autem θ ad η, sic δ ad ζ, & sicut igitur (per 11 quinti,) δ, ad ζ, sic λ ad β, patuit autem quod sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & κ ad λ, & λ ad β, igitur ipsi α, κ, λ, β: continue sunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipsorũ α, β, & γ, unitatẽ, continue proportionales cadunt numeri: tot & inter α, β, continue cadunt, quod demonstraße oportuit.



Hæc undecima ex Campano, duabus ex Zamberto sequentibus respondent.

Eucli.ex Camp. Propositio 10

SI fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterum tanquam sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uero ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterum tanquam sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b, & duo cubi c, & d. latera tam quadratorũ quàm cuborum, sit e, quidem a & c, f uero, b & d. Dico quod proportio a ad b erit sicut e ad f duplicata, c uero ad d sicut eadem triplicata. Manifestum enim quod ex e in se fit a, & ex ipso e in a, c. sic quoque ex f in se fit b, & ex ipso in b, d, ducatur igitur e in f, & proueniat g, & in g & b, & proueniant h & k, eritq; per 15 septimi a ad g, sicut e ad f, & per 19 g ad b, sicut e ad f, igitur ex diffinitione, a ad b, sicut e ad f duplicata, quod est primum. Secundum eodẽ modo constat. Sunt enim per 15 iterum c ad h sicut a ad g, & h ad k, sicut g ad b, & per 19 k ad d, sicut e ad f, quare c, h, k, d, sunt etiam continue proportionales in proportione e ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, sicut e ad f, triplicata, quod est secundum.

c ....
a ....
e .. b ....
g ......
f ... k ....
b ....
d.........................

Eucli.ex Zamb. Theorema 9 Propositio 11

11 **Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis est numerus, Et quadratus ad quadratum duplam habet rationem. quàm latus ad latus.**

THEON ex Zamberto. *Sint quadrati numeri α, β, & ipsius quidem β, latus sit γ, ipsius uero β, sit latus δ. Dico quod ipsorum α, β, unus medius proportionalis est numerus, & α, ad β, duplam habet rationem quàm γ, ad δ. Ipse enim γ, ipsum δ, multiplicans, ipsum efficiat ε. Et quoniã α, quadratus est, latus autem eius est γ, igitur γ, seipsum multiplicans ipsum effecit α, id propterea & δ, seipsum multiplicans ipsum β fecit, Quoniam igitur γ, utrunque ipsorum γ, δ, multiplicans utrunque ipsorum α, ε, effecit, est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad δ, sic est α, ad ε. Rursus quoniam γ, ipsum δ, multiplicans ipsum effecit ε, ut δ, seipsum multiplicans ipsum effecit β, duo iam numeri γ, δ, unum & eundem multiplicantes δ, ipsos ε, β, effecerunt. Est igitur (per 18 septimi,) sicut γ ad δ, sic est ε ad β. Sed sicut γ ad δ, sic est α ad ε,) & sicut igitur (per 11 quinti) α ad ε, sic est ε ad β. Ipsorum igitur α, β, unus medius proportionalis est numerus ε. Dico iam quod & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim tres numeri proportionales sunt α, ε, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam rationem habet quàm α ad ε. Sicut autem α ad ε, sic γ ad δ, igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad δ lat us, quod oportuit demonstraße.*

α ....
γ ...
ε ....
δ ....
β ....

Eucli.ex Zamb. Theorema 10 Propositio 12

12 **Duorum cuborum numerorũ, bini medij proportionales sunt numeri. Et cubus ad cubum triplam rationem habet, quàm latus ad latus.**

THEON ex Zamberto. *Sint bini cubi numeri α, β, & ipsius quidem α. latus esto γ, ipsius autem β, latus esto δ. Dico quod ipsorum α, β, bini medij proportionales sunt numeri, & α ad β, triplam rationẽ habet, quàm γ ad δ. Igitur γ, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ε, ipsum autem δ, multiplicans, ipsum efficiat ζ, at δ seipsum multiplicans, ipsum η, faciat. Vterq; aũt ipsorũ γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrunque ipsorum θ, κ, faciat. Et quoniam α cubus est, ipsius autem latus est γ, igitur γ seipsum multiplicans ipsum effecit ε, ipsum autem ε, multiplicans ipsum α, confecit. Id propterea & δ seipsum multiplicans, ipsum η effecit: ipsum autem η, multiplicans, ipsum effecit β. Et quoniã γ utrunque ipsorum γ, δ, multiplicans, utrunq; ipsorũ ε, ζ, fecit: est igitur (per 17 septimi,) sicut γ ad δ, sic est ε, ad ζ. Id propterea etiam (per eãdem,) sicut γ ad δ, sic ζ ad η. Rursus quoniã γ utrũq; ipsorũ ε, ζ, multiplicans, utrũq; ipsorũ α, θ, fecit: est igitur sicut ε ad ζ, sic α ad θ, sicut aũt ε, ad ζ, sic γ ad δ. Et sicut igitur (per 11 quinti) γ, ad δ, sic est α, ad θ. Rursus quoniam uterque ipsorũ γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrũque ipsorũ θ, κ, fecit: est igitur (per 18 septimi) sicut γ ad δ, sic est θ ad κ. Rursus quoniam δ utrũque ipsorũ ζ, η, multiplicans, utrunque ipsorum κ, β, fecit: est igitur*

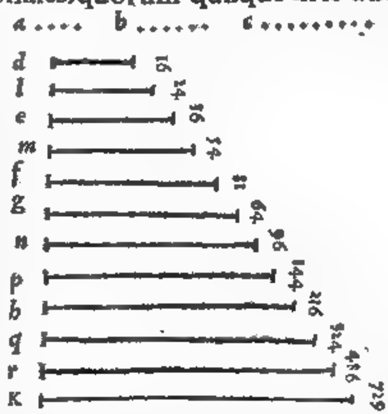
α ....
θ ....
κ ....
β ....
γ ...
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....

(per 17 septimi,) sicut ξ ad η, sic est κ ad β, sicut autem ξ ad η, sic est γ ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ad δ, sic κ, ad β. Patuit aũt quod & sicut γ ad δ, sic est α ad ε, & ε, ad κ, & κ ad β. Ipsorum igitur α, β, bini medij proportionales sunt, hoc est ε, λ. Dico iam quod & α ad β triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniã enim quatuor numeri proportionales sunt α, ε, κ, β. igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α ad β, triplam habet rationem quàm α ad ε, sicut autem est α, ad ε, sic est γ ad δ. Igitur α ad β triplam rationem habet quàm γ ad δ. Quod oportuit demonstrasse.

Eucli, ex Camp. Propositio 12

12 SI numerorum continuæ proportionalitatis quisque in seipsum ducatur, qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur, inde quoque productos continuæ proportionalitatis esse necesse est. Idem'que in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

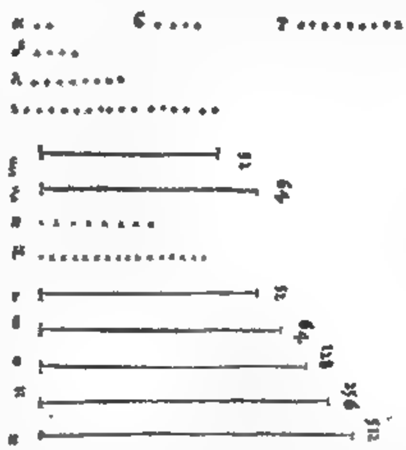
CAMPANVS Sint a, b, c, continue proportionales, quorum quisque in se ducatur, & proueniant ex a quidem, d. ex b uero e. ex c, f. Dico quod d, e, f, sunt continue proportionales. quod si item a ducatur in d & proueniat g. b quoque in e, & proueniat h, & c in f, proueniat k, dico etiam quod g. h. k, erunt continue proportionales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m, eruntque per 18 & 19 septimi, d. l, e, m, f, continue proportionales in proportione a, b, c, itaque per æquam proportionalitatem argue d ad e, sicut e ad f, quod est primũ. Reliquũ sic: Ducatur a in l & proueniãt n & p, c quoque ducatur in e & m. & proueniãt q & r, eruntque per easdẽ g, n, p, h, q, r, k, cõtinue quoq; proportionales in proportione primorum, per æquã igitur proportionalitatẽ cõclude g ad h, sicut h ad k quod est reliquum. Eadem erit ratio, quotiescunque primi in productos ducantur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, & multiplicãs unusquisque seipsum fecerit aliquos, qui fiũt ex ipsis proportionales erũt. Et si qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipsi quoq; proportionales erunt, & semper circa extremos hoc euenit.

THEON ex Zamb. *Sint quotlibet numeri cõtinue proportiõales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ, & ipsi quidẽ α, β, γ, se ipsos multiplicãtes, efficiant ipsos δ, ι, ζ, ipsos autem δ, ζ. multiplicãtes, ipsos efficiant η, θ, κ, Dico quod & ipsi δ, ι, ζ, & ipsi η, θ, κ, continue sunt proportionales. Ipse nãque α, ipsum β multiplicans, ipsum efficiat λ, uterque aũt ipsorum α, β, ipsum multiplicans λ, efficiat utrũq; ipsorum μ, ν, & rursus ipse β, ipsum γ, multiplicãs, ipsum efficiat ξ, uterq; aũt ipsorũ β, γ, ipsum ξ multiplicans, utrunq; ipsorũ ο, π, faciat. Similiter iam ex præcedẽtis theorematis discursu ostẽdemus quod ipsi δ, κ, ι, & η, μ, ν, θ. cõtinue sunt proportionales in ipsius α ad β, ratiõe, & ipsi ι, ξ, ζ, & θ, ο, π, κ sunt proportionales in ipsius β, ad γ, ratione. Et est sicut α, ad β, sic est β ad γ, & ipsi δ. λ, ι, igitur, ipsis ι, ξ, ζ, in eadẽ sunt ratione, & insuper ipsi η, μ, ν, θ, ipsis θ, ο, π, κ. & æqualis est quidẽ ipsorũ δ, λ, ι, multitudo, multitudini ipsorũ ι, ξ, ζ, et autem quæ ipsorum est η, μ, ν, θ, ea quæ ipsorum est θ ο, π, κ. Ex æquali igitur (per 14 septimi.) est sicut quidẽ δ, ad ι, sic est ι, ad ζ. Sicut autem η ad θ, sic est θ ad κ, quod demonstrare oportebat.*



Eucli.

Eucli.ex Camp. Propositio 13

13 SI quis quadratus numerus aliũ quadratũ numeret, latus quoq; suum, latus illius numerare probatur. Si uero latus suũ latus illius numeret, quadratus numerat quadratũ.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b quadrati, lateraq; eorũ c & d, dico quod si a numerat b, c quoq; numerabit d, & econuerso. Cõstat enim quod ex c in se fit a, ex d quoq; in se, b fiat igitur, e ex c in d, eruntq; per 18 & 19 septimi, a. e, b, cõtinue proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idem ipse per 7 huius, numerabit e, quare & c, d, quod est primum. Cõuersa sic patet. si c numerat d, a numerabit e, propter id quod proportio a ad e sicut c ad d, & si numerat e, ipse numerabit b, propter hoc quod sunt continue proportionales.

a ....
e ......
b ....
c ..
d ...

Eucli.ex Zamb. Theorema 12 Propositio 14

14 Si quadratus numerus quadratum numerũ mensus fuerit, & latus latus metietur. Et si latus latus metiatur, & quadratus quadratum metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati nrmeri α. ϐ, latera uero ipsorũ, sint γ, δ, at α ipsum ϐ metiatur. Dico quod & γ ipsum δ metietur. Igitur γ, ipsum δ multiplicans, efficiet ipsum ε. Igitur (per 17 & 18 septimi, & 11 quinti, ac 13 octaui.) ipsi α. ε, ϐ, continue proportionales sunt in ipsius γ ad δ ratione. Et quoniam ipsi α, ε, ϐ, continue sunt proportionales, & metitur α ipsum β, metitur igitur (per 7 octaui,) & α ipsum γ. Estq; sicut α ad ε, sic γ ad δ, metitur igitur & γ ipsum δ. Sed iam metitur & γ ipsum δ. Dico quod & α ipsum β metitur, eisdem namque dispositis similiter ostendemus quod ipsi α, ε, ϐ. continue sunt proportionales in ipsius γ ad δ, ratione, & quoniã est sicut γ ad δ, sic est α ad ε, metitur autem γ ipsum δ, metitur igitur & α ipsum ε, & sunt ipsi α, ε, β, continue proportionales, metitur igitur & α ipsum β. Si quadratus igitur, & quæ sequuntur reliqua quod oportebat demonstrare.*

α ....
ε ....
ϐ ....
γ ...
δ ....

Eucli.ex Camp. Propositio 14

14 SI cubus aliũ cubũ numeret, latus quoq; suũ, latus alterius numerabit. Si uero latus suũ, latus alterius nũeret, cubus nũerabit cubũ.

CAMPANVS Sint duo nũeri a & b cubi, lateraq; eorũ c & d, dico quod si a numerat b, c quoq; nũerabit d, & ecõuerso ducatur enim b in se & fiat c, d quoq; in se, & fiat f, cõstat igitur quod ex c in e fit a, & ex d in g, b, fiat itaq; f, ex c in d erũtq; per 17 & 19 septimi, e, f, g, cõtinue proportionales in proportione c ad d, sed & h, & k, proueniant ex c in f & g, per easdẽ igitur erũt a, h, k, b: continue quoq; proportionales in eadem proportione, itaque si a numerat b, idem per 7 huius numerabit h, quare & c, d, est enim c ad d, sicut a ad h, constat igitur prima pars. Conuersa patet, sicut conuersa prioris. Nã si c numerat d, a quoque numerabit h, quem si numerat, necesse est ut numeret b.

Eucli.ex Zamb. Theorema 13 Propositio 15

15 Si cubus numerus cubum numerum mẽsus fuerit, & latus latus metietur, Et si latus latus mensum fuerit, & cubus cubum metietur:

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubũ β metiatur, & ipsius quidẽ α, latus sit γ, ipsius autẽ ϐ sit δ. Dico quod γ ipsum δ metitur. Igitur γ, seipsum multiplicãs ipsum efficiat ε, & insuper γ, ipsum δ multiplicans ipsum efficiat ζ. Ad δ seipsum multiplicãs ipsum efficiat η. Vterq; aũt ipsorũ γ, δ, ipsum ζ multiplicãs, utrũq; ipsorũ θ, κ, faciat. Manifestũ iam est (per 17 & 18 septimi & 12 octaui,) quod ipsi ε, ζ, η, & α, θ, κ, ϐ, cõtinue sunt proportionales, in ipsius γ ad δ, ratione. Et quoniã ipsi α, θ, κ, β, cõtinue sunt proportiõales, & metitur α, ipsum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α, ipsum θ, & est sicut α ad θ, sic est γ ad δ. Metitur igitur & γ ipsum δ. Sed iã metiatur γ, ipsum δ. Dico quod & α, ipsũ ϐ metitur. Eisdẽ nãq; dispositis, similiter ostẽdemus quod ipsi α, θ, κ. β. cõtinue proportiõales sunt in ipsius γ ad δ, ratione. quoniã enim γ ipsum δ, metitur, estq; sicut γ ad δ, sic α ad θ, & α igitur ipsum θ metitur. Quare & α ipsum ϐ metitur. Si cubus igitur nũerus & reliqua quod oportuit demõstrasse.*

α ....
θ ....
κ ....
β ....
γ ..
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....

Eucl.ex Cãp. Propos.tio 15

15 SI numerus quadratus quẽdam alium quadratũ nõ numeret, nec latus suũ, latus illius numerabit. Si uero latus suũ, latus illius non

numeret, quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Hæc 15 proponit negationes conuerti, quæ affirmationibus quas 15 huius cōuerti proposuit opponūtur. Vt si sint duo numeri quadrati a & b, quorū latera c & d, si a nō numerat b, c quoque nō numerabit d, econuerso etiam si c non numerat d, nec a, b. Sit enim primo ut a non numeretet b, si itaque c numerat d, per secundam partem 15 huius & a numerabit b, quod est cōtrarium positioni, sicque patet primum. Secundum quoque sic: sit ut c non numeret d, itaque si a numeret b, per primā partem 15 necesse est ut c numeret d, necesse est igitur ut c numeret ipsum, cum numerat ipsum, quod est impossibile.

a .... b ....

c .. d ...

CAMPANI *annotatio.* Quemadmodū autem necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas 15 demonstrauit conuerti, sic quoque necesse est eas negationes quæ opponuntur illis affirmationibus quas præmissa conuerti demonstrauit, cōuertantur. Vnde si cubus nō numerat cubū: nec latus eius numerabit latus illius, econuerso quoque si latus unius non numerat latus alterius, nec ipse cubus numerabit alterum cubum, demonstratur autem hoc per præmissam à destructione consequentis, sicut quod propositum est per 15, ideoque hoc auctor non proposuit, sed per id quod propositum est, ipsum dedit intelligi.

Hæ sequentes ex Zamberto duæ propositiones præcedenti ex Campano cum annotatione eiusdem respondent.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 14* *Propositio 16* *Conuersa 14*

16 Si quadratus numerus quadratum numerum mensus non fuerit, neque latus latus metietur. Et si latus latus mensum non fuerit, neque quadratus quadratum metietur,

THEON ex Zamberto. *Sint quadrati numeri α, β: eorum autem latera sint γ, δ. At α, ipsum β non metiatur Dico quod neque γ, ipsum δ, metietur. Si autem γ ipsum δ, metitur, metitur (per 14 octaui,) & α ipsum β: non metitur autem (per hypothesin) β, ipsum β, neque igitur γ, ipsum δ metietur. Non metiatur autem rursus γ, ipsum δ. Dico quod neque α, ipsum β, metietur. Si autem α, ipsum β metitur, & γ, (per 14 octaui.) ipsum δ. Nō metitur autē γ, ipsum δ, (per hypothes.n,) neque α igitur, ipsum β metietur, quod erat demonstrandum.*

α ....

β ....

γ ...

δ ....

Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propositio 17* *Conuersa 15*

17 Si cubus numerus cubum numerum non metiatur, neque latus latus metietur. Et si latus latus non metiatur, neque cubus cubum metietur.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubum numerum β non metiatur, & ipsius quidem α, latus esto γ, ipsius uero β, sit δ. Dico quod & γ, ipsum δ non metietur, Si enim γ ipsum δ metitur, & α, ipsum β metietur, (per 15 octaui,) non metitur autem α, ipsum β, (per hypothesin,) neque igitur γ, ipsum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipsum δ. Dico quod & α ipsum β non metietur, si enim α ipsum β, metitur, & γ, ipsum δ, metietur (per 15 octaui,) non metitur autem γ, ipsum δ, (per hypothesin,) neque α igitur ipsum β, metietur: quod oportuit demonstraße.*

α ....

β ....

γ ......

δ ....

Eucli. ex Camp. *Propositio 16*

16 SI duo numeri superficiales fuerint similes, necesse est tertium numerum secundum proportionalitatem continuam eis interesse. Eritque proportio unius numeri ad alterum sibi similem, uelut unius lateris sui ad latus alterius ipsum respiciens proportio duplicata.

CAMPANVS Sint duo numeri a & b, superficiales & similes, dico quod inter ipsos cadet unus numerus in continua proportione, latera enim a sint c & d, b uero latera, sint e & f, eruntque ex conuersione diffinitionis numerorū similiū, c ad e, sicut d ad f, constat autem quod ex c in d fiat a, & ex e in f, b, fiat itaque

a ....

g ....

b ....

c ..

d ....

e ...

f ......

itaque g ex e in d, eritque per 19 septimi, a ad g, sicut c ad e. & per 18 eiusdem g ad b sicut d ad f, quare a ad g, sicut g ad b, est itaque g, continua proportionalitate medius inter a & b, quod est propositum. Correlarium autem patet, cum sit a ad b per diffinitionem sicut a ad g duplicata, quæ eadem est illi quæ est c ad e.

Eucli. ex Camp. *Propositio 17*

17 SI secundum continuam proportionalitatē tertius numerus duobus numeris intersit, illi duo numeri superficiales sunt & similes.

CAMPANVS Hæc est conuersa præmissæ. Vt si inter a & b sit c sub continua proportionalitate constitutus, a & b erunt superficiales & similes, sint enim d & e minimi in proportione qua continuantur a, c, b, qui per 21 septimi, numerabunt a & c æqualiter, sitque ut secundum f, & per eandem c & b æqualiter, sitque ut secundum g, erunt igitur per diffinitionem a & b superficiales, & erunt etiam per diffinitionem, d & f, latera numeri a, e quoque & g, latera numeri b, Quod autē ipsi sint similes, sic habeto, cum, cum enim ex d in g, fit c, & ex e in f fit idem c, erit per secundam partem 20 septimi, d ad e, sicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b sunt similes, quod est propositum. Hoc autem ultimum quod est a & b esse similes, potest etiam per 19 & 18 septimi, & per has hypotheses quod a, c, b, sunt continue proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & c secundum f, & c & b secundum g

a ....
c ....
b ....
d ..
e ...
f ....
g ......

Eucli. ex Camp. *Propositio 18*

18 SI fuerint duo numeri solidi similes, necesse est eis duos numeros secundū continuā proportionalitē interesse, eritq́ proportio unius solidi ad alterū sibi similē, uelut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciēs se proportiōaliter, proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, solidi similes, dico quod inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri a, c, d, e: latera uero b, sint f, g, h, eruntq́ ex conuersione diffinitionis numerorum similium, c ad f, & d ad g, sicut c ad h. Sit igitur ex c in d, k, & ex f in g, l, erūtque ex diffinitione, k & l, superficiales & similes, quare per 16 huius, unus numerus cadit inter eos medius secundū proportionem c ad f, qui sit m. Manifestum autem est quod ex e in k, fit a & ex h in l, b, si igitur ex e in m & l fiant n & p, erunt per 18 septimi, a ad n sicut k ad m, & n ad p, sicut m ad l, quare a, n, p, sunt continue proportionales in proportione c ad f, & quia per 19 eiusdem p ad b sicut e ad h, & ideo sicut c ad f, sequitur ut quatuor numeri a, n, p, b sint continue proportionales secundum proportionem c ad f, sunt itaque inter a & b duo numeri n & p, medij in continua proportionalitate suorum laterū interpositi, quod est propositū. Correlariū autē patet, cū proportio a ad b sit per diffinitionē sicut a ad n triplicata, quæ est eadē illi quæ est c ad f.

a ....
n ....
p ....
b ....
c ..
d ....
e ..
f ...
g ......
h ...
k ....
m ....
l ....

Eucli. ex Camp. *Propositio 19*

19 SI eis secundum cōtinuam proportionalitatem duo numeri interiacent, quilibet duo numeri, solidi sunt atque similes.

CAMP. Hæc est cōuersa præmissæ, ut si inter a & b sint duo numeri c & d medij in continua proportione, erunt a & b solidi & similes. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione continue proportionales: qui sunt e, f, g, eruntque per 17 e, & g, superficiales & similes, sint ergo h & k, latera e, at l, & m, latera g eritque per correlarium 16 huius, e ad f, sicut h ad l, aut sicut k ad m. Manifestum autem est ex tertia quod e & g, sunt contra se

a ....
c ....
d ....
b ....
e .... h .. k .. n ..
f ......
g .... m ... l... p ...

primi

primi,ideoque per 11 septimi,in sua proportione minimi.& quia per æquam proportionalitatem sunt a ad d & c ad b sicut e ad g,sequitur per 21 septimi,ut ipsi numerent a & d æqualiter,quod sit secundum n,& item c & b æqualiter,quod secundum p. Quia igitur ex h in k fit c,& ex e in n fit a,sequitur per diffinitionem ut a sit solidus eiusque latera h,k,n,similiter quia ex l,in m fit g,& ex g in p,b,sequitur etiam ut b, sit solidus & eius latera l,m,p. Ipsos autem esse similes sic constabit. Cum ex g in n fiat d,& ex eodē in p,b: erit per 18 septimi,n,ad p,sicut d ad b,& quia sic erant h ad l,& k ad m,per diffinitionem manifestum est a & b,esse similes: quod est propositum.

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propositiones scilicet 16,17,18,19,quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus puta 18,19,20.21,hoc ordine respondent, prima, primæ, secunda tertiæ,tertia secundæ, quarta quartæ.

Eucli.ex Zamb. Theorema 16 Propositio 18

18 Duorum similium planorum numerorum,unus medius proportionalis est numerus.Et planus ad planum duplam habet rationem, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

THEON ex Zamberto. *Sint bini plani similes numeri α,β. & ipsius α,latera sint γ,δ,ipsius autem β sint, ε,ζ. Et quoniam similes plani sunt,qui proportionalia habent latera,(per 21 diffinitionē septimi,) est igitur sicut γ ad δ,sic est ε,ad ζ. Dico igitur quod ipsorū α,β,unus medius proportionalis est numerus & α ad β,duplam rationem habet,quàm γ,ad ε,uel δ,ad ζ,hoc est quàm similis rationis latus,ad similis rationis latus. Et quoniā est sicut γ,ad δ, sic est ε,ad ζ,uicissim igitur est (per 13 septimi,) sicut γ,ad ε,sic est δ ad ζ. Et quoniā α planus est, ipsius aūt latera sunt γ,δ,igitur δ,ipsum γ,multiplicās,ipsum α fecit. Id propterea etiā ε,ipsum ζ,multiplicās,ipsum effecit β. At δ,ipsum ε multiplicās,ipsum efficiat κ,& quoniā δ,ipsum quidē γ,multiplicās ipsū effecit α,ipsum aūt ε multiplicās ipsum fecit κ,est igitur (per 17 septimi,) sicut γ,ad ε,sic est α ad κ. Sed sicut γ,ad ε,sic est δ ad ζ,& sicut igitur (per 11 quinti,) δ ad ζ: sic α.ad κ. Rursus quoniam ε,ipsum quidem δ multiplicans ipsum effecit κ,ipsum aūt ζ,multiplicans ipsum β,fecit: est igitur,(per 17 septimi,) sicut δ ad ζ,sic est κ ad β,ostensum autem est quod & sicut δ,ad ζ,sic est α ad κ,& sicut igitur (per 11 quinti,) α,ad κ,sic est κ,ad β. Igitur ipsi α,κ,β, cōtinue sunt proportionales. Ipsorum igitur α,β,unus medius proportionalis est numerus. Dico iam quod & α,ad β,duplam rationē habet,quàm similis rationis latus ad similis rationis latus,hoc est quàm γ,ad ε,uel quàm δ,ad ζ. Quoniam enim ipsi α,κ,β,continue proportionales sunt,igitur (per 10 diffinitionem quinti,) α,ad β,duplam habet rationem quàm ad κ,& est sicut α,ad κ,sic est γ,ad ε,& δ,ad ζ,& α,igitur ad β,duplam rationem habet quàm γ,ad ε,uel δ,ad ζ,quod erat demonstrandum.*

α . . . .
κ . . . .
β . . . .
γ . .
δ . . . . . .
ε . . .
ζ . . . .

Eucli.ex Zamb. Theorema 17 Propositio 19

19 Duorum similium solidorum numerorum,bini medij proportionales sunt numeri, Et solidus ad solidum simile triplam rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

THEON ex Zamberto. *Sint bini similes solidi numeri,α,β,& ipsius quidem α,latera sint γ,δ,ε,numeri ipsius autē β,sint ζ,η,θ,& quoniam (per 21 diffinitionem septimi,) similes solidi latera habent proportionalia,est igitur sicut γ ad δ,sic est ζ,ad η,sicut autem δ ad ε,sic η ad θ. Dico quod ipsorum α,β,bini medij proportiōales sunt numeri,& quod α,ad β,triplam rationē habet,quàm γ,ad ζ,uel δ,ad η,uel insuper ε,ad θ. Igitur γ ipsum δ,multiplicans,ipsum efficiat κ: at ζ,ipsum η, multiplicans ipsum efficiat λ. Et quoniā ipsi γ,δ,ipsis ζ,η,in eadem sunt ratione ex ipsisq; γ,δ,gignitur κ,ex ipsis autem ζ,η,gignitur λ,igitur κ,λ, similes plani sunt numeri. Ipsorum igitur κ,λ,unus medius proportionalis est numerus (per 18 octaui) sit μ. Igitur μ ex ipsis δ,ζ, gignitur, quēadmodum ex præcedenti patuit theoremate. Est igitur sicut κ, ad μ, sic est μ,ad λ. Et quoniam δ,ipsum quidē γ,multiplicans fecit ipsum κ, ipsum aūt ζ, multiplicās fecit ipsum μ,est igitur (per 17 septimi) sicut γ,ad ζ,sic est κ,ad μ,sed sicut κ,ad μ,sic μ ad λ. Ipsi igitur κ,μ,λ,cōtinue sunt proportiōales,in ipsius γ,ad ζ,ratiōe. Et*

α . . . .
ν . . . .
ξ . . . .
β . . . .
γ . .
δ . .
ε . .
ζ . .
η . . .
θ . . .
κ . . . .
μ . . . . . .
λ . . . .

quoniam

quoniam est sicut γ,ad δ,sic est ξ,ad η,uicißim igitur (per 13 septimi,) est sicut γ,ad ξ,sic est δ,ad η. Rursus quoniã est sicut δ,ad ι,sic η,ad θ,uicißim igitur (per 13 septimi,est sicut δ,ad η,sic est ι,ad θ. ipsi igitur κ,λ,μ, continue sunt proportionales in ipsius γ,ad ξ,& δ,ad η ratione,& insuper ipsius ι,ad θ. Vterque iam ipsorum ι,θ.ipsum μ,multiplicans,utrũque ipsorum,ν,ξ,faciat,& quoniam α,solidus est,latera autẽ eius ipsi γ,δ,ι,igitur ι,eum qui ex γ,δ, multiplicans ipsum,effecit α,at qui gignitur ex γ, δ, est κ.igitur ι, ipsum κ, multiplicans,ipsum effecit α.Id propterea etiam θ,ipsum qui gignitur ex ξ,η,hoc est λ,multiplicãs,ipsum effecit β.Et quoniam ι,ipsum κ multiplicans ipsum α,effecit,sed & ipsum μ,multiplicans ipsum ν,effecit, est igitur (per 17 septimi,sicut κ,ad μ,sic est α,ad ν.Sicut autem κ,ad μ, sic est γ,ad ξ,& δ,ad η,& insuper ι ad θ,sicut igitur γ ad ξ, & δ,ad η, & ι,ad θ,sic est α,ad ν.Rursus quoniam uterque ipsorum ι,θ,ipsum μ multiplicans μ,utrũq; ipsorũ ν,ξ,fecit,est igitur (per 18 septimi,)sicut ι, ad θ,sic est ν,ad ξ.Sed sicut ι,ad θ,sic est γ,ad ξ,& δ,ad η,& sicut igitur (per 11 quinti,)γ ad ξ,& δ,ad η,& ι,ad θ,sic est α,ad ν.& ν,ad ξ.Rursus quoniã θ,ipsum μ,multiplicans ipsum fecit ξ,sed & ipsum λ,multiplicãs ipsum effecit β,est igitur (per 17 septimi,)sicut μ,ad λ.sic ξ,ad β.Sed sicut μ,ad λ,sic est γ,ad ξ,& δ,ad η.& ι,ad θ, & sicut igitur γ,ad ξ,& δ,ad η.& ι,ad θ,sic non solum ξ ad β.sed & α,ad ν,& ν ad ξ igitur ipsi α,ν,ξ,β,continue sunt proportionales in prædictis laterum rationibus. Dico insuper quod & α,ad β,triplam rationẽ habet,quàm similis rationis latus ad similis rationis latus hoc est, quàm γ,numerus ad ξ,uel δ ad η,& insuper quàm ι,ad θ. Quoniam enim quatuor numeri continue sunt proportionales,hoc est, α,ν,ξ,β,igitur (per 10 diffinitionem quinti,)α, ad β, triplam rationẽ habet,quàm α,ad ν.Sed sicut α ad ν sic patuit γ,ad ξ,δ ad η,& insuper ι ad θ.Igitur α,ad β,triplã rationẽ habet,quàm similis rationis latus ad similis rationis latus,hoc est,quàm γ,numerus ad ξ,numerũ & δ,ad η,& ι ad θ,quod erat demonstrandũ.

α ....
ν ....
ξ ....
β ....
γ ..
δ ..
ι ..
ξ ..
η ...
θ ...
κ ....
μ ......
λ ....

Eucli.ex Zamb. Theorema 18 Propositio 20

20 Si binorum numerorum unus medius proportionalis fuerit numerus, similes plani erunt ipsi numeri.

THEON ex Zamberto. Duorum enim numerorum α,β,unus medius proportionalis esto γ,numerus. Dico quod ipsi α,β:similes plani sunt numeri. Sumantur (per 35 septimi) enim minimi numeri eandem rationem habentes ipsis α,γ,β, duo:sintq; δ,ι. Est igitur sicut δ,ad ι,sic est α,ad γ,sed sicut α,ad γ,sic est γ,ad β,& sicut igitur (per 11 quinti,)δ,ad ι,sic γ ad β,Aeque igitur δ,ipsum α metitur, & ι,ipsum γ,quoties autẽ δ,ipsum α metitur,tot unitates sint in ξ,igitur ξ,ipsum δ multiplicans ipsum effecit α, Ipsum autem ι, multiplicans,ipsum fecit γ.quare α,planus est:latera autem eius sunt δ,ξ,(per 22 diffinitionẽ septimi.) Rursus quoniam ipsi δ,ι,minimi sunt eandem rationem habentium ipsis γ,β,æque igitur (per 21 septimi,)δ,ipsum γ, metitur & ι,ipsum β.Quoties,autẽ ι,ipsum β,metitur,tot unitates sint in ipso η,Igitur ι,ipsum β,metitur per eas quæ in η,sunt unitates,igitur η,ipsum ι multiplicãs,ipsum effecit β,igitur planus est (per 23 diffinitionẽ septimi,)latera aũt eius sunt ι,η.Igitur ipsi α β,plani sunt duo numeri. Dico insuper quod & similes. Quoniam enim uterq; ipsorũ ξ,η,ipsum ι, multiplicans, utrunque ipsorũ γ,β,effecit,est igitur (per 17 septimi,)sicut ξ ad η,sicut est γ,ad β.Sicut autem γ,ad β,sic δ ad ι,& sicut igitur (per 11 quinti,)δ ad ι,sic ξ,ad η.Ipsi igitur α,β similes plani sunt numeri,eorum enim latera proportionalia sunt quod erat demonstrandum.

α ....
γ ....
β ....
δ ...
ι ....
ξ ......
η ....

Hoc fiet,per 35 septimi,sumendo ipsorum aut α γ, aut γ β, maximam dimensionem per quam inuenientur duo in eadem ratione minimi,hoc est δ,ι.

Eucli.ex Zamb. Theorema 19 Propositio 21

21 Si duorum numerorũ duo medij proportionales fuerint numeri similes solidi sunt ipsi numeri.

α ....
γ ....
δ ....
β ....

THEON ex Zamberto. Duorum enim numerorum α,β,duo medij proportionales sint numeri γ,δ,dico quod ipsi α,β,similes solidi sunt. Sumantur enim (per 35 septimi, aut 2 octaui,) minimi numeri eandem rationem habentium eisdem α,γ,δ,β,tres:sintque ι, ξ, η.Igitur (per tertiã octaui)eorum extremi ι,η,primi adinuicẽ sunt,& quoniã ipsorũ ι,η,unus medius proportionalis est numerus,similes igitur plani sunt (per 20 octaui.) Sint

ι ....
ξ ....
η ....
θ ...
κ ...
λ ....
μ ....

Hoc fiet,per 35 sep.sumendo ipsorũ aut α γ δ,aut γ δ β,maximã dimẽsionẽ per quã inueniẽtur tres in eadẽ ratione minimi.Aut ipsorũ uel α γ,uel γ δ, uel δ β,sumendo maximã dimensionẽ per quã sumẽtur duo in eadẽ ratione minimi,per quos per 2 octaui sumẽtur tres,hoc est ι ξ,η

Sint igitur ipsius quidem ι, latera θ,κ, ipsius autem η, sint λ,μ. Manifestum igitur est ex hoc, quod ipsi ι,ξ,η, continue proportionales sunt in ipsius θ, ad λ, ratione, & ipsius κ, ad μ. Et quoniam ipsi ι,ξ,η, minimi sunt eandem rationem habentiũ ipsis α,γ,δ, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut ι, ad η, sic est α, ad δ. At ι,η, (per 3 octaui primi,) sunt, primi autem, & minimi, minimi uero, (per 21 septimi,) metiuntur eandem rationem habentes æqualiter: maior maiorem, & minorem, hoc est antecedens antecedentem, & sequens sequentem: æque igitur ι, ipsum α, metitur, & η, ipsum δ, quoties igitur ι, ipsum α, metitur: tot unitates sint in ipso ν. Igitur ν, ipsum ι, multiplicans, ipsum effecit α. At ι, est ex θ,κ. igitur ν, eum qui ex θ,κ, gignitur multiplicans ipsum effecit α. Solidus igitur est α, latera autem eius sunt θ,κ,ν, Rursus quoniam ipsi ι,ξ,η, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis γ,δ,β, æque igitur ι, ipsum γ, metitur & η, ipsum ε. Quoties autem η, ipsum β metitur: tot unitates sint in ξ. Igitur η, ipsum β metitur per eas quæ in ξ, sunt unitates. Igitur ξ, ipsum η multiplicans, ipsum effecit β. At η, est ex λ,μ. Igitur ξ, eum qui ex λ,μ, gignitur multiplicãs ipsum fecit ε. Solidus igitur est β, latera autem eius sunt λ, μ, ξ. Igitur ipsi α,β, solidi sunt. Dico insuper quod & similes. quoniam ν ξ, ipsum ι, multiplicãtes ipsos fecerunt α,γ, est igitur (per 18 septimi,) sicut ν, ad ξ, sic est α, ad γ, hoc est ι, ad ζ. Sed sicut ι, ad ζ, sic est θ, ad λ, et λ, ad μ. & sicut igitur (per 11 quinti,) θ, ad λ, sic κ, ad μ, & ν, ad ξ, & sunt quidem ipsi θ,κ,μ, latera ipsius α, ipsi uero ξ,λ,μ, latera sunt ipsius β. Igitur ipsi α,ε, numeri solidi sunt similes, quod oportuit demonstrasse.

α ....
γ ....
δ ....
ε ....
ι ....
ζ ....
η ....
θ ...
κ ...
ν ...
λ ....
μ ....
ξ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 SI trium numerorum continue proportionalium primus fuerit quadratus, tertium quoque quadratum esse.

CAMPANVS Sint tres numeri continue proportionales a,b,c, sitque a quadratus Dico quod c est etiam quadratus: sunt enim per 17 a & c superficiales & similes, cum igitur a sit quadratus: per hypothesin, erit c quadratus.

a .... b ...... c ....

Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 22

22 Si tres numeri continue proportionales fuerint, primusque fuerit quadratus, & tertius quadratus erit.

THEON ex Zamberto. Sint tres numeri continue proportionales α,ε,γ, primus autem sit quadratus. Dico quod & tertius quadratus est, quoniam enim ipsorum α,γ, (per 20 octaui,) unus medius proportionalis est numerus ε, igitur α,γ, similes plani sunt, at quadratus est α, quadratus igitur est & γ, quod erat demonstrãdum.

β ....
ε ....
δ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 21

21 SI quatuor numerorum continue proportionalium primus fuit cubus, quartum cubum esse necesse est.

CAMPANVS Sint quatuor numeri continue proportionales a,b,c,d sitque a cubus, dico quod d est etiam cubus, constat enim per 19 quod a & d sunt solidi similes. & quia a est cubus per hypothesin. erit etiam d cubus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 23

23 Si quatuor numeri continue proportionales fuerint, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit.

THEON ex Zamberto. Sint quatuor numeri proportionales continue, α,ε,γ,δ, sit autem α, cubus, dico quod & δ, cubus erit. Quoniam enim ipsorum α,δ, duo medij proportionales sunt numeri β,γ, Ipsi igitur α,δ, similes sunt solidi numeri, at α, cubus est, cubus igitur est & δ, quod demonstrasse oportuit.

α ....
ε ....
γ ....
δ ....

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 SI duorum numerorũ quorum proportio sicut quadrati ad quadratum, fuerit unus quadratus, alterum quoq; quadratũ esse.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum quadratorum qui sunt c & d, sitq; a uel b quadratus: dico reliquum esse quadratum. Cum enim c & d sint quadrati, sequitur eos esse superficiales. Ideoq; per 18 cadet unus medius inter eos in continua proportione: quare per 8 inter a & b, per 26 igitur constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 24

24 Si bini numeri rationem habuerint, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, primus autem fuerit quadratus, & secundus quadratus erit.

Camp. 22
Zamb. 24

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, adinuicem rationem habeant, quam quadratus numerus γ ad quadratum numerum δ. Ipse autem α quadratus sit, dico quod & β quadratus est. Quoniam ipsi γ, δ, sunt quadrati, ipsi γ, δ, igitur similes plani sunt. Ipsorũ igitur γ, δ, (per 18 octaui) unus medius proportionalis est numerus. Et est sicut γ ad δ, sic est α ad β. Ipsorum igitur α, β, unus medius proportionalis est numerus. At α quadratus est, & β igitur quadratus est, quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 SI duorum numerorũ quorum proportio unius ad alterũ sit sicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, & alterum cubum esse.

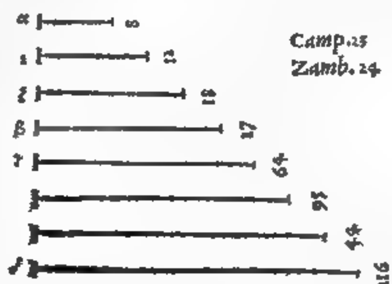
CAMPANVS. Sint duo numeri a & b in proportione duorum cuborum qui sunt c & d, sitq; a uel b cubus: dico reliquũ esse cubum. Necesse est enim quod c & d sint solidi similes, quippe omnes cubi sunt similes & solidi, itaq; per 19 inter ipsos cadent duo medij in continua proportione: totidem igitur per 8 cadent inter a & b, itaque per 21 manifestum est quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 25

25 Si bini numeri adinuicem rationem habuerint, quam cubus numerus ad cubum numerum, primus autem cubus fuerit, & secundus cubus erit.

Camp. 23
Zamb. 25

THEON ex Zamberto. Bini enim numeri α, β, adiuuicem rationem habeant, quam cubus numerus γ ad cubum numerum δ, cubus autem esto α. Dico quod & β cubus est. Quoniam enim ipsi γ, δ, cubi sunt, sunt igitur (per 19 octaui) ipsi γ, δ, similes solidi, ipsorum igitur γ, δ, bini medij sunt proportionales (per 21 octaui) quot autem inter ipsos γ, δ, continue proportionales cadunt, totidem & inter eandem rationem habentes cadunt numeri. Quare & inter α β duo medij proportionales cadunt, (per 8 octaui) cadant ipsi ε, ζ. Quoniam igitur quatuor numeri α, ε, ζ, β, continue proportionales sunt, & α cubus est, cubus igitur est (per 23 octaui) & β, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 24

24 NVmerorum superficialium similium est proportio unius ad alterum, sicut proportio quadrati ad quadratum.

CAMPANVS. Sint a & b superficiales similes, dico quod unus ad alterum est proportio, sicut quadrati ad quadratum, erit enim per 16 inter eos unus numerus medius in cõtinua proportione qui sit c, sumptis itaque tribus minimis in ꝑportione eorum qui sunt d, e, f, erunt per correlarium 2 d & f quadrati: & quia per æquam proportionalitatẽ est a ad b sicut d ad f, constat uerum esse quod proponitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 24. Propositio 26

26 Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.



THEON ex Zamber. Sint similes plani numeri α β. Dico quod α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quoniam ipsi α, β, similes plani sunt, inter ipsos igitur α, β, unus medius ꝓportionalis cadit numerus; (per 18 octaui.) Cadat, & sit γ, assumanturq́ (per 35 septimi) minimi numeri eandem ipsis α, β, γ, habentiũ rationem, sintq́ δ, ε, ζ: ipsi igitur ipsorum extremi, hoc est δ, ζ, sunt quadrati. Et quoniam est sicut δ ad ζ, sic α ad β, & ipsi δ, ζ, sunt quadrati, igitur α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, quod demonstrare oportebat.

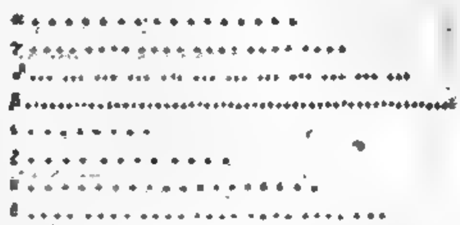
Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 OMnium duorum solidorum similium est proportio unius ad alterum, sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

CAMPANVS. Sint a & b solidi similes, dico quod proportio unius eorum ad alterum, est sicut alicuius cubi ad aliquem alium cubum. Sunt quidem per 18 inter eos duo numeri medij secundum continuam proportionẽ, qui sint c & d, & in eorũ proportione sint minimi quatuor e, f, g, h, quorũ e & h erunt cubi per correlarium secũdæ: quia igitur per æquam proportionalitatẽ est a ad b, sicut e ad h, liquet propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 27

27 Similes solidi numeri adinuicem rationem habent, quam cubus numerus ad cubum numerum.



THEON ex Zamberto. Sint similes solidi numeri α, β. Dico quod α ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum Quoniam enim ipsi α, β, similes solidi sunt, inter ipsos igitur α, β, (per 19 octaui) bini cadunt numeri proportionales, cadunt, & sint ε, δ. Accipianturq́ (per 35 septimi) minimi numeri eandem habentium rationem ipsis α, γ, δ, β, sintq́ ipsis æquales multitudine ε, ζ, η, θ. Ipsi igitur ε, θ, eorum extremi cubi sunt: estq́ sicut ε ad θ, sic α ad β. Et α igitur ad β rationem habet, quàm cubus numerus ad cubum numerum, quod oportuit demonstrasse.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM ELEMENTORVM LIBER NONVS.

Ex Campano. Diffinitiones.

1 PAr numerus, est qui potest in duo æqualia diuidi. 2 Impar numerus, est qui in duo æqualia diuidi non potest, additq́ supra parem unitatẽ. 3 Pariter par, est quem cuncti pares eum numerantes, paribus uicibus numerant. 4 Pariter impar est quem cuncti pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 5 Pariter par & impariter, est quem pares eum numerantes, quidam paribus quidam imparibus uicibus numerãt. 6 Impariter impar, quẽ cuncti impares eum numerantes, imparibus uicibus numerãt.

Perfectus

7 Perfectus numerus appellatur, qui omnibus partibus suis quibus numeratur, est æqualis. 8 Abundans dicitur, qui omnibus suis partibus minor est. 9 Diminutus uero, qui maior.

Eucli. ex Camp. *Propositio 1*

1 SI fuerint duo numeri superficiales similes, qui ex ductu alterius in alterum producetur, numerũ quadratũ esse necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b superficiales similes, ex quorum multiplicatione proueniat c, dico c esse quadratũ: fiat enim d ex a in se, eritq; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b, & quia inter a & b cadit medius secũdum continuam proportionalitatẽ per 16 octaui, sequitur per 8 eiusdem, ut unus quoq; cadat inter d & c, itaq; cum d sit quadratus, erit per 20 eiusdem, c quoq; quadratus, quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 1* *Propositio 1*

1 Si bini similes plani numeri sese inuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus ex eis quadratus erit.



THEON *ex Zamb. Sint bini similes plani numeri α, β, & α ipsum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Dico quod γ quadratus est, ipse enim α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat, ipse igitur δ, quadratus est. Quoniam igitur α se ipsum multiplicans ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniam ipsi α, β, similes plani sunt numeri, unus medius (per 18 octaui) proportionalis cadit numerus ipsorum α, β. Si autẽ inter binos numeros continue proportionales, numeri proportionales ceciderint, quot inter ipsos cadunt totidem quoq; (per 8 octaui) & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipsos γ, δ, unus medius proportionalis numerus cadit: est autem ipse δ, quadratus, quadratus igitur est γ, quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 2*

2 SI ex ductu alterius in alterũ tetragonus producatur, duo quilibet numeri sunt superficiales similes.

CORRELARIVM.

Ex his itaq; patens est, quia si tetragonus in tetragonũ ducatur, qui ex eis producetur, tetragonũ esse. Si uero ex ductu tetragoni in numerum aliquem, tetragonus producatur, illum numerum aliquem esse tetragonũ. Itemq; si ex ductu tetragoni in numerum aliquem, non tetragonus producatur, eum numerum aliquem non tetragonum esse. Si uero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum esse necesse est.



CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si ex a in b fiat c, fueritq; c quadratus, erunt a & b, superficiales similes. Sit enim d ex a in se, eritq; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b. Per 16 autẽ octaui, cum d & c sint superficiales similes, eo quod sunt ambo quadrati, erit inter eos unus numerus medius secundum continuam proportionem: per 8 itaq; eiusdem erit etiam unus inter a & b, igitur per 17 eiusdẽ, a & b sunt superficiales similes, quod est propositũ.

Prima pars correlarij patet per præmissam, sunt enim omnes tetragoni, superficiales similes. Secũda patet ex hac, cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet, ex prima ipsius correlarij parte, à destructione consequẽtis. Quarta uero patet ex eiusdem parte secunda, à destructione consequentis.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 2* *Propositio 2*

2 Si bini numeri inuicem sese multiplicantes, quadratum fecerint, similes plani sunt.

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α,β, inuicem sese multiplicantes, quadratũ efficiant γ. Dico quod & ipsi α,β, similes plani sunt numeri. Ipse enim α seipsum multiplicãs, ipsum δ efficiat: δ igitur quadratus est. Et quoniã α seipsum quidem multiplicãs ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ: & quoniam δ quadratus est, sed & γ, ipsi igitur δ,γ, similes plani sunt, ipsorũ igitur δ,γ. (per 18 octaui) unus medius proportionalis est numerus, & est ut δ ad γ, sic α ad β. Ipsorum igitur α,β, (per 8 octaui) unus medius est proportionalis. Si autem binorum numerorũ unus medius proportionalis est numerus, (per 18 octaui,) similes plani sunt numeri: ipsi igitur α,β, similes plani sunt, quod oportuit demonstrasse.*



Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 SI numerus cubus in seipsum ducatur, qui inde producetur erit cubus. CAMPANVS. Sit a cubus, ex quo in se ducto fiat b, dico b esse cubum: sit enim c latus cubicũ a, ex c uero in se, fiat d, patet itaq; quod ex c in d fit a: sunt igitur unitas, c, d, a, continue proportionales, quod ex 15 septimi, & præsentibus hypothesibus manifestũ est, & quia a est a ad b, sicut unitas ad a. eo quod quoties unitas est in a toties a in b, erunt inter a & b, duo numeri medij secundum proportionalitatẽ continuam per 8 octaui, cum igitur ex hypothesi sit a cubus, erit per 21 eiusdem, b quoq; cubus, quod oportebat demonstrare.

Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si cubus numerus seipsum multiplicãs aliquẽ fecerit, factus cubus erit.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, seipsum multiplicans, ipsum efficiat β. Dico quod β cubus est. Accipiatur enim ipsius α, latus γ, & γ seipsum multiplicans, ipsum efficiat δ, manifestũ iam est, quod γ ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit α. & quoniã γ seipsum multiplicãs, ipsum δ fecit, igitur γ ipsum δ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Sed & unitas ipsum γ metitur, per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ. Rursus quoniam γ ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit α, igitur ipse δ ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. At unitas ipsum γ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic δ ad α. Sed sicut unitas ad γ, sic γ ad δ, & (per 11 quinti) igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ & δ ad α. Ipsius igitur unitatis & α, bini medij sunt continue proportionales numeri γ,δ. Rursus quoniam α seipsum multiplicans, ipsum β fecit, igitur α ipsum β metitur per eas quæ in seipso sunt unitates. Metitur autem & unitas ipsum α per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad α, sic α ad β. Ipsius autẽ α & unitatis, bini medij sunt proportionales numeri. & ipsorũ igitur α β, bini medij proportionales sunt numeri (per 8 octaui.) Si autem binorũ numerorũ bini medij proportionales fuerint numeri, primus autem cubus fuerit. & quartus cubus erit (per 21 octaui:) est autẽ α cubus, & β igitur cubus est, quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 SI cubus in alium cubũ ducatur, qui inde producetur erit cubus. CAMPANVS. Sint a & b cubi, fiatq; c ex a in b: dico c esse cubum, fiat enim d ex a in se, eritq; per præmissam d cubus, & quia per 18 septimi, est a ad b, sicut d ad c, constat ex 23 octaui c esse cubum, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si cubus numerus cubum numerum multiplicans, aliquem fecerit, factus cubus erit.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubus numerũ β multiplicans, efficiat γ. Dico quod γ cubus est. Ipse nanq; α seipsum multiplicans, ipsum efficiat δ. Igitur δ cubus est (per præcedentem.) Et quoniam α seipsum multiplicãs, ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicans, ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniam ipsi α cubi sunt, similes solidi sunt ipsi α,β. Ipsorum igitur α,β, (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Quare & (per 8 eiusdem ipsorum) δ,γ, bini medij proportionales sunt numeri, est autem δ cubus, cubus igitur est & γ, quod demonstrare oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 SI numerus cubus in numerũ aliũ ducatur, fueritq́ productus cubus, in quem ductus est, numerũ cubum esse necesse est.

CORRELARIVM.

Vnde & manifestum est, quia ex ductu cubi in non cubum, producitur non cubus. Ductoq́ cubo in numerum aliquem, si fuerit qui inde producitur non cubus, in quem ille ductus fuerit, necesse est esse non cubum.

CAMPANVS. Sit enim ex a cubo in b numerũ, productus c cubus, dico b esse cubum: fiat enim d ex a in se, qui per antepræmissam erit cubus, quia igitur est per 15 sept. a ad b sicut d ad c, estq́ a cubus, sed & d & c cubi, erit per 23 octaui, b cubus, quod est propositũ. Prima pars correlarij, patet ex hac quinta, à destructione consequentis, secunda, per præmissam, similiter à destructione consequentis.



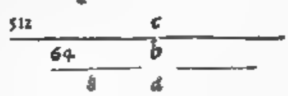
Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Si cubus numerus numerũ aliquem multiplicans, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α numerũ aliquem β multiplicans, cubum efficiat γ. Dico quod β cubus est. Ipse enim α seipsum multiplicãs, ipsum δ efficiat. Cubus igitur est (per 5 noni) & ipse δ, & quoniã α seipsum multiplicãs ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicãs ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ, & quoniam ipsi δ, γ, cubi sunt, similes solidi sunt. Ipsorũ igitur δ, γ, (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Estq́; sicut δ ad γ, sic est α ad β: & ipsorũ igitur α, β, (per 8 eiusdem) bini medij sunt proportionales numeri, estq́; α cubus: cubus igitur & β, quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI ex ductu cuiusdã numeri in seipsum cubus producatur, eum esse cubum necessario cõprobatur.



CAMPANVS. Sit ut ex a in se fiat b, sitq́ b cubus: dico ergo a esse cubũ. Fiat enim c ex a in b, eritq́ ex diffinitione, c cubus: & quoniã constat ex 15 septi. ꝙ sit a ad b, sicut b ad c. cum sint b & c cubi, sequitur ex 23 octaui. a esse cubum, quod est propositũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 Si numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α seipsum multiplicans, cubum efficiat β. Dico quod α cubus est. Ipse enim α ipsum β multiplicãs, ipsum efficiat γ. Quoniã igitur α seipsum quidẽ multiplicans ipsum β fecit, ipsum autem β multiplicãs ipsum γ fecit, igitur γ (per 4 noni) cubus est. Et quoniã α seipsum multiplicãs ipsum β fecit, ipsum autem β multiplicãs ipsum effecit γ, sicut igitur (per 17 sept.) α ad β, sic β ad γ. Et quoniã ipsi β, γ, cubi sunt, similes solidi sunt, ipsorũ igitur β, γ, (per 19 octaui) bini sunt medij proportionales numeri, estq́; sicut β ad γ, sic α ad β, & ipsorũ igitur α β bini medij sunt proportionales numeri (per eandem:) est autem β cubus, cubus igitur est & α, quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI numerus compositus in numerũ quemlibet ducatur, qui inde producetur erit solidus.



CAMPANVS. Sit a numerus cõpositus, qui ducatur in b, & proueniat c, dico c esse numerum solidum. Cum enim a sit cõpositus, numeratur ab aliquo numero, qui sit d, numeretq́ eum secũdum e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b, c, erit ex diffinitione solidorũ c solidus, eiusq́ latera e, d, b, quod est propositũ. Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Si cõpositus numerus numerũ aliquem multiplicãs, aliquẽ fecerit, factus solidus erit.



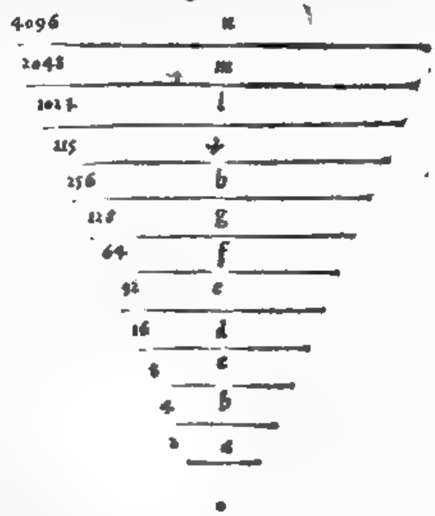
THEON ex Zamb. *Compositus enim numerus α numerũ aliquem β multiplicans, ipsum γ efficiat. Dico quod γ solidus est. Quoniam enim α compositus est, eum aliquis numerus metietur (per diffinitionẽ) metiatur eum δ, & quoties δ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε. Igitur ε ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α. Et quoniam α*

ipsum β multiplicans, ipsum γ fecit, & α est ex δ, ε, qui igitur ex δ, ε, ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ: & β igitur eum qui ex δ, γ, multiplicans, ipsum γ fecit. Igitur γ solidus est, latera autem ipsius, sunt ipsi δ, ε, β, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 SI fuerint numeri ab unitate continue proportionales, tertius ab unitate erit quadratus, ac deinceps uno semper intermisso. Quartus uero ab unitate, cubus, ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq; semptimus ab unitate, est quadratus cubicus, ac deinceps quinque semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

CAMPANVS. Sint continue proportionales, unitas, a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n. Dico b esse quadratū, & d, omisso, c, & sic alios uno semper obmisso, unde simpliciter omnes existentes in locis imparibus, sunt quadrati, ut sunt tertius, quintus & septimus. Dico item c esse cubū, & f, duobus obmissis, & sic in cæteris. Omnisq; simpliciter est cubus, cuius ab unitate locus addit super ternariū, uel quemlibet multiplicē ipsius ternarij unitatē, ut sunt quartus, septimus, decimus, tertiusdecimus & sextusdecimus: in hoc enim cōueniunt omnes qui duos transmittunt. Itemq; dico f ab unitate septimū, esse quadratū cubicū, & similiter n, quinq; numeris intermissis, idemq; in cæteris. Simpliciter autem dico, cuius locus ac unitate addit super senarium, uel quēlibet multiplicē ipsius unitatē, ut sunt septimus, tertiusdecimus, decimusnonus, & uicesimusquītus, illum esse quadratū cubicum, quadratū quidem, quoniam eius locus impar, cubum autem quoniam super multiplicē ternarij addit unitatem, quippe senarij multiplices, cūctos ternarij necesse est esse multiplices. Quæ autē proposita sunt, sic constat. Est enim ex hypothesi a in b, quoties unitas in a, itaq; b, ex diffinitione quadratus. Quia igitur b, c, d, sunt continue proportionales, cū b sit quadratus, patet ex 17 uel 22 octaui, d esse quadratū. Eadem ratione & f, quia d, e, f, sunt continue proportionales, & d est quadratus. Idem in cæteris uno intermisso. Constat itaq; primum. Secundum sic. Cum sit b in c quoties a in b ex hypothesi, sequitur a diffinitione ut ex a in b suum quadratum fiat c, igitur ex diffinitione cubi, c est cubus. At quia c, d, e, f, sunt cōtinue proportionales, sed & f, g, h, k, est autē c cubus, necesse est per 19 uel 23 octaui, ut f quoq; sit cubus, ideoq; & k. Idemq; in cæteris, duobus transmissis. Quare liquet secūdum. Quoniam autem in f septimo, & in n tertiodecimo, cæterisq; quinq; medios obmittentibus, simpliciter uero & in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicē senarij addit unitatem, terminantur quadratorū & cuborum computationes, in his quidem unius, in illis autem duorū obmissione, sequitur ipsos esse quadratos ex huius prima parte, & cubicos ex secunda, quare quadrati cubici. Constat exgo totum quod dicitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8

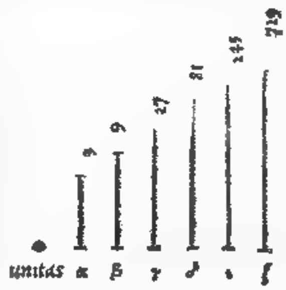
8 Si ab unitate quotcunq; numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab unitate quadratus est, & unum relinquentes omnes, quartus autem cubus, & binos relinquentes omnes, septimus uero cubus simul & quadratus, & quinque relinquentes omnes.

Vel continue

THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quilibet * ordinatim proportionales numeri, α, β, γ, δ, ε, ζ. Dico quod tertius quidem ab unitate, scilicet, β, est quadratus, & unum relinquentes omnes, quartus autem γ est cubus, & binos relinquentes omnes, septimus uero, cubus & simul quadratus, & quinq; relinquētes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad β, æque igitur metitur unitas ipsum α numerum, & α ipsum β, at unitas ipsum α metitur*

per eas

per eas quæ in α sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates: & quoniam α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, igitur α seipsum multiplicans, ipsum effecit β, quadratus igitur est β. Et quoniam ipsi β, γ, δ, ordinatim sunt proportionales, & β quadratus est, igitur (per 22 octaui) & δ quadratus est, & iam id propterea & ζ quadratus est. Similiter iam demonstrabimus quod & unum relinquentes, quadrati sunt omnes. Dico iam quod & quartus ab unitate, hoc est γ, cubus est, & binos relinquentes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α numerum sic β ad γ, æque igitur unitas ipsum α numerum, & β ipsum γ metitur, at unitas ipsum α metitur per eas quæ in α sunt unitates, igitur & β ipsum γ metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, & α igitur ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ. Quoniam igitur α seipsum quidem multiplicans, ipsum effecit β, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, cubus igitur est ipse γ. Et quoniam ipsi γ, δ, ε, ζ, ordinatim sunt proportionales, ipse autẽ γ cubus est, & ζ igitur (per 22 octaui) cubus est. Demonstratũ autem est, quod ζ septimus ab unitate existens, quadratus est. Igitur ζ cubus est & quadratus. Similiter iam ostendemus quod & quinque relinquentes cubi sunt omnes & quadrati, quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatem sequens quadratus fuerit, cæteri quoque omnes erunt quadrati. Si uero qui unitatẽ sequitur fuerit cubus, cæteri quoque omnes erunt cubi.

CAMPANVS. Sint qui prius continue proportionales ab unitate, sitque a quadratus, dico omnes esse quadratos. Aut sit idem cubus, tunc quoque dico omnes esse cubos, b enim constat esse quadratum per præmissam, quia ergo a ad b, sicut b ad c, ex 22 octaui, sequitur c esse quadratum, idem quoque ex eiusdem 17 uel 20 potes arguere. De sequẽtibus autem idem eodemque modo probabis, quare patet primum. Secũdum autem sic. Cum b fiat ex a in se, si fuerit a cubus, erit per tertiam ipse quoque cubus, c uero constat æsse cubum per præmissam, itaque per 23 octaui, d omnesque sequentes cubicos esse probabis, est enim a ad b, sicut c ad d. Idem quoque arguere potes ex 19 uel 21 eiusdem, sunt enim a, b, c, d, sed & b, c, d, e, singulique quatuor continue sumpti, continue proportionales.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Si ab unitate quotcunque numeri *consequenter proportionales fuerint, qui uero post unitatem quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati ernnt. Et si qui post unitatem cubus fuerit, & reliqui omnes cubi erunt.

THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate consequenter proportionales, quotcunque numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uero post unitatem, α sit quadratus. Dico quod & reliqui omnes quadrati erunt. Quod quidem tertius ab unitate, β sit quadratus & unum relinquentes omnes, patet (ex præcedenti). Dico quod & reliqui omnes quadrati sunt. Nam quoniam ipsi α, β, γ, ordinati sunt proportionales, & α est quadratus, igitur (per 22 octaui) & γ est quadratus. Rursus quoniam ipsi β, γ, δ, ordine sunt proportionales, & β est quadratus, & δ igitur (per 22 octaui) est quadratus. Similiter iam ostendemus quod & reliqui omnes quadrati sunt. Sed iam esto α cubus. Dico quod reliqui omnes cubi sunt. Quod quidem quartus ab unitate, hoc est γ cu-*



bus est, & binos relinquẽtes omnes, (ex praecedenti) patet. Dico iam quod & reliqui omnes cubi sunt. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad ϐ, aeque igitur unitas ipsum α numerum metitur, & α ipsum ϐ metitur. Unitas autem ipsum α metitur per eas quae in ipso sunt unitates: & α igitur ipsum ϐ metitur per eas quae in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicãs, ipsum β fecit. Est autem & α cubus. Si autẽ cubus numerus seipsum multiplicans fecerit aliquẽ, factus cubus est (per 3 noni,) & β igitur cubus est. Et quoniã quatuor numeri ordine proportionales sunt ipsi α, β, γ, δ, & α cubus est, & δ igitur (per 23 octaui) cubus est. Iam id propterea & ε cubus est, & similiter reliqui omnes sunt. Quod oportuit demonstrasse.



Eucli. ex Camp. Propositio 10

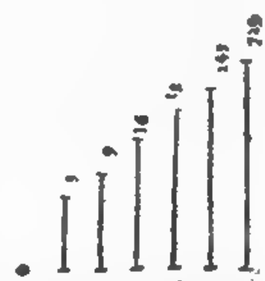
10 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatẽ sequens non quadratus fuerit, non erit aliorũ quisq; quadratus, exceptis ab unitate tertio & ijs qui deinceps uno semper intermisso reperiũtur tetragoni. Si uero secundus ab unitate non fuerit cubus, nullus caeterorũ erit cubus, exceptis ab unitate quarto & deinceps ijs qui duorũ semper intermissione formantur cubicis.

CAMPANVS. Haec ex opposito subiecti praemissae, infert partẽ oppositi passionis. Dico autem partem, quoniam ex 8 constat omnes in locis imparibus constitutos esse quadratos, omnesq; quorũ locus super ternarium uel quemlibet ipsius multiplicem addit unitatẽ, esse cubos. Sint itaq; qui prius ab unitate continue proportionales, non sit autem a quadratus, sed nec cubus, dico nullum ex omnibus esse quadratũ aut cubicum, nisi quos octaua proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus, sequitur per 22 octaui, a esse quadratũ. Quod si cubus, sequitur per 23 eiusdem, a esse cubum, quorum utrunq; contrarium est hypothesi. Constat ergo propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Si ab unitate quotcunq; numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uero post unitatem non fuerit quadratus, neq; alius ullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus, & si qui post unitatem, cubus non fuerit, neq; alius ullus cubus erit exceptis quarto ab unitate & binos relinquentibus omnibus.

THEON ex Zamber. *Sint ab unitate ordinatim proportionales quilibet numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uero post unitatem α non sit quadratus. Dico quod neq; alius ullus quadratus erit exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus. Si enim possibile, esto γ quadratus, est autem & ϐ quadratus, ipsi igitur ϐ, γ, adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Estq; sicut β ad γ, sic α ad β, ipsi igitur α, β, adinuicẽ rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. quare (per 26 octaui) ipsi α, ϐ, similes plani sunt, & quadratus est ϐ, igitur α est quadratus, quod non suppositũ est. Igitur γ non est quadratus, neq; ullus alius eadem ratione, exceptis ab unitate tertio & unum relinquentibus omnibus. Sed iam α non sit cubus. Dico quod neq; alius ullus cubus, erit exceptis ab unitate quarto & binos relinquentibus omnibus. Si enim est possibile sit, δ cubus. Est autem & γ cubus (per 8 noni) quartus enim ab unitate. Estq; sicut γ ad δ, sic β ad γ, igitur β ad γ rationẽ habet quam cubus numerus ad cubum numerũ, quare (per 27 octaui) ipsi β, γ, similes solidi sunt, & cubus est γ, igitur β cubus est. Estq; sicut unitas ad α, sic α ad β. At unitas metitur ipsum α per eas quae in ipso sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quae in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicãs, ipsum ϐ cubum effecit. Si uero numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit (per 6 noni). Cubus igitur est & α, quod suppositũ non est. Igitur δ cubus non est. Similiter iam ostendemus quod neq; alius ullus cubus est, praeter quartũ ab unitate & binos relinquẽtes omnes, quod ostendendũ fuerat.*

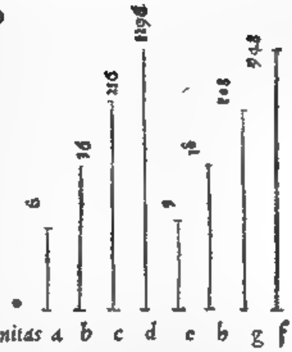


Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret, eum quoq; qui unitatem sequitur numerare necesse est.

CAMPANVS

CAMPANVS. Sint usq; ad d continue proportionales ab unitate: sitq; e numerus primus, de quo ponatur, ipsum numerare d: dico quod idem numerabit a. Nam si non, erit ad ipsum primus per 31 septimi, & quia ex a in se fit b, sequitur ex 25 eiusdem, ut ipse quoq; sit primus ad b, sed & ad c & ad d, sequitur ipsum esse primum per 25 eiusdem, eo q ex a in b fit c, & ex eodem in c, d, non ergo numerat d, cum sit primus ad ipsum, quare accidit contrariũ hypothesi. Idem aliter.



Cum sit e primus, si non numerat a, primus erit ad ipsum per 31 septimi, itaq; per 32 eiusdem. erunt minimi in sua proportione: quia autẽ e ex hypothesi numerat d, sit ut secundum f, constat uero q ex a in c, fiat d, ergo per secũdam partem 30 septimi, erit a ad e, sicut f ad c, quare per 21 eiusdẽ, e numerabit c, & sit ut secundũ g, & quia ex a in b fit c, sequitur quoq; per easdem & eodem modo ut e numeret b: esto ergo q secundũ h, & quoniã rursus ex a in se fit b, necesse est iterum per easdem ut e numeret a, sed positũ erat non numerare, ergo accidit impossibile.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 IN numeris ab unitate continue proportionalibus, minor maiorem numerat, secundũ aliquẽ in illa proportionalitate dispositũ.

CAMPANVS. Sint ab unitate usq; ad f continue proportionales dico nullum ipsorũ numerare f, nisi secũdum aliquem aliorũ. Constat enim q e numerat ipsum f secundum a, est enim e ad f, ut unitas ad a. Sed & d numerat eundem f secundũ b, est nanq; per æquam proportionalitatem d ad f, ut unitas ad b. De c quoq; patet eodem modo quod secũdum seipsum numeret eum. Econuerso quoq; a numerat eum

f ....
e ....
d ....
c ....
b ....
a ..
unitas .

secundum e, eo q sicut unitas ad e, ita a ad f, b uero secũdum d, est enim ut unitas ad d, ita b ad f, uerũ igitur est quod proponitur. Quippe quotus quisq; qui proponitur ultimum numerare, fuerit sub ultimo secũdum totum supra unitatem, numerare ipsum conuincitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propositiones, duabus præcedentibus ex Campano ordine præpostero respondent.

Eucli ex Zamb. *Theorema 11* *Propositio 11*

11 Si ab unitate quotcunq; numeri cõtinue proportionales fuerint, minor maiorem metitur per aliquem præexistentẽ in proportionalibus numeris.

THEON *ex Zamb. Sint ab unitate α, quotcunq; numeri continue proportionales β, γ, δ, ε. Dico quod ipsorum β, γ, δ, ε, minor β, ipsum ε maiorem metitur per aliquem ipsorũ γ, δ. Quoniam enim est sicut α unitas ad β, sic δ ad ε, æque igitur α unitas ipsum β numerũ metitur, & δ ipsum ε: uicißim igitur (per 15 septimi) æque α unitas ipsum δ metitur, & β ipsum ε. At α unitas ipsum δ metitur, per eas quæ in ipso sunt unitates: & β igitur ipsum ε metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Quare minor β ipsum ε maiorem metitur per aliquem numerum præexistentem in proportionalibus numeris, quod ostendere oportuit.*

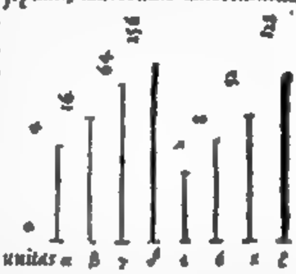
ε ....
δ ....
γ ....
β ..
α .

Eucli. ex Zamb. *Theorema 12* *Propositio 12*

12 Si ab unitate quotlibet numeri cõtinue proportionales fuerint, quot primorũ numerorũ ultimũ metient, tot & eum qui apud unitatẽ est metiẽtur.

THEON *ex Zamb. Sint ab unitate quotlibet continue proportionales numeri α, β, γ, δ. Dico quod quot primorũ numerorũ ipsum δ metiuntur, tot quoq; & ipsum α metientur: metiatur enim ipsum δ numerus aliquis primus ε. Dico quod ε ipsum α metitur, non enim metiatur ε ipsum α, est autem ε primus, omnis autem numerus ad omnem numerũ quem non metitur primus est (per 31 septimi,) ipsi igitur α, ε, primi sunt adinuicẽ. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. igitur ε ipsum ζ multiplicãs, ipsum effecit δ. Rursus quoniam α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum δ effecit. Sed & ε ipsum ζ multiplicans, ipsum δ effecit.*

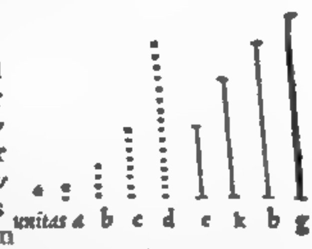
effecit. Igitur qui ex α,γ, et qui ex ε,ζ, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic est ζ ad γ. At ipsi α,ε, primi, primi uero & minimi, minimi autem metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem & sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum γ, metiatur ipsum per θ. Igitur ε ipsum θ multiplicans, ipsum effecit γ. Sed ne tollatur & α ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit γ: qui igitur ex α,ζ, et qui ex ε,θ, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic θ ad γ. Ipsi autem α,ε, primi, primi uero & minimi, minimi autem numeri, (per 21 septimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum ζ, metiatur ipsum per κ, igitur ε ipsum κ multiplicans, ipsum β effecit. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum effecit β, qui igitur ex ε,κ, et qui ex α est æqualis, est igitur sicut ε ad α, sic α ad κ. At ipsi α,ε, primi, primi autē & minimi, minimi uero (per 21 septimi) metiuntur eandem eis rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentē & sequens sequentē. Igitur ε ipsum α metitur, sed & non metitur, quod est impossibile. Ipsi igitur α, ε, non sunt adinuicem primi. Compositi igitur. At cōpositos numeros, aliquis primus numerus metitur. Ipsi igitur α,ε, sub alicuius numeri primi dimensionem cadunt, & quoniam ε primus supponitur. At primus numerus subalterius numeri mensuram non cadit (per diffinitionē) quàm sub seipsius, igitur ε ipsos α,ε, metitur, quare ε ipsum α metitur: metitur autem & δ. Igitur ε ipsos α,δ, metitur similiter iam demōstrabimus quod quot numeri primi ipsum δ metiuntur, tot & ipsum α metiētur, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 QVodlibet numeris ab unitate cōtinue proportionalibus, si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus, maximum eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis, nullus numerabit.

CAMPANVS. Sint ut prius usq; ad d, continue proportionales ab unitate, sitq; a numerus primus. Dico quod nullus numerabit ultimum, nec simpliciter aliquem eorum, nisi aliquis eorum qui antecedit ultimum, uel eum qui ponitur numerari. Sit enim (si possibile est) e diuersus ab eis, qui numeret d, qui si fuerit primus, per 11 numerabit a: non igitur est a primus, quod est contra hypothesin. Si autem ipse fuerit compositus, necesse est per 30 septimi, ut aliquis primus numeret eum, qui nō erit nisi a. Nam si est alius ab a ut f, cum necesse sit ipsum numerare d. arguetur etiā eundem numerare a per 11, sic quoq; a non erit primus. Est igitur a primus, numerans e. Quoniam autem e numerat d, sit ut secundum g, eritq; per secundā partem 20 septimi, a ad e sicut g ad c: fit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e, & g numerabit c, sitq; ut secundum h, sequiturq; ut a numeret g, sicut sequebatur ut numeraret e, alioqui si g quidē est primus, cum numeret c, sequitur per 11 ipsum numerare a. Si autem compositus per eandem sequitur numerū primum numerantē g, numerare a, quod est inconueniens. Itaq; a numerat eum. sequitur ergo per secūdam partem 20 septimi, ut h numeret quoq; b, eo q; tam ex g in h constat produci c, numeret h itaq; ipsum, secundum k. Constat autem ut prius de g) quod a numeret h. Nam si non, non erit a primus. itaq; per secūdam partem 20 septimi, sequitur ut k numeret a: fit enim tam ex a in sc quam ex h in k, b. Manifestum est autem k non esse a, nullus enim numerorū g,h,k, est aliquis ex a,b,c,d: si enim g esset aliquis ex eis, cū ipse numeret d secundū e, esset per præmissam, e quoq; aliquis ex eis, sed non erat, igitur g. Similiter cum h numeret c secundū g, non erit h aliquis ex a,b,c, nam esset per præmissam & g: ostensum est autē q; non, nec igitur h. Eadē ratione nec k, cum enim ipse numeret b secundū h, si ipse esset a, cōuinceretur per præmissam, h quoq; esse a. At non erat, nec igitur k erit a. Numerat autē ipsum, non est itaq; a primus, quod est impossibile.



ALITER idem. Si e diuersus ab a,b,c,d, numerat d, sit ut secundum f. & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f, sequitur ex 31 septimi, q; ipse numeret e uel f, numeret ergo e: quia igitur tam ex a in c, quàm est e in f fit d, erit per secundam partem 20 septimi a ad e sicut f ad c, numerat itaq; f,c, sit ut secūdum g, eritq; per 31 septimi, ut a quoq; numeret f uel g, sitq; ut f. Sequiturq; per secundā partem 20 eiusdem, ut g numeret b, sitq; ut secundū h. Vt prius igitur, a numerabit g uel h, & sit ut nu-

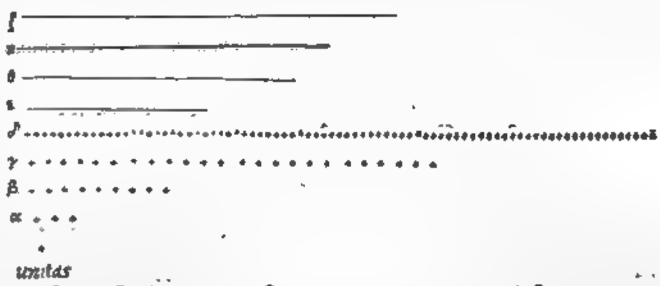


ut numeret g, h ergo per secũdam partem 20 numerabit a. Si itaq; h non est æqualis a, non erit a primus. Quod est contra hypothesin. Si autẽ æqualis, erit unusquisq; numerorũ g, f, e, aliquis ex a, b, c, d, per præmissam quoties oportet assumptã. Non est igitur e diuersus ab eis, quod est etiã contra hypothesin. Itaq; constat uerum esse quod proponitur.

Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propositio 13

13 **Si ab unitate quotlibet numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uero post unitatem primus fuerit, maximum nullus alius metietur præter præexistentes in proportionalibus numeris.**

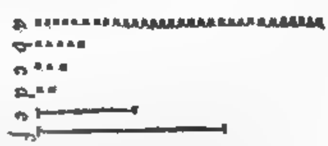
THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quotlibet numeri continue proportionales α, β, γ, δ, qui uero post unitatem, sit primus, hoc est α. Dico quod maximum eorum δ nullus alius metietur, præter ipsos α, β, γ. Si enim possibile, metiatur ipsum ε, & ε nulli ipsorum α, β, γ, δ, sit idem, manifestum quod ε primus non est. Si enim ε primus est, & ipsum δ metitur, & ipsum α metietur primum existentem, eidem non idem existens, quod est impossibile. Igitur ε primus non est. Compositus igitur. Omnis autem compositus numerus, sub alicuius primi mensuram cadit. Dico q̃d eum nullus alius metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ε metitur, & ε ipsum δ metitur, & ipse igitur ipsum δ metietur: quare & ipsum α metietur primum existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ε metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Dico quod ζ nulli ipsorum α, β, γ, est idem. Si enim ζ alicui ipsorum α, β, γ, est idem, & metitur ipsum δ per ε, unus igitur ipsorum α, β, γ, metitur ipsum δ per ε, sed unus ipsorum α, β, γ, ipsum δ metitur per aliquem ipsorum α, β, γ, igitur ε uni ipsorum α, β, γ, est idem, quod non supponitur. Igitur ζ uni ipsorum α, β, γ, non est idem. Similiter iam ostendemus quod α ipsum ζ metitur, ostendentes rursus quod ζ non est primus. Si enim est primus, & metitur ipsum δ, & ipsum α metitur primum existentem non existens ei idem, quod est impossibile. Igitur ζ non est primus. Compositus igitur, & perinde eum aliquis primus metietur. Dico quod eum nullus alius primus metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ζ metitur, at ζ ipsum δ metitur, & ille igitur ipsum δ metietur, quare & ipsum α metietur primum existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ζ metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur per ζ, ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit δ. Sed & α ipsum γ multiplicans, ipsum δ fecit: qui igitur ex α, γ, ei qui ex ε, ζ, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ε, sic ζ ad γ. At α ipsum ε metitur, & ζ igitur ipsum γ metitur, metiatur ipsum per η, similiter ostendemus quod ipse η nulli ipsorũ α, β, est idem & quod eum metitur ipse α. Et quoniam ζ ipsum γ metitur per η, igitur η ipsum ζ multiplicans ipsum fecit γ, sed & α ipsum β multiplicãs, ipsum fecit γ. qui igitur ex α, β, ei qui ex ζ, η, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ζ, sic η ad β: metietur autem α ipsum ζ, metitur igitur & η ipsum β, metiatur ipsum per θ. Similiter iam ostendemus quod ipsi α non est θ idem: & quoniam η ipsum β metitur per eas quæ in θ sunt unitates, igitur η ipsum θ multiplicãs ipsum effecit β. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum β fecit. Qui ex θ, η, igitur, ei qui ex α quadrato est æqualis. Est igitur sicut θ ad α, sic α ad η, metiur autem α ipsum η, metitur igitur & θ ipsum α primum existentem, non existens ei idem, quod absurdũ est. Igitur ipsum δ maximũ alter numerus non metietur præter ipsos α, β, γ, quod oportuit ostendere.*



Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 **SI propositus fuerit numerus, minimus quem numerãt primi assignati, non numerabit eum aliquis numerus primus præter illos assignatos.**

CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus a numeris primis qui sunt b, c, d. Dico q; alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem, sit e primus numerans eum secundum f: quia ergo quilibet numerorũ b, c, d, nũmerat a productum ex e in f, est autem quilibet eorum primus, sequitur ex 33 septimi, ut quilibet eorum numeret e uel f, sed e nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat f, cum itaque sit f minor a, utpote qui numerat eum secundum e, non erit a minimus numeratus ab illis, quod est inconueniens.



Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propoſitio 14

14 **Si minimum numerum primi numeri menſi fuerint, nullus alius primus numerus ipſum metietur præter eos qui in principio metiuntur.**

THEON ex Zamberto. *Minimus enim quem ipſi β, γ, δ, primi metiuntur, ſit α. Dico quod ipſum α nullus alius primus numerus metictur, præter β, γ, δ, ſi enim poßibile, metiatur eum primus numerus ε, & nulli ipſorũ β, γ, δ, eſto idem. Et quoniam ε ipſum α metitur, ipſum metiatur per ζ: ipſe igitur ε ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit α. Et ipſum α, primi numeri β, γ, δ, metiuntur: ſi autem bini numeri ſeſe inuicem multiplicantes fecerint aliquem, factum uero ex eis metiatur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur (per 32 ſeptimi) ipſi igitur β, γ, δ, unum ipſorum ε, ζ, metientur. Ipſum autem ε non metientur, nam ε primus eſt, & nulli ipſorum β, γ, δ, eſt idem: ipſum igitur ζ metiuntur minorem exiſtentem ipſo α, quod eſt impoßibile. Nam α ſupponitur minimus quem ipſi β, γ, δ, metiuntur. Ipſum igitur α, numerus primus non metietur præter β, γ, δ, quod oportuit demonſtrare.*

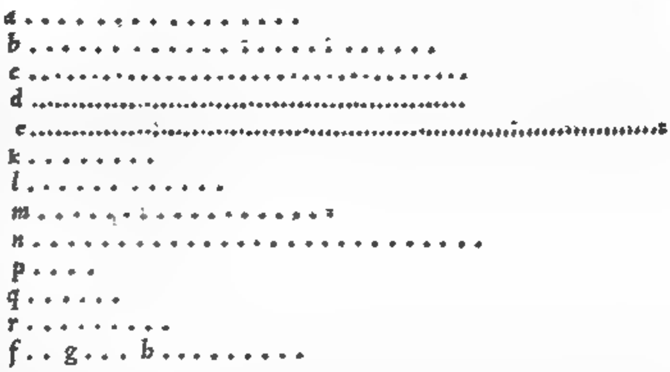


Hæc decimaquinta ſequens ex Campano propoſitio, nullam in Zamberto reſpondentem habet.

Eucli. ex Camp. Propoſitio 15

15 **SI quotlibet numeri continue proportionales ſecundum ſuam proportionem fuerint minimi, quicunq; aliquem illorum numerat, alteri terminorum illius proportionis erit cõmenſurabilis.**

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, e, cõtinue proportionales & minimi ſecundum proportionẽ f ad g qui ſint in ſua proportione minimi, & ponatur h numerare c. Dico φ h eſt cõmenſurabilis f uel g, ſumãtur enim in eadẽ proportione quatuor minimi, qui ſunt k, l, m, n, conſtat autem ex 2 octaui, φ ex f in m fit c, alioqui contingeret eſſe minus minimo, quod eſſe non poteſt. Itaq; per correlarium 33 ſeptimi, erit h cõmenſurabilis f uel m, quod ſi f, conſtat propoſitum: ſi autem m, ſumantur in eadem proportione tres minimi qui ſint p, q, r, eritq; ex 2 octaui, ut m fiat ex f in r, ne minus minimo aliquid eſſe cogamur concedere: quare per prædictum correlarium h eſt cõmenſurabilis f uel r, ſed nõ erat f, ſic enim conſtabat propoſitũ: cõmenſurabilis igitur eſt r, qui cum ex 2 octaui, fiat ex g in ſe, ſequitur ex dicto correlario, ut h ſit cõmenſurabilis g, quod eſt propoſitum.

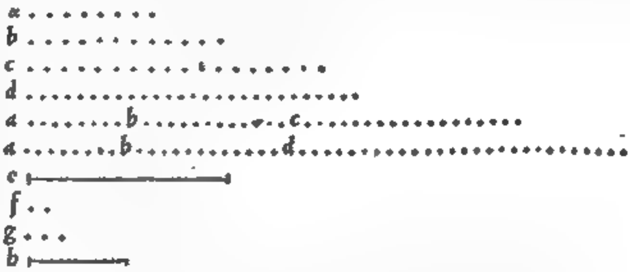


Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

16 **SI fuerint numeri quotlibet continue proportionales in ſua proportione minimi, quilibet eorum ad compoſitum ex reliquis primus eſſe neceſſario comprobatur.**

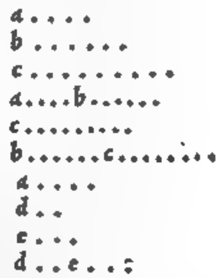
CAMPANVS. Sint a, b, c, continue proportionales & minimi: dico compoſitum ex a, b, c, primum eſſe ad d. Si enim non, aliquis numerus qui ſit e, compoſitum ex a, b, c, numerabit & d, per præmiſſam igitur erit e, cõmunicans alteri terminorum illius proportionis qui ſunt f & g, erit itaq; numerus aliquis numerans e, & alterũ duorum

duorũ f,g,qui sit h: quia ergo h numerat e,numerabit d, & compositũ ex a,b,c,& quia numerat f uel g,quorum uterque numerat utrunq; mediorum,& simpliciter omnes si plures duobus sint,ex 2 octaui,sequitur ut ipse numeret b & c, ergo & a, quia numerat totum a,b, c, non sunt igitur a & d cõtra se primi,quod est inconueniens per 3 octaui.

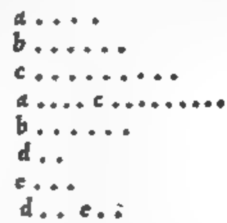


Similiter quoq; constabit, compositũ ex a,b,d,primum esse ad c. Si enim ut prius c numerat ambos, sequitur per præmissam,ut aliquis numerus quia etiam sit h, numeret e & alterum duorum f,g,itaq; h numerat c,& totum a,b,d,sed & b,cum utraq; radicum numeret omnes medios:igitur & compositum ex a & d. Et quia necessario numerat alterum duorum a,d,cum numeret alterum duorum f, g, numerabit & reliquum. Non sunt igitur a & d contra se primi, & ita idem ut prius.

CAMPANI annotationes. Demonstrant autem idem aliter de tribus cõtinue proportionalibus & minimis sine adminiculo præmissæ,probant enim ex quibusq; duobus compositũ primum esse ad reliquum. Sint itaq; tres continue proportionales & minimi a, b,c,quorum termini d & e: dico tunc compositũ ex a & b,primum esse ad c,& compositum ex b & c,ad a,itemq; ex a & c,ad b. Manifestum enim est ex secũdo octaui,quod ex d in se,fit a,& in e,fit b,& ex e in se,c,& ex 22 septimi,q; d & e sunt contra se primi. Itaq; ex prima parte 29 eiusdem,erit totus d e primus ad utrunq; eorum:quia igitur uterq; numerorum d & d e primus est ad e, erit per 25 eiusdem qui ex d in d e producitur(& ipse est compositus ex a & b) primus ad e: sequitur ergo per 26 eiusdem ut etiam cõpositus ex a & b sit primus ad c, fit enim c ex e in se,simili quoq; demõstratione probabis compositũ ex b & c primum esse ad a.

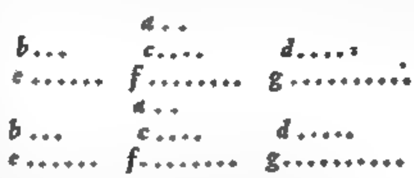


At uero compositum ex a & c,primum esse ad b,sic habeto. Cum sit enim uterq; duorum d & e primus ad totũ d e, erit per 25 septimi, qui ex d in e producitur (& ipse est b) primus ad d e,itaq; per 26 eiusdem qui ex d e in se prouenit (& ipse est qui componitur ex a & c & duplo b) primus erit ad b:sequitur ergo compositũ ex a & c primum esse ad b, necesse enim est ut ex duobus compositus cum primus fuerit ad unum eorum ex quibus componitur, sit primus ad reliquũ: demonstratum autem est hoc supra 29 septimi. Oportet autem stabilire ad robur istius demonstrationis compositũ ex a & b produci ex d in compositum ex d & e, supposito quod ex d in se fit a & ex eodem in e, b, itemq; quod ex d e in se producatur compositum ex a & c & duplo b,supposito eo quod prius,& quod ex e in se fit c. Huius itaq; gratia proponimus hæc demonstranda.



1 Quod fit ex ductu unius numeri in quotlibet,tantum est quantũ quod ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

Idem proponit prima secũdi de lineis. Sit enim ut ex a in b & in c & in d,proueniant e & f & g. Dico quod ex a in compositum ex b & c & d,prouenit compositũ ex e & f & g. Sequitur enim ex conuersione diffinitionis eius quod multiplicatur,ut tota pars sit b, e, tota c, f, sed & d tota g, quota est unitas a,per 5 itaque septimi,tota quoq; pars erit compositus ex b & c & d, cõpositi ex e & f & g, quota est unitas a, ergo per diffinitionẽ ex a in compositum ex b & c & d,fit compositus ex e & f & g,quod est propositum.



2 Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in unum,æquum est ei quod

fit ex composito eorum in eundem.

b . . . c . . . . d . . . . .
a . .
e . . . . . . f . . . . g . . . .
b . . . c . . . . d . . . . .
a . .
e . . . . . . f . . . . g . . . .

Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est. Vt si ex b & c & d in a, fiant e & f & g. fiet quoque compositus ex his ex illorum composito in eundem, quod ex 17 septimi, & præmonstrato facile concluditur.

3 Quod fit ex ductu quotlibet numerorũ in quotlibet alios, æquum est ei quod fit ex composito horum in compositum illorum.

a . . b . . . c . . . .
d . . . . e . . . . . . f . . . .
a . . b . . . c . . . .
d . . . . e . . . . . . f . . . .

Vt si a,b,c, multiplicent d,e,f, quilibet quemlibet, iunganturque producta, dico aggregatum ex productis esse æquale producto ex composito ex a & b & c, in compositum ex d & e & f. Est enim per præmissam quod fit ex composito ex a, b, c, in d, quantum quod ex singulis in illum d, sic & in e & in f: ex composito autem horum a, b, c, in quemlibet illorum d,e,f, per ante præmissam fit quantum ex composito in compositum, itaque constat propositum.

4 Numero in quotlibet partes diuiso, tantũ est quod fit ex toto eo in se, quantum quod ex eo in omnes suas partes.

b . . c . . . d . . . .
e . . . .

Idem proponit secunda secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b, & c & d, dico quod tantum fit ex a in se, quantum in omnes illos b,c,d: posito enim e æquali a, constat ex prima harum incidentiũ tantum fieri ex e in a, quantum in omnes partes a, sed per conceptionem ex e in a fit quantum ex a in se, & ex e in partes a, quantum ex a in easdem. Manifestum ergo est, uerum esse quod dicitur.

5 Numero in duo diuiso, quod fit ex toto in alterum diuidentiũ, tantum est quantum quod ex eodem in se & in alterum.

a
b . . . . . c . . .
d . . .

Idem proponit tertia secundi de lineis. Sit enim a diuisus in b & c, dico tantum fieri ex a in c, quantum ex c in se & in b. Nam quod ex a in c, est quantum quod ex c in a, per 17 septimi. Sumpto itaque d æquali c, erit a in c, quantum d in a. At per primam harum, d in a, est quantũ in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c, est quantum c in a & in b & in se propter æqualitatem c & d, constat propositum.

6 Numero in duo diuiso, quod ex ductu totius in se, est quantum quod ex ductu utriusque diuidentium in se & alterius eorum bis in alterum.

a
b . . . . . . c . . .

Idem proponit quarta secundi de lineis. Vt si a diuidatur in b & c, dico tantum fieri ex a in se, quantum ex b in se & c in se, & ex b bis in c. Est enim per 4 harum, quod ex a in se, quantũ quod ex eo in b & in c: ex eo autẽ in b, per præmissam est quantũ ex b in se & in c, at ex a in c, per eandẽ est quantum ex c in se & in b. Et quia ex c in b tantum est, quantum ex b in c per 17 septimi, liquet uerum esse quod proponitur.

7 Numero per duo æqualia duoque inæqualia diuiso, quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato intermedij æquum est quadrato medietatis totius.

a . . . . . . c . . . d . . . b

Idem proponit de lineis 5 secundi. Vt si a b diuidatur in duos numeros æquales, qui sint a c & c b, itemque in duos inæquales, quorum sit maior a d, & minor d b, dico quod illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale est quadrato c b. Per præmissam enim, quadratum c b est æquale quadrato c d & quadrato d b & ei quod fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in se & in c d tantum fit, quantum in c b per primam harum, & ideo quantum in a c. Itaque ex b d in se & in c d bis, quantum ex ipso b d in a d: per eandem igitur, quadratum c b superat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d, constat ergo propositum.

Cum

8 Cum fuerit numerus in duo æqualia diuisus, eiq; alius numerus adiunctus, quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis, æquum est quadrato compositi ex dimidio & adiuncto.

Idem proponit 6 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus in duos æquales numeros, qui sint a c & c b, addaturq; ei numerus b d: dico illud quod fit ex toto a d in d b, cũ quadrato b c, esse æquale quadrato c d. Est enim ex 6 harum, quadratum c d æquale quadrato d b & quadrato b c, & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum, ex b d in se & in b c bis, est quantum ex b d in d a, sunt enim a c & c b, æquales. Itaq; quadratum c d superat id quod fit ex b d in d a, in quadrato c b, quod est propositum.

a . . . . c . . . . b . . . . . d

9 Cum numerus in duo diuiditur, quod fit ex toto in se cum eo quod ex altero diuidentium in se, est æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in se.

Idem proponit 7 secundi de lineis. Sit enim numerus a diuisus in b & d: dico quadratum a cum quadrato d, tantum esse quantũ quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Constat quidem ex 6 harum quod quadratum a tantum est, quantum quadratum d & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq; quadratum a cum quadrato d, tantum est quantum quod ex d bis in se & bis in b cum quadrato b. Sed ex d bis in se & bis in b, fit quantum ex d bis in a, per primam harum: ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b, est quantum quadratum a cum quadrato d, quare patet propositum.

a
b . . . . . . d . . . .

10 Cum fuerit numerus in duo diuisus, eiq; additus æqualis uni diuidentium, quadratum totius compositi æquum est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

Idem proponit 8 secundi de lineis. Sit numerus a b diuisus in a c & c b, cui addatur b d, qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum esse, quantũ est id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Est namq; ex 6 harum, quadratum a d, æquum quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratum b d est æquale quadrato c b, erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b in b d bis. Per præmissam autem, est quadratum a b cum quadrato c b, quantum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaq; quadratum a d tantum est quantum quod ex a b in b d bis, & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b c tantũ fit quantum in b d, constat uerum esse quod propositum est.

a . . . c . . . . b . . . . . d

11 Cum fuerit numerus in duo æqualia duoq; inæqualia diuisus, quadrata amborum inæqualium pariter accepta, duplum sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorem pariter acceptis.

Idem proponit 9 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus per duos æquales qui sint a c & c b, & per duos inæquales qui sint a d & d b. Dico quod quadrata duorum numerorum a d & d b pariter accepta, sunt duplum duobus quadratis duorum numerorum a c & c d pariter acceptis. Est enim per 6 harum, quadratum a d, quantum quadratum a c & quadratum c d, & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autem a c est æqualis c b, erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratũ c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, sunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autem eius quod fit ex b c in c d cum quadrato b d, est æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b, sunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a sunt æquales, patet propositum.

a . . . . . . c . . . d . . . b

12 **Cum fuerit numerus in duo æqua diuisus, aliusq; adiunctus, quadratum totius compositi cum quadrato adiuncti, duplum sunt ad quadratũ medietatis ipsius cum quadrato compositi ex medietate & adiuncto.**

Idem proponit 10 secundi de lineis. Sit enim numerus a b diuisus in duos æquales a c & c b, sitq; sibi adiunctus numerus b d: dico quadratum a d cum quadrato b d, duplum esse ad quadratum a c cum quadrato c d. Cum sit enim numerus c d in duo diuisus, sibiq; sit a c additus æqualis uni diuidentium, erit per 10 harum, quadratum a d quantũ quod fit ex c d in c a quater, cum quadrato b d. Quia uero a c est æqualis c b, erit quadratum a d quantũ quod fit ex d c in c b quater, cum quadrato b d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, erit quantũ quod fit ex d c in c b quater, cum duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum, duplum est ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur sit quadratum c b æquale quadrato a c, constat propositum.

a . . . . c . . . . b . . . d

13 **Numerum aliquem ita diuidere, ut quod sub toto & una eius portione continetur æquum sit quadrato alterius, est impossibile.**

Quod 11 secundi proponit faciendum in lineis, demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus, a b. Dico impossibile esse ipsum sic diuidi, ut proponitur: sic enim diuideretur secundum proportionẽ habentem medium & duo extrema, ut patet ex diffinitione & 30 septimi. Si autem potest, diuidatur in c, sitq; a b ad b c, sicut b c ad c a: erit itaque a c minor c b, detrahatur igitur ab eo æqualis sibi qui sit c d, quia igitur est proportio totius a b ad totũ b c, sicut b c detracti ab a b ad c d detractũ ab b c, erit eadem a c residui a b ad b d residuũ b c, quare b c ad c d, sicut c d ad d b, erit igitur c d, maior d b. Detracto itaq; d e de c d ut sit d e æqualis d b, erit etiã proportio b c ad c d, sicut c d ad d e, quare sic d b residui c b, ad c e residuum c d: potest igitur c e detrahi ab c d, non erit itaque finis istius detractionis, quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

a . . . . . . c . . . . . e . . d . . b

Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propositio 15*

15 **Si tres numeri continue proportionales fuerint minimi, eandem eis habentium rationem, bini quilibet compositi ad reliquum primi erunt.**

THEON ex Zamber. *Sint tres numeri continue proportionales, minimi: eandem eis habentium rationem α, β, γ. Dico quod ipsorum α, β, γ, bini quilibet compositi, ad reliquum primi sunt, scilicet α β ad γ, & β γ ad α, & α γ ad β. Assumantur (per 35 septimi) bini minimi numeri eandem enim ipsis α, β, γ, habentium rationem, sintq; δ ε, ε ζ, manifestum iam est quod δ ε seipsum multiplicans, ipsum effecit α, & ipsum ε ζ, multiplicans, ipsum β fecit, & insuper ε ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit γ. Et quoniam ipsi δ ε, ε ζ, minimi sunt, primi adinuicem sunt (per 24 septimi.) Si autem bini numeri primi adinuicem fuerint, & uterque simul ad alterum primus est (per 30 septimi.) Igitur δ ζ, ad utrunque ipsorum δ ε, ε ζ, primus est. Sed & δ ε ad ε ζ primus est. Ipsi igitur δ ζ, δ ε, ad ipsum ε ζ primi sunt, & qui ex δ ζ, δ ε, igitur, ad ε ζ (per 26 septimi) primus est. Si uero bini numeri primi fuerint adinuicem, qui ex uno eorum gignitur ad reliquum primus est (per 27 septimi) quare qui ex δ ζ, δ ε, ad eum qui est ex ε ζ, primus est. Sed qui ex ζ δ, δ ε, est qui ex δ ε una cum eo qui ex δ ε, ε ζ, (per 3 secundi.) Qui igitur ex δ ε una cum eo qui ex δ ε, ε ζ, ad eum qui ex ε ζ primus est. Est autẽ qui ex δ ε, ipse α, qui uero ex δ ε, ε ζ, ipse β, qui autẽ ex ε ζ, est γ. Ipsi α, β, igitur cõpositi, ad γ primi sunt. Similiter ostẽdemus quod ipsi β, γ, ad α primi. Dico iam quod ipsi α, γ, ad β primi sunt: nam quoniã δ ζ ad utrunq; ipsorũ δ ε, ε ζ, primus est, & qui ergo ex δ ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primus est. Sed et qui ex δ ζ, æquales sunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui bis est sub δ ε, ε ζ. Si enim quæ ex δ ε una cum eo quæ ex ε ζ, & qui sub δ ε, ε ζ, non essent primi, cum cõmunis dimensio metiatur compositum, non erunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ. & qui sub δ ε, ε ζ, primi. At iterum cum communis dimensio metiatur & compositũ, non erunt qui ex δ ε, ε ζ, una cum eo qui sub δ ε, ε ζ bis. & qui sub δ ε, ε ζ, adinuicem primi, cuius contrarium est ostensum.*

α . . . . β . . . .
γ . . . .
β . . . . γ . . . .
α . . . .
γ . . . . α . . . .
β . . . .
δ . . . ε . . . . . ζ

Et qui

Et qui ex $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, igitur una cum ijs qui bis sub $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, ad eum qui sub $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, primi sunt ad eum qui sub $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, una cum eo qui sub $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, primi sunt ad eum qui sub $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$. Insuper diuidendo, qui ex $\delta\epsilon$, $\delta\zeta$, ad eum qui sub $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, primi sunt. Diuidendo quoq; qui ex $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, primi sunt. Est autem qui ex $\delta\epsilon$, ipse α, qui ex $\epsilon\zeta$, ipse γ, qui uero sub $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, ipse β. Ipsi ergo α, γ, compositi, ad β primi sunt, quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 SI fuerint duo numeri contra se primi, quantus est primus eorum ad secundum, tantum esse secundum ad tertium quemquam impossibile est.



CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, dico impossibile esse, aliquem eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest, sit c, quia igitur a ad b, sicut b ad c, sunt autem a & b in sua proportione minimi per 23 septimi, sequitur per 21 eiusdem, ut a numeret b, qui cum etiam numeret se, non erunt a & b contra se primi, quod est contrarium positioni.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 16

16 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic secundus ad aliquem alium.



THEON ex Zamber. *Bini enim numeri α, β, primi sint adinuicem. Dico quod non est sicut α ad β, sic β ad aliquem alium. Si enim possibile, sit sicut α ad β, sic β ad γ. Ipsi autẽ α, β, primi sunt: primi autem & minimi (per 23 septimi) minimi uero, metiuntur eandem rationem habentes, æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, antecedens antecedentem: metitur autem & seipsum, igitur α ipsos α, β, metitur primos adinuicem existentes, quod est absurdum, non est igitur sicut α ad β, sic β ad γ, quod ostendere oportebat.*

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 SI quotlibet numerorũ continue proportionalium duo extremi fuerint contra se primi, quantus est primus ad secundum, tantum esse ultimum ad aliquem alium est impossibile.



CAMPANVS. Sint a, b, c, continue proportionales, sintq; a & c contra se primi: dico quod in eadem proportione non potest eis adiungi alius. Si enim potest, sit d. Quia igitur est a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d, sunt autem a & c, in sua proportione minimi, per 23 septimi, itaq; per 21 eiusdem a numerat b, quare etiam numerat c, numerorũ enim continue proportionaliũ, si primus numerat secundum, ipse numerat omnes, & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem, at quia etiam numerat se, non erunt a & c contra se primi, quod est inconueniens.

Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 17

17 Si fuerint quotcunq; numeri continue proportionales, ipsorum autem extremi primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic ultimus ad aliquem alium.

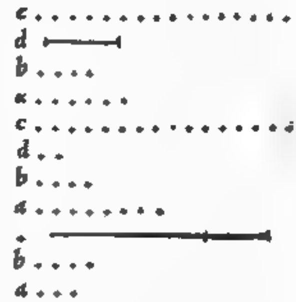


THEON ex Zamber. *Sint quotcunq; numeri continue proportionales, α, β, γ, δ, ipsorum autem extremi α δ sint primi adinuicẽ. Dico quod non est sicut α ad β, sic δ ad aliquem alium. Si enim possibile, esto sicut α ad β, sic δ ad ϵ: uicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ϵ. Ipsi autem α, δ, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uero numeri, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentẽ, & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, estq; sicut α ad β, sic β ad γ, & β igitur ipsum γ metitur, quare & α ipsum γ metitur: & quoniam est sicut β ad γ, sic γ ad δ, metitur autem β ipsum γ, metitur igitur & γ ipsum δ. Sed α ipsum γ metitur, quare & α ipsum δ metitur, metitur autem & seipsum. Igitur α, ipsos α, δ, metitur primos inuicem existentes, quod est impossibile. Non est igitur sicut α ad β, sic δ ad aliquem alium, quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 19

19 **P**ropositis duobus numeris, an sit eis tertius continue proportionalis, perscrutari.

CAMPANVS. Sint a & b duo numeri propositi, uolo inquirere, an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiungi. Igitur si ipsi sunt contra se primi, impossibile est per 17, si uero compositi, ducatur b in se, & proueniat c, quē si a numerat, erit, si uero non numerat, non erit. Numeret enim eum secundum d, qui erit quem quærimus per 2 partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sic b ad d, itaque quia ex b in se fit c, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in d sit idem: igitur a numerat c secundum d, sed erat positum quod non, quare sequitur impossibile.

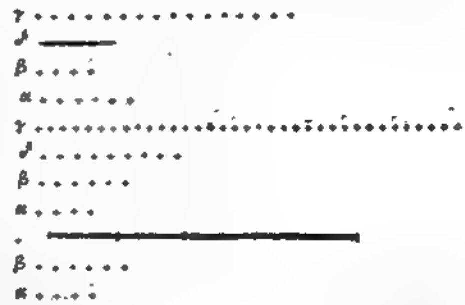


Eucli. ex Zamb. Theorema 18 Propositio 18

18 Binis numeris datis, considerare si possibile est eis tertium proportionalem inuenire.

*THEON ex Zamber. Sint bini dati numeri α, β, sitque*opportunū scrutari, si est possibile eis tertium inuenire proportionalem. Iam ipsa α, β, aut sunt primi adinuicē, aut non. Si quidem igitur primi sunt adinuicem, patet (per 16 noni, quod impossibile est eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non sunt ipsi α, β, primi adinuicē, & β seipsum multiplicās ipsum efficiat γ. Iam α aut ipsum γ metitur, aut nō metitur. Metiatur prius per δ. Ipse igitur α ipsum δ multiplicans, ipsum effecit γ. Sed & β seipsum multiplicans, ipsum γ effecit, qui ex α, δ, igitur, ei qui ex β est æqualis. Est igitur sicut α ad β, sic β ad δ (per secundam partem 19 septimi) ipsis igitur α β, tertius inuentus est δ. Sed iam non metiatur α ipsum γ. Dico quod ipsis α, β, impossibile est tertium inuenire proportionalem numerum. Si enim possibile, inueniatur δ. Igitur qui ex α, δ, ei est æquus qui ex β, qui autem ex β, est ipse γ. Igitur qui ex α, δ, æquus est ipsi γ. Quare α ipsum δ multiplicans, ipsum effecit γ. Igitur α, ipsum γ metitur per δ. Sed supponitur etiam non metiri, quod est impossibile. Non est igitur possibile ipsis α, β, tertium proportionalem inuenire, quando α ipsum γ non metitur, quod oportuit ostendere.*

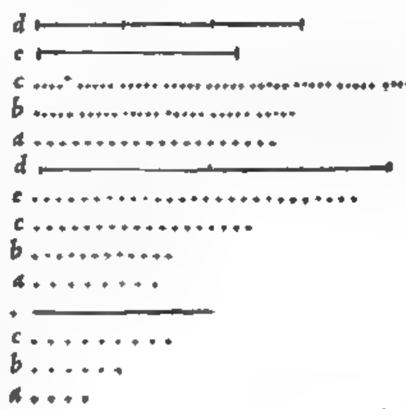
* δέον ἐστὶ



Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 **D**atis tribus numeris continue proportionalibus, an sit aliquis quartus eis continue proportionalis inquirere.

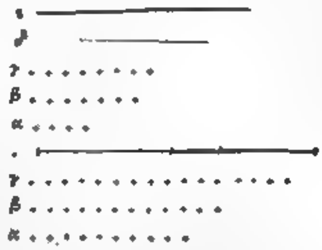
CAMPANVS. Sint continue proportionales a, b, c. Volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi, igitur si a & c sunt contra se primi, impossibile est per 18. Si autem cōpositus, sit d qui prouenit ex b in c, quem si numerat a, erit, si uero non numerat, nō erit. Numeret enim eum secundum e, qui erit quem quærimus per secundam partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sicut c ad e, itaque quia ex b in c fit d, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in e sit idem, ergo a numerat d secūdum e, sed positum erat quod non. Idem potes perscrutari, quotlibet continue proportionalibus propositis, si enim duo extremi sint contra se primi, finem habet intentio per 18, si autem compositi, ducto secundo in ultimum, si productum numeret primus, is secundum quem eum numerat, est quem quærimus per secundā partem 20 septimi, si autem primus productū non numerat, nullus



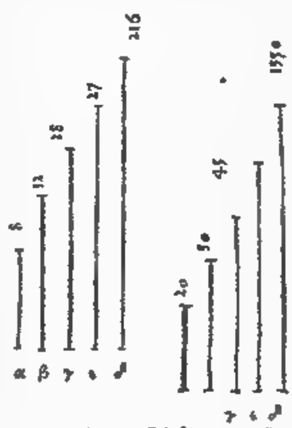
erit, quotlibet enim posito, per primam partem eiusdem secundum ipsum positum numerabit primus productum, quod positum erat non numerare.

Eucli.ex Zamb. *Theorema 19* *Propositio 19*

19 Tribus numeris datis, considerare si est possibile eis quartum inuenire proportionalem.

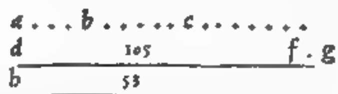


THEON ex Zamber. *Sint dati tres numeri, α β, γ, sitq́; * opportunũ coniectare, si possibile est eis quartum proportionalem inuenire. Iam ipsi α, β, γ, aut continue sunt proportionales & eorum extremi α, γ, sunt primi adinuicem, aut non sunt continue proportionales & eorum extremi primi sunt adinuicem, aut continue sunt proportionales & eorum extremi non sunt adinuicem primi, uel neq; sunt continue proportionales neq; eorum extremi primi sunt adinuicem. Si quidem igitur ipsi α, β, γ, continue sunt proportionales, & eorum extremi α, γ, sunt primi adinuicem, patet per 17 noni, quod est impossibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non sint iam ipsi α, β, γ, continue proportionales, extremis rursus primis existentibus adinuicem. Dico quod & sic quantum proportionalem inuenire, est impossibile. Si enim possibile, inueniatur δ. Vt sit sicut α ad β, sic γ ad δ, fiatq́; β ad γ, sic δ ad ε. Et quoniam est sicut quidem α ad β, sic γ ad δ, sicut autem β ad γ, sic δ ad ε, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut α ad γ, sic γ ad ε. At α, γ, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes, antecedens antecedentem, & sequens sequentem, (per 21 septimi) metitur igitur α ipsum γ, antecedens antecedentem: metitur autem & seipsum. Igitur α ipsos α, γ, metitur primos adinuicem existentes, quod est impossibile: ipsis igitur α, β, γ, quartum proportionalem inuenire est impossibile. Sed iam rursus sint ipsi α, β, γ, continue proportionales, at α, γ, non sint primi adinuicem. Dico quod eis quartum proportionalem inuenire est possibile. Nam β ipsum γ multiplicans, ipsum efficiat δ. Igitur α ipsum δ aut metitur, aut non metitur. Metiatur prius ipsum per ε. Igitur α ipsum ε multiplicans, ipsum effecit δ, sed & β ipsum γ multiplicans ipsum δ effecit. Igitur qui ex α, ε, ei est æquus qui ex β, γ, proportionaliter igitur est sicut α ad β, sic γ ad ε. Ipsis igitur α, β, γ, inuentus est quartus proportionalis ε scilicet. Sed iam non metiatur α ipsum δ: dico quod ipsis α, β, γ, quartum proportionalem inuenire est impossibile. Si enim possibile, inueniatur ε. Igitur qui ex α, ε, ei qui ex β, γ, est æqualis. Sed qui ex β, γ, est ipse δ, & qui ex α, ε, igitur ipsi δ est æqualis. Igitur α ipsum ε multiplicãs, ipsum effecit δ. Igitur α ipsum δ metitur, sed & non metitur, quod est impossibile. Igitur ipsis α, β, γ, quartum proportionalẽ inuenire numerũ est impossibile, quãdo α ipsum δ non metitur. Sed iam ipsi α, β, γ, neq; continue sint proportionales neq; eorum extremi adinuicem sint primi, & β ipsum γ multiplicans ipsum efficiat δ. Similiter ostendetur quod si quidem α ipsum δ metitur, possibile est eis proportionalẽ inuenire, si autem non metitur, est impossibile, quod ostendere oportebat.*



Eucli.ex Camp. *Propositio 21*

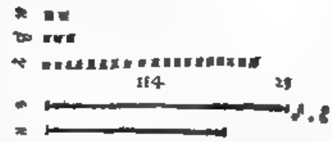
21 Datis quotlibet numeris primis, aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.



CAMPANVS. Nihil aliud intenditur, nisi ꝗ numeri primi sint infiniti, demonstrare. Sint enim a, b, c, numeri primi, dico esse aliquem primum diuersum ab eis, sit quidem d f minimus quem numerant, cui addita unitate fiat d g, qui est primus aut cõpositus, si primus, constat propositum, si compositus, numerat cum aliquis primus, qui sit h, quem non est possibile esse aliquem ex primis propositis. Si enim esset aliquis eorũ, cum quilibet ipsorum numeret d f, ipse quoq; numeraret eundem, at quia numerat d g, oporteret ipsum numerare f g qui est unitas, quod est impossibile. Idem sequitur posito d f quotlibet numero quem numerant a. b. c, quare constat propositum.

Eucli.ex Zamb. *Theorema 20* *Propositio 20*

20 Primi numeri, plures sunt omni proposita multitudine primorum numerorum.



THEON ex Zamb. *Sint propositi primi numeri α,β,γ. Dico quod ipsis α,β,γ, plures sunt primi numeri. Accipiatur enim (per 39 septimi) minimus quem ipsi α,β,γ, metiũtur, sitq; δε, addaturq; ipsi δε, unitas δζ, iam εζ aut est primus aut non, sit prius primus, inuenti igitur sunt primi numeri α,β,γ,εζ, plures ipsis α,β,γ. Sed iam non sit εζ primus: igitur eum aliquis numerus primus metitur (per 34 septimi,) metiatur eum numerus primus η. Dico quod η nulli ipsorũ α,β,γ, est idem. Si enim η alicui ipsorũ α,β,γ, est idem, ipsi autem α,β,γ, ipsum δε metiuntur, igitur & η, ipsum δε metietur, metitur autem & εζ, & reliquam δζ unitatem metietur η numerus existens, quod est absurdum: igitur η non est idem uni ipsorum α, β, γ, ipse autem supponitur & primus. Inuenti igitur sunt primi numeri plures proposita multitudine ipsorum α,β,γ, ipsi α,β,γ,η, quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 SI coaceruentur quotlibet numeri pares, totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quisq; numerorũ a,b,c, par. a .. b .... c ......

Dico ex eis compositum, esse parem: habet enim ex conuersione diffinitionis quisq; eorum, medietatem: sint ergo eorum medietates d,e,f, quia igitur sicut a ad d, sic b ad e, & c ad f, erit ex 13 septimi, sicut a ad d, sic totus a b c ad totum d e f, itaq; d e f est medietas a b c, ergo per diffinitionem a b c, est par, quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 21

21 Si pares numeri quotcunq; componantur, totus par est.

THEON ex Zamberto. *Componantur enim numeri quilibet pares ipsi αβ, βγ, γδ, δε. Dico quod totus αε par est. Nam quoniam unusquisque ipsorum αβ, βγ, γδ, δε, par est, partem habet dimidiam, quare & totus αε habet partem dimidiam: numerus autem par est qui bifariam diuiditur (per diffinitionem,) igitur αε par est, quod ostendere oportuit.*

α .... β ...... γ .... δ .... ε

Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 SI numeri impares numero pares coaceruentur, totus quoq; ex eis coaceruatus erit par.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a,b,c,d, impar: dico ex eis compositum, esse parem, dempta enim a quolibet unitate, constat residuos esse pares, & quia ille unitates, demptæ componunt parem, cum sint numero pares, constat propositum per præmissam.

a ... b ..... c .... d ... : .....

Eucli. ex Zamb. Theorema 22 Propositio 22

22 Si impares numeri quotcunq; componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit.

THEON ex Zamberto. *Componantur enim impares numeri quotcunq;, multitudine pares, αβ, βγ, γδ, δε, Dico quot totus αε par est. Nam quoniam unusquisq; ipsorum αβ, βγ, γδ, δε, impar est, ablata unitate ab unoquoq;, unusquisq; reliquus par erit. Quare & compositus ex ipsis par erit (per 21 noni.) Est autem & unitatum multitudo par. Totus igitur αε par est, quod ostendere oportebat.*

α ...... β .... : .... γ .... δ ... ε

Eucli. ex Camp. Propositio 24

24 SI numeri impares numero impares coaceruentur, totum quoq; ex eis coaceruatum imparem esse.

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a,b,c, impar. Dico totum ex eis compositum esse imparem. Erit enim per præmissam compositus ex a & b, par, & quia c, dempta unitate, est par, erit per antepræmissam totus a, b, c, dempta unitate, par. Per diffinitionem itaque constat totum esse imparem.

a ... b ..... c ....

Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 23

23 **Si impares numeri quotcunque componantur, multitudo autem ipsorum fuerit impar, & totus impar erit.**

THEON ex Zamberto. *Componantur enim quotcunque impares numeri, quorum multitudo sit impar, α β, β γ, γ δ. Dico quod totus α δ impar est. Auferatur ab ipso γ δ, unitas δ ε, reliquus igitur γ ε par est: est autem & α γ par, & totus igitur α ε par est, est autem δ ε unitas, totus igitur α δ impar est, quod ostendere oportuit.*

α . . . . . β . . . . γ . . . . δ

Eucli. ex Camp. Propositio 25

25 **SI à numero pari numerus par detrahatur, reliquus erit par.**

CAMPANVS. Sit a totus par, à quo detrahatur b, qui quoque sit par, & residuus sit c. Dico c esse parem, sit enim d medietas a, e quoque sit medietas b, detractoque e de d, sit reliquus f, erit per 13 septimi, c ad f, sicut a ad d, quare f est medietas, itaque c est par, quod est propositum.

a
. . . . . e . . . d . . . . . f . . .
b c
. . . . . c . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 24

24 **Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.**

THEON ex Zamberto. *A pari enim α β, auferatur par. Dico quod reliquus α γ par est. Nam quoniam α β par est, habet partem dimidiam: iam id propterea & β γ, habet partem dimidiam, quare & reliquus γ α habet partem dimidiam: par igitur est α γ, quod ostendere oportuit.*

α . . . . γ . . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 **SI de numero pari imparem tollas, qui relinquitur impar est.**

CAMPANVS. Sit a b par, à quo tollatur a c, qui sit impar. Dico c b residuum esse imparem, subtrahatur enim ab a c, unitas quæ sit c d, eritque a d par, itaque per 25, d b quoque erit par. Quia igitur d c est unitas, sequitur c b esse imparem, quod est propositum.

a . . . . d . c . . . . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 25

25 **Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.**

THEON ex Zamberto. *A pari nanque numero α β, auferatur impar β γ. Dico quod reliquus γ β impar est. Auferatur ab ipso β γ, unitas γ δ, igitur δ β, par est. Est autem α β quoque par. & reliquus igitur α δ, par est, at γ δ est unitas, igitur α γ impar est, quod ostendere oportuit.*

α . . . . γ . δ . . . . β

Eucli. ex Camp. Propositio 27

27 **SI à numero impari detrahatur impar, reliquus erit par.**

CAMPANVS. Sit a b numerus impar, à quo detrahatur b c, qui etiam sit impar: dico reliquum qui est a c, esse parem. Detrahatur enim ab utroque duorum numerorum a b & b c, unitas quæ sit b d, erit uterque duorum residuorum quæ sunt a d & d c, par, per præmissam itaque constat a c esse parem, quod est propositum.

a . . . . c . . . . . d . b

Eucli. ex Zamb. Theorema 26 Propositio 26

26 **Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.**

THEON ex Zamberto. *Ab impari nanque α ε, impar auferatur ε γ. Dico quod reliquus γ α par est, nam quoniam α ε impar est, auferatur unitas ε δ: reliquus igitur α δ, par est. Iam id propterea & γ δ par est (per diffinitionē) quare & reliquus γ α par est, quod ostendere oportuit.*

α . . . . . γ . . . . δ . β

Eucli. ex Camp. *Propositio 28*

28 SI à numero impari numerum parem subtrahas, qui relinquitur impar est.

CAMPANVS. Sit a b impar, à quo detrahatur a c qui sit par. Dico b c residuũ esse imparem. Sit enim b d unitas, eritq; a d par. Et quia a c est par, erit per 25 c d par, cum itaq; sit d b unitas, erit c b impar, quod est propositum.

a . . . . . . c . . . . d . b

Eucli. ex Zamb. *Theorema 27* *Propositio 27*

27 Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit.

THEON *ex Zamberto. Ab impari nanq; α β, par auferatur β γ. Dico quod reliquus γ α impar est. Auferatur unitas α δ, igitur δ β par est: est autem β γ par, & reliquus igitur γ δ, par est, est autem & unitas δ α, igitur γ α impar est, quod ostendere oportuit.*

α . δ . . . . . γ . . . . β

Eucli. ex Camp. *Propositio 29*

29 SI numerus impar in numerum parem ducatur, qui inde producetur erit par.

CAMPANVS. Ex 23 manifestum est quod dicitur.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 28* *Propositio 28*

28 Si impar numerus parem multiplicans, aliquem fecerit, qui gignitur par est.

THEON *ex Zamberto. Impar enim numerus α, parem β multiplicans, ipsum efficiat. Dico quod γ par est. Nam quoniam α ipsum β multiplicans, ipsum γ fecit, igitur γ ex totidem ipsi β æqualibus quotæ sunt in α unitates componitur: estq; β par, igitur γ ex paribus componitur. Si uero numeri pares quotcunq; componantur, totus par est, (per 21 noni) igitur γ par est, quod ostendere oportuit.*

γ . . . .
β . . . .
α . . .

Eucli. ex Camp. *Propositio 30*

30 SI in imparem ducatur impar, qui producetur erit impar.

CAMPANVS. Hæc quoq; ex 24. manifesta est.

Hæ sequentes 2 ex Campano propositiones, nullas sibi ex Zamberto respondentes habent.

Eucli. ex Camp. *Propositio 31*

31 Si numerus impar numerum parem numeret, numero pari eum numerabit.

CAMPANVS. Si enim numero impari eum numeraret, ex impari in imparem fieret par, quod est inconueniens per præmissam.

Eucli. ex Camp. *Propositio 32*

32 Si impar imparem numeret, impariter eum numerat.

CAMPANVS. Si enim pariter eum numeraret, ex numero impari in numerũ parem fieret impar, quod est inconueniens per 29.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 29* *Propositio 29*

29 Si impar numerus imparem numerum multiplicans, fecerit aliquem, factus impar erit.

THEON *ex Zamberto. Impar enim numerus α, imparem numerum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Dico quod γ impar est. Nam quoniam α ipsum β multiplicans, ipsum fecit γ, igitur γ ex totidem ipsi β æqualibus quotæ sunt in α unitates, componitur. Est autem uterq; ipsorum α, β, impar. Igitur γ ex imparibus conflatur numeris, quorum multitudo impar est. Quare (per 23 noni) impar est, quod ostendere oportuit.*

γ . . . .
β . . . . .
α . . .

Eucli. ex

CAMPANVS. Sit a numerus par cuius dimidium b, sitq́ c numerus impar qui numeret a, dico quod c numerabit b, numeret enim a secũdum d, eritq́ per 11, d numerus par. Esto igitur eius dimidiũ, e, ducaturq́ c in e, & proueniat f, eritq́ per 19 septimi, a ad f, sicut d ad e, & quia etiam est a ad b, sicut d ad e, sequitur b & f esse æquales, cum itaq́ c numeret f, idem numerabit b, quod est propositũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 30 Propositio 30

30 Si impar numerus parem numerum mensus fuerit, & eius dimidium metietur.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, parem numerum β metiatur. Dico quod & eius dimidium metietur. Nam quoniam α ipsum β metitur, ipsum metiatur per γ. Dico quod γ non est impar. Si enim posibile, sit impar. Et quoniam α metitur ipsum β per γ, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum effecit β. Igitur β componitur ex imparibus numeris, quorum multitudo impar est. Igitur β impar est, quod est absurdum, supponitur enim par. Igitur impar non est, par igitur est γ. Quare α ipsum β metitur pariter, & γ igitur ipsum β metitur per α: habet autem uterq; ipsorum γ, β, partem dimidiam, est igitur sicut γ ad β, sic dimidium ad dimidium: metitur autem γ ipsum β per α, & dimidium ipsius metietur ipsius β dimidium per α, igitur α, dimidium multiplicans ipsius γ dimidium ipsius β efficit. Igitur α ipsius β dimidium metitur, metiturq; per ipsius γ dimidium. Idq; propterea α ipsius dimidium metietur, quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 34

34 SI numerus impar ad aliquem fuerit primus, idem ad eiusdem duplum erit primus.

CAMPANVS. Sit a numerus impar primus ad b, cuius duplum sit c. Dico quod a est primus ad c, sin autem, numeret eos d. Cumq́ a sit impar, sequitur d esse imparem, quicunq́ enim impar parem numerat, pari numero eum numerabit per 11, per præmissam itaq́ a numerabit b, non sunt igitur a & b contra se primi, quod est contra hypothesin.



Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 31

31 Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit, & ad ipsius duplum primus erit.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, ad numerum aliquem β, primus esto, ipsius autem β, duplus esto γ. Dico quod α ad γ primus est. Si autem α, γ, non sunt primi, metitur eos aliquis numerus, metiatur, & esto δ: est autem impar numerus, α, impar igitur & δ. Et quoniam δ impar existens ipsum γ metitur, est autem & γ par, igitur δ metietur ipsius γ dimidium (per præcedentem) Dimidium autem ipsius γ, est β, igitur δ ipsum β metitur, metitur autem & α. Igitur δ, ipsos α, β, metitur primos adinuicem existentes, quod est absurdum. Igitur α ad γ primus est. Ipsi igitur α, γ, primi sunt adinuicẽ, quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 35

35 NVmeri à duobus dupli, sunt pariter pares tantum.

CAMPANVS. Sint unitas a, b, c, d, continue proportionales, sitq́ a binarius. Dico omnes eos esse pariter pares, eisq́ secundum hanc proportionem in infinitũ auctis, nullum alium esse pariter parem. De his quidem constat per diffinitionem, cum per 11 quilibet præcedens numeret quemlibet, sequentem per aliquem eorum quos omnes oportet esse pares, & nullus alius numeret aliquem eorum per 13 eo quod a qui est binarius unitatem sequens est primus. Quod autem nullus alius ab his sit pariter par, cõstat sic. Posito enim aliquo, diuidatur in duas medietates, cuiusq́ medietas in duas, & hoc toties fiat, quousque numerus aut unitas diuisionem impediat, quod necesse est euenire per ultimam petitionem. Siquidem numerus hanc prohibeat, ipse erit impar, qui cum numeret pariter parem positum, non erat pariter par, qui positus est pariter par. Si autem unitas, non erit is alius a continue duplis ab unitate.



Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 32

32 **A binario duplorum unusquisq;, pariter par est tantum.**

THEON ex Zamberto. *A binario enim α, duplicentur quotcunq; numeri β, γ, δ. Dico quod ipsi β, γ, δ, pariter pares sunt tantum. Quod quidem unusquisq; pariter par est, manifestum est à binario enim est duplicatus. Dico quod & tantum. Exponatur unitas ε. Quoniam igitur ab unitate quotlibet numeri continue proportionales sunt, qui autem post unitatem α primus est, maximum ipsorum α, β, γ, hoc est ipsum δ nullus metitur præter ipsos α, β, γ. (per 13 noni.) Est autem unusquisq; ipsorum α, β, γ, pariter par. Igitur δ pariter par est tantum. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisque ipsorum α, β, γ, pariter par est tantum, quod oportuit ostendere.*

δ . . . .
γ . . . .
β . . . .
α . .
.
unitas

Eucli. ex Camp. Propositio 36

36 **NVmerus cuius medietas est impar, est pariter impar.**

CAMPANVS. Sit a numerus, cuius medietas quæ sit b, sit impar. Dico a, esse pariter imparem. Sit enim c binarius, manifestum itaque, quoniam ex c in b fit a. Sit autem d quilibet numerus par numerans a, qui numeret eum secundũ e, eritq; per secundam partem 20 septimi, e ad b, sicut c ad d. Igitur e numerat b, quia c numerat d. Eritq; itaq; e numerus impar, erat enim & b, per diffinitionem igitur a est pariter impar.

a . . . .
b . . . . b . . .
c . . d . . . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 33

33 **Si numerus dimidium imparem habuerit, pariter impar est tantum.**

THEON ex Zamberto. *Numerus enim α, dimidium habeat imparem. Dico quod α pariter impar est tantum. Quod quidem pariter impar, est manifestum. eius nanque dimidius impar existens, eum pariter metitur (per diffinitionem.) Dico quod & tantum. Si enim α pariter par est, & eius dimidius par est (per diffinitionem:) metietur igitur eum par numerus, per parem numerum. Quare & dimidium eius metietur (per 19 numerus) par, impar existens, quod est absurdum. Igitur δ pariter impar est tantum, quod oportuit ostendere.*

α . . . .

Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 **OMnis numerus à duobus non duplus, cuius medietas est par, est pariter par & impariter.**

CAMPANVS. Sit numerus a, non duplus a duobus, cuius medietas quæ sit b, ponatur par: dico ipsum esse pariter parem & impariter. Sit enim c binarius, de quo manifestum est quod ipse numerat a secũdum b: quia uero a non est duplus a duobus, necesse est si eius medietas quæ est b, in alias duas medietates diuidatur, medietatisq; medietas in alias duas, ut tandem occurrat numerus impediẽs diuisionem, qui propter hoc quod diuisionem non recipit, erit impar, sitq; is in quo sistit diuisio, d. In numero quippe necesse est stare, quia si usq; ad unitatem perueniret diuisio, esset a de numeris duplis a binario, de quibus nõ est. de d uero manifestum est quod & ipse numerat a per hanc cõmunem scientiã. Omnis numerus alium numerat omnem numeratũ ab illo. Numeret ergo eum secundum e, eritq; e, par, alioquin cum d sit maior impar, sequeretur per 36 a esse imparem. Quia igitur b numerus par numerat a secundũ c, qui quoq; est par (est enim binarius) at uero c numerus par numerat eundem secundum d qui est impar, constat ex diffinitione numerum a esse pariter parem & impariter, quod est propositum.

a . . . .
b . . . . . . d . . .
c . . e . . . .

Eucli. ex Zamb. Theorema 34 Propositio 34

34 **Si numerus neq; à binario fuerit duplus, neq; dimidium imparem habuerit, pariter par est & pariter impar,**

THEON ex Zamberto. *Numerus enim α non sit à binario duplus, neq; dimidium habeat imparem. Dico quod α pariter par est & pariter impar, quod quidem α pariter par est, manifestum est: dimidium namq; non habet imparem. Dico iam quod & pariter impar est. Si enim ipsum α bifariam secuerimus, idq; semper efficientes, in quendam numerum * desinemus imparem, qui ipsum metietur α per parem numerum. Si enim non desinemus in quendam imparem numerum, qui per parem numerum metiatur ipsum α: ad binarium enim ueniemus, eritq; ipse α ex iis qui à binario duplicati sunt, quod non supponitur.*

α . . . .

* καταντήσομεν incidemus

ponitur. Quare α, pariter impar est, patuit autē quod & pariter par. Igitur & pariter par & est pariter impar. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 38

38 SI de secundo atque ultimo numerorum continue proportionalium, æquale primi dematur, quantum est reliquum secūdi ad primum tantum esse reliquum ultimi ad coaceruatum ex cunctis præcedentibus necessario comprobatur.

CAMPANVS Sint continue proportionales a b. c d. e f. g h, dematurq́ de c d, æqualis a b. qui sit c k, & de g h. qui sit g l. Dico tunc quod proportio k d ad a b, est sicut l h ad compositum ex e f. c d & a b. Sumatur ex g h, æqualis e f, qui sit g m, & æqualis c d, qui sit g n, eritq́ l n. æqualis k d. Manifestum autem per 11 septimi, quod cum sit g h ad g m sicut g m ad g n, erit h m residuum ad m n residuum, sicut g h ad g m, ideoq́ sicut e f ad c d, simili quoque modo erit m n ad l n, sicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f, & m n ad c d, sicut n l ad a b, itaque coniuncti per 11 septimi, erit l h compositus ex h m, m n & l n. ad compositum ex e f. c d & a b, sicut l n a ad b, ideoq́ sicut k d ad a b, quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 35

35 Si fuerint quotcunque numeri continue proportionales, auferantur autem à secundo & ultimo æquales ipsi primo, erit sicut secundi excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes se præcedentes.

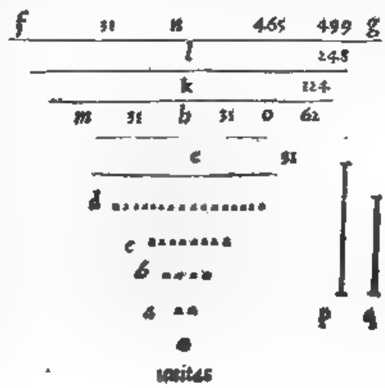
THEON ex Zamb. *Sint quotcunque numeri continue proportionales α, β, γ, δ, ε, ζ, incipientes ab α minimo. auferaturque ab ipsis β γ, & ε ζ, ipsi α æqualis uterque ipsorum γ, η, ζ, θ. Dico quod est sicut β, η, ad α, sic est θ ε, ad α, β, γ, δ. Ponatur enim ipsi quidem β, γ, æqualis ζ κ, ipsi autem δ, æqualis ζ λ. Et quoniam ζ ε ipsi γ β, est æqualis, quorum ζ θ, ipsi ε η, est æqualis, reliquus igitur θ κ, reliquo γ β est æqualis. Et quoniam est sicut ε ζ, ad δ sic est δ ad β γ & β γ, ad α, æquus autem est δ, ipsi ζ λ, & β γ, ipsi ζ κ & α ipsi ζ θ, est igitur sicut ε ζ, ad ζ λ, sic λ ζ, ad ζ κ, & κ ζ ad ζ θ, diuidēdo ergo (per 17 quinti.) & sicut ε λ ad λ ζ, sic λ κ ad ζ κ, & κ ζ, ad ζ θ. Est igitur & sicut unus antecedentiū ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut κ θ ad ζ θ, sic ε λ, λ κ, κ θ, ad ipsos λ ζ, ζ κ, ζ θ, æqualis autem est κ θ, ipsi β η, & ζ θ, ipsi α, ipsi autem ζ λ, ζ κ, ζ θ, ipsis δ, β γ, α, est igitur sicut β η ad α, sic ε θ, ad δ, β, γ, α Est igitur sicut secundi excessus ad primum, sic est ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes. Quod ostendere oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 CVm coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum, extremus eorum in aggregatū ex eis ductus producit numerum perfectum.

CAMPANVS. Sint ab unitate continue dupli, a, b, c, d, ex eis autem & unitate coaceruatus sit e: qui ponatur esse numerus primus in quem e multiplicetur d, & proueniat f g, dico f g esse numerum perfectum. Sumantur igitur h. k, l, continue dupli ad e, ut tot sint e, h, k, l. quot sint cōtinue dupli ad unitatē sumpti, eritq́ per æquā proportionalitatē, ad e, sicut d ad a, quare per primā partem 10 septimi, ex a in l prouenit, f g, nam ipse f g, prouenit ex d in e. Et quia a est binarius, est f g duplus ad l, sunt igitur e, h, k, l, & f, g: continue proportionales. Dematur igitur ex h, æqualis e qui sit m h, & residuus h o, qui erit etiam æqualis e, itemq́ ex f g dematur eidem e æqualis qui sit f n, eritq́ per præmissam n g, quātum aggregatum ex e & h & k & l. Sed & f n cum sit æqualis e, est quantum aggre

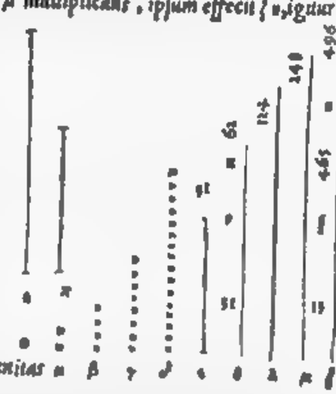


gatum ex a & b & c & d & unitate, itemq́ totus f g est quantus aggregatus ex omnibus his scilicet a, b, c, d & unitate & illis e, h, k, l, de quibus omnibus manifestum est, quod numerant eum scilicet f g, e quidem secundum h, & h secundum k, quod ex prima parte 14 septimi conuincitur, adiuuãte æqua proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut d ad c, sic k ad h, & ut d ad b, sic k ad e, per æquam proportionalitatem, quare & ex e in h, & ex b in k, necesse est prouenire f g, quem dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g, ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum numeret, patet. Si enim hoc possibile est, sit p qui numeret eum secundũ q, eritq́ per 11 septimi, ut e numeret alterũ eorũ, ponaturq́ quod numeret p. Et quia per secundam partem 10 septimi, est q ad d sicut e ad p, sequitur ut q numeret d quare cum a qui sequitur unitatẽ sit primus (est enim binarius) erit q per 11 huius aut a aut b aut c, quicunque autem horum fuerit, erit p, aut l, aut k aut h, si enim q fuerit a, constat quod p erit l. quod si fuerit b, p erit k, si autem c, p quoque erit h. non est igitur p diuersus ab illis ut fuerat positum, relinquitur ergo quod f g sit numerus perfectus. quod erat demonstrandum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 36 Propositio 36

36 Si ab unitate quotcũq; numeri continue expositi fuerint in duplici proportione, quoad totus compositus primus fuerit, & totus in ultimum multiplicatus aliquem fecerit, qui gignitur perfectus erit.

THEON ex Zamb. *Ab unitate siquidem exponantur quotcunque numeri continue in duplici proportione, quoad totus cõpositus primus sit α, β, γ, δ, & toti æquus esto ε, & ε ipsum δ multiplicãs, ipsum efficiat ζ η. Dico quod ζ η perfectus est. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, totidem ab ε accipiantur in duplici proportione, hoc est ε, θ, κ, λ, μ. Ex æquali igitur (per 13 septimi.) est sicut α ad δ, sic est ε ad μ. Igitur qui ex ε, δ, ei est æquus qui ex α, μ, estq́ qui ex ε, δ, ipse ζ η. Igitur qui ex α, μ, ipsi ζ η, est æqualis. Igitur α, ipsum μ multiplicans, ipsum effecit ζ η, igitur μ ipsum ζ η, metitur per eas quæ in α sunt unitates. Est autem binarius α, duplus ergo est ζ η ipsius μ. Sunt autem & μ, λ, θ, κ, ε, continue duplices adinuicem, igitur ε, ζ, κ, λ, μ, ζ η, continue sunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam à secundo κ θ, & ultimo ζ η, ipsi ε primo æqualis uterq; ipsorum θ ν, & ζ ξ. Est igitur (per præcedentem,) sicut secundi numeri excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes, est igitur sicut ν κ, ad ε, sic est ξ η, ad ipsos μ, λ, κ, θ, ε. At est ν κ, ipsi ε, æquus, & ξ η, igitur ipsis μ, λ, θ, κ, ε, est æquus. Est autem & ζ ξ, ipsi ε æqualis, id est ipsis α, β, γ, δ, & unitati. Totus igitur ζ η, æqualis est & ipsis ε, θ, κ, λ, μ, & ipsis α, β, γ, δ, & unitati, & sub eorum dimensionem cadit. Dico quod ipsum ζ η, nullus alius metitur, præter ipsos α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem. Si enim possibile metiatur ipsum ζ η ipse ο, & ο nulli ipsorum α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, esto idem, & quoties ο ipsum ζ η metitur, tot unitates sint in π. Igitur ο ipsum π multiplicans ipsum fecit ζ η. Sed & ε ipsum δ multiplicans, ipsum effecit ζ η, est igitur (per 19 septimi.) sicut ε ad ο, sic π ad δ, uicissim igitur (per 9 septimi.) sicut ε ad π, sic ο, ad δ. Et quoniam ab unitate continue proportiõales sunt ipsi α, β, γ, δ, qui uero post unitatem α primus est, igitur δ nullus alius numerus metitur præter α, β, γ, (per 13 noni.) Supponiturque nulli ipsorum α, β, γ, ipse ο, idẽ, igitur ipsum δ ipse ο, non metitur. Sed sicut ο ad δ, sic ε ad π, neque ε igitur ipsum π metitur, estq́; ε primus, omnis autem primus numerus ad omnem quem non metitur primus est (per 31 septimi:) igitur ipsi ε, π, primi sunt adinuicem, primi autem & minimi, minimi uero metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi,) antecedens antecedentem, & sequens sequentem. Estq́; sicut ε ad π sic ο ad δ, æque igitur ε ipsum ο metitur, & π ipsum δ. Sed δ nullus alius metitur præter α, β, γ, igitur π, uni ipsorum α, β, γ, est idem. Sit π ipsi β idẽ, & quot sunt ipsi β, γ, δ, multitudine, totidem assumantur ab ipso ε, ipsi ε, θ, κ, λ, sunt autem ipsi ε, θ, κ, λ, ipsis β, γ, δ, in eadem ratiõe, ex æquali ergo per 13, est sicut β ad δ, sic ε, ad λ, igitur qui ex β, λ, ei qui ex δ, ε, est æqualis, & qui ex δ, ε, ei qui ex π, ο, est æqualis, & qui ex π, ο, igitur, ei qui ex β, λ, est æqualis. Est igitur sicut π ad β, sic λ ad ο, estque π, ipsi β idem, & λ, igitur ipsi ο est idem, quod est impossibile. Nã ο nulli expositorũ supponitur idem: igitur ipsum ζ η, aliquis numerus non metitur præter α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem, & ostensum est quod ζ η, ipsis α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitati est æqualis, perfectus autem numerus est (per diffinitionem) qui suis partibus est æqualis, perfectus igitur est ζ η, quod ostendere oportuit.*



NONI LIBRI FINIS

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEMENTORVM LIBER DECIMVS.

Ex Campano *Diffinitiones*

Quantitates quibus fuerit una quantitas communis eas numerans, dicentur communicantes. 2 Quibus uero non fuerit una communis quātitas eas numerans, dicentur incommensurabiles. 3 Lineæ in potentia communicantes dicuntur, quarum superficies quadratas una communis superficies numerat. 4 Lineæ incommensurabiles in potentia dicūtur, quarum superficies quadratas non numerat una communis superficies. Quæ cum ita sint, manifestum est quia omni lineæ positæ, multæ aliæ sunt incōmensurabiles, quædam in longitudine tantum, quædam in longitudine & potentia. 5 Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita, uocetur rationalis. 6 Lineæq́; ei communicantes, dicuntur rationes. 7 Eidem autem incommunicantes, dicuntur irrationales siue surdæ. 8 Omnis uero quadrata superficies de qua per hypothesin rationamur, dicitur rationalis. 9 Superficies uero ei communicantes, dicuntur rationales. 10 Eidem autem incommensurabiles superficies, dicuntur irrationales siue surdæ. 11 Latera uero quæ in illas quadratas possunt, dicuntur irrationalia.

Eucli. ex Zamb. *Diffinitiones*

Commensurabiles magnitudines dicuntur, quas eadē mensura dimetietur. 2 Incommensurabiles autem, quæ sub nullius communis mensuræ dimensionem cadunt. 3 Rectæ lineæ potentia commensurabiles sunt, quando quæ ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur. 4 Incommēsurabiles autem, quando nulla area communis mensura esse potest eorum quæ ex ipsis sunt quadratorū. His expositis indicatur, quod proposita recta linea hoc est à qua & cubitales, & palmi, & digitales, ac pedales sumuntur mensuræ, ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ commensurabiles & incommensurabiles. Commensurabiles quidem, aut potentia tantum, aut potentia & longitudine simul. Incommensurabiles uero, aut longitudine tantum, aut longitudine & potentia simul. 6 Vocatur igitur ipsa quidem proposita recta linea, rationalis. 7 Et quæ huic commensurabiles siue longitudine & potentia, siue potentia tantum, rationales. 8 Quæ autem incommensurabiles per utrunque, hoc est longitudine & potentia, irrationales appellantur. 9 Et quod quidem à proposita recta linea quadratum, rationale.

10 Et quæ huic commensurabilia, rationalia. 11 Et quæ huic incõmensurabilia, irrationalia dicuntur. 12 Et ipsorum (si quadrata fuerint latera, sin autem, alia quæpiam rectilinea, ipsa potentes æqualiaq; ipsis quadrata describentes, irrationales uocentur.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 SI duabus quantitatibus inæqualibus propositis maius dimidio à maiori detrahatur, itemque de reliquo maius dimidio dematur, deinceps quoque eodem modo, necesse est ut tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.

CAMPANVS Sint duæ quantitates inæquales a & b c, b c maior: dico quod toties potest maius dimidio detrahi ab ipsa b c uel, eius residuo, quod necesse erit reliqui quãtitatem minorẽ esse a. Multiplicetur enim a toties quousque excedat b c, sitq; eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaq; ab ipsa b c, maius dimidio, quod sit b. d. itẽq; ex residuo quod est g e, maius dimidio, quod sit g h, hoc quoque toties fiat, quousque b c diuisa sit in tot partes quoties a continetur in d e f. Dico tunc quod ultimũ residuũ ut est hic h c, est minus a. Multiplicetur nãque h c, quoties est multiplicata a in d e f, sitque eius multiplex k l m. Quia igitur una quæq; quantitatũ k, l, m, est æqualis h c, sequitur ut & k sit minor b g, sed & l, minor g h, at quia m est æqualis h c, erit per conceptionem k l m minor b c. quare minor d e f. Cũ sit ergo d e f ad a sicut k l m ad h c, sitque d e f maior k l m, sequitur per 14 quinti, quod a sit maior h c, quod est propositum. Idemq; sequitur, si a maiori dimidium dematur itemq; de reliquo dimidium, fiatq; toties quousque maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet suo multiplice maiorem positarum quantumlibet excedente.



CAMPANI annotatio. Attendere autem oportet, quod huic propositioni uidetur decima quinta tertij contradicere, proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo à duabus lineis rectis contento. Posito enim angulo quolibet rectilineo, si ab ipso maius dimidio dematur, itemq; de residuo maius dimidio, necesse uidetur hoc toties posse fieri quousque angulus rectilineus minor angulo cõtingentiæ relinquatur, cuius oppositum 15 tertij syllogizat. Sed hi nõ sunt uniuoce anguli, non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingentiæ toties contingit sumi, ut qualencunque rectilineum excedat, quod necessarium est (ut ex præhabita demonstratione patet) ad hoc ut consequens ex antecedente sequatur. Planum ergo est etiam quemlibet angulum rectilineum, infinitis angulis contingentiæ esse maiorem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Duabus magnitudinibus inæqualibus expositis, si à maiore auferatur maius quàm dimidium, & eius quod relictum est maius quàm dimidium, idque semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita.

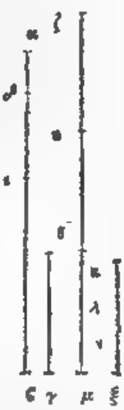


THEON ex Zãb. *Sint binæ magnitudines inæquales αβ, γ, quarũ maior sit αβ. Dico quod si ab ipsa αβ, auferatur maius quàm dimidium, & reliqui maius quàm dimidiũ, & hoc semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita γ. Et quoniam minor est γ, igitur γ, multiplicata, maior tandem erit quàm αβ, multiplicetur, & esto δε, ipsius quidem γ, multiplex, maior autem quàm αβ. Diuidaturq; δε, in æquales ipsi γ, hoc est δζ, ζη, ηε. Auferaturq; ab ipsa αβ, maius quàm dimidium, βθ, & ab ipsa αθ, maius quàm dimidiũ, hoc est θκ, & hoc fiat semper, quoad quæ in αβ, sunt diuisiones æquales sint multitudine eis quæ in ipso δε, sunt diuisionibus, sintque igitur ακ, κθ, & θβ, diuisiones, æquales existentes multitudine ipsi δζ, ζη, & ηε. Et quoniam maior est δε, quàm αβ, ablatumq; est ab ipsa δε, minus, quàm dimidiũ hoc est εη, ab ipsa autem αβ, maius quàm dimidium βθ, reliquum igitur θδ, reliquo θα, maius est. Et quoniam maius est ηδ, quàm θα, ablatũq; ab ipsa ηδ, dimidium hoc est ηζ, ex ipsa autem αθ, maius dimidio hoc est θκ, reliquum igitur*

δζ

δ ξ, reliquo α κ, maius eſt. Aequale autẽ eſt δ ζ, ipſi γ. & γ igitur, ipſo α κ, maius eſt, minus igitur eſt α κ. ipſo γ. Relinquitur igitur ex α β, magnitudine ipſa α κ magnitudo, minor exiſtẽs minore expoſita magnitudine γ, quod oportuit demõſtraſſe. Similiter quoque oſtendetur ſi dimidia ſublata fuerint.

ALITER idem oſtendere. Conſiſtent binæ magnitudines inæquales α, ϐ, γ. Sit autem γ minor. Et quoniam minor eſt γ, igitur γ multiplicata, maior erit tandem quàm α β, multiplicetur, & eſto ζ μ. ipſius γ multiplex. Diuidaturque ζ μ, in ipſi γ æqualia, hoc eſt μ θ, θ ν, ν ξ. Et ab ipſa α β, auferatur maius quàm dimidiũ β ι, & ex ipſa ι α, maius quàm dimidium, hoc eſt ι δ, & hoc fiat, quoad quæ in ipſa ζ μ, diuiſiones, æquales fiant ipſis quæ ſunt in α β, diuiſionibus, fiant autem ſicut ϐ ι, ι δ, & δ α. Et ipſi δ α, unaqueq; ipſarum κ λ, λ ν, & ν ξ, eſto æqualis, & hoc fiat, quoad diuiſiones quæ ſunt in κ ξ, fiant æquales eis quæ ſunt in μ ζ. Et quoniam β ι, maior eſt quàm dimidium ipſius α β, ipſa ϐ ι, maior eſt quàm ι α, multo maior igitur eſt ϐ ι, quàm δ α. Sed ipſi δ α. æqualis eſt κ λ, igitur β ι, maior eſt quàm ν ξ. Rurſus quoniã δ ι, maior eſt quàm dimidiũ ipſius ι α, ipſa igitur δ ι maior eſt quàm δ α, ſed ipſa δ α, æqualis eſt ipſi λ ν, igitur ipſa δ ι, maior eſt quàm λ ν. Tota igitur δ β, maior eſt quàm ξ λ. Sed ipſa δ α, æqualis eſt ipſi ν κ. Tota igitur α ϐ, maior eſt quàm κ ξ. Sed ipſa, μ ξ, maior eſt quàm β α, multo maior igitur eſt μ ζ, quàm κ ξ. Et quoniã ξ ν, ν λ, & λ κ, ſibi inuicẽ ſunt æquales, & μ θ, θ ν, & ν ξ, ſibi inuicẽ ſunt æquales & æqualis eſt multitudo ipſarũ quæ in μ ζ, multitudini ipſarũ quæ in κ ξ, eſt igitur ſicut κ λ, ad ξ ν, ſic λ ν, ad ν θ, & ν ξ, ad θ μ, igitur (per 12 quinti,) ſicut κ λ, ad ξ ν, ſic ξ κ, ad ξ μ. Maior autẽ eſt ζ μ, quàm κ ξ, maior igitur eſt & ζ ν, quàm λ κ. At ξ ν, æqualis eſt ipſi κ λ, ipſi α δ. Igitur γ maior eſt quàm α δ. Quod oportuit demonſtrare.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 2

2 SI fuerint duæ quantitates inæquales, detrahaturq; à maiori æquale minori donec minus eo ſuperſit, ac deinde à minori ipſius reliqui æquale dematur donec minus eo relinquatur, denuo quoq; reliquo primo æquale reliqui ſecundi donec minus eo ſuperſit auferatur. & in huiuſmodi continua detractione nullum reliquum quod ante relictum numeret inueniatur, eas duas quantitates incommenſurabiles eſſe neceſſe eſt.

CAMPANVS Simile huic propoſuit prima ſeptimi in numeris. Sint duæ quantitates inæquales a & b maior a, quibus (ſi fiat reciproca quoad poteſt detractio) nõ occurrat (etiam ſi infinities fiat) aliqua quantitas detractionem impediens, ſiue ante relictum numerans, dico eas incommenſurabiles eſſe. Si autem ſint cõmenſurabiles, ſit cõmunis earum mẽſura c Detrahatur igitur b, ex a quoties poteſt, ſitq; reſiduũ d, quod reſiduum detrahatur ex b quoties poteſt. & ſit reſiduum e. Fiatq; toties iſta detractio, quouſq; ex alterutra duarũ quãtitatũ a & b, remaneat minus c, hoc enim neceſſe eſt eſſe poſſibile per præcedentẽ. ſitq; hic e minus c. Cũ igitur c mẽſuret b detractam ab a. & etiam a, menſurabit per conceptionem, d reſiduum, ideoq; cum menſuret d detractum ab ipſo b, & etiã ipſum b, mẽſurabit e, reſiduum, ſed erat minus c, maior ergo quantitas, menſurat minorem, quod eſt impoſſibile.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2 Si duabus magnitudinibus inæqualibus expoſitis: ſublata ſemper minore à maiore reliqua minime metiatur præcedentem, incommẽſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

THEON ex Zamb. Duabus enim magnitudinibus inæqualibus exiſtentibus α ϐ, γ δ, & exiſtente minore ipſa α β, ſublata ſemper minore ipſa α ϐ, à maiore γ δ, reliqua nequaquã metiatur præcedentem. Dico quod incommenſurabiles ſunt ipſæ α ϐ, γ δ, magnitudines. Si enim ſunt commenſurabiles metietur (per 1 diffinitionem decimi,) eas aliqua magnitudo, metiatur ſi poſſibile eſt, & eſto ι, & α β, ipſam δ ζ metiens, relinquat ſeipſa minorem γ ζ. At γ ζ ipſam β η metiẽs: (per 1 decimi,) relinquat ſeipſa minorem α η, & hoc ſemper fiat, quoad ſumpta fuerit quædã magnitudo quæ ſit minor quàm ι, fiat, & (per præcedentem) ſumatur α η, minor quàm ι. Quoniam igitur ι ipſam α β metitur, ſed α ϐ ipſam δ ζ metitur igitur ι ipſam δ ζ, metietur, metitur autem & totam γ δ, igitur & reliquam γ ζ metietur. Sed γ ζ, ipſam β η, metitur, & ι, igitur ipſam ϐ η metitur, metitur autem & totam α β, & reliquam igitur α η metietur, maior minorem, quod eſt impoſſibile. Ipſas igitur α ϐ, γ δ, nulla metietur magnitu



do. incommensurabiles igitur sunt ipsæ αβ, γδ, magnitudines. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur, auferaturq́; semper à maiore minor, & reliqua tamen præcedentem non metiatur, ipsæ magnitudines erunt incommensurabiles, quod oportuit demonstrare.

Eucli. ex Camp. *Propositio 3*

3 PRopositis duabus quantitatibus inæqualibus communicantibus, maximam quantitatem communiter eas numerantem inuenire.

CORRELARIVM

Ex hoc itaque manifestum est, quæ duas metitur quãtitates, maximam quoque communiter ambas metientem metiri.

CAMPANVS. Huius demonstrationem, si 2 septimi non ignoras, non potes ignorare. Si enim numeri nomen in quantitatis nomen conuertas, idem prorsus hic & illic efficies, processus enim utrobique idem erit.



Eucli. ex Zamb. *Problema 1* *Propositio 3*

3 Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam earum communem inuenire mensuram.

THEON ex Zamb. *Sint datæ binæ magnitudines commensurabiles αβ, & γδ, quarum minor sit αβ, oportet iam ipsarum αβ, & γδ, maximam communem inuenire mensuram. Igitur αβ, aut metitur ipsam γδ, aut nõ. Si enim metitur, metitur autem & seipsam, igitur αβ, ipsarum αβ, & γδ communis est dimẽsio. Et manifestum est quod & maxima, maior namq; ipsa αβ, magnitudine, ipsam αβ, non metietur. Non metiatur autem αβ, ipsam γδ. Sublata igitur semper minore à maiore, id quod relinquitur metietur quandoq; præcedentem, eo quia ipsæ αβ, γδ, sunt commensurabiles, & αβ, ipsam εδ metiens relinquat se ipsa minorem εγ, at εγ, ipsam ζβ, metiens relinquat se ipsa minorem, hoc est ζα, at ζα, ipsam γε metiatur. Quoniam igitur αζ, ipsam γε metitur, sed γε, ipsam ζβ metitur, & αζ, igitur ipsam ζβ metietur. Metitur autem & seipsam, & totam igitur αβ metietur ipsa αζ. Sed αβ, ipsam δε metitur, igitur αζ, ipsam εδ metietur, metitur autẽ & γε, & totam igitur γδ metitur. Igitur αζ, ipsas αβ, & γδ metietur, igitur αζ, ipsarum αβ, & γδ, cõmunis est dimensio. Aio quoque quod & maxima, si enim non erit aliqua magnitudo maior ipsa αζ, quæ ipsas αβ, & γδ, metietur. Sitque, inquam, η. Quoniam igitur η ipsam αβ, metitur, sed αβ ipsam εδ metitur, & η igitur ipsam εδ metietur. Metitur autem & totam γδ, & reliquam igitur γε metietur ipsa η. Sed γε ipsam ζβ, metitur, igitur & η, ipsam ζβ metietur, metitur autem & totam αβ, & reliquã igitur αζ metietur, maior minorem, quod est impoßibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipsa αζ, ipsas αβ & γδ magnitudines non metietur. Igitur αζ, ipsarum αβ, & γδ, maxima communis dimensio est. Duabus igitur magnitudinibus commensurabilibus datis αβ, & γδ, maxima communis dimensio inuenta est αζ, quod fecisse oportuit.*



CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est, quod si magnitudo binas magnitudines mẽsa fuerit, & maximam earum communem dimensionem metietur.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 4*

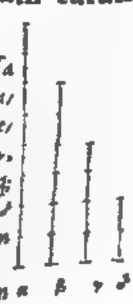
4 PRopositis tribus quantitatibus communicãtibus, maximam eas communiter numerantem inuenire.

CAMPANVS Hæc ex tertia septimi, sic patet, sicut præmissa ex secũda. Simulq́; correlarium ex hac deduces, ut illic ex secunda deductũ est.

Eucli. ex Zamb. *Problema 2* *Propositio 4*

4 Tribus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam earum communem mensuram inuenire.

THEON ex Zamb. *Sint datæ tres magnitudines commensurabiles α, β, γ, oportet iam ipsarum α, β, γ, maximam communem mensuram inuenire. Sumatur enim (per 3 decimi) ipsarum duarum α, β, maxima communis mensura, sitq́; illa δ. Igitur δ ipsam γ aut metitur, aut non metitur, metiatur primum. Quoniã igitur δ ipsam γ metitur, metitur autem & ipsas α β, igitur δ ipsas α, β, γ, metitur. Igitur δ, ipsarum α, β, γ, cõmunis dimensio est. Et manifestum quod maxima, maior namq; quàm δ magnitudo, ipsas α, β, γ, non metietur. Si enim poßibile, metiatur ipsas α, β, γ, magnitudine δ maior ipsa ε. Et quoniam ε, ipsas α, β, γ metitur, metitur & ipsas α, β, & ipsarum igitur α β maximam communem mensuram metietur, hoc est ipsam δ, maior uidelicet minorem quod est impoßibile.*



Non metiatur iam δ ipsam γ. Dico primum quod commensurabiles sunt ipsæ γ, δ, Quoniã enim

commen/

commensurabiles sunt ipsæ α,β,γ, metietur eas aliqua magnitudo, quæ uidelicet & ipsas α,β, metietur, quare & ipsarum α,β, maximam communem mensuram δ, metietur (per correlarium præcedentis, metitur autem & γ, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas γ,δ. Cõmẽsurabiles igitur sunt ipsæ γ δ. Sumatur (per 3 decimi, earũ cõmunis maxima dimensio, sitq; ε. Quoniam igitur ε ipsam δ, metitur, sed δ ipsas α,β. metitur, & ε igitur α, β, metitur, metitur autem & γ, Igitur ε, ipsarum α,β,γ, communis est mensura. Dico quod & maxima. Si enim possibile, sit magnitudo ζ, minor quàm ε, metiaturq; ζ ipsas α,β,γ. Et quoniam ζ ipsas α,β,γ, metitur, metitur & ipsas α,β, & ipsarum igitur α,β, (per præcedens correlarium) maximam communem mensuram metietur. At ipsarum α,β, maxima communis mensura est δ, Igitur ζ ipsum δ, metitur, metitur autem & γ, igitur ζ ipsas γ,δ metitur, & ipsarum ergo γ,δ, maximam communem mensuram (per præcedens correlarium) metietur ζ, maxima uero communis mensura ipsarum γ δ, est ε, igitur ζ ipsam ε metitur maior minorem, quod est impoßibile. Ipsa igitur magnitudine ε, maior aliqua magnitudo, ipsas α,β,γ, non metitur. Igitur ε. ipsarum α,β,γ, maxima communis est dimensio, si non metiatur δ ipsam γ. Si autem metiatur, ipsa est δ. Tribus igitur magnitudinibus commensurabilibus datis, maxima communis earum dimensio inuenta est, quod facere oportebat.

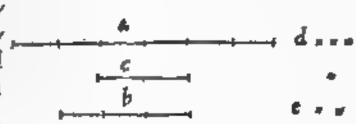


CORRELARIVM. *Ex hoc proinde manifestum est, quod si magnitudo tres magnitudines mensa fuerit, & maximam quoque earum communem dimensionem metietur. Similiterq; & in pluribus & communis maxima mẽsura, & subinde correlarium, inuenietur.*

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 OMnium duarum quantitatum communicantium est proportio tanquam numeri ad numerum.

CAMPANVS Sint duæ quantitates a & b, communicantes. Dico quod earum proportio est sicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit enim c maxima quantitas communiter mensurans a & b, reperta ut docet secunda huius, quæ mensuret a secundum numerum d, & b secundum numerũ e, eritq; a ad c ut d ad unitatem, eo quod sicut a est multiplex c, ita d est multiplex unitatis, ac c ad b, ut unitas ad e, quoniam sicut c est submultiplex b, ita unitas est sub multiplex e, igitur per æquam proportionalitatem a ad b, ut d ad e, quod est propositum.



Eucli ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

5 Commensurabiles magnitudines, adinuicem rationem habent quam numerus ad numerum.

THEON ex Zamberto. *Sint commensurabiles magnitudines α,β. Dico quod α ad β rationem habet, quam numerus ad numerum. Quoniam enim commensurabiles sunt α,β, metietur eas aliqua magnitudo, metiatur, & esto γ, Et quoties γ ipsam α, metitur, tot unitates sint in δ, quoties autem γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Quoniam igitur γ ipsum α metitur per eas quæ in δ sunt unitates & unitas metitur ipsum δ per eas quæ in ipso sunt unitates, æque igitur unitas ipsum δ metitur numerum, & γ magnitudo ipsam α, est igitur sicut γ ad α, sic est unitas ad δ, contra igitur (per correlarium 4 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad unitatem. Rursus quoniam γ ipsam β metitur per eas quæ in ε sunt unitates, metitur autẽ & unitas ipsum ε per eas quæ in eo sunt unitates, æque igitur unitas ipsum ε metitur. & γ ipsum β, Est igitur (per idem) sicut γ ad β, sic est unitas ad ε. Patuit autẽ quod & sicut α ad γ, sic δ ad unitatem, ex æquali igitur (per 21 quinti,) est sicut α ad β, sic est δ numerus ad ε numerum. Commensurabiles igitur magnitudines α,β, adinuicem rationẽ habent, quam numerus δ ad numerum ε, quod oportebat demonstrare.*

ἀνάπαλιν



Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 SI fuerint duæ quãtitates quarũ sit proportio unius ad alterã tanquam numeri ad numerum, eas duas communicãtes esse necesse est.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Ut si sit a ad b sicut numerus c ad numerum d, erunt duæ quãtitates a & b cõmunicantes. Sit enim e toties mensurans b, quoties est unitas in d, & toties mensurans f, quoties unitas in c. Cum sit igitur f ad e ut c ad unitatem, ac e ad b ut unitas ad d, erit per æquam proportionalitatem f ad b ut c ad, quare etiam ut a ad b, Igitur per primam partem 9 quinti f est æqualis a. Cum itaque e mensuret f, per



conceptionem mensurabit α, igitur α & β communicantes: mensurabat enim & β. quod est propositum. Eucli. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 6

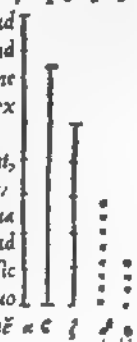
6 **Si binæ magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines.**

THEON *ex Zamberto.* *Binæ enim magnitudines α, β, ad inuicem rationem habeant, quam numerus δ ad numerũ ε. Dico quod commẽsurabiles sunt ipsæ α, β, magnitudines. Quot enim sunt in ipso α unitates, in tot æquales diuidatur (per 9 sexti) ipsa α, & uni earum æqualis esto γ. Quot autem unitates sunt in ε, ex totidẽ magnitudinibus ipsi γ æqualibus cõponatur ζ. Quoniã igitur quot sunt unitates in ipsa δ, tot magnitudines sunt & in ipsa α, æquales ipsi γ, qualis igitur pars est ε, unitas ipsius δ, talis pars est & γ ipsius α, est igitur sicut γ ad α sic ε, unitas ad ipsum δ. Metitur autem ε, unitas ipsum δ numerũ, metitur igitur & γ, ipsum, α. Et quoniã est sicut γ ad α, sic est ε unitas ad numerum δ, & contra (per correlarium 4. quinti,) sicut est α ad γ, sic est δ numerus ad ε unitatem. Rursus quoniam quot unitates sunt in ε, tot sunt & in ipsa ζ, æquales magnitudines ipsi γ, est igitur sicut γ ad ζ, sic ε unitas ad ζ numerum. Patuit autem & sicut α ad γ, sic est δ ad unitatem ε. Ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut α ad ζ, sic est δ ad ε. Sed sicut δ ad ε, sic est α ad β. Igitur (per 11 quinti,) & sicut α ad β, sic est & α ad ζ igitur α, ad utrãq; ipsarũ β, ζ, eandem habet rationem, æqualis (per 9 quinti,) igitur est β, ipsi ζ, metitur aũt γ, ipsam ζ, metitur igitur & β, sed & ipsam α. Igitur γ, ipsas α, β, metitur. Cõmensurabilis igitur est α ipsi β. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint quam numerus ad numerum, commensurabiles erunt ipsæ magnitudines, quod erat ostendendum.*

ἀνάπαλιν



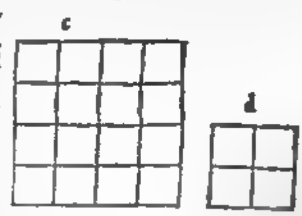
CORRELARIVM. *Ex hoc proinde manifestum est, si fuerint bini numeri δ, ε, & recta linea sicut α, quod datur & factu est possibile sicut numerus ad numerum sic recta linea ad rectam lineã. Si autem ut ipsarum α, ζ, media proportionalis sumpta fuerit, sicut β, erit sicut α ad ζ, sic quod ex ipsa α, ad id quod ex ipsa β, hoc est sicut prima α ad tertiam ζ, sic quod α prima ad id quod ex secũda simile sim literq; descriptum, (per correlariũ 19 sexti.) Sed sicut α ad ζ, sic est δ numerus ad ε numerum fit igitur sicut δ numerus ad ε, numerum, sic quod ex α, recta linea ad id quod ex β, recta linea.*



ALITER *idem ostendere.* *Binæ enim magnitudines α, β, adinuicem rationem habeant, quam numerus γ ad numerum δ, dico quod ipsæ magnitudines sunt commensurabiles. Quot enim sunt in ipso γ unitates, in tot æqualia diuidatur α, & uni earum æqualis esto ε. Est, igitur sicut unitas ad γ numerum, sic est ε ad α, est autem & sicut γ ad δ, sic α ad β, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut unitas ad ipsum δ numerum, sic est ε ad β, metitur autem unitas ipsum δ metitur igitur ε ipsum β, metitur aũt & α, quoniam unitas ipsum ε. Igitur ε, utramq; ipsarum α, β, metitur. Ipsæ igitur α, β, commẽsurabiles sunt, & ε, ipsarum cõmunis est dimẽsio.* Eucli. ex Camp. Propositio 6



6 **Omnium duarũ superficierum quadratarum quarum latera in longitudine cõmunicant, est proportio unius ad alteram, tanquã numeri quadrati ad numerum quadratum. Si uero fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratam tanquã proportio numeri quadrati ad numerũ quadratũ, erũt latera earũ in lõgitudine cõmunicantia. Quod si fuerit proportio superficiei quadratæ ad superficiẽ quadratã, nõ uelut numeri quadrati ad numerum quadratum, latera earum erunt in longitudine incommensurabilia.**



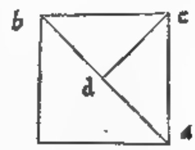
CAMPANVS. Sint a & b, duæ lineæ quadratæ, quarũ quadrata sint c & d. Dico quod si a & b cõmunicant in lõgitudine, erit proportio c ad d sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ, & econuerso. Si autem proportio c ad non sit sicut nũeri quadrati ad numerũ quadratũ, a & b erũt incõmẽsurabiles in lõgitudine, & ecõuerso. Verũtamẽ istud argumẽtũ quartũ nõ proponit. Primũ patet sic. Si a & b cõmunicant in longitudine, ipsæ per 5 erunt in proportione duorum numerorum qui sint e & f, quorũ quadrati sint g & h. Quia ergo est c ad d sicut a ad b proportio duplicata per 18 sexti, sequitur, ut sit etiam c ad d sicut e ad f duplicata, sed etiã est per 11 octa-

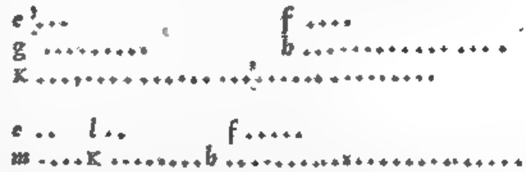


ui

ni,g ad h ut e ad f,duplicata,ergo c ad d,ficut g ad h,quod eſt primum. Secundum ſic. Sit c ad d,ſicut g numerus quadratus ad h numerum quadratum,dico quod a & b erũt in longitudine communicantes. Cum enim ſit c ad d ut a ad b,duplicata per 15 ſexti,& g ad h per 11 octaui ut e ad f duplicata,quare & ſimpla a ad b ſicut ſimpla e ad f:per 6 igitur ſunt a & b communicantes.quod eſt ſecundum. Tertium uero patet ex primo à deſtructione conſequentis. Similiter quartum patet ex ſecundo,à deſtructione cõſequentis,

CAMPANI *annotatio.* Ex tertia parte huius,nota diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ. Cum enim ſit quadratum diametri duplum quadrato coſtæ,dupla uero proportio nõ ſit ſicut numerorum quadratorum,ſequitur diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ in longitudine. Alioqui cum quaternarius ſit numerus quadratus,eſſent omnes pariter pares,quadrati,etiã alij infiniti qui non ſunt quadrati. Ducit autem Ariſtoteles ad iſtud inconueniens,ſi diameter ponatur commenſurabilis coſtæ,quod impar numerus erit æqualis pari, quod ſic patet. Sit enim diameter a b commenſurabilis lateri a c,eritque per 5 a b ad a c,ſicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f,qui ſint minimi in ſua proportione,eritque ob hoc,alter eorum impar. Si enim uterque par,non erunt minimi,quadrati quoque eorum ſint g & h,ſi ergo e eſt impar,erit quoq; ex 30 noni g impar,ſit itaq; k duplus ad h, eritque k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c ut e ad f,erit per 5 ſexti,& 11 octaui quadratũ a b ad quadratum a c per penultimã primi. Et quia etiã k eſt duplus ad h,ſequitur per 9 quinti ut g nũerus impar ſit æqualis k nũero pari. Quod ſi e ſit par,& f impar,erit proportio f ad dimidium e quod ſit l,ſicut a c ad dimidium a b, quod ſit a d,& ideo erit proportio quadrati a c ad quadratũ a d,ſicut proportio numeri h qui eſt impar per 30 noni ad quadratũ nũeri l,qui ſit m,cui k ponatur eſſe duplus,eritq; k per diffinitionẽ,par. At quia quadratũ a c eſt duplũ ad quadratũ a d per penultimam primi,erit h duplus ad m,cũque k ſit etiam duplus ad m,erit per 9 quinti numerus impar h æqualis k numero pari,quod eſt propoſitum.



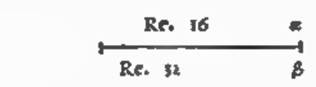


Sequentia duo ex Zamberto Theoremata.in Campano nihil reſpondens habent,

Eucli.ex Zamb. *Theorema 5* *Propoſitio 7* *Conuerſa quintæ.*

7 **Incommenſurabiles magnitudines adiuuicem rationem non habent, quam numerus ad numerum.**

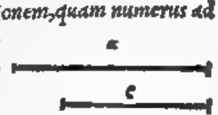
THEON *ex Zamberto.* *Sint incommenſurabiles magnitudines, α,β. Dico quod α,ad β,rationem nõ habet quam numerus ad numerum. Si enim habet α ad β,eam rationem quam numerus ad numerum,commenſurabilis erit α ipſi β,(per ſextam decimi Non eſt autem,igitur α ad β rationem non habet,quam numerus ad numerum. Incommenſurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem,quam numerus ad numerum,quod oportuit demonſtraſſe.*



Eucli.ex Zamb. *Theorema 6* *Propoſitio 8* *Conuerſa ſextæ*

8 **Si binæ magnitudines adinuicem rationem non habuerint quam numerus ad numerum incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.**

THEON *ex Zamb.* *Binæ enim magnitudines α,β,adinuicem non eam habeant rationem,quam numerus ad numerum. Dico quod ipſæ α,β,magnitudines ſunt incommenſurabiles. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β,rationem habebit quam numerus ad numerum (per quintam decimi) non habet autẽ. Incõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ α,β,magnitudines. Si binæ igitur magnitudines,& quæ ſequuntur reliqua,quod erat oſtendendum.*



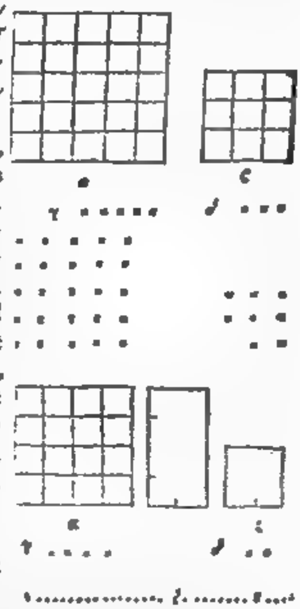
Eucli.ex Zamb. *Theorema 7* *Propoſitio 9*

9 **A lõgitudine cõmẽſurabilib9 rectis lineis quadrata,adinuicẽ rationẽ habẽt**

quàm

quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem habentia quam quadratus numerus ad quadratum numerum, latera quoque habebunt longitudine cõmensurabilia. A longitudine uero in commensurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicem rationẽ non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Et quadrata adinuicem rationem non habentia quã quadratus numerus ad quadratum numerum, neque latera habebunt longitudine commẽsurabilia.

1 THEON ex Zamberto. *Sint enim α, ϐ, longitudine commensurabiles. Dico quod quadratum quod ex α, ad id quod ex ϐ, quadratum rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quoniam enim commensurabilis est α, ipsi ϐ, longitudine, igitur α ad ϐ, rationẽ habet quam numerus ad numerum (per 5 decimi,) habeat, inquam quam γ, ad δ. Quoniam igitur est sicut α ad ϐ, sic est γ numerus ad δ numerum, sed ipsius quidẽ α ad ϐ, rationis, dupla est ipsius α quadrati ad ipsius ϐ, quadratum ratio (similes namque figuræ (per 19 sexti & per correlarium primum 20 sexti.) in dupla sunt ratione similis rationis laterum) ipsius autem γ, numeri ad δ, numerum rationis, dupla est ratio ipsius γ quadrati ad ipsius δ quadratũ (Binorum etenim quadratorum numerorũ (per 11 octaui.) unus medius proportionalis est numerus, & quadratus ad quadratũ duplam rationem habet quam latus ad latus: est igitur sicut quadratum quod ex α, ad quadratum quod ex ϐ, sic ex γ, numero quadratus numerus ad eum qui ex δ, numero quadratum numerum.*



ALITER *idem demonstrare. Quoniam enim commensurabilis est α, ipsi ϐ, rationem habet (per , decimi,) quam numerus ad numerum. habeat autem quam γ ad δ, & γ, seipsum multiplicans, efficiat ε, ipsum autem δ multiplicans, efficiat ipsum ζ, at δ, seipsum multiplicans, efficiat ipsum η. Quoniam igitur γ seipsum multiplicans ipsum efficit ε, at multiplicans ipsum δ fecit ipsum ζ, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, hoc est sicut α, ad ϐ, sic est ε ad ζ. Sed sicut α ad ϐ, sic id quod ex α, ad id quod sub α, ϐ, (per 1 sexti.) Est igitur sicut quod ex α, ad id quod sub α, ϐ, sic ε ad ζ. Rursus quoniã γ ipsum δ multiplicãs ipsum effecit ζ, δ aũt multiplicans ipsum effecit η, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ hoc est α ad ϐ, sic est ζ ad η. Sed sicut α ad ϐ, sic est quod sub α, ϐ, ad id quod ex ϐ, est igitur sicut id quod sub α, ϐ, ad id quod ex ϐ, sic est ζ ad η. Sed sicut quod ex α, ad id quod sub α, ϐ: sic ε ad ζ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) sicut quod ex α ad id quod ex ϐ, sic est ε, ad η. est autem uterque ipsorum ε, η, quadratus, ε quidem ab ipso γ, at η, est ab ipso δ. Quod igitur ex α, ad id quod ex ϐ, eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum, quod oportebat demonstrare.*

2 *Sed iam esto sicut quadratum quod ex α, ad id quod ex ϐ. sic qui ex γ. quadratus ad eum qui ex δ quadratum. Dico quod α, ipsi ϐ, commensurabilis est longitudine. Quoniam enim est sicut quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex ϐ, sic qui ex γ, quadratus ad eũ qui ex δ quadratum, sed ipsius quidem quadrati quod ex α, ad id quod ex ϐ, ratio, est dupla eius quæ est ipsius α ad ϐ, quadrati autem qui ex γ numero, ad eum qui ex δ numero quadratum (per undecimã octaui) ratio, dupla est eius rationis quæ est ipsius γ numeri ad ipsum δ numerum, est igitur sicut α ab ϐ, sic est γ numerus ad δ numerum. Igitur α ad ϐ, eam habet rationem quam γ numerus ad numerum. Commensurabilis est igitur (per sextam decimi,) α, ipsi ϐ longitudine.*

ALITER *idem demonstrare. Sed habeat iam quod ex α, ad id quod ex ϐ, eam rationem quam quadratus numerus ε ad quadratum numerum η. Dico quod commensurabilis est α ipsi ϐ. Sit enim ipsius ε, latus γ, ipsius autem η, sit δ, & γ, ipsum δ multiplicans, ipsum efficiat ζ ipsi igitur ε, ζ, η, continue sunt proportionales, in ea quæ est ipsius γ ad δ ratione, (per 17 & 18 septimi,) Et quoniam eorum quæ ex α, & ϐ, medium proportionale est id quod sub α ϐ, (per 17 sexti) & ipsorum ε, η, ipse ζ, est igitur sicut quod ex α, ad id quod sub α, ϐ, sic ε ad ζ, sicut autem quod sub α, ϐ. ad id quod ex ϐ, sic ζ ad η. Sed sicut quod ex ϐ ad id quod sub α, ϐ, sic est α, ad ϐ. Igitur α, & ϐ, commensurabiles sunt, rationem etenim habent, quam numerus ε ad numerum ζ, hoc est γ ad δ. Quod oportebat demonstrare.*



Sed iam incommmensurabilis esto α, ipsi ϐ longitudine. Dico quod quadratum quod ex α ad quadratum quod est ϐ eam non habet rationem, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex ϐ, eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, commẽsurabilis erit α ipsi ϐ, nõ est autem. Igitur quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex ϐ, (per præcedentẽ,) eã non habet rationem, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Rursus quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex ϐ rationem non habeat, quam numerus quadratus ad

numerum

numerum quadratum. Dico quod incommensurabilis est α, ipsi β longitudine. Si enim fuerit commensurabilis α ipsi β, quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β, eam habebit rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, non habet autem. Igitur commensurabilis non est α ipsi β longitudine. Incommensurabilis igitur est α, ipsi ε longitudine. A longitudine commensurabilibus igitur quadrata, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.

CORRELARIVM

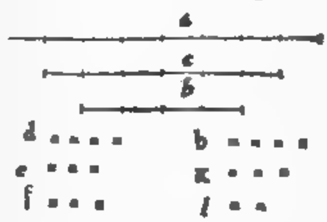
Et manifestũ est ex his, quod longitudine commensurabiles rectæ lineæ, omnino sunt potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, longitudine uero incommensurabiles, non omnino potentia, quæ autem potẽtia, omnino & longitudine.

Quoniam enim ex longitudine commensurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, at quæ rationem habent quam numerus ad numerum, commensurabilia sunt (per 6 decimi.) longitudine igitur commensurabiles rectæ lineæ, non solum longitudine sunt commensurabiles, sed & potentia. Rursus quoniam quæcunque quadrata rationem habent quam numerus ad numerum commensurabilia sunt (per 6 decimi.) at quatenus rationem habent quam quadratus numerus ad numerum quadratum eorum latera longitudine commensurabilia sunt, quæcunque igitur qudrata rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerum, commensurabilia potentia quidẽ habent latera, non autem & longitudine. Quare longitudine quidem commensurabiles rectæ lineæ, omnino & potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, nisi rationem habuerint eorum quadrata quàm quadratus numerus ad quadratum numerum. Dico iam quod & quæ longitudine incommensurabiles, nõ omnino & potentia. Quandoquidem quadrata commensurabilia, possunt rationem habere non quidem quam quadratus ad quadratũ, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerum, & ob id potentia commensurabilia latera habebunt, & longitudine incommensurabilia. Quare quæ longitudine incommensurabiles rectæ lineæ, non omnino & potentia. Sed longitudine existentes incommensurabiles possunt & potentia esse incommensurabiles, si eorum quadrata sunt incommensurabilia. Quæ autem potẽtia incõmensurabiles, omnino & longitudine incommensurabiles. Si enim longitudine commensurabiles fuerint, erunt quoque & potentia commensurabiles. Supponuntur autem & incommensurabiles, quod est absurdum. Quæ igitur potentia incommensurabiles, omnino & longitudine.

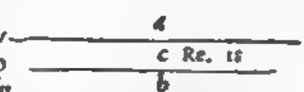
Eucli. ex Camp. *Propositio 8*

8 SI fuerint duæ quantitates uni quantitati cõmunicantes, ipsas quoq; inuicem commensurabiles esse necesse est.

CAMPANVS Sit utraq; duarũ quantitatum a & b, cõmunicans quantitati c, dico a & b esse cõmẽsurabiles. Est enim per 5, a ad c, sicut numerus ad numerũ. similiter quoq; per eãdẽ, c ad b, sicut nũerus ad numerũ. Sit itaq; numerus d ad numerũ e, sicut a ad c, nũerusq; f ad nũerũ g sicut c ad b. At proportiones quæ sunt d ad e & f ad g. continentur in tribus terminis qui sunt h. k. l, ut docet 4 octaui. eritq; per æquã proportionalitatẽ. a ad b. sicut h numerus ad l numerũ, per 6 igitur sunt a & b. cõmunicãtes, quod est propositũ.



CAMPANI *additio.* Ex hac quoq; sequitur, quod si fuerint duæ quãtitates sibi inuicẽ cõmunicãtes, cuicũq; una earũ cõmunicat, & reliqua, & cuicũq; una nõ cõmunicat, nec reliqua. Sint enim duæ quãtitates a & b cõmunicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ sit c, cũ qua cõmunicet a, dico q b cõmunicabit cũ eadẽ, qđ ex hac octaua patet cũ utrũq; earũ cõmunicet cũ a. ex hypothesi. Quod si iterũ a & b sint cõmunicãtes ut prius, ponatur c quælibet quãtitas cũ qua nõ cõmunicet a, dico qđ b non cõmunicabit cũ eadẽ. Si enim c communicaret cum b, quum a quoq; per hypothesin cõmunicet cum eodẽ, b essent per hanc octauã a & c cõmunicantes, sed positum erat, quod non essent. Quare constat quod diximus.



Eucli. ex Camp. *Propositio 9*

9 SI fuerint duæ quantitates communicantes, totum quoq; ex eis cõfectum utriq; earum erit communicans. Si uero fuerit totum utrique commensurabile, erunt ambæ commensurabiles.

CAMPANVS. Sint duæ quãtitates a & b cõmẽsurabiles, dico totũ ex eis compositũ quod sit c, utrique earũ esse commensurabile, & econuerso. Adhuc quoq; si totũ ex eis cõpositũ uni earum cõmunicet, dico qđ cõmunicabit alteri, & ipse similiter inter se etiã cõmu-

communicabunt. Idem quoque in contrario, si enim a & b sint incommunicãtes, dico quod c utrique earum erit incommunicans, & econuerso, si c alteri earum sit incõmunicant, erit quoque incõmunicans & alteri. & ipsæ etiam inter se. Sint itaque primum a & b communicantes, sitque earum communis mensura d, quæ cum utramque earum numeret, per conceptionem similem antepenultimæ septimi, numerabit & c. quare per diffinitionem c communicabit utrique earũ scilicet a & b. Ecõuerso quoque si c cõmunicet utrique earum, sit omnium communis mẽsura d, constat itaque per diffinitionem, a & b communicantes esse. Sed communicet c cum altera earũ quæ sit a, dico quod communicabit cũ b. & a etiam & b communicabunt adinuicem: sit enim d communiter mensurans c & a. Quia igitur d mensurat totum & detractum, per conceptionem ipsa mensurabit residuum uidelicet b, per diffinitionem ergo, & c communicat cũ b, & a communicat quoque cum b.

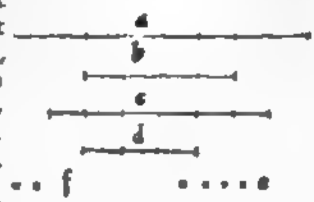


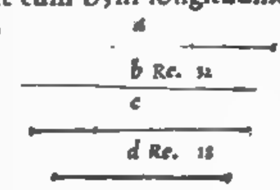
CAMPANI additio. Si autem a & b sint incommunicantes, erit c incommunicans utrique earũ. Si enim cum utraque seu etiam cum altera earum communicaret, & ipsæ communicarent adinuicem, quod est contra hypothesin. Similiter quoque econuerso sic est incommunicans utrique earum seu etiam alteri earũ. erit quoque incommunicãs reliquæ, & ipsæ inter se, quod palam est ex prædemonstratis, à destructione cõsequentis.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 OMnium quatuor quãtitatum proportionalium, si fuerit prima communicãs secundæ, tertia quoque erit communicãs quartæ. Si uero prima incommensurabilis fuerit secũdæ, tertia quoque incommensurabilis erit quartæ.

CAMPANVS. Sint quatuor quantitates proportionales, a, b, c, d: dico quod si a communicat cum b, c quoque communicabit cum d quod si a est incommensurabilis b, c quoque erit incommensurabilis d. Et si a communicabit cum b in potentia tantum, c quoque communicabit cũ d in potentia tantũ, ueruntamẽ illud non proponit autor quia facile patet ex demonstratione priorum. Si enim a communicat cum b, erit per 5 a ad b sicut numerus ad numerum, sit ergo sicut e ad f. At quia est per hypothesin a ad b sicut c ad d erit c ad d. sicut numerus e ad numerũ f, per 6 igitur est c cõmunicãs cum d, quod est primum. Secundum patet ex primo à destructione consequentis. Si enim a est incommensurabilis b oportet c esse incommensurabilem d. nam si esset ei commensurabilis. cum sit ut c ad d sic a ad b, per hypothesin, esset per primam partem a communicans cum b. sed non erat. Quare constat totum quod proponit autor. Quod autem adiũximus, uidelicet quod si a communicat cum b in potentia tãtum, c. communicat cum d in potentia tantum, sic patet. Cum enim a non communicet cum b, in longitudine, nec c quoque ex parte secũda huius. communicabit cum d in longitudine. At uero cum quadratum a communicet cum quadrato b ex hypothesi. erit per 5, quadratũ lineæ a ad quadratum lineæ b. sicut numerus ad numerum qui sint e & f. Et quia quadratum c ad quadratũ d sicut quadratum a ad quadratum b, erit etiam quadratum c ad quadratum d, sicut numerus e ad numerum f, per 9 igitur c & d, communicant in potentia. & quia non communicant in longitudine. constat propositum.



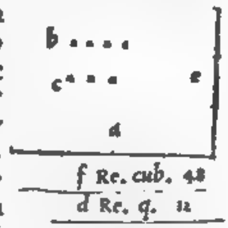


Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 PRoposita qualibet recta linea, duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum, alteram in longitudine & potentia rectas lineas inuenire.

CAMPANVS Sit linea a proposita, uolo duas lineas reperire. quarum una communicet cum a in potentia tantum, altera uero sit incommensurabilis ei in longitudine

ne & in potentia. Sumo itaque duos numeros nequaquam se habentes in proportio-ne aliquorum numerorum quadratorum, sintq́ hi b & c, quos facile est sumere, cū qui libet quadratus numerus ad quēlibet non quadratum eam habeat proportionē quā nequaquā habent aliqui numeri quadrati, confirmante hæc 24 octaui. Duobus talibus numeris sumptis inuenio lineam d, ad cuius quadratum se habeat quadratum lineæ a sicut numerus b ad numerum c. Hāc autem lineam ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales quot sunt unitates in numero b, quod facile facio adiuuāte 9 uel 10 sexti, dehinc super extremitatem lineæ a, erigo lineam e perpēdiculariter, in qua toties cō tineatur una ex partibus a, quoties unitas est in c. Quia igitur ex prima sexti propor-tio quadrati lineæ a ad superficiem quæ fit ex a in e est sicut a ad e, & ideo sicut nume-ri b ad numerum c: ponatur d medio loco proportionalis inter a & e sicut docet 9 sexti. Quia tunc per primam partem 6 eiusdē quadratum erit æquale superficiei productæ ex a in e, erit proportio quadrati lineæ a ad quadratū lineæ d, sicut numeri b ad numerū c quare a & d, sunt cōmēsurabiles in potentia ex diffinitione. & per ultimam partem, ipse sunt incommensurabiles in longitudine, re-perta est itaque d prima linea, quam propositum erat inquirere. Alteram sic reperio Interpono ut docet 9 sexti. lineam f medio lo-co proportionalem inter a & d, eritque per correlariū 17 sexti quadratum a ad quadratum f, sicut a ad d, itaque per secundam partē 10, quadratum a est incommensurabile quadrato f, igitur linea f est incommensurabilis lineæ a in potentia, quare & in longitudine, est itaque f secunda linea quam propositū erat reperire, Et sic patet propositum.



Eucli. ex Camp. propositio 12

12 OMnium quatuor linearum proportionalium si prima tanto amplius possit secunda quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis sibi in longitudine, necesse est tertiam quoque tanto amplius posse quarta, quantum est quadratum alicuius lineæ communicantis sibi in longitudine. Quod si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius lineæ incommensurabilis sibi in longitudine, erit quoque tertia potentior quarta quadrato alicuius lineæ sibi incommensurabilis in longitudine.

CAMPANVS Sint quatuor lineæ proportiōales a, b, c, d, sitque a maior b, & c maior d, sit quoque a potentior b, quadrato lineæ e: & c potē tior d, quadrato lineæ f, dico quod si a communicet e in lō gitudine, c quoque cōmunicabit f in longitudine, quod si a non communicat e in longitudine, nec c communicabit f in longitudine. Quod & si a cōmunicat e in potentia tan tum, c quoque cōmunicabit f in potentia tantū. Veruntamen istud ultimum non proponit autor, quia facile patet ex priorum demōstratione. Cū sit enim proportio a ad b sicut c ad d, erit quadrati a ad quadratū b, sicut quadrati c ad quadratū d. Et quia quadratū a est æquale quadratis duarum linearum b & e, similiter quadratum c quadratis duarum linearum d & f, erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, sicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo disiūctim erit quadratum b ad quadratum e, sicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e sicut d ad f, item per æquam proportionalitatem erit a ad e, sicut c ad f, ergo per primā partem decimæ constat prima pars huius. & per secundam secunda. & per tertiam ibi adiunctam, tertia hic adiuncta.



Quinque præcedentes propositiones ex Campano cum suis additionibus, sequētibus septem ex Zamberto cū sibi præmissis lemmatibus hoc ordine respondent. Octaua apud Campanum cū additione, duode-

cimæ & decimætertiæ ex Zamberto propositionibus respondet. Nona apud Campanũ cum additione, decimæquintæ & decimæsextæ ex Zamberto propositionibus. Decima autem & undecima apud Campanũ, decimæ, & undecimæ ex Zãberto propositionibus præpostero respondent ordine. Duodecima uero apud Campanum, decimæquartæ ex Zamberto propositioni respondet.

THEON Lemma.

Quoniam autem ostensum est in arithmeticis (ex 26 octaui) quod similes plani numeri adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod si bini numeri adinuicem rationem habuerint quam quadratus numerus ad quadratum numerum similes sunt ipsi plani numeri (per 24 eiusdem) manifestum ex his quod dißimiles plani numeri hoc est latera proportionalia non habentes, adinuicem rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Si enim habebunt, similes ipsi plani erunt, quod quidem non supponitur. Dißimiles igitur plani numeri adinuicem rationem nõ habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Eucli ex Zamb. Problema 3 Propositio 10

10 Propositæ rectæ lineæ binas rectas incommensurabiles inuenire lineas, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia.

THEON ex Zamberto. Sit proposita recta linea α, oportet iam ipsi α, binas rectas inuenire incommensurabiles, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia. Ponantur bini numeri β, γ, adinuicem rationem non habentes quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, hoc est non similes plani, & fiat sicut β ad γ, sic quod ex α quadratum ad id quod ex δ, quadratum, commensurabile igitur est quod ex α, ei quod ex δ, commensurabilis igitur potentia est α ipsi δ, & quoniam β, ad γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex α ad id quod ex δ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi δ, lõgitudine. Capiatur (per 13 sexti,) ipsarum α, δ, media proportionalis ε, est igitur sicut α ad δ, sic quod ex α, quadratum ad id quod ex ε, Incommẽsurabilis autem est α, ipsi δ longitudine, incommensurabile igitur est & id quod ex α quadratum, ei quod ex ε quadrato. Incommensurabilis igitur est α, ipsi ε, potentia. Propositæ igitur rectæ lineæ α, inuentæ sunt binæ rectæ lineæ incommensurabiles, longitudine, inquam, tantum ipsa δ, at ε potentia & longitudine. Propositæ igitur rectæ lineæ rationali, à qua diximus mensuras capi, uidelicet ipsi α, inuenta est tantum potentia commensurabilis δ, hoc est rationalis, potentia tantum commensurabilis, irrationalis autem ε, irrationales enim in uniuersum appellat, longitudinè & potentia ipsi rationali incommensurabiles.



Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 11

11 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem secundæ fuerit commensurabilis, & tertia quartæ commensurabilis erit, & si prima secundæ incommensurabilis fuerit, & tertia quartæ incommensurabilis erit.

THEON ex Zamb. Sint quatuor magnitudines proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ, sit autem α ipsi β commensurabilis. Dico quod & γ ipsi δ est commensurabilis. Quoniam enim commensurabilis est α ipsi β, rationem habet (per 5 decimi,) quam numerus ad numerum. Estq; sicut α ad β, sic γ ad δ. Igitur & γ ad δ habet rationem, quam numerus ad numerum. Commensurabilis igitur est γ ipsi δ. Sed iam α ipsi β incommensurabilis esto. Dico quod & γ ipsi δ est incõmensurabilis. Quoniã enim incommensurabilis est α ipsi β, igitur (per 7 quinti) α ad β, non habet rationem quam numerus ad numerum, & est sicut α ad β, sic γ ad δ. Igitur (per 8 decimi,) γ ad δ, non habet rationem quam numerus ad numerum. Incommensurabilis est igitur γ ipsi δ. Si quatuor igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua, quod oportuit demonstrasse.

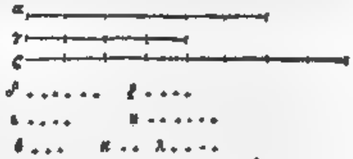


Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 12

12 Quæ eidem magnitudini commensurabiles, & adinuicem sunt commensurabiles.

THEON ex Zamb. Vtraque enim ipsarum α, β, ipsi γ sit cõmensurabilis. Dico quod & α ipsi β est commẽsurabilis.

rabilis, Quoniam enim cõmenſurabilis eſt α ipſi γ, igitur (per 5 decimi,) α ad γ, habet rationem quam numerus ad numerum, habeat quam δ ad ε. Rurſus quoniam commenſurabilis eſt γ ipſi β, igitur (per eandem γ ad β habet rationem quam numerus ad numerum, habeat autẽ quam ζ ad η. Et rationibus datis quibuſcunque, ea ſcilicet quam habet δ ad ε, & ζ ad η, capiantur (per 4 octaui numeri continue proportionales in datis rationibus, ſintq; θ, κ, λ. ſicut α ad ε ſic θ κ, ſicutq; ζ ad η ſic κ ad λ, Quoniã igitur eſt ſicut α ad γ ſic δ ad ε, ſed ſicut δ ad ε ſic θ ad κ, eſt igitur (per 11 quinti, ſicut α ad γ, ſic eſt θ ad κ. Rurſus quoniam eſt ſicut γ ad β, ſic ζ ad η, ſed ſicut ζ ad η ſic κ ad λ, & ſicut igitur γ ad β, ſic κ ad λ, eſt autem & ſicut α ad γ, ſic eſt θ ad κ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) eſt ſicut α ad β, ſic eſt θ ad λ. Igitur α ad β rationem habet, quam numerus θ ad numerum λ. Commẽſurabilis eſt igitur (per 6 decimi,) α ipſi β. Quæ eidem igitur magnitudini commenſurabiles, & adinuicem ſunt commenſurabiles. Quod oportuit demonſtraſſe.



THEON Lemma.

Si fuerint binæ magnitudines, & altera quidem commenſurabilis fuerit eidem, altera uero incommenſurabilis, incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

Sint enim binæ magnitudines α, β, & alia quædam γ, & α ipſi quidem γ eſto commenſurabilis: at β ipſi γ eſto incommenſurabilis. Dico quod & α, ipſi β eſt incõmenſurabilis. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β, eſt quoque & γ ipſi α, & γ igitur (per 12 decimi, ipſi β eſt commenſurabilis, quod non ſupponitur.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propoſitio 13

13 Si binæ magnitudines commenſurabiles fuerint, alteraq; earum magnitudini alicui incommenſurabilis fuerit, & reliqua eidem incommenſurabilis erit.

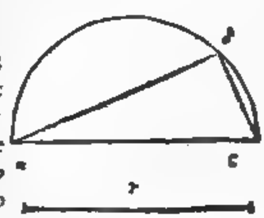
THEON ex Zamb. Sint binæ magnitudines commẽſura α β, earumq; altera uidelicet α, alicui hoc eſt γ ſit incommenſurabilis. Dico quod & reliqua β, ipſi γ incõmenſurabilis eſt. Si enim cõmenſurabilis eſt β ipſi γ, tã α ipſi β commenſurabilis eſt, & α igitur (per 12 decimi) ipſi γ, cõmenſurabilis eſt, ſed & incommenſurabilis, quod eſt impoßibile. Igitur β & γ ſunt incommenſurabiles. Si binæ igitur magnitudines commenſurabiles fuerint, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.



THEON Lemma.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, inuenire quo maius poteſt maior minore.

THEON ex Zamb. Sint binæ datæ inæquales rectæ lineæ α β, γ, quarum maior ſit α β, oportet iã inuenire quo maius poteſt α β, quàm ipſa γ. Deſcribatur ſuper α β, ſemicirculus α δ β, & in ipſum (per 1 quarti,) coaptetur ipſi γ æqualis α δ, cõnectaturq; δ β, manifeſtum eſt iam quod angulus α δ β, rectus eſt, & quod α β, ipſa α δ, hoc eſt quàm ipſa γ maius poteſt ipſa δ β. Similiter autem & duabus datis rectis lineis, potens ipſas ſic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ α δ, δ β, oporteatq; inuenire potentem ipſas. Ponantur enim, ut α δ, δ β comprehendãt rectum angulũ qui ſub α δ β, connectaturq; α β. Manifeſtum rurſus eſt (per 47 primi, quod ipſas α δ, δ β, potens, eſt ipſa α β.



Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propoſitio 14

14 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritq; prima ſecunda maius eo quod fit ab eidem longitudine commẽſurabili, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine commenſurabili. Et ſi prima ſecunda maius potuerit eo quod fit ab incommẽſurabili eidem longitudine, & tertia quarta maius poterit eo quod fit ab eidem longitudine incommenſurabili.

THEON ex Zamb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α, β, γ, δ, ſicut α ad β, ſic γ ad δ, & α quidẽ, ipſa β, maius poſſit eo quod fit ex ε, γ uero, ipſa δ, eo quod fit ex ζ. Dico quod ſi α ipſi ε eſt commenſurabilis, commen-

ſurabilis eſt quoque γ ipſi ζ, ſed ſi α, ipſi ε, incommenſurabilis eſt, incommenſurabilis eſt quoq; γ ipſi ζ. Quoniam enim eſt ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, eſt igitur ſicut id quod ex α, ad id quod ex β, ſic eſt id quod ex γ, ad id quod ex δ. Sed et quidem quod fit ex α, æqua ſunt ea quæ fiũt ex ε, β, ei autem quod fit ex γ, æqua ſunt ea quæ fiunt ex δ, ζ. Igitur (per 9 quinti) ſicut quæ ex ε, β, ad id quod ex β, ſic quæ ex δ, ζ, ad id quod ex δ, diuidendo igitur eſt (per 17 quinti,) quod ſicut quod ex ε ad id quod ex β, ſic eſt id quod ex ζ ad id quod ex δ. Eſt igitur & ſicut ε ad β, ſic eſt ζ ad δ. Conuerſim igitur eſt (per 22 ſexti, & correlarium 4 quinti,) ſicut β ad ε, ſic eſt δ, ad ζ, eſt autem & ſicut α ad β, ſic eſt γ ad δ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) eſt ſicut α ad ε, ſic eſt γ ad ζ. Si igitur commenſurabilis eſt α, ipſi ε, commenſurabilis eſt quoque (per 11 decimi) γ ipſi ζ, ſi uero incommenſurabilis eſt α ipſi ε, incommẽſurabilis eſt γ ipſi ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat demonſtrandũ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propoſitio 15

15 Si binæ magnitudines commenſurabiles, compoſitæ fuerint, & tota utrique ipſarum commenſurabilis erit. Et ſi tota uni earum commenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines commenſurabiles erunt.

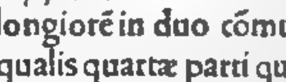
THEON ex Zamb. Cōponantur binæ magnitudines cōmenſurabiles α β, β γ. Dico quod tota α γ, utriq; ipſarũ α β, β γ, commenſurabilis eſt. Quoniã enim cõmenſurabiles ſunt ipſæ α β, β γ, ipſas aliqua magnitudo metietur (per primam diffinitionem decimi,) metiatur, & ſit δ. Quoniã igitur δ ipſas α β, β γ, metitur, & totã α γ metietur, metitur autem & ipſas α β, β γ, igitur δ, ipſas α β, β γ, & α γ, metietur. Commenſurabilis igitur eſt (per 12 decimi,) α γ, utrique ipſarũ α β, β γ. Sed iã α γ, uni ipſarum α β, β γ, ſit commenſurabilis, ſitque ipſi α β. Dico quod α β, β γ, commenſurabiles ſunt. Quoniã enim cõmenſurabiles ſunt α β, & α γ, metietur eas (per primam diffinitionem decimi.) aliqua magnitudo, metiatur, & eſto δ. Quoniã igitur δ ipſas α β, β γ, metitur, & reliquã igitur metietur β γ, metitur aũt & α β, igitur δ, ipſas α β, β γ, metietur. Cõmenſurabiles igitur ſunt α β, & β γ. Si binæ igitur magnitudines, & reliqua quæ ſequuntur, quod oportebat demõſtrare.



Eucli. ex Zamb. Theorema 13 Propoſitio 16 Præcedentis conuerſa.

Si binæ magnitudines incommenſurabiles compoſitæ fuerint, & tota utriq; ipſarum incõmenſurabilis erit. Et ſi tota uni ipſarum incommenſurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommenſurabiles erunt

THEON ex Zamb. Cõponantur enim binæ magnitudines incommenſurabiles α β, β γ. Dico quod tota α γ, utrique ipſarũ α β, β γ, incõmenſurabilis eſt. Si enim γ α, & α β, incommenſurabiles nõ ſunt, ipſas aliqua metietur magnitudo (per 1 diffinitionẽ decimi,) metiatur ſi eſt poßibile: ſitq; δ. Quoniam igitur δ ipſas γ α, & α β, metitur, & reliquam β γ metietur, metitur autem & α β, igitur δ, ipſas α β, & β γ metietur. Commenſurabiles igitur (per 1 diffinitionem decimi,) ſunt ipſæ α β, β γ. Supponuntur autem quod & incommenſurabiles, quod eſt impoßibile, ipſas igitur α β, & α γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ γ α, & α β. Similiter iam demonſtrabimus, quod & ipſæ α γ, & γ β, incõmenſurabiles ſunt. Sed iam ipſa α γ, uni ipſarum α β, & β γ, incommẽſurabilis eſto, & primum ipſi α β. Dico quod & ipſæ α β, β γ, incommenſurabiles ſunt. Si enim ſunt cõmenſurabiles, metietur eas aliqua magnitudo (per eãdẽ) metiatur, ſitq; δ. Quoniã igitur δ ipſas α β, & β γ metitur, & totã igitur α γ metietur, metitur autem & α β. Igitur δ, ipſas γ α, & α β metitur. Cõmenſurabiles igitur ſunt ipſæ γ α & α β. Suppoſitæ uero ſunt quod & incommenſurabiles, quod eſt impoßibile. Ipſas igitur α β, & β γ, aliqua magnitudo nõ metietur. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α β, β γ. Similiter iam demonſtrabitur quod ipſa α γ, reliquæ β γ, incommenſurabilis eſt. Si binæ igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua, quod erat oſtendendum.

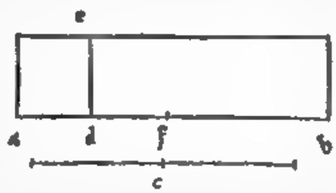


Eucli. ex Camp. Propoſitio 17

17 SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorẽ in duo cõmunicãtia diuidat ſuperficies ſibi adiũcta æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ, cui adiunctæ ſuperficiei deſit ad complendam totam lineam ſuperficies quadrata, neceſſe eſt ipſam lineã longiorem linea breuiori tanto amplius poſſe, quantum eſt quadratum alicuius lineæ communicantis eidem longiori in longitudine. Si uero longior fuerit potentior breuiori, augmento quadrati lineæ communicantis ſibi in longitudine, eiq; adiungatur ſuperficies æqualis quartæ parti quadra

ti breuioris lineæ, cui desit quadrata superficies, superficiem sibi adiunctam, eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles diuidere necesse est.

CAMPANVS Sint duæ lineæ inæquales a b & c, maior a b. & adiungatur ad lineam a b, quarta pars quadrati lineæ c, ita quod desit ad complēdam lineam a b, superficies quadrata, hoc enim est possibile per 27 sexti. Quod facile fiet hoc modo. Diuidatur a b in duas lineas a d & d b, ita quod inter eas cadat medietas lineæ c, cōtinue ꝓportionalis. Hoc autem qualiter fiat, in fine demonstrationis huius docebitur. Eritque ex 16 sexti, superficies b d in d a quæ sit b e, æqualis quadrato medietatis lineæ c. quare ex 4 secūdi erit eadē subquadrupla quadrati lineæ c, deest quoq; ad complendā lineā a b. superficies quadrata, cum & a d sit æqualis d e. Dico itaque quod si superficies b e diuidat lineam a b in duo communicantia, erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineæ secum cōmunicantis in longitudine, & econuerso. Cū enim sit linea a b maior linea c, non erit a d æqualis d b, sic enim esset superficies d e, quadrata. & quia ipsa est æqualis quadrato medietatis lineæ c, esset a d æqualis medietati c, & tota a b toti c, quod est contra hypothesin. Non est igitur a d æqualis d b. Itaque de maiori earū quæ sit d b. abscindatur d f. æqualis a d eritq; per 8 secundi quadratum totius a b, æquale ijs quæ sūt ex d b in d a quater & quadrato f b, quare linea a b, erit potētior linea c in quadrato lineæ f b, quā necesse est communicari toti a b, si linea a d est communicās lineæ d b, si enim hoc fuerit, erit d b communicans d f eius æquali, quare per 9, b f cōmunicat cū f d, & ideo toti a d & propter hoc cum tota a f. igitur & cum tota a b. Sicque patet primum. Conuersum huius sic patet. Sit a b potētior c in linea f b quæ communicet cum eo in longitudine Dico tunc quod quarta pars quadrati lineæ c addita ad lineam a b, ita quod desit superficies quadrata. diuidet lineam a b, in duo cōmunicātia Diuidatur enim f a per æqualia in d. & fiat superficies b e ex d b in d a & deerit ad complēdam lineam a b, superficies quadrata, eritq; per 8 secūdi, quadratū a b æquale quadruplo superficiei b e cum quadrato f b: igitur quadruplum superficiei b e est æquale quadrato c. cum superficies d e sit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur quod d b est communicans cum a d. cum sit f b communicans cum a b. Si enim hoc fuerit ut quod a d sit cōmunicans cum a b, erit etiam cōmunicans cum a f, per 9. quare & cum a d, sed & cum d f. itaque & d b est communicās cum a d. quod est secundum.



NVNC autem monstrandum est qualiter linea a b (cum ipsa posita fuerit maior linea c) possit sic diuidi ut inter partes eius cadat medietas lineæ c, cōtinue proportionalis. Cum enim sic fuerit diuisa. superficies quæ fiet ex una in alterā, erit superficies æqualis quadrato medietatis lineæ c, & ipsa erit superficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c, adiuncta ad lineā a b, ita quod desit superficies quadrata, hoc enim sic fiet. Diuisa a b per æqualia in d, lineetur super eam semicirculus a f b, & sumatur b e perpendicularis ad a b, quæ ponatur æqualis medietati lineæ c. & ducatur e f æquidistans ad a b, usq; quo secet circunferentiam semicirculi in puncto f. (necesse est enim ut secet eam, cū linea a b sit maior linea c.) & ducatur f g, perpendicularis ad a b, quæ cū per 34 primi sit æqualis lineæ e b, erit quoq; æqualis medietati lineæ c Ducantur itaq; lineæ f a, f b, eritq; per primam partem 31 tertij, angulus a f b. rectus, & ideo per primā partem correlarij 8 sexti, erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b, quare medietas lineæ c, quæ est sibi æqualis erit etiam proportionalis inter easdē, quod est nostrū propositū.



THEON Lemma.

Si ad aliquam rectam lineam* comparetur parallelogrammum deficiēs forma quadrata, ipsum comparatum æquū est ei quod (continetur) sub segmētis rectæ lineæ, quæ ex ipsa comparatione sunt facta.

* παραβληθῇ apponatur applicetur.

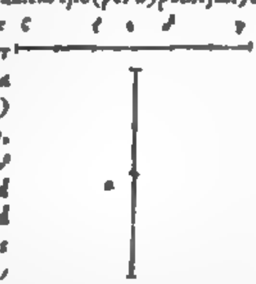
THEON ex Zamb. Ad aliquā rectā lineam α β. cōparetur parallelogrāmū α δ, deficiens forma quadrata δ β. Dico quod α δ æquū est ei quod sub α γ, γ β, & ex seipso manifestum est. Quoniam enim quadratum est δ ε, æqualis est δ γ, ipsi γ β, & α δ, est quod sub α γ, γ δ, hoc est quod sub α γ, & γ β. Si ad aliquam igitur rectam lineam, & quæ sequuntur reliqua, quod fuerat demonstrandum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 17

17 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparatum fuerit deficiens forma quadrata, & in commēsurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius poterit eo quod ex sibi longitudine commēsurabili. Et si maior minore maius poterit eo quod fit à sibi commensurabili longitudine, quartæ uero parti eius quod à minore æquale ad maiorem comparatū deficiens forma quadrata, in commensurabilia longitudine ipsam distribuet.

THEON ex Zamber. Sint binæ rectæ lineæ inæquales α, & β γ. quarum maior sit β γ, quartæ uero parti eius quod fit ex minore ipsa α, hoc est ei quod ex dimidio ipsius α, æquum ad ipsam ε γ, cōparetur (per 28 sexti, parallelogrammum deficiens forma quadrata, sitq; quod sub β δ, & δ γ, cōmensurabilis autem esto (per hypothesim.) ε δ ipsi δ γ longitudine. Dico quod ε γ, ipsa α maius potest, eo quod fit a sibi longitudine commensurabili. Secetur enim (per 10 primi.) β γ, bifariam in signo ι, ponaturq; (per 3 primi,) ipsi δ ι, æqualis ι ζ, reliqua igitur δ γ, æqualis est ipsi ε ζ. Et quoniam recta linea β γ, secta est in æqualia in signo ι, & in inæqualia in δ, igitur (per 5 secundi,) quod sub ε δ, & δ γ comprehenditur rectangulum una cum eo quod ex γ δ, quadrato, æquū est ei quod ex ι γ quadrato. Et ipsa quadruplicia, quod igitur quater sub β δ, & δ γ, una cū eo quod ex ι δ sumpto, æquū est ei quod ex quater sumpto ι γ quadrato. Sed ei quidē quod quater sub ε δ & δ γ, æquū est id quod ex α quadratum, ei autē quod ex δ ι, quater sumpto, æquū est id quod ex δ ζ, quadratum, dupla enim est δ ζ, ipsius δ ι. Et autem quod ex ι γ quater sumpto, æquum est id quod ex ε γ, quadratum, dupla enim rursus est ε γ ad ipsam γ ι. Quæ igitur ex α & δ ζ quadrata, æqualia sunt ei quod ex β γ quadrato. Quare id quod ex β γ, eo quod ex α maius est, eo quod ex δ ζ. Igitur β γ, ipsa α maius potest, ipsa δ ζ, ostendendum quod & commensurabilis est ε γ ipsi δ ζ. Quoniam enim commensurabilis est ε δ, ipsi δ γ longitudine, commensurabilis igitur est (per 15 decimi) & β γ, ipsi δ γ, sed γ δ, ipsis γ δ, & ε ζ, commensurabilis est longitudine, æqualis enim est γ δ ipsi β ζ, & β γ igitur, ipsis β ζ, & γ δ longitudine commensurabilis est (per 11 decimi.) igitur (per 15) & β γ ipsi ζ δ, commensurabilis est longitudine. Igitur β γ, quàm ipsa α maius potest, eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Sed iam ipsa ε γ, quam α maius possit eo quod à sibi commensurabili in longitudine, quartæq; eius quod ex α æquale ad ipsam ε γ, comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub ε δ, & δ γ. Demonstrandum est quod cōmensurabilis est δ γ longitudine. Eisdem nāq; dispositis: similiter ostēdemus quod ε γ quàm ipsa α maius potest, est eo quod ex ζ δ, potest autem ε γ, quàm ipsa α maius eo quod ex sibi commensurabili. Commensurabilis igitur est ε γ, ipsi ζ δ, longitudine. Quare & reliquæ utrique ipsarum ε ζ, & γ δ, simul commensurabilis longitudine est ε γ. Sed utraq; β ζ, & δ γ, simul commensurabilis est ipsi δ γ lōgitudine: æqualis enim est ε ζ ipsi δ γ, & ε γ, igitur cōmensurabilis est ipsi γ δ, lōgitudine. Manifestū est igitur quod β δ ipsi δ γ, est cōmensurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua, quod erat ostendendum.

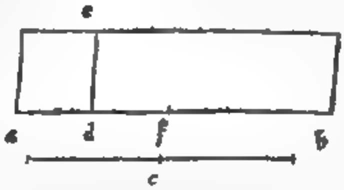


Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI fuerint duæ lineæ inæquales quarum longiorem diuidat in duas partes incōmensurabiles superficies æqualis quartæ parti quadrati breuioris sibi adiuncta, ita quod desit ad eius completionem superficies quadrata, erit longior, potētior breuiori, augmento quadrati lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine. Si uero longior, potentior fuerit breuiori, quadrato lineæ incommensurabilis ipsi longiori in lōgitudine, adiūgaturq; ei superficies æqualis parti quartæ quadrati breuioris, defueritq; longiori superficies quadrata, necesse est ut ipsa superficies sibi adiūcta eandē longiorem lineam in duas portiones incommensurabiles diuidat.

CAM

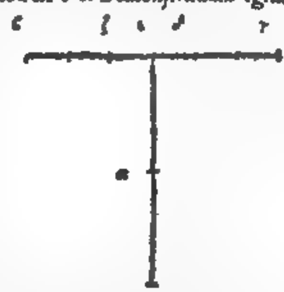
CAMPANVS Hæc 14 ex cõtrario antecedentis præmissæ infert contrarium consequentis præmissæ, & non differt eius dispositio à dispositione illius, sed & modus argumentandi utrobique idem. Si enim a d non communicet cum d b, nec d f sibi adæqualis communicabit cum eadem d b, itaque per 9 d f non communicabit cum f b, quare neque a f, sunt enim a f & d f communicãtes tanquã numerãs & numeratũ, ideo neque a b cõmunicabit cum linea f b. Quod si hoc fuerit uidelicet si a b non communicet cũ f b, nõ cõmunicabit cum a f, quare neque cum a d aut d f, neque igitur a b cum d a. Potest quoque hæc 14 demõstrari per præmissam, prima pars huius ex secunda illius, & secũda ex prima, à destructiõe consequentis. Si enim a d & d b nõ communicent, nec etiã a b & f b communicabunt, nam si a b & b f communicarent, oporteret per secũdam partem præmissæ ut a d communicaret cum d b, sed positum est quod non. Eodem modo de secunda parte, si enim b a & b f non communicant, nec a d & d b communicabunt, nam si sic, sequitur per primam partem præmissæ, ut a b & b f communicent quæ non communicant: quare patet propositum.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 15* *Propositio 15* *Præcedentis conuersa.*

18 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiens forma quadrata, & in incommensurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius potest eo quod ex sibi incommensurabili longitudine. Et si maior minor maius potuerit eo quod ex sibi incommensurabili, quartæ autem ipsius quod ex minore æquũ, ad maiorem comparatum fuerit deficiẽs forma quadrata, in incommensurabilia longitudine ipsam dispescit.

THEON ex Zãb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α & βγ, quarũ maior sit βγ, quartæ autem parti eius quod ex α, ad ipsam βγ, æquale comparetur deficiens forma quadrata, sitque quod sub βδ, & δγ. Incõmensurabilis autem esto βδ, ipsi δγ. Dico quod βγ, quàm ipsa α maius potest, eo quod à sibi incõmensurabili. Ipsis nanque dispositis ut in præmissa, similiter demõstrabimus, quod βγ quàm ipsa α, maius potest eo quod ex δε. Demonstrãdum igitur quod incõmensurabilis est βγ, ipsi δζ lõgitudine. Quoniã enim incommensurabilis est βδ ipsi δγ, incommensurabilis igitur est (per 16 decimi,) βγ ipsi γδ, longitudine. Sed ipsa δγ commensurabilis est utrique & βζ & δγ simul, quia βζ ipsi δγ est æqualis, & βγ, igitur (per 15) ipsis βζ & δγ incommensurabilis est. & perinde (per 16 decimi,) & reliquæ ζδ, incommensurabilis est βγ longitudine. Et ipsa βγ quàm α maius potest, eo quod ex ζδ, Igitur ipsa βγ, quàm α, maius potest eo quod à sibi cõmensurabili longitudine. Possit iam rursus βγ maius quàm α, eo quod à sibi incõmẽsurabili, quartæ autẽ parti eius quod ex α, æquale ad ipsam βγ cõparetur deficiẽs forma quadrata, & esto id quod sub βδ & δγ. Demonstrãdũ quod incõmensurabilis est βδ ipsi δγ lõgitudine. Eisdẽ namque dispositis, similiter demõstrabimus, quod ipsa βγ quàm α maius potest eo quod ex ζδ. Sed iã (per hypothesin,) ipsa βγ quàm α maius potest eo quod à sibi incommensurabili. Incõmensurabilis est igitur βγ ipsi ζδ longitudine. Quare (per 16 decimi,) & reliquæ βζ & δγ utrique, incõmensurabilis est βγ. Sed utraque βζ & δγ, ipsi δγ commensurabilis est longitudine. Igitur (per 13 decimi,) βγ ipsi δγ incõmensurabilis est lõgitudine, quare & diuidendo, βδ, ipsi δγ incõmẽsurabilis est lõgitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ, & reliqua quæ sequuntur, quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 15*

15 OMnis superficies rectãgula quã continẽt duæ lineæ in lõgitudine rationales, rationalis esse probatur.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c cõtinentes superficiẽ rectãgulã a c, rationales in longitudine, dico superficiẽ a c esse rationalẽ, descripto enim quadrato cuiu suis earũ, ut c d lineæ b c, erit per primã sexti c d ad a c, sicut b d ad a b. Quia igitur b d cõmunica in longitudine cũ a b ex hypothesi, eo quod b c sua æqualis, erit per primã partẽ decimæ, c d cõmunicãs a c. Cũ sit itaque c d rationalis per diffinitionẽ, erit & a c rationalis, quod est propositũ.



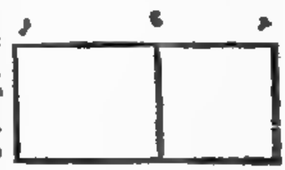
THEON Lemma.

Quoniam ostensum est quod quæ longitudine commẽsurabiles omnino etiam potentia sunt commensurabiles, quæ autem potentia non omnino etiam longitudine, sed uidelicet, possunt & longitudine commensurabiles esse & incommensurabiles, manifestum quod si positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei commensurabilis non solum longitudine uerum & potentia, quæ enim lõgitudine commensurabiles, omnino & potentia. Si autem positæ rationali commensurabilis aliqua fuerit potentia, siquidem & longitudine dicitur, etiam rationalis & ei commensurabilis longitudine & potentia. Quæ uero expositæ rursus rationali commensurabilis existens potentia, longitudine fuerit ei incommensurabilis, dicitur sic rationalis, potentia tantum commensurabilis. Procli scholion. Rationales appellat, expositæ rationali longitudine & potentia commensurabiles, aut potentia tantum. Sunt autem aliæ quoque rectæ lineæ quæ longitudine incommensurabiles sunt expositæ rationali, potentia uero tantum commensurabiles, & id propterea rursus appellantur rationales, commensurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed commensurabiles adinuicem uel non solum potentia uerumtamen & longitudine, uel potentia tantum, & si longitudine quidem, & ipsæ rationales longitudine commensurabiles, audito quod & potẽtia. Si uero potentia tantum adinuicem sunt commẽsurabiles: appellantur & ipsæ rationales potentia tantum commensurabiles. Quod autem rationales commẽsurabiles sunt, hinc certum est. Quoniam enim rationales sunt quæ expositæ rationali sunt commensurabiles, quæ uero eidem commensurabiles & adinuicem sunt commensurabiles (per 12 decimi,) quæ rationales igitur, sunt commensurabiles.

Eucli. ex Zamb. Theorema 16 Propositio 19

19 Sub rationalibus longitudine commensurabilibus rectis lineis iuxta aliquem prædictorum modorũ comprehensum rectãgulum rationale est.

THEON ex Zãb. Sub ratiõalibus enim lõgitudine cõmensurabilibus rectis lineis α β, & ε γ, rectangulum comprehendatur α γ. Dico quod α γ, rationale est. Describatur enim (per 46 primi,) ex α ε, quadratũ α δ, ratiõale igitur est α δ. Et quoniã cõmensurabilis est α ε, ipsi β γ, longitudine, æqualis autẽ est α β, ipsi ε δ, commensurabilis est igitur ε δ, ipsi ε γ longitudine, estque sicut ε δ, ad ε γ, sic est δ α ad α γ. Commensurabilis autem est ε δ ipsi β γ, commensurabile igitur & δ α, ipsi α γ: rationale autem δ α, rationale igitur (per 11 decimi, est & α γ. Quod sub rationalibus commensurabilibus igitur lõgitudine, & reliqua oportuit ostendisse.



Eucli. ex Camp. propositio 16

16 CVm adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies rationalis rectangula. latus eius secundum erit in longitudine rationale, laterię primo in longitudine commensurabile.

CAMPANVS Hæc est quasi conuersa prioris. Vt si superficies a c adiuncta ad lineam ab rationalẽ in longitudine, fuerit ratiõalis, dico quod latus eius secundum quod est b c erit etiam rationale in longitudine, & communicans inter primo. Sit enim a d quadratum a b, eritq́ rationale ex diffinitione, & propter hoc erit communicãs cum superficie a c rationali. Quia igitur per primam sexti sicut a d ad a c ita est etiam d b ad b c, comunicat autem d a cum a c, erit per primam partem decimæ b d communicans cum b c, ergo cum b a sua æquali. Sed b a, rationalis est, quare per diffinitionem & b c. Constat itaque propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 17 Propositio 20

20 Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latitudinem efficit rationalem, commensurabilẽq́ ei ad quam comparatur longitudine.

THEON ex Zamb. Rationale enim α γ, ad rationalẽ iuxta aliquẽ prædictorum modorũ α ε, comparetur, latitudinem efficiens β γ. Dico quod rationalis est ε γ, & cõmensurabilis ipsi ε γ longitudine. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ. Rationale igitur (per 9 diffinitionem decimi) est α δ, rationale autem & α γ, cõmensurabile igitur (per cõuersionem 10 diffinitionis est δ α, ipsi α γ. Estq́ sicut δ α ad α γ, sic est δ β, ad ε γ commensurabilis igitur est (per 11 decimi,) δ ε, ipsi β γ. Aequalis autem est δ ε, ipsi ε α, commensurabilis igitur est α β, ipsi ε γ. Rationalis autẽ est α ε, rationalis igitur est (per conuersionẽ 7 diffinitionis.) & ε γ, & commensurabilis ipsi ε α, longitudine. Si rationale igitur ad rationalem comparatum fuerit, & quæ sequũtur reliqua, quod erat ostendendum.



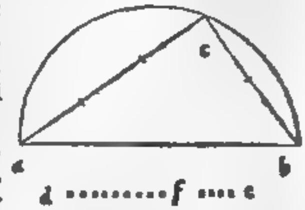
Subse-

Subsequentes ex Campano propositiones 17 scilicet & 18 respondent 29 & 30 ex Zamberto infra suo loco & ordine dispositis.

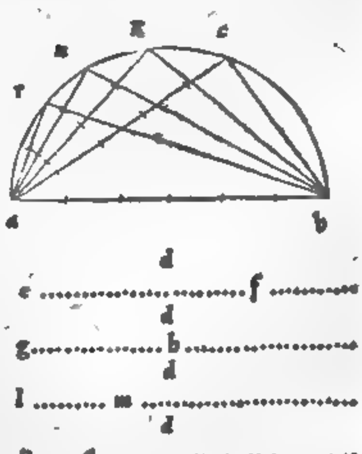
Eucli. ex Camp. Propositio 17

DVas lineas inuenire potentia tantum rationales commensurabiles, quarum longior plus possit breuiori, quadrato lineæ sibi commensurabilis in longitudine.

CAMPANVS Propositum est inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Sumo itaque aliquam lineam rationalem quæ sit a b, super quam describo semicirculum a c b, & sumpto aliquo numero ut d e, diuido ipsum in duos numeros d f & f e, ita quod sit proportio d e ad d f sicut numeri quadrati ad numerum quadratum: non sit autem proportio d e ad f e ut numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum, ut 9 qui diuiditur in 4 & 5, & omnes horum æque multiplices. Et inuenio lineã a d ad cuius quadratũ se habeat quadratum lineæ a b, sicut numerus d e ad numerũ d f, qualiter autem ipsa reperiatur, in demonstratione 5 dictum est. Hãc lineam inuentam quæ necessario est minor a b, coapto per primam quarti intra semicirculum a c b, sitque a c, & subtrahã lineã c b. Dico duas lineas a b & c b esse quas quærimus. Erit enim primã partem 30 tertij, angulus c rectus, & ideo per penultimam primi, quadratũ a b æquale est quadratis duarum linearũ a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratũ lineæ a c est sicut d e ad f per hypothesin, erit per euersam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, sicut d e ad f e, ergo quadratum c b communicat cum quadrato a b per 6 huius, erit igitur quadratum c b rationale per diffinitionem, cum communicet rationali superficiei. Et quia c b & a b sunt incommensurabiles per ultimam partem 7, constat duas lineas a b & c b esse rationales, potentia tantum communicantes. At quia linea a b est potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per secundam partem septimæ communicat secum in longitudine, cõstat habitum esse propositum.



CAMPANI annotatio Si autem lineæ plures duabus potentia tantum rationales communicantes quarum una potentior longior sit qualibet aliarũ in quadrato alicuius lineæ secũ cõmunicãtis in longitudine, reperire, sit ut prius linea a b rationalis in lõgitudine, super quã describatur semicirculus a c b, sumaturq́ nũerus quadratus, qui sit diuisibilis in multos quadratos & nõ quadratos, quorũ nõ quadratorũ minime sit ꝓportio sicut aliquorum numerorum quadratorũ, tales autem numeri ultro se offerunt, ut 36, qui est diuisibilis in 25 & 11, itemq; in 16 & 20, rursusq́; in 9 & 27, ac iterum in 4 & 27, ac iterum in 4 & 32, istorum uero non quadratorum qui sunt 11, 20, 27, 32, adinuicem, nõ est proportio sicut alicuius numeri quadrati ad alium numerũ quadratum. Esto igitur ut nũerus d quadratus, diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq́; quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a c, sicut numerus d ad numerum e, ducatur linea c b. & constat propositum ut prius demonstratum est a b & b c esse duas tales lineas quas inquirimus. Similiter quoq; diuidam d in g quadratum & h non quadratum, sitque quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a k, sicut d ad g. & ducatur linea k b. eruntque ut prius duæ lineæ a b & k b. quales inquirimus. Eodem modo si rursus diuidatur d in l quadratum & m non quadratum, & ponatur pro-



proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a n ſicut d ad l.& producatur n b,e runt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus. Quod ſi rurſus diuidatur d in p quadratum & in q nō quadratum,& fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratū lineæ a r ſicut d ad p,& protracta fuerit linea r b.erūt etiam duæ a b & b r,quales inquirimus. Sunt itaque lineæ a b,b c,b k,b n,b r.potentia tantū rationales & in ea cōmunicantes, quarum una uidelicet a b eſt potentior qualibet aliarū in quadrato lineæ ſecū communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c,b k,b n,b r, nulla communicat alij in longitudine,cōſtat propoſitum.Iſtud autē ſic probatur.patet enim ex præmiſſis,quod quadratū lineæ b c ad quadratū lineæ a b eſt ſicut numerus f ad numerū d,& quadratū lineæ a b ad quadratū lineæ b k eſt ſicut numerus f ad numerū d,& quadratū lineæ a b ad quadratū lineæ b k eſt ſicut numerus d ad numerū h,ergo per æquā proportionalitatē quadratū lineæ b c ad quadratum lineæ b k,eſt ſicut numerus f ad numerū h,ſed nullus quatuor numerorū f,h.m.k,ſe habet ex hypotheſi ad alium ſicut numerus quadratus ad numerum quadratum.quare per 9 partem ſeptimæ,duæ lineæ b c,b k,ſunt incommenſurabiles in longitudine.Eadem ratione quælibet duæ ex illis quatuor ſunt incommenſurabiles in longitudine.Liquet ergo quod uolumus.

Eucli.ex Camp. *Propoſitio 18*

18 **DVas lineas in potentia tantum rationales communicantes quarum longior plus poſſit breuiori quantum quadratum lineæ ſibi incommenſurabilis in longitudine inuenire.**

CAMPANVS In hac quoq; remaneat eadem diſpoſitio eædemq; hypotheſes quæ in præmiſſa.hoc ſolum mutato quod proportio numeri d e ad neutrum duorum numerorum d f & f e,ſit ſicut numeri quadrati ad numerum quadratū.hoc aūt facile fiet,poſito d,e quolibet nūero quadrato diuiſo in duos numeros nō quadratos,ut ſi d e ſit 9,& d f,6,& f e 3,argumētādo ut prius,hoc dūtaxat excepto qđ a b & a c ſint incōmēſurabiles in lōgitudine per ultimā partē 7.



CAMPANI additio Et ſciendū quod duæ lineæ quales hæc & præmiſſa docēt inuenire,cōponūt binomiū,& minori earum abſciſa de maiori,quæ reliqua eſt dicitur reſiduū. Nota etiam quod lineæ tantum potentia rationales communicantes,poſſunt eſſe una rationalis & alia irrationalis,ſicut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarū una ſit 25 pedum & alia 24,ſunt rationalia potentia tantum communicantia,latus enim primæ ſuperficiei eſt 5 latus uero ſecundæ non numeratur . Et poſſunt eſſe ambæ irrationales. ut latera tetragonica duarum ſuperficierum quarum una ſit 24 pedum & alia 15,neutrius enim numeratur latus,ſuntq; in longitudine incommenſurabilia ex ultima parte ſeptimæ, Quod ſi libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales communicantes,quarum una ſit potentior qualibet aliarū in quadrato lineæ ſecum non cōmunicantis in longitudine,ſumatur talis numerus qui poſſit pluries ſic diuidi quod ipſius ad nullam ſuarum partium nec alicuius ad aliquā aliarum ſit proportio ut numeri quadrati ad numerū quadratū,ut 25.poteſt diuidi in 2 & 23,item in 5 & 20,& rurſus in 7 & 18.Et ſic proceſſus idem qui fuit in præmiſſa.

Eucli.ex Camp. *Propoſitio 19*

19 **OMnis ſuperficies quam continent duæ lineæ potentialiter tātum rationales communicantes,eſt irrationalis , diciturq; ſuperficies medialis,eiuſque latus tetragonicum ſcilicet quod in eam poteſt, eſt irrationale,diciturq; linea medialis.**

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b.b c,continentes ſuperficiem a c,rationales potentia tantū communicantes,quæ qualiter reperiantur,ex præmiſſa & antepræmiſſam manifeſtum eſt,dico ſuperficiem a c eſſe irrationalem . Sit enim d c quadratum b c, eritque rationale per hypotheſin,eo quod linea b c eſt rationalis in potentia. Et quia ex prima ſexti a c ad c d ſicut a b ad b d, non communicat autem a b cum b d,quia ex hypotheſi non communicat cū ſua æquali . quæ eſt b c, ſequitur per ſecundam partem 10 ut etiam a c non cōmunicet cum c d,quare per diffinitionem,ſuperficies

a c

a c est irrationalis, ideoq́ & suum latus tetragonicum est etiã irrationale. Dicitur autem hæc superficies medialis, quoniã ipsa est medio loco proportionalis inter duas superficies rationales, uidelicet inter quadrata duarum linearũ ipsam cõtinentium. Et lineam potens in ipsam dicitur medialis, quoniam ipsa quoque est medio loco proportiõalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes, & hæ duæ lineæ, sunt latera dictæ superficiei. Et hoc est quod uolumus.



THEON Lemma.

Potens irrationalem aream, irrationalis est.

Posßit enim α, irrationalem aream, hoc est id quod ex α, quadratum æquale irrationale areæ. Dico quod α irrationalis est: si enim est rationalis, erit rationale quoq; id quod ex α quadratum. sic enim in diffinitionibus, non est autem. Irrationalis igitur est α. Potens irrationalem igitur, & reliqua, quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 21

21 Sub rationalibus potentia tantũ commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, irrationale est, illudq́ potens irrationalis est, uoceturq́ media.

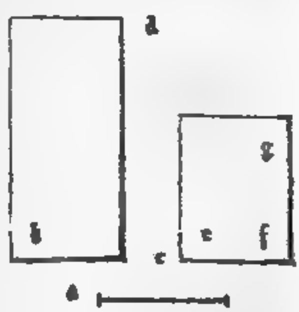
THEON ex Zamberto. *Sub rationalibus enim potentia tantum commensurabilibus rectis lineis α β. & β γ comprehendatur rectangulum α γ, Dico quod α γ, irrationale est potensq́; illud irrationalis est & media appellatur. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, rationale igitur est ipsum α δ. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine (potentia namq; tantum supponuntur cõmensurabiles) æqualis autem est α β ipsi β δ, incommensurabilis igitur est & β δ. ipsi β γ longitudine. Estq; sicut δ β ad β γ, sic est α δ, ad α γ, incommensurabile igitur est (per 11 decimi) δ α, ipsi α γ. Rationale autem est δ α, irrationale igitur est α γ, quare & ipsum potens α γ, hoc est potens æquale ei quadratum, irrationalis est: uoceturq; media, eo quia ex ipsa quadratum, æquale est ei quod α β, β γ, & eo quia ipsa media (per secundam partem 17 sexti,) proportionalis est ipsis α β, & β γ. Sub rationalibus igitur potentia tantum, & reliqua, quod oportuit demonstraße.*



Eucli. ex Camp. Propositio 20

20 CVm adiuncta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies æqualis quadrato lineæ medialis, latus eius secundũ potẽtialiter tantũ erit ratiõale, lateri que primo in lõgitudine incõmẽsurabile.

CAMPANVS Hæc est quasi cõuersa præmissæ. Sit a linea medialis, sitq́ linea b c ratiõalis in longitudine, cui adiungatur superficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiũgatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate ut docet 10 sexti, eritq́ superficies ex b c in d æqualis quadrato lineæ a, per 16 eiusdem, dico latus eius secundũ, quod est d c, esse rationale in potẽtia tantũ. & incõmensurabile in lõgitudine lateri b c. Eritq́ ex præmissa per diffinitionẽ lineæ medialis, ut linea a possit in aliquã superficiẽ cõtentã à duabus lineis potẽtia tantũ rationalibus cõmunicãtibus, quæ sit superficies e g cuius latera e f & f g Erũtq́ duæ superficies b d & e g per primam partem 11 sexti laterum mutuorũ, propter hoc quod ipsæ sunt æquales & rectãgulæ, proportio ergo b c ad e f, est sicut f g ad c d. Quare per 10 cũ b c cõmunicet in potẽtia cũ e f, eo quod quadrata utriusq́ earum sunt rationalia ex hypothesi, f g cõmunicabit in potentia cũ c d. Cum igitur quadratum f g sit rationale per hypothesin, erit quoq́ quadratũ c d rationale per diffinitionẽ. At quia superficies b d est irratiõalis sicut sua æqualis e g, per præmissam, sequitur ut quadratũ lineæ c d nõ communicet cũ superficiẽ b d. Et quia quadratum lineæ c d ad superficiẽ b d est per primam sexti sicut c d ad c b, erit per secundã partem 10 ut c d non communicet cum b c. Quare cũ b c sit rationalis in longitudine ex hypothesi, erit c d irrationalis in longitudine, & potẽtia tantum rationalis. Patet ergo proposita conclusio.



THEON Lemma.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, est sicut prima ad secundam sic quod à prima ad id quod sub duabus rectis lineis.

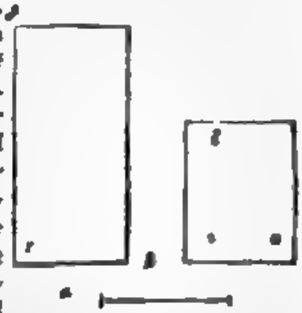
Sint binæ rectæ lineæ, ζε, εη. Dico quod est sicut ζε, ad εη, sic est quod ex ζε, ad id quod sub ζε, & εη. Describatur enim (per 46 primi ex ζε, quadratum δε, compleaturque ζη. Quoniam igitur est sicut ζε ad εη, sic est ζδ, ad ζη, & est quidem ζδ, id quod ex ζε, at ζη id est quod sub δε, & εη, hoc est quod sub ζε, & εη, est igitur sicut ζε, ad εη, sic quod ex ζε, ad id quod sub ζε, & εη, similiter quoque & sicut quod sub ηε, & εζ, ad id quod ex εζ, hoc est sicut ηζ, ad δζ, sic ηε, ad εζ.



Eucli. ex Zamb. Theorema 19 Propositio 22

22 ## Quod à media ad rationalem comparatum, latitudinem efficit rationalem, & ei ad quam comparatur longitudine incommensurabilem.

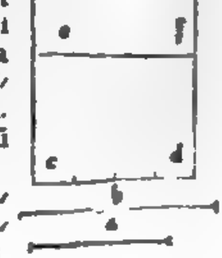
THEON ex Zamberto. *Sit (per 21 decimi) media quidem α, rationalis autem γβ, & ei quidem quod ex α, æqua quæ ad βγ, comparetur (per 45 primi,) area rectangula βδ, latitudinem efficiens γδ. Dico quod rationalis est γδ, & incommensurabilis ipsi γβ longitudine. Quoniam (per 21 decimi,) α media est, potest aream comprehensam sub rationalibus potentia tantum commensurabilibus, possit ipsam ηζ, potest autem & βδ, æqualis igitur est βδ, ipsi ηζ, est autem & ei æquiangula. Aequalium autem & æquiangulorum parallelogrammorum (per 14 sexti, reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, proportionaliter igitur est sicut βγ ad εη, sic εζ ad γδ, est igitur (per 22 sexti, & sicut id quod ex βγ ad id quod ex εη, sic est id quod ex εζ, ad id quod ex γδ Commensurabile autem est (per hypothesim,) quod ex βγ, ei quod ex εη. Rationalis enim est utraque ipsarum. Commensurabile igitur est (per 11 decimi,) & quod ex γζ ei quod ex γδ. Rationale autem est quod ex εζ, rationale igitur & quod ex γδ, rationalis igitur est γδ. Et quoniam incommensurabilis est εζ, ipsi εη longitudine (potentia enim tantum sunt commensurabiles) sicut autem εζ, ad εη, sic (per lemma præcedens) quod ex εζ, ad id quod sub εζ, & εη, incommensurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex εζ, et quod sub ζε, & εη. Sed ei quidem quod ex εζ, commensurabile est id quod ex γδ, rationales enim sunt potentia, ei autem quod sub ζε, & εη, commensurabile est id quod sub δγ, & γβ, æqualia enim sunt ei quod ex α. Incommensurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex γδ ei quod sub δγ, & γβ. Sicut autem quod ex γδ, ad id quod sub δγ, & γβ, sic (per lemma præcedens) est δγ ad γβ. Incommensurabilis igitur est δγ, ipsi γβ longitudine. Rationalis igitur est γδ, & ipsi γβ longitudine commensurabilis. Quod erat demonstrandum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 21

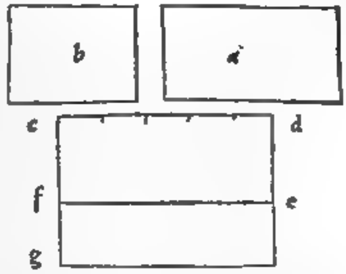
21 ## Omnis linea communicans mediali, est medialis.

CAMPANVS. Sit linea a medialis, cui ponatur linea b esse communicans siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico quod etiam linea b est medialis. Sit enim linea c d rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies c f æqualis quadrato lineæ a, & item superficies e g æqualis quadrato lineæ b. hoc autem qualiter fiat, in præmissæ demõstratione dictum est. Eritque per præmissam linea d f rationalis in potentia tantum. & incommensurabilis lineæ c d. Et quia per primam sexti e g ad c f sicut f g ad d f, communicat autem e g cum c f eo quod quadratum b communicat cum quadrato a per hypothesin, quibus quadratis dictæ superficies positæ sunt æquales, sequitur per primam partem decimæ ut linea f g communicet cum linea d f, quare f g est rationalis in potentia tãtum, sicut est d f, & incommensurabilis in longitudine lineæ e f. cum linea d f sibi communicans sit incommensurabilis eidem e f. eo quod suæ æquali. Hoc enim probatum est in 5, quod si fuerint duæ quantitates cõmunicantes, cuicunque una earum non communicat, nec reliqua. Itaque per 19 erit superficies e g medialis, & eius latus tetragonicũ quod est b, mediale. Quod est propositum.



CAMPANI additio. Similiter quoque omnis superficies communicans superficiei mediali, medialis esse cõuincitur. Si enim superficies

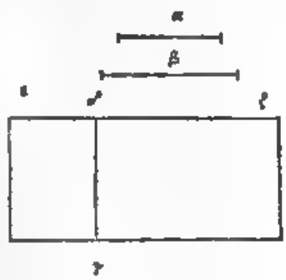
cies a medialis, cui ponatur superficies b esse cōmunicans, dico superficiem b esse medialem, quod sic constabit. Sit linea c d rationalis in lōgitudine, adiungaturq; ei superficies c e, quæ sit æqualis superficiei a, quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f ad quā sic se habeat unū ex lateribus superficiei a, sicut linea c d se habet ad reliquū: hæc autē linea qualiter reperiatur, in 19 sexti dictum est, eritq; ex 15 eiusdem superficies d f æqualis a. Itemq; eodem modo ad lineam e f adiūgatur superficies e g, quæ sit æqualis b: erit itaq; per 20 linea c f potentia tantum rationalis, erit quoq; lineæ c d in longitudine incommensurabilis. Et quia a & b erant cōmunicantes ex hypothesi, erunt quoq; c e & e g eis æquales cōmunicantes, itaq; per primam sexti & per primā partem decimæ huius, erunt duæ lineæ c f & f g, cōmunicantes in longitudine. Est igitur linea f g rationalis in potentia tantum, & lineæ e f incōmensurabilis in longitudine, quare per 19 superficies e g erit meqialis, cum linea e f sit rationalis in longitudine sicut c d sibi æqualis. Cum sit ergo b æqualis e g, erit quoq; b medialis, quod est propositum. Et nota quod omnes superficies mediales communicantes, componunt superficiem medialem. Vnde tota d g est medialis, quia cum duæ lineæ c f & f g sint rationales in potentia tantum, & non communicātes in longitudine, sequitur ut tota c g sit rationalis in potentia tantum, & non cōmunicans c d in longitudine, itaq; per 19 d g est medialis. Eodemq; modo si sint plures.



Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propositio 23

23 **Quæ mediæ commensurabilis, media est.**

THEON ex Zamberto. *Sit media α, & ipsi α commensurabilis esto β. Dico quod & β media est. Exponatur enim rationalis γ δ, & ei quod ex α sit æquale ad γ δ comparetur area rectangula γ ε (per 45 primi), latitudinē efficiens ipsam ε δ. Rationalis igitur est (per præcedentem) ε δ, incommensurabilisq; ipsi γ δ longitudine, ei autem quod ex β æquale ad γ δ comparetur (per 44 primi) area rectangula γ ζ, latitudinem efficiens δ ζ. Quoniam igitur commensurabilis est α ipsi β, commensurabile est quoq; id quod ex α ad id quod ex β. Sed ei quidem quod ex α, æquum est ε γ: ei autem quod ex β, æquum est γ ζ. Cōmensurabile igitur est ipsi ε ζ, estq; sicut ε γ ad γ ζ, sic est ε δ ad δ ζ. Cōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) ε δ ipsi δ ζ longitudine. Rationalis autem est ε δ, & ipsi δ γ incommensuralis longitudine. Rationalis igitur est & δ ζ & ipsi δ γ longitudine incōmensurabilis. Igitur γ δ & δ ζ (per 13 decimi) rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Quod autem sub rationalibus potentia tantum cōmensurabilibus rectis lineis comprehenditur rectangulum, irrationale est (per 21 decimi) & illud potens, irrationalis est, appellaturq; media potens igitur id quod sub γ δ & δ ζ, media est, potestq; β quod sub γ δ & δ ζ sit, media igitur est β, quod erat ostendendum.*

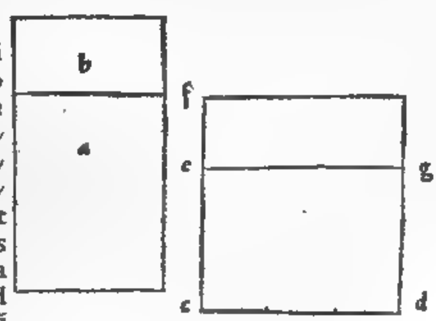


CORRELARIVM. *Hinc igitur est manifestum, quod mediæ areæ commensurabilis media est, possunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia sunt commensurabiles, quarum altera media, quare & reliqua media est. Similiter autem eis quæ de rationalibus dicta sunt, sequitur & in medijs ut mediæ longitudine cōmensurabilis, media appellctur, eiq; cōmensurabilis non tantum longitudine sed & potentia, quoniam in uniuersali longitudine cōmensurabiles omnino & potentia. Si uero mediæ commensurabiles potentia tantum, dicuntur mediæ potentia tantum commensurabiles.*

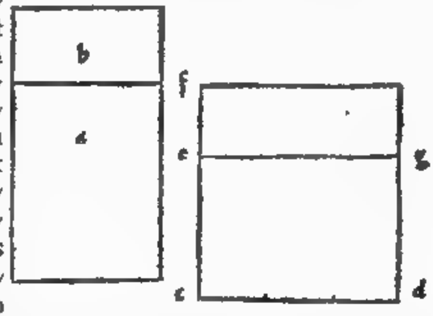
Eucli. ex Camp. Propositio 22

22 **OMnis differentia qua abundat mediale à mediali, irrationalis esse probatur.** *Zamb. 26*

CAMPANVS. Sit utraq; duarū superficierū a b & a, medialis: dico quod superficies b quæ est earum differentia, est irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d e æqualis superficiei a, & superficies d f æqualis totali superficiei a b, hoc autē qualiter fiat in præmissa docuimus. Quia ergo d f est æqualis a b & d e æqualis a, erit per conceptionē g f æqualis b. Si itaq; superficies b non est irrationalis sed rationalis, erit & f g sua æqualis rationalis. At cū



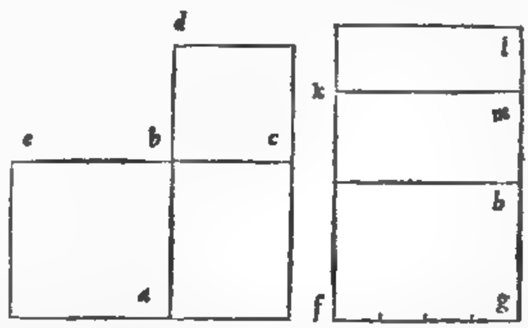
linea e g sit rationalis in longitudine sicut sua æqualis c d, erit per 15 linea e f rationalis in longitudine & cõmunicans lineæ e g, per 20 autem est utraque duarum linearum c e & e f potẽtialiter tantũ rationalis, & lineæ c d incõmensurabilis in longitudine, itaq; e f linea est incõmensurabilis lineæ c e in lõgitudine. Et quia per primam sexti quadratum lineæ e f ad superficiem quæ fit ex e f in c e est, sicut e f ad c e, sequitur per secũdam partem decimæ ut quadratum lineæ e f sit incõmensurabile superficiei factæ ex e f in c e, quare & ipsum quadratum erit incommensurabile duplo superficiei ex e f in c e, quadratũ uero c e cum sit rationale. est cõmunicans quadrato e f, totum igitur ex ambobus cõpositum erit per 9 cõmunicans quadrato e f. Et ideo incõmensurabile duplo superficiei ex e f in c e. Et quia per 4 secundi quadratum lineæ c f est æquale duobus quadratis duarum linearum c e & e f, & duplo superficiei ex c e in e f, & duplum superficiei c e in e f est incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f, sequitur per ea quæ addita sunt in 5, ut quadratũ c f sit incommensurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale, sequitur quadratum lineæ c f non esse rationale, & ideo linea c f non est rationalis in potentia, & idcirco non erit superficies d f medialis, neq; a b sibi æqualis, quod est inconueniens, cum sit contrarium positus. Relinquitur igitur quod superficies b, est irrationalis, quod est propositum.



Eucli. ex Camp. *Propositio 23*

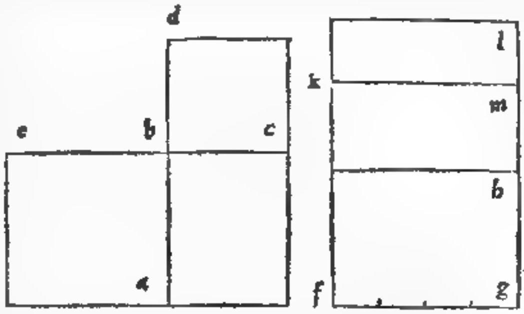
23 OMnis superficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum cõmunicantes, aut rationalis est aut medialis.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantũ communicantes, dico quod superficies a c ab eis contenta aut est rationalis, aut medialis. Sint enim, c d quadratũ lineæ b c, & a e quadratum lineæ a b: erũtq; ex hypothesi hæc duo quadrata communicantia. & erit per primam sexti superficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea f g quæ sit rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies f h æqualis quadrato a e, & h k æqualis superficiei a c, & K l æqualis quadrato d c, eruntq; hæ tres superficies f h, h k, & K l continue proportionales, sicut sunt æquales a e, a c, & d c, quare per primam sexti erunt etiam tres lineæ g h, h m, & m l, quæ sunt bases earum, continue proportionales. Et cum superficies f h & K l sint communicantes, sicut duo quadrata a e & c d eis æqualia, sequitur per primam sexti & decimam huius ut linea g h sit cõmunicans cum l m, utraque autem earum est rationalis, in potentia per 20 huius: igitur superficies unius earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent duæ lineæ rationales in potentia, cõmunicantes in longitudine, necessario est rationalis, ut patet ex prima sexti & prima parte decimæ huius & ex diffinitione superficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæsextæ quadratum lineæ l m est æquale superficiei ex g h in m l, erit quadratũ lineæ h m rationale. Si ergo linea h m est rationalis in lõgitudine sibi cõmunicans lineæ k m quæ est æqualis lineæ f g, erit per 15 superficies h K rationalis, ideoq; & sua æqualis a c. Si autem h m sit irrationalis in longitudine siue incommensurabilis lineæ K m quæ est æqualis lineæ f g, cum ipsa sit rationalis saltem in potentia eo quod suum quadratum est rationale, erit ex 19 superficies h K medialis, quare & sua æqualis a c. Constat ergo propositum.



CAMPANI annotatio. Et nota quod si duæ lineæ a b & b c essent mediales in longitudine cõmunicantes, esset superficies a c medialis tantum, esset enim superficies a c communicans utrique duorum quadratorum a e & c d per primam sexti & per præsentem hypothesin, & per 10 huius, & ideo superficies h k æqualis a c. esset communicans utrique superficiei f h & k l, igitur per primam sexti, & 10 huius linea h m esset cõmunicans utrique duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ essent rationales in potentia tantum, non cõmunicantes in longitudine lineæ f g, esset quoque h m rationalis in potentia tantum, non cõmunicans in longitudine lineæ f g, quare per 19 esset superficies h k medialis tantum & ideo etiam a c sibi æqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c essent mediales, neque in longitudine neque in potentia communicantes, superficies a c neque esset rationalis neque medialis, si enim sic esset, scilicet, quod duæ lineæ a b & b c essent mediales neque in longitudine neque in potentia cõmunicantes, essent duo quadrata a e & c d incommunicantia, itaque & duæ superficies f h & k l eis æquales quoque essent incommunicantes, quare & duæ lineæ g h & m l essent incommensurabiles per primam sexti. & per secundam partem decimi. Et quia utraque earum est rationalis tantum in potentia, per 20 esset superficies unius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratũ lineæ h m sit æquale dictæ superficiei quæ fit ex g h in m l, per primam partem 16 sexti, esset per 19 linea h m linea medialis, per 15 ergo non esset superficies h k rationalis, nec etiam per 20 medialis, quare nec sua æqualis a c.

Zamb. 24



Præcedentes duæ ex Campano propositiones, scilicet, 22. & 23. tribus ex Zamberto sequentibus, uidelicet, 24. 25. & 26. inuerso ordine respondent, 22. namque ex Campano, 26. ex Zamberto, 26. autem ex Campano, cum additione, 24. & 25. ex Zamberto respondent.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 21* *Propositio 24.*

24 Sub medijs longitudine commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, medium est.

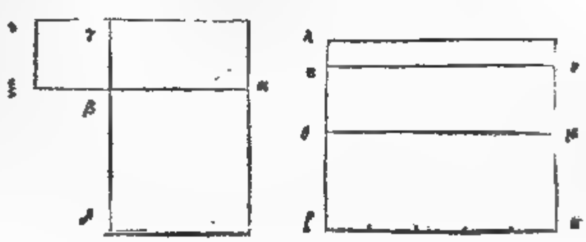
THEON *ex Zamberto. Sub medijs enim longitudine commensurabilibus rectis lineis α β, β γ, comprehendatur rectangulum α γ, dico quod α γ medium est. Describatur enim (per 49 primi) ex α β, quadratum α δ, medium igitur est α δ. Et quoniam cõmensurabilis est α β ipsi β γ longitudine, æqualis autem est α β ipsi β δ, commensurabilis igitur est δ β ipsi β γ longitudine. Quare & δ α ipsi α γ (per correlarium 15 decimi) commensurabile est: medium autem est δ α, medium igitur est & α γ, quod oportebat ostendere.*

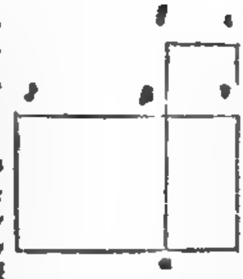


Eucli. ex Zamb. *Theorema 22* *Propositio 25*

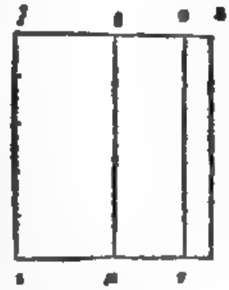
25 Sub medijs potentia tantum commensurabilibus rectis lines comprehensum rectangulum, aut rationale aut medium est.

THEON *ex Zamberto. Sub medijs potentia tantum cõmensurabilibus rectis lineis α β, β γ, cõprehendatur rectanguliũ α γ. Dico quod α γ, aut rationale, aut mediũ est. Describantur enim (per 46 primi) ex α β & β γ, quadrata α δ & β ε, medium est igitur utrumque ipsorũ α δ & β ε. Exponaturque rationalis ζ η, ipsique α δ æquum ad ζ η comparetur (per 45 primi) rectangulũ paralle-*



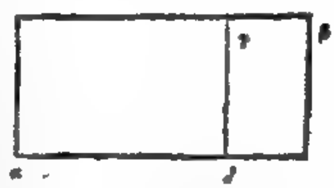


logrammũ κ θ, ipsam latitudinẽ efficiens ζ ι. Ipsi autem α γ ad θ μ æquum compareur (per eandem) rectangulum parallelogrammũ μ κ, latitudinem efficiens θ κ. Et insuper (per eandem) ϐ ι æquum similiter ad κ ν comparetur ν λ, ipsam latitudinem efficiens κ λ. In rectas lineas igitur sunt ζ θ, θ κ, & κ λ, & quoniam utrunq; ipsorum α δ & ϐ ε medium est, estq; æquale α δ, ipsi ι θ, & ϐ ε ipsi ν λ, medium igitur est & utrunq; ipsorum ι θ, ν λ, & ad rationalem ζ ι comparata sunt. Rationalis igitur est (per 22 decimi) utraq; ipsarum ζ θ & κ λ, & incõmensurabilis ipsi ζ ι longitudine. Quoniam igitur commensurabile est α δ ipsi ϐ ε, cõmensurabile igitur est (per 11 decimi) & ι θ ipsi ν λ, estq; sicut ι θ ad λ ν, sic (per primam sexti) est ζ θ ad κ λ. Cõmensurabilis igitur est (per eandem 11) ζ θ ipsi κ λ longitudine. Ipsæ igitur ζ θ, κ λ, rationales sunt longitudine cõmensurabiles. Rationale est igitur (per 19 decimi) quod sub ζ θ, κ λ. Et quoniam æqualis est quidem δ β ipsi β κ, & ζ ϐ ipsi β γ, est igitur sicut δ β ad β γ, sic est κ β ad ϐ ζ. Sed sicut quidem δ β ad β γ, sic est (per primam sexti, & per 11 quinti) δ κ ad κ γ, sicut autem κ ϐ ad ϐ ζ, sic est κ γ ad γ ζ, est igitur sicut δ κ ad κ γ, sic est κ γ ad γ ζ, æquum autem est α δ ipsi ι θ, & κ γ ipsi μ κ, & γ ζ ipsi ν λ, est igitur (per 17 sexti) sicut ι θ ad μ κ, sic est μ κ ad ν λ, est igitur sicut & ζ θ ad ipsam θ κ, sic est θ κ ad ipsam κ λ. Igitur quod sub ζ θ, κ λ, æquum est ei quod fit sub θ κ. Rationale autem est quod sub ζ θ, ζ λ, rationale igitur est & quod ex θ κ. Rationalis est igitur (per 19 decimi) ipsa θ κ, & siquidem commensurabilis est ipsi θ μ, hoc est ipsi ζ ι longitudine, rationale est (per 21 decimi) ipsum ν θ. Si autem incommensurabilis est ipsi ζ ι longitudine, ipsæ θ κ & θ μ rationales (per 22 decimi) potentia solum commensurabiles, medium igitur est θ κ. Igitur θ ν aut rationale est aut medium, æquum autem est θ ν ipsi α γ, igitur α γ uel rationale uel medium est. Sub medijs igitur potentia tantum cõmensurabilibus, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

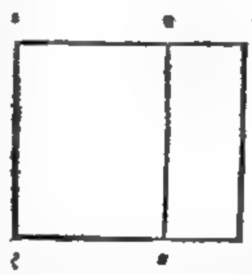


Eucli. ex Zamb. Theorema 23 Propositio 26

26 Medium, non excedit medium rationali.



THEON ex Zamberto. Si enim poßibile, medium α ϐ, medium α γ excedat rationali δ β, ponaturq; rationalis ι ζ, ipsiq; α β æquum ad ι ζ comparetur (per 44 primi) parallelogrammũ rectangulum ζ θ, latitudinẽ efficiens ι θ: ipsi autem α γ æquum auferatur ζ κ, reliquum igitur β δ (per tertiam cõmunem sententiam) reliquo κ θ est æquale. Rationale autem est δ ϐ, rationale igitur est & κ θ. Quoniam igitur medium est utrunq; ipsorum α β, α γ, estq; α ϐ ipsi ζ θ æquale (per correlarium 23 decimi) at α γ ipsi ζ κ, medium igitur est utrunq; ipsorũ ζ θ, ζ κ, & ad rationem ι ζ comparata sunt. Igitur rationalis est utraq; ipsarum θ ι & ι κ, & incommensurabilis ipsi ι ζ longitudine (per 22 decimi.) Et quoniam rationale est δ β, estq; ipsi κ θ æquale, rationale igitur est & κ θ, ad rationalemq; ι ζ comparatũ est, rationalis igitur est (per 20 decimi) κ θ, & ipsi ι ζ longitudine commensurabilis. Sed ι κ rationalis est, & ipsi ι ζ longitudine incõmensurabilis, incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) ι κ ipsi κ θ longitudine, estq; sicut ι κ ad κ θ, sic quod ex ι κ ad id quod ι κ & κ θ. Incõmensurabile igitur est (per 11 decimi & lemma 11 decimi) quod ex ι κ ei quod sub ι κ & κ θ. Sed ipsi quidem quod ex ι κ, cõmensurabilia sunt quæ ex ι κ & κ θ quadrata, rationalia etenim utraq; ei autem quod sub ι κ & κ θ cõmensurabile est (per 11 decimi) id quod bis sub ι κ & κ θ, duplum nanq; est illius. Incõmensurabilia igitur sunt (per 16 decimi) quæ ex ι κ & κ θ, ei quod bis sub ι κ & κ θ, & utraq; igitur simul quæ ex ι κ & κ θ, & quod bis sub ι κ & κ θ quod est id quod ex ι θ (per 4 secundi) incõmensurabile est eis quæ ex ι κ & κ θ. Rationalia autẽ sunt quæ ex ι κ & κ θ (per diffinitionẽ.) Irrationale igitur est qđ ex ι θ, irrationalis igitur est ι θ, sed & rationalis, quod est impoßibile: medium igitur mediũ non excedit rationali, quod erat ostendendum.



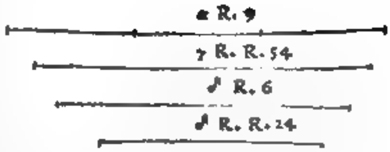
Sequentes duæ ex Zamberto neutiquã in Campano respondentes habent.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 27

27 Medias inuenire potentia tantum cõmensurabiles, rationale comprehendentes.

THEON ex Zamberto. Exponantur binæ rationales potentia tantum commensurabiles α β, sumanturq; (per 13 sexti) ipsarum α, β, media proportionalis γ. Fiatq; (per 11 sexti) sicut α ad β, sic γ ad δ. Et quoniam ipsæ α, β, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, igitur quod sub α, β, hoc est quod ex γ fit (per 22 decimi) medium est, media igitur est γ. Et quoniam est sicut α ad β, sic γ a δ, ipsæ autem α, β, potentia tantum sunt commensura-

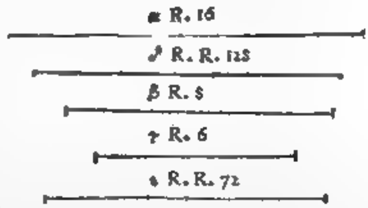
cōmensurabiles, & γ, δ, igitur (per 11 decimi) potentia tantum sunt cōmensurabiles, estq́; γ media, media igitur est (per 23 decimi) & δ. Ipsæ igitur γ, δ, (per constructionem) mediæ sunt potentia tantum cōmensurabiles. Dico quod & rationale comprehendunt. Quoniam enim est sicut α ad β, sic est γ ad δ, uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α ad γ, sic est β ad δ. Sed sicut α ad γ, sic γ ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad β, sic β ad δ, igitur quod sub γ, δ, æquum est ei quod ex β. Rationale autem est quod ex β. Rationale igitur est quod sub γ, δ. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes, quod fecisse oportuit.



Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 28

28 Medias comperire potentia tantum cómensurabiles, medium comprehendentes.

THEON ex Zamb. Exponantur enim tres rationales potentia tantum cōmensurabiles, α, β, γ. suscipiaturq́; (per 13 sexti) ipsarum α, β, media proportionalis δ. Fiatq́; (per 12 sexti) sicut β ad γ, sic δ ad ε. Quoniam enim α, β, rationales sunt, potentia tantum cōmensurabiles, igitur (per 21 decimi) quod sub α β, hoc est id quod ex δ, medium est: media igitur est δ. Et quoniam β, γ, potentia solum sunt cōmensurabiles, estq́; sicut β ad γ, sic est δ ad ε, ipsæ igitur δ, ε, (per 11 decimi) potentia tantū sunt cōmensurabiles, media uero est δ, & igitur ε. Igitur ipsæ δ, γ, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Dico quod & medium comprehendunt. Quoniam enim est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, uicissim igitur (per 16 quinti) sicut β ad δ, sic est γ ad ε. Sicut autem β ad δ, sic δ ad α. Et sicut igitur (per 11 quinti) δ ad α, sic γ ad ε. Quod igitur sub α, γ, (per 16 sexti) æquum est ei quod sub δ, ε, medium autem quod sub α, γ, medium igitur (per correlarium 23 decimi) quod sub δ ε. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, medium comprehendentes, quod fecisse oportuit.



THEON Lemma.

Comperire duos quadratos numeros, ut ex eis cópositus sit quadratus.

THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α β & β γ, sintq́; aut pares, aut impares. Et quoniam si à pari par auferatur, & si ab impari impar, (per 26 noni) reliquus erit par, si igitur ab α β pari par β γ, aut ab impari α β, impar β γ auferatur, reliquus α γ par est. Secetur α γ bifariam in δ, sint autem ipsi α β, β γ, aut similes plani, aut quadrati, qui & ipsi similes plani sunt. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus est (per 6 secundi) ei qui ex β δ quadrato, estq́; quadratus qui sub α β, β γ, quoniam patuit (per primam noni) quod si bini similes plani multiplicantes se adinuicem aliquem fecerint, factus quadratus est. Inuenti igitur sunt bini quadrati numeri qui sub α β, β γ, & qui ex γ δ, qui compositi, β δ quadratum conficiunt.

α . . . . . δ . . . . . γ . . . . β

CORRELARIVM. Ac manifestū quod inuenti sunt rursus bini quadrati, & qui ex β δ, & qui ex γ δ, ut & eorū excessus qui sub α β, β γ, est quadratus, quando ipsi α β, β γ, similes fuerint plani. Quando autem non fuerint similes plani, inuenti sunt bini quadrati & qui ex β δ & qui ex δ γ, quorum excessus qui sub α β & β γ non est quadratus.

Lemma præcedentis oppositum.

Inuenire binos quadratos numeros, ut ex eis compositus non sit quadratus.

Sint enim α β, β γ, similes plani ut qui sub α β, β γ, (per primam noni) sit quadratus, sitq́; par γ α, seceturq́; γ α bifariam in δ. Manifestum iam est quod qui sub α β, β γ, quadratus una cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus est ei qui ex β δ quadrato. Auferatur autem unitas δ ε. Igitur qui sub α β & β γ una cum eo qui ex γ ε, minor est eo qui ex β δ quadrato. Dico igitur quod qui sub α β, β γ, quadratus una cum eo qui ex γ ε, non est quadratus. Si enim est quadratus, uel est æqualis ei qui ex β ε, uel eo minor.* Maior autem non erit, cum qui sub α β, β γ, quadratus una cum eo qui ex γ δ quadrato, hoc est qui ex β δ, primus sit maiorum quadrato qui ex β ε, unitas enim non secatur: maior autem est eo qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ε, γ δ enim, ipso γ ε unitate maior. Sit autem (si possibile est) prius qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ε, æqualis ei qui ex β ε, sitq́; ipsius δ ε unitatis, duplus η α. Quoniam igitur totus α γ totius γ δ duplus est, quorum α η ipsius δ ε est duplus, & reliquus igitur (per 7 septimi) η γ reliqui ε γ duplus est, bifariam igitur ipse γ η, diuisus est in ε. Igitur qui sub η β & β γ, una cum eo qui ex γ ε, æquus est ei qui ex β ε quadrato. Sed qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ε, æquus supponitur ei qui ex β ε quadrato. Qui sub η β, β γ, igitur una cum eo qui ex γ ε, æquus ei est qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ε. Cōmuni igitur sublato eo qui ex γ ε,* ducitur η β æqualis ipsi α β, quod est impossibile. Qui sub α β, β γ, igitur una cum eo qui ex γ ε, æquus non est ei qui ex β ε. Dico iam quod neque minor eo qui ex β ε. Si enim possibile, sit ei qui ex β ζ æqualis, & ipsius

α . . η . . θ . δ . ε . ζ . . . γ . . . . β

[Margin: Græcus sic habet. Maior autē non erit, ne scilicet secetur unitas, & ne qui sub α β, β γ una cum eo qui ex γ δ, qui est ipsius δ β quadratus, æquus sit ei qui sub α β, β γ una cum eo qui ex γ ε.]

[Margin: [illegible] colligitur]

συναχθήσεται collıgetur ipsius δ ζ duplus ponatur θ α. * Conducaturq; duplus rursus ι γ ipsius γ ζ, & quod ipse ι γ bifariam sectus est in ζ, ac per hoc is qui sub ι ε, ε γ, una cum eo qui ex ζ γ, æquus erit ei qui ex β ζ. Supponitur autem quod qui sub α ε, β γ, una cum eo qui ex γ ι, est æqualis ei qui ex β ζ. Conducetur igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι æqualis ei qui ex ι ε & ε γ una cum eo qui ex γ ζ, quod absurdū est. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, æquus non est minori eo qui ex ε ι, patuit autem quod neq; ei qui ex ε ι, neq; eo maiori. Igitur qui sub α β, β γ, una cum eo qui ex γ ι, quadratus non est. Cum autem sit possibile & pluribus modis prædicta ostendere, sufficiant nobis tamen prædicta, ne materia longior existens longius protrahatur.



Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 29

29 Camp. 17

Comperire binas rationales potentia tantum cōmensurabiles, ut maior minore maius possit eo quod ex cōmensurabili sibi longitudine.

THEON ex Zamb. Exponatur enim quædam rationalis α ε, & bini quadrati numeri γ δ, δ ι, ut ipsorum residuus γ ι non sit quadratus (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi,) & super α β describatur semicirculus α ζ β. Fiatq; sicut (per correlarium 6 decimi) δ γ ad γ ι, sic quod ex β α quadratū ad id quod ex α ζ quadratū, connectaturq; ζ ε. Quoniam igitur est sicut quod ex β α ad id quod est ex α ζ, sic γ δ ad δ γ, igitur quod ex β α ad id qtod ex α ζ, eam habet rationem quam numerus γ δ ad numerū γ ι. Cōmensurabile igitur est quod ex β α, et quod ex α ζ. Rationale autem quod ex α β, rationale igitur & id quod ex α ζ. Rationalis igitur est & α ζ. Et quoniam δ γ ad γ ι



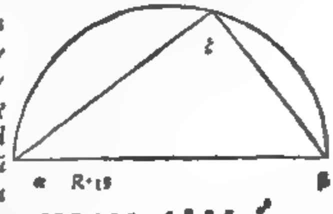
rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; quod ex α β igitur ad id quod ex α ζ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Igitur α β (per 9 decimi) ipsi α ζ longitudine incōmensurab.lis est. Ipsæ igitur α ζ, α β, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Et quoniam est sicut δ γ ad γ ι, sic est quod ex α β ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) sicut γ δ ad δ ι, sic quod ex α ε ad id quod ex β ζ. At γ δ ad δ ι eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Quod igitur ex α β ad id quod ex β ζ, eam habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Cōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α β ad β ζ longitudine. Et quod ex α β (per 47 primi) æquū est eis quæ ex α ζ & ζ β. Igitur α β ipsa α ζ maius potest ipsa β ζ sibi cōmensurabili. Inuentæ igitur sunt binæ rationales potentia tantum cōmensurabiles β α & α ζ, ut β maior ipsa α ζ maius possit eo quod ex ζ β sibi longitudine cōmensurabili. Quod facere oportebat.

Eucli. ex Zamb. Problema 7 Propositio 30

30 Camp. 18

Comperire binas rationales potentia tantum cōmensurabiles, ut maior minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine incōmensurabili.

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α β, biniq; numeri quadrati γ ι & ι δ, ut ex eis compositus γ δ non sit quadratus (per lemma secundum 28 decimi.) Describaturq; super α β, semicirculus α ζ β, fiatq; (per correlariū 6 decimi) sicut δ γ ad γ ι, sic quod ex α β ad id quod ex α ζ conectaturq; ζ β. Similiter iam ostendemus sicut in præcedenti, quod ipsæ ε α & α ζ rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Et quoniam est sicut δ γ ad γ ι, sic est quod ex β α ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) sicut γ δ ad δ ι, sic quod ex α β ad id quod ex ζ β. At γ δ ad δ ι rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex α β, ad id quod ex β ζ rationem habet quam numerus quadratus ad quadratū numerum. Incōmensurabilis igitur est α β ipsi β ζ longitudine, potestq; α β, quàm ipsa α ζ maius eo quod ex β ζ sibi incommensurabili. Ipsæ igitur α β, β ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles & α β quàm ipsa α ζ maius potest eo quod ex ζ β sibi longitudine incommensurabili, quod fecisse oportuit.



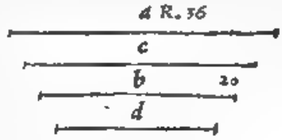
Eucli. ex Camp. Propositio 24

24

DVas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes, quarum longior sit potentior breuiore, augmento quadrati lineæ communicantis eidem longiori in longitudine, inuenire.

CAMPANVS. Cum omnes duæ lineæ mediales potentia tantum communicantes, contineāt superficiem rationalem aut medialem, ut ex præmissa patet, docet inuenire eas duas quæ cōtinent superficiem rationalem & eas quæ medialem. Vnde propositū est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, quarum longior possit

possit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ sibi cõmunicantis in longitudine, quæ contineant superficiem rationalem. Ad hoc secundum doctrinam 17 sumo duas lineas a & b potentia tantum rationales cõmunicantes, quarum longior quæ sit a, possit amplius breuiori quæ sit b, in quadrato alicuius lineæ secum cõmunicantis in lõgitudine, & ponam lineam c secundum doctrinam 9 sexti, medio loco proportionalẽ inter a & b, & ponam ut sit proportio a ad b, sicut c ad d, quod qualiter fiat, in 10 sexti dictũ est. Dico tunc duas lineas c & d, esse quas quærimus. Patet enim ex 19, quod superficies quam continent duæ lineæ a & b, est medialis. Et quia per primam partem 16 sexti, quadratũ lineæ c est dictæ superficiei æquale, erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autẽ sit a ad b, sicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypothesi, quia tam a quàm b rationalis est in potentia, sequitur per 10 quod c quoque communicet cum d in potentia tantum. Itaque per 21 cum c sit linea medialis, erit etiam d medialis, & per primã partem 11, erit linea c potentior linea d, in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d contineant superficiem rationalem, ipsæ sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem, sic habeto. Cum sit a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d, sed erat a ad c, sic c ad b, igitur est c ad b, sicut b ad d, itaque per primam partem 16 sexti, superficies quam continent duæ lineæ c & d, est æqualis quadrato b, est autem quadratum b, rationale per hypothesin, cum ipsa sit rationalis in potentia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d, est rationalis. Quare constat propositum.



Eucli. ex Camp. *Propositio 25*

25 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continentes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ eidem longiori in longitudine incommensurabilis, inuenire.

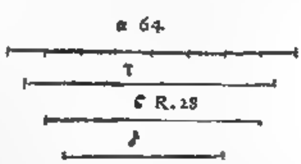
CAMPANVS. Positis duabus lineis a & b rationalibus potentia tantum cõmunicantibus, quarũ longior possit amplius breuiori in quadrato lineæ secum non communicantis in longitudine, quæ quidem reperiuntur secundum doctrinam 18, cæterisque positionibus manentibus sicut in præmissa, argumentando modo consimili patebit duas lineas c & d esse quales quærimus. Et nota quod duæ lineæ quas hæc & præmissa docent inuenire, componunt bimediale primum, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur residuum mediale primum.



Eucli. ex Zamb. *Problema 8* *Propositio 31*

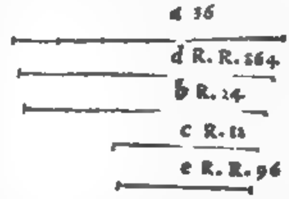
31 Comperire binas medias potentia tantum commensurabiles rationale comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Camp. 24

THEON ex Zamb. *Exponantur (per 29 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles α, β, ut α maior existens, ipsa β minore maius possit eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, & ei quod sub α, β, comprehenditur æquum esto id quod ex γ. Medium autem est quod sub α, β, medium igitur est (per correlariũ 23 decimi) quod sub γ, media igitur est γ (per 21 decimi.) Ei uero quod ex β, æquũ esto quod sub γ, δ. Rationale autẽ est quod ex β, rationale igitur & quod sub γ, δ. Et quoniam (per 1 sexti) est sicut α ad δ, sic est quod sub α, β, ad id quod ex β, sed ei quidem quod sub α, β, æquum est id quod ex γ, ei autem quod ex β æquum est quod sub γ, δ, sicut igitur α ad β, sic quod ex γ ad id quod sub γ, δ. Sicut autẽ quod ex γ ad id quod sub γ, δ, sic est γ ad δ, & sicut igitur α ad β, sic γ ad δ. Cõmensurabilis autem est (per hypothesin) α, ipsi β potentia tantum. cõmensurabilis igitur (per 11 decimi) & γ ipsi δ potentia tantum. At γ, media est, media igitur est (per 2 decimi) & δ. Et quoniam est sicut α ad β & γ ad δ, at α ipsa β maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, & γ igitur ipsa δ maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili. Inuentæ sunt igitur binæ mediæ potentia tantum cõmensurabiles γ, δ, rationale cõprehendentes, & γ ipsa δ maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili. Similiter uero ostendetur & id quod ex incõmensurabili, quando α ipsa β maius potuerit eo quod fit ex sibi incommensurabili. Quod facere oportuit.* Camp. 25



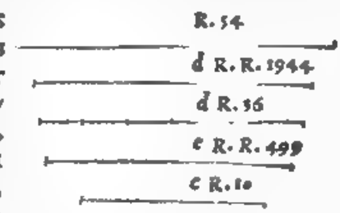
Eucli ex Camp. Propositio 26

26 DVas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq́ medialem continentes, quarum longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine, inuenire.



CAMPANVS. Cũ docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantũ cõmunicantes superficiemq́ rationalẽ continẽtes, quarũ longior plus possit breuiori in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine, & secum incõmensurabilis in longitudine, nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes, superficiemq́ medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato lineæ non secum cõmensurabilis, sed solum sibi incommensurabilis in longitudine, illud enim facile habetur ex isto. Sint itaq; tres lineæ sumptæ secundum doctrinam 18 a,b,c, potentia tantum rationales & in ea solum cõmunicantes, sitq́ a potentior b & c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b ut docet 9 sexti, & sit d ad e sicut a ad c, dico duas lineas d & e esse quales inquirimus. Cum sit enĩ quadratũ lineæ d æquale superficiei quæ continetur sub a & b per primam partem 16 sexti, sitq́ superficies contenta sub a & b medialis ex 19 cum a & b sint potentia tantum rationales cõmunicantes, erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c sicut d ad e, communicat autem a cum c in potẽtia tantum ex hypothesi, sequitur ex 10 ut e quoq; communicet cum d in potentia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a est potentior c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, erit quoq; per 14 d potentior e quadrato lineæ sibi incõmensurabilis in longitudine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant superficiem medialem, constat eas esse quales inquirimus. Eas autẽ continere superficiẽ medialem, sic habetur. Cum sit ex hypothesi a ad c sicut d ad e, erit permutatim a ad d, sicut c ad e. Sed a ad d est sicut d ad b per hypothesin, itaq; d ad b sicut c ad e, igitur per primam partem 14 sexti superficies quam continent d & e, est æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continẽt superficiem medialem per 19, cum ipsæ sint rationales in potentia tantum communicantes ex hypothesi, itaque d & e continent superficiem medialem. Quod est propositum.

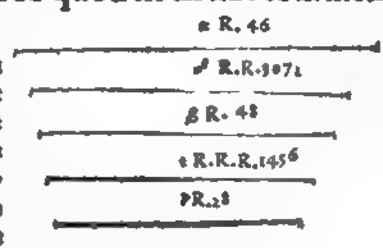
Zamb. 32



CAMPANVS. Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq́ medialem continentes, quarum longior esset potentior breuiori, quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine, sumeremus tres lineas secundum doctrinam 17, a,b,c, potentia tantum rationales & in ea solum communicantes, & poneremus lineam a esse potentiorẽ linea c, quadrato alicuius lineæ sibi communicantis in longitudine, cætera uero manerẽt ut prius, & argumẽtatione consimili concluderemus, duas lineas d & e esse quales proponitur inquirere. Et nota quod duæ lineæ quas hæc 26 docet inuenire, componunt bimediale secundum, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur residuum mediale secundum.

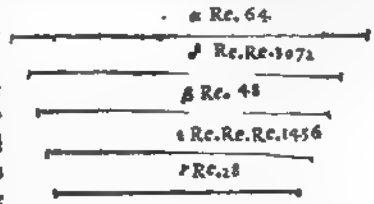
Eucli. ex Zamb. Problema 9 Propositio 32

32 Inuenire duas medias potentia tantum cõmensurabiles medium comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit ex sibi commensurabili.



THEON ex Zamber. *Exponantur tres rationales potentia tantum cõmensurabiles α, β, γ. ut α (per 29 decimi) ipsa γ maius possit eo quod ex sibi cõmensurabili, & ei quidem quod sub α. β. æquum sit (per 13 & 17 sexti) quod ex δ, medium autẽ est quod sub α β, medium igitur est, per eandẽ) quod ex δ, & δ igitur media est. Et autẽ quod sub β. γ. æquũ esto quod sub δ. ε. Et quoniã (per 1 sexti & lemma 21 decimi) sicut*

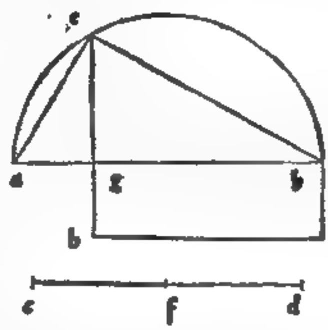
ſicut quod ſub α, β, ad id quod ſub β, γ, ſic eſt α ad γ, ſed ei quidem quod ſub α, β, æquum eſt id quod ex δ, ei autem quod ſub ε, γ, æquũ eſt id quod ſub δ, ε, eſt igitur (per 9 quinti) ſicut α ad γ, ſic quod ex δ ad id quod ſub δ ε. Sicut autem quod ex δ ad id quod ſub δ, ε, ſic eſt δ ad ε, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad γ, ſic δ ad ε. Cõmenſurabilis autem eſt α ipſi γ potentia tantum, commenſurabilis igitur eſt (per 11 decimi) & δ ipſi ε potentia tantum. Media autem eſt δ, media igitur (per 22 decimi) eſt & ε. Et quoniam eſt ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad ε, & α quàm γ maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, & δ igitur quàm ε maius poterit eo quod ex ſibi commenſurabili (per 14 decimi.) Dico inſuper quod comprehenſum ſub δ, ε, medium eſt. Quoniam enim æquum eſt quod ſub ε, γ, ei quod ſub δ, ε, medium autem quod ſub ε, γ, medium igitur (per correlarium 22) & quod ſub δ, ε. Inuentæ ſunt igitur duæ mediæ potentia tantum commenſurabiles δ, ε, medium comprehendentes, ut maior minore maius poſſit eo quod ex ſibi cõmenſurabili. Similiter iam rurſus oſtendetur & id quod ex incommenſurabili, quando α ipſa γ maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili, quod facere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propoſitio 27

27 DVas lineas potentialiter incommenſurabiles ſuperficiemq́ȝ medialem continẽtes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint rationale, inuenire.

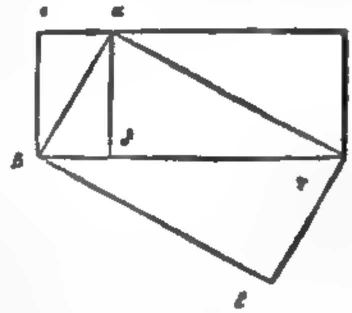
CAMPANVS. Propoſitum eſt inuenire duas lineas incommenſurabiles tam in potentia ꝙ in longitudine, quæ contineant ſuperficiem medialem, & quadrata ambarum pariter accepta faciant ſuperficiem rationalem. Ad hæc autem ſumo per 15, duas lineas a b & c d potẽtia tantum rationales cõmunicantes, quarũ longior quæ ſit a b, ſit potẽtior c d, quadrato alicuius lineæ ſecum incõmenſurabilis in longitudine. Et ſuper lineam a b deſcribo ſemicirculũ a e b. Et diuido lineam c d per æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad punctum g, ita quod linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b, & qualiter hoc fiat, in 15 dictum eſt. Et pono ꝙ ſuperficies b h fiat ex a g in g b, eritq́ȝ ex prima parte 16 ſexti, quadratũ c f, æquale ſuperficiei b h. Et quia quadratũ c f eſt æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta ſecũdi, & quia ſuperficiei b h deeſt ad complendam lineam a b, ſuperficies quadrata cum a g ſit æqualis g h, & quia linea a b potẽtior eſt linea c d, quadrato lineæ ſibi incõmenſurabilis in longitudine ex hypotheſi, erit ex ſecunda parte 14 linea a g incõmenſurabilis lineæ g b. Educo igitur à puncto g perpendicularem ſuper lineam a b uſq; ad circumferentiam ſemicirculi, quæ ſit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico eſſe quales quærimus, erit enim e g æqualis c f, eo quod utraq; cadit medio loco proportionalis inter a g & g b, prima quidem per primã partem correlarij 8 ſexti, ſecunda uero per hypotheſin, propter quod, quadratum utriuſq; earum per primam partem 16 ſexti eſt æquale ſuperficiei a g in g b, quæ eſt b h, ipſæ igitur ſunt æquales. At quia per quartã ſexti propoſitio a e ad e b eſt ſicut a g ad g e, ſunt autem a g & g e & g b cõtinue proportionales, erit a e ad e b duplicata, ſicut a g ad g b, quare per 18 ſexti, erit quadratũ lineæ a e ad quadratũ lineæ e b, ſicut a g ad g b. Cum ſit igitur a g incõmunicans g b, erit per ſecũdam partem 10 quadratũ a e incõmunicans quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b ſunt incõmenſurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratũ a b eſt æquale quadratis duarũ linearũ a e & e b pariter acceptis, quadratũ autem a b eſt rationale cum a b ſit rationalis in potentia per hypotheſin, erunt quoq; quadrata duarũ linearũ a e & e b pariter accepta, rationale. Si uero hæ duæ lineæ continent ſuperficiẽ medialem, habitũ eſt propoſitũ. Erat autẽ c d rationalis in potentia & in ea tantum cõmunicans lineæ a b, quare & c f, & ideo etiam g e ſibi æqualis erit potentia rationalis, & tantum in eadem cõmunicans cum a b, itaq; per 19 ſuperficies a b in g e eſt medialis. Quia igitur per 4 ſexti & per primã partem 15 eiuſdem ſuperficies a e in e b eſt ſuperficiei a b in g e æqualis, conſtat duas lineas a e & e b, eſſe quales uolumus. Et nota ꝙ duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire, componunt lineam maiorem, & minori earum abſciſa de maiori, quæ reliqua eſt, dicitur linea minor.



THEON

THEON Lemma.

THEON ex Zamberto. *Esto triangulum rectangulum α β γ, rectum habens qui sub β α γ, excitetur (per 11 primi) perpendicularis α δ. Dico quod sub γ β & β δ, æquum est ei quod ex β α. quod uero sub β γ, γ δ, ei quod sub γ α: quod autem sub δ β & δ γ, æquum est ei quod ex α δ: & insuper id quod sub β γ, α δ, æquum est ei quod sub β α & α γ. In primisq́ue, quod id quod sub γ β & β δ æquum est ei quod ex α β. Quoniam enim in rectangulo triangulo β α γ, ab angulo recto in basin, perpendicularis ducta est α δ, igitur (per 8 sexti) triangulũ α β δ & α δ γ, similia sunt toti α β γ, & sibi inuicem. Et quoniam triangulum α β γ simile est triangulo α δ ε, est igitur sicut γ β ad β α, sic est α β ad β δ. Igitur quod sub γ δ & β δ, æquum est ei quod ex α β. Id propterea iam quod sub β γ & γ δ, æquum est ei quod ex α γ. Et quoniam si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis excitetur, excitata basis segmentorum media proportionalis est (per correlarium 8 sexti) est igitur sicut β δ ad δ α, sic est α δ ad δ γ. Igitur (per 17 sexti) quod sub β δ, δ γ, æquum est ei quod ex δ γ. Dico autem quod & id quod sub β γ & α δ, æquum est ei quod sub β α & α γ. Quoniã enim, ut diximus, α ε γ simile est ipsi α γ δ, est igitur sicut β γ ad α γ, sic β α ad α δ. Si fuerint autem quatuor rectæ lineæ proportionales, quod sub extremis (per 16 sexti) æquum est ei quod sub medijs, quod igitur sub β γ, α δ, æquum est ei quod sub β α, α γ. Vel etiam quando describemus ε γ rectangulum parallelogrammum complebimusq́ue α ζ, æquum erit (per 41 primi) ε γ ipsi α ζ, utrunque enim eorum, ipsius α β γ trianguli duplum est, estq́ue quod ex β α, α γ, id quod sub β γ, α δ, ipsum autem α ζ est id quod sub β α & α γ. Quod igitur sub β γ, α δ, æquum est ei quod sub β α & α γ.*



Eucli. ex Zamb. Problema 10 Propositio 33

33 Inuenire binas rectas lineas potentia incõmensurabiles, conficiẽtes conflatum ex quadratis quæ ab ipsis rationale, quod uero sub ipsis medium.

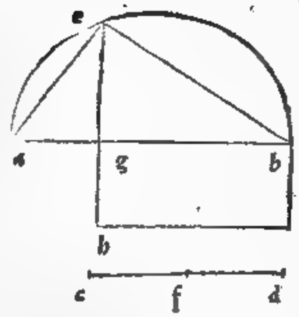
THEON ex Zamberto. *Exponantur (per 30 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles α β, β γ, ut maior α β minore β γ maius possit eo quod ex sibi incommensurabili. Seceturq́ue (per 10 primi) β γ bifariam in δ, & ei quod ex altera ipsarum β δ, δ γ, (per 28 sexti) æquum ad ipsam α β comparetur parallelogrammũ deficiens forma quadrata, sitq́ue quod sub α ι, ι β. Describaturq́ue super α β semicirculus α ζ β, excitetur q́ue (per 11 primi) ipsi α β ad angulos rectos ι ζ, connectanturq́ue α ζ & ζ β. Et quoniam binæ rectæ lineæ sunt inæquales α β, β γ, & α β ipsa β γ maius potest eo quod α sibi incommensurabili, quartæ autem parti illius quod ab ipsa β γ minore, hoc est quod ab eius dimidio, æquum ad ipsam α β parallelogrammum comparatum est deficiens forma quadrata, efficitq́ue id quod sub α ι, ι ε, incommensurabilis igitur est (per secundam partem 18 decimi) α ι ipsi ι ε. Estq́ue sicut α ι ad ι ε, sic quod sub α β & ε ι. Ei autem quod sub ε α, & α ι, æquum est id quod ex α ζ. Quod autem sub α β & ε ι (per lemma præcedentis) ei quod ex β ζ est æquale. Incommensurabile igitur est quod ex α ζ, ei quod ex ε ζ. Ipsæ igitur α ζ, ζ ε, potentia sunt incommensurabiles. Et quoniam α ε rationalis est, rationale igitur est (per 7 diffinitionem decimi) quod ex α ε, quare & compositum ex eis quæ ex α ζ, ζ ε, rationale est. Et quoniam rursus quod sub α ι, ι ε, æquum est (per lemma præcedentis) ei quod ex ι ζ, supponitur autem id quod sub α ι, ι ε, ipsi quod ex ε δ æquale, æqualis igitur est ζ ι ipsi ε δ. Dupla igitur est ε γ, ipsius ζ ι. Quare & quod sub α ε, ε γ, duplum est eius quod sub α β, ι ζ, medium autem est quod sub α ε, ε γ, medium igitur & id quod sub α β, ι ζ, æquum autem est quod sub α ε, ι ζ, ei quod sub α ζ, ζ ε, medium igitur & quod sub α ζ, ζ β, patuit uero quod & rationale compositum ex eis quæ ab ipsis quadrata. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α ζ, ζ β, efficientes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis rationale, & quod sub ipsis medium, quod erat agendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq́ue rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, inuenire.

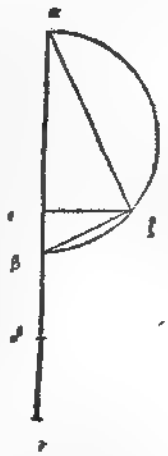
CAMPANVS. Sit hic prorsus eadem dispositio quæ prius in præmissa. Sint autem duæ



duæ lineæ a b & c d, quales proponit 25, eruntq; simili argumentatione præmissæ duæ lineæ a e & e b, quales hæc 25 proponit. Cum sit enim a b linea medialis, erit eius quadratum mediale per 19, & ideo quadrata duarum linearum a e & e b, sunt mediale per penultimam primi. Et quia a b in c d continet superficiem rationalem, sequitur etiam ut a b in c f, & ideo in g e sibi æqualem, contineat superficiem rationalem, itaque & a e in e b. Patet ergo quod quæritur. Vnde duæ lineæ quas hæc 25 docet inuenire, componũt lineam potentem in rationale & mediale, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 34.

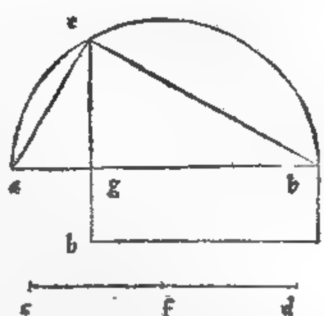
34 **Binas rectas lineas potentia incommensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ab ipsis sunt quadrata medium, quod uero sub ipsis rationale, comperire.**



THEON ex Zamberto. *Exponantur binæ mediæ potentia tantum commensurabiles αβ, βγ, rationale comprehendentes quod sub ipsis, ut αε, ipsa εγ maius possit eo quod α sibi incommensurabili. Describaturq; super ipsa αβ, semicirculus αδβ, seceturq; (per 10 primi) εγ, bifariam in ι, compareturq; (per 25 sexti) ad ipsam αε, ei quod ex ει æquum parallelogrammũ forma deficiens α quadrata, sitq; quod sub αζ, ζβ. Incommensurabilis igitur est αζ ipsi ζβ longitudine. Exciteturq; (per 11 primi) ab ζ, ipsi αε ad angulos rectos ζδ, connectanturq; ipsæ αδ & δβ. Quoniam igitur incommensurabilis est αζ ipsi ζε, incommensurabile est igitur & quod sub εα & αζ, ei quod sub αε & εζ. Aequale autem est id quod sub βα & αζ, ei quod ex αδ, quod autem sub αε, εζ, ei quod ex δε, incommensurabile igitur est & id quod ex αδ, ei quod ex δε. Et quoniam medium est quod fit ex αε, medium igitur est & compositum ex eis quæ ex αδ, δε. Et quoniam dupla est βγ ipsius δζ, duplum igitur est quod sub αε, εγ, eius quod sub αε, ζδ. Rationale autem est quod sub αε, εγ, supponitur enim: rationale igitur & quod sub αε, ζδ. Ei autem quod sub αε, ζδ, æquum est (per lemma 32 decimi) quod sub αδ, δε. Quare & quod sub αδ, δε, rationale est. Inuentæ sunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles αδ, δε, efficientes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale. Quod facere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 29

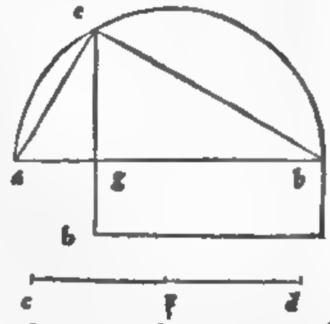
29 **DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale, duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, inuenire.**



CAMPANVS. Huius quoq; dispositio, a duarũ præmissarũ dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem lineæ duæ a b & c d, quales 26 proponit, eruntq; præmissa argumentatione duæ lineæ a e & e b, quas inquirimus. Cum enim a b sit linea medialis, erũt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale, at cum a b & c d cõtineant superficiem medialem, sequitur ut c b in e f, & ideo in e g sibi æqualẽ, contineat quoq; superficiem medialem, omnis enim superficies mediali cõmunicans, medialis esse conuincitur, quemadmodũ in 21 monstratum est: superficies igitur a e in e b medialis est, cum ipsa sit æqualis superficiei a b in g e. Quia uero linea a b est incõmensurabilis lineæ c d, erit etiam incõmensurabilis lineæ c f, quare & lineæ e g. Quare per primam partem sexti & secundam partem decimæ huius, superficies a b in e g quæ est æqualis superficiei a e in e b, erit incommensurabilis quadrato

lineæ

lineæ a b, itaq; & quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Quod cum ita sit, sequitur quoque ut duplum superficiei a e in e b sit incommensurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat demonstrandum. Duæ lineæ quas hæc 19 docet inuenire, componunt lineam potentem in in duo medialia, & minori earum abscisa de maiori, quæ reliqua est, dicitur linea quæ iuncta cum mediali facit totum mediale.



Eucli. ex Zamb. Problema 11 Propositio 35

35 Comperire binas rectas lineas potentia incommensurabiles, efficientes cópositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper incómensurabile composito ex earum quadratis.

THEON ex Zamberto. *Exponantur (per 28 decimi) binæ mediæ potentia tantum incómensurabiles α β, β γ, medium comprehendentes, ut α β ipsa β γ maius possit eo quod ex sibi incommensurabili. Describatur'q; super α β, semicirculus α δ β, & reliqua fiant quemadmodum in superioribus. Et quoniam (per secundam partem 18) incommensurabilis est α ζ ipsi ζ β longitudine, incommensurabilis est (per 11 decimi) & α δ ipsi δ β potentia. Et quoniam quod ex α β medium est, medium igitur est & compositum ex ijs quæ ex α δ, δ β. Et quoniam quod sub α ζ, ζ β, æquum est et quod ex utraque ipsarum β ε, δ ζ, æqualis igitur est β ε ipsi δ ζ. Dupla igitur est β γ ipsius ζ δ, quare & quod sub α β, β γ, duplum est eius quod sub α β, ζ δ. Medium autem quod sub α β, β γ, medium igitur & quod sub α β, ζ δ, æquumq; est ei quod sub α δ, δ β, medium igitur est (per correlarium 23 decimi & per lemma primum decimi) quod sub α δ, δ β. Et quoniam incommensurabilis est α β ipsi β γ longitudine, commensurabilis autem est β γ ipsi β ε, incómensurabilis igitur est (per 13 decimi) & α β ipsi β ε longitudine. Quare & quod ex α β, ei quod sub α β, β ε, incommensurabile est. Sed ei quidem quod ex α β æqualia sunt quæ ex α δ, δ β, (per 47 primi,) ei autem quod sub α β, β ε, æquum est id quod sub α β, ζ δ, hoc est quod sub α δ, δ β, incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α δ, δ β, ei quod sub α δ, δ β. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ α δ, δ β, potentia incommensurabiles, efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & insuper composito ex earum quadratis incommensurabile. Quod fecisse oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propositio 30

30 SI duæ lineæ potentialiter tantum rationales communicantes, in longum directumq; coniungantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, dicetur'q; binomium.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directumq; cóiunctæ rationales in potentia tantum communicantes, quas per 17 & 18 reperies, dico totam lineam a c ex eis compositam esse irrationalem, & ipsa uocatur binomium. Est enim per quartam secundi quadratum a c æquale quadratis duarum linearum a b & b c & duplo superficiei unius earum in alteram, quadrata autem amba rum faciunt superficiem rationalem ex hypothesi, duplum uero superficiei unius earum in alteram facit superficiem medialem ex decimanona, itaq; quadrata ambarum pariter acceptarum faciunt superficiem incommensurabilem duplo superficiei unius earum in alteram, erit igitur ex 9 quadratum a c incómensurabile duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, quare irrationale per diffinitionem, cum duo illa quadrata faciãt superficiem rationalem, ideoq; suum latus tetragonicũ quod est a c, irrationale quoq; per diffinitionem, constat ergo propositum.

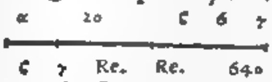


Eucli. ex Zamb. Theorema 24 Propositio 36

36 Si binæ rationales potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint, tota irrationalis est, uoceturq; ex binis nominibus

THEON ex Zamberto. *Componantur enim binæ rationales potentia tantum commensurabiles, α β, β γ. Dico*

Dico quod α γ, irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, potentia enim tãtum sunt commensurabiles, sicut autem α β ad β γ, sic (per lemma 21 decimi,) quod sub α β, β γ, ad id quod ex β γ. incommensurabile (per 11 decimi) igitur est quod sub α β, β γ, ei quod ex β γ, sed ei quod sub α β, β γ, commẽsurabile quidẽ est quod bis sub α β, β γ. Ei autem quod ex β γ. commensurabilia sunt quæ ex α β, β γ. Quare & quod bis sub α β, β γ, eis quæ ex α β, β γ, incõmẽsurabile est, Cõponẽdoq́ (per 4 secũdi quod bis sub α β, β γ, una cũ eis quæ ex α β, β γ, hoc ex quod est α γ, incommẽsurabile est composito ex ijs quæ ex α β, β γ rationale autem est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ: irrationale igitur est (per diffinitionem decimi,) quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis est, uocatur autẽ ex binis nominibus. Vocauit sane ipsam ex binis nominibus, eo quia ipsa ex binis rationalibus constat, proprium nomen appellans, rationale quatenus rationale. Quod fecisse oportuit.



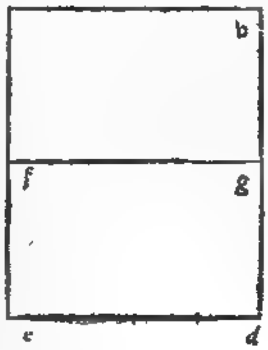
Eucl. ex Camp. Propositio 31

31 SI duæ lineæ mediales potentia tantũ communicantes superficiẽmque rationalem continẽtes, directe coniungãtur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturq́ bimediale primum.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c, in continuum directumque coniunctæ quales proponuntur, quas per 24 & 2. reperies, dico totam lineam a c esse irrationalem, & ipsa uocatur bimediale primum. Est enim duplum superficiei a b in b c rationale per hypothesin, duoq́ quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta faciunt mediale, cum utrũq́ quadratum sit mediale per hypothesin, & unum eorũ cõmunicans alij, duplum igitur superficiei unius earum in alteram est incommunicans duobus quadratis pariter acceptis, totũ ergo aggregatũ ex duplo superficiei & duobus quadratis (& ipsum est quadratũ totius a c per 4 secundi) est incommensurabile duplo superficiei unius earũ in alteram per 9 huius. Cũ itaque duplum superficiei sit rationale, erit quadratum a c irrationale, ideoq́ & linea a c. quod est propositum.



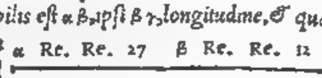
IDEM *aliter*. Sit linea d e, rationalis in longitudine, cui adiũgatur superficies d f, æqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c, eritq́ superficies hæc d f medialis. cũ utrunque quadratum sit mediale per hypothesin, & unũ eorũ communicans alij quare per 20 linea d g, est rationalis in potentia tantum, non cõmunicãs in longitudine lineæ d e. Rursus ad lineam f g. quæ est æqualis d e, adiungatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq́ f h rationalis per hypothesin, quare per 16 linea g h erit rationalis in lõgitudine: duæ itaque lineæ d g & g h sunt potentialiter rationales, & in ea tãtum communicantes, ergo per 30 tota ex eis composita quæ est d h, est binomiũ & irrationalis, quare per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis. At quia per 4 secũdi latus eius tetragonicũ est linea a c, ipsa erit irrationalis per diffinitionem, quod oportuit demonstrare.



Eucl. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 37

37 Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint rationale comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autẽ ex binis prima medijs.

THEON ex Zãb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, rationale cõprehendentes. Dico quod α γ irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, & quæ ex α β, β γ, igitur sunt incommensurabilia ut quod bis sub α β, β γ. Componendo igitur quæ ex α β, β γ, una cum eo quod bis sub α β, β γ, hoc est illud quod ex α γ, incommensurabile est ei quod sub α β, β γ. Supponuntur autem ipsæ α β, β γ, rationale comprehendentes irrationale igitur est id quod ex α γ, irratiõalis igitur est α γ, uocatur sane ex binis medijs prima,* * *uocauit autẽ eam ex binis medijs primam, quoniam rationale comprehendit, & conterit rationale.*



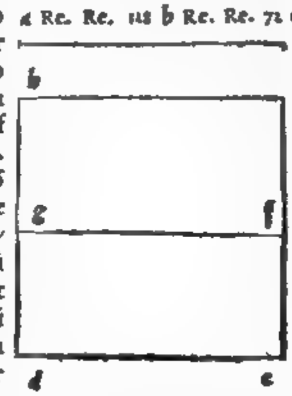
* Græcus non habet

Eucl. ex Camp. Propositio 32

32 SI duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes superficiemq́ medialem continentes directe coniungantur, tota

linea erit irrationalis diceturq́ bimediale secundum.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c in continuũ directũq́ coniunctæ ut proponitur, quas per 36 contingit reperiri, dico totã a c ex eis cõpositam esse irrationalẽ & ipsa uocatur bimediale secundũ. Esto enim linea d e rationalis in longitudine, cui adiũgatur superficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypothesi duo illa quadrata sunt communicantia, & utrũque mediale erit superficies d f medialis, quare per 20 linea d g quæ est eius latus secundum, est ratiõalis in potẽtia tãtũ, & lineæ d e incõmẽsurabilis in lõgitudine. Rursus adiũgatur ad lineã g f quæ est æqualis lineæ d e, superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq́ etiã superficies f h medialis, erat enim per hypothesin superficies a b in b c medialis, ergo duplũ ei⁹ cui est æqualis f h erit mediale, per 20 igitur est linea g h, rationalis in potẽtia tantũ & incommensurabilis in longitudine lineæ g f. Quia uero a b & b c sunt potentialiter tantum communicantes, erit per primam sexti & per secundam partem 10 huius superficies unius in alteram, incommensurabilis quadrato utriusq́. At quia quadrata earum communicant per hypothesin, erit dicta superficies, quare & duplum eius, incommunicans duobus quadratis earũ pariter acceptis, duæ ergo superficies d f & f h sunt incõmunicantes: per primam itaque sexti & secũdam partẽ 10 huius erit linea d g incommensurabilis lineæ g h, quæ cum sint rationales in potẽtia, erit per 36 tota linea d h binomiũ & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 secundi est linea c, sequitur per diffinitionem quod linea a c sit irrationalis, quod propositũ erat ostendere.

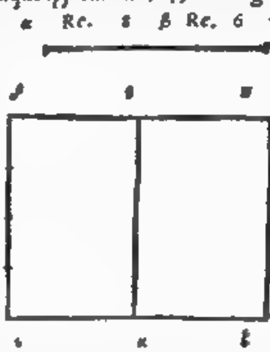


Eucli. ex Zamb. *Theorema 26* *Propositio 38*

38

Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles compositæ fuerint medium comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autem ex binis secunda medijs.

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles α β, β γ, medium comprehendentes. Dico quod irrationalis est α γ. Exponatur rationalis δ ε, ei autem quod ex α γ, (per 44 primi.) æquum ad ipsam δ ε comparetur δ ζ, latitudinem efficiens δ η. Et quoniam quod ex α γ, æquum est & eis quæ ex α β, β γ, & ei quod bis sub α β, β γ. quod autem ex α γ, æquum est ipsi δ ζ, igitur & δ ζ, æquum est & eis quæ ex α β, β γ, & eis quod bis sub α β, β γ. Comparetur (per eandem) iam eis quæ ex α β, β γ, ad ipsam δ ε, æquum ipsum ε θ, reliquum igitur θ ζ æquum est ei quod bis sub α β, β γ. Et quoniam media est utraque ipsarum α β, β γ, media igitur sunt & ea quæ ex α β, β γ, medium autem supponitur quod bis sub α β, β γ, eis autem quæ ex α β, β γ, æquum est δ θ, ei uero quod bis sub α β, β γ, æquum est ζ θ, medium igitur est utrunque ipsorum δ θ, θ ζ, & ad rationalem δ ε, comparata sunt. Rationalis igitur est utraque ipsarum δ θ, θ η, & ipsi δ ε, longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine. Estq́; sicut α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod sub α β, β γ, incommensurabile igitur est ei quod ex α β, id quod sub α β, β γ, at ei quidem quod ex α β commensurabile est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, sunt quadrata, ei uero quod sub α β, β γ, cõmensurabile est id quod bis sub α β, β γ. Incõmensurabile igitur est compositũ ex ijs quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Sed eis quidem quæ ex α β, β γ, æquũ est δ θ, ei autem quod bis sub α β, β γ, æquum est ζ θ. Incommensurabile igitur ζ θ, ipsi θ ζ. Quare & δ θ, ipsi θ η, est incommensurabilis longitudine. Ostensum est autem quod rationales. Ipsæ igitur δ θ, θ η, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles. Quare δ η irrationalis est, rationalis autem δ ε. Quod autem sub irrationali & rationali comprehensum rectangulũ, irrationale est (per 22 decimi.) Igitur area δ ζ irrationalis est, ipsamq́; potens irrationalis est, ipsum autem δ ζ ipsa α γ, potest, irrationalis igitur est α γ, uocaturq́; ex binis medijs secunda. Vocauit autem eam ex binis medijs secundam, quoniam medium comprehendit quod sub ipsis, & non rationale, in secundo uero est loco mediũ rationale. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum rectangulum sit irrationale, patet. si enim est rationale, comparatumq́; est ad rationalem, erit aliud latus rationale, sed & irrationale, quod est absurdũ. Quod igitur sub rationali & irrationale est. Quod ostendere oportuit.*

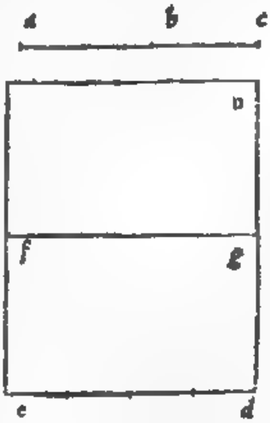


Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 33

Vm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq; medialem continentes, quarũ ambo quadrata pariter accepta sint rationale, tota linea erit irrationalis, diceturq; linea maior.

CAMPANVS Sint duæ lineæ a b & b c sibi in continuumq; coniunctæ sicut proponitur, quas contingit ex 37 reperire. Dico a c ex eis compositam esse lineam irrationalem, & ipsa uocatur linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale, superficies uero alterius in alteram (quare & eius duplum) medialis per hypothesin, erit totũ ex duobus quadratis pariter acceptis incõmunicans duplo superficiei unius in alteram, itaque totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiei (& ipsum est æquale quadrato a c (per 4 secundi) erit per 9 huius incõmẽsurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionẽ ergo est quadratum lineæ a c irrationale, & linea a c irrationalis, quod est propositum.



IDEM aliter. Sicut præmissis ad lineam d e quæ sit rationalis in longitudine, adiungatur superficies d f, quæ sit æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis per hypothesin, quare per 16 latus eius secundum quod est d g, erit etiam rationale in longitudine & communicans lineæ d e. Rursus ad lineã f g adiungatur superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq; medialis per hypothesin. quare per 20 linea g h quæ est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum: per 30 igitur est linea d h binomiũ & irrationalis, ideoq; per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis, quare latus eius tetragonicũ quod per 4 secundi est a c, est irrationale per diffinitionem, quod uolumus ostendere.

Eucli. ex Zamb. Theorema 27 Propositio 39

39 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint cõficientes compositum ex quadratis quæ ab ipsis rationale, quod autem sub ipsis medium, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem maior.

THEON ex Zamb. *Cõponantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommẽsurabiles α β, β γ, efficientes ea quæ proposita sunt. Dico quod α γ, irrationalis est. Quoniam enim (per hypothesin quod sub α β, β γ, medium est, & quod bis igitur sub α β, β γ, medium est. Compositum uero ex ijs quæ ex α β, β γ, rationale est, incommensurabile igitur est quod bis sub α β, β γ, composito ex ijs quæ ex α β, β γ. Quare & quæ ex α β, β γ, una cum eo quod bis sub α β, β γ, quod est id quod ex α γ, incommensurabile est composito ex ijs quæ ex α β, β γ. Rationale autẽ est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ. Irrationale igitur est quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis est. Vocatur autem maior. Vocauit autem ipsam maiorem, tum quia quæ ex α β, β γ, rationalia maiora sunt eo quod bis sub α β, β γ, medio, tum quod conueniat ab ipsorum rationalium proprietate imponere nomen.*



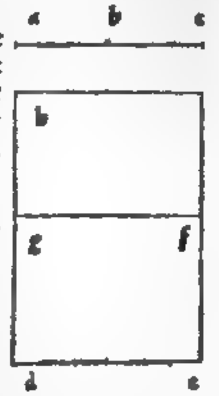
Quod autem quæ ex α β, β γ, maiora sint eo quod bis sub α β, β γ, sic ostendendum est. Manifestum quidem est quod inæquales sunt ipsæ α β, β γ. Si enim æquales essent, æqualia quoque essent (per 7 secundi,) & quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ, esset quoque id quod sub α β, β γ, rationale. Quod non supponitur, inæquales igitur sunt ipsæ α β, β γ. Supponatur maior α β, ponaturq; ipsi β γ, æqualis β δ. Quæ igitur ex α β, β δ, æqualia sunt ei quod bis sub α β, β δ, & ei quod bis sub α β, β δ & ei quod ex α δ, æqualis autem est δ β, ipsi β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, æqua sunt ei quod bis sub α β, β γ, & ei quod ex α δ. Quare quæ ex α β, β γ, maiora sunt eo quod bis sub α β, β γ, eo quod ex δ α, quod erat demonstrandum.



Eucli. ex Camp. Propositio 34.

34. Vm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq; rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, tota linea erit irrationalis, diceturq; potens in rationale & mediale.

CAMPANVS Sint ut in præmissis duæ lineæ a b & b c in continuũ directumq́ coniũctæ quales proponitur, & ipsæ sunt ex 18 sumendæ. Dico quod tota linea a c ex eis composita erit irrationalis, & illa uocatur linea potens in rationale & mediale Cum sit enim superficies a b in b c rationalis per hypothesin. ideoque & duplũ eius, ac ambo quadrata pariter accepta sint mediale, sequitur per 4 secundi & 9 huius quemadmodum in præmissis, quod quadratum totius a c sit incommunicãs duplo superficiei a b in b c, per diffinitionẽ igitur ipsum est irrationale, & linea a c irrationalis, quod est propositum.



IDEM aliter. Sit ut in præmissis linea d e rationalis in longitudine, superficiesq́ d f sibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearum a b & b c, eritq́ medialis per hypothesin, per 20 igitur erit linea d g rationalis in potentia tantũ non cõmunicans in longitudine lineæ d e Sitq́ superficies f h adiuncta ad lineã g f, æqualis duplo superficiei a b in b c, eritque rationalis per hypothesin, & ideo per 16 latus eius secundum, quod est g b, rationale in longitudine, quare per 30 linea d h est binomiũ & irrationalis, & superficies e h per 16 a destructione cõsequentis est irrationalis. Cum itaque linea a c sit eius latus tetragonicum per 4 secũdi, sequitur ut a c sit irrationalis per diffinitionẽ constat ergo propositũ. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 22 Propositio 40*

40 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint efficientes compositum quidem ex earum quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem rationale mediumq́ potens.

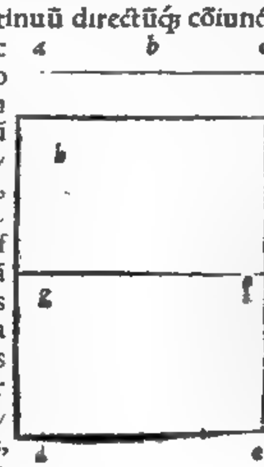
THEON ex Zãb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles α β, β γ, efficientes præcedentia. Dico quod irrationalis est α γ. Quoniam enim compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, mediũ est, quod uero bis sub α β, β γ, rationale, incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Quare & componendo (per 16 decimi & 4 secundi,) quod ex α γ, incommensurabile est ei quod bis sub α β, β γ. Rationale autem est quod sub α β, β γ, irrationale igitur est quod ex α γ. Irrationalis igitur est α γ. Vocatur autem rationale mediumq́ potens. Rationale autem & medium potentẽ eam appellauit, eo quia binas potest areas unã quidem rationalem, alteram uero mediam, ac propter rationalis præexistentiam, primam rationalem appellauit, quod erat ostendendum.*



Eucl. ex Camp. *Propositio 35*

35 CVm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq́ medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, tota linea erit irrationalis, diceturq́ potens in duo medialia.

CAMPANVS Sint quoque duæ lineæ hic a b & b c in continuũ directũq́ cõiunctæ ut proponitur, quæ ex 29 sumendæ sunt. Dico quod linea a c ex eis composita est irratiõalis ac ipsa dicitur, potens in duo medialia. Adiũgatur enim ad lineam d e quæ sit rationalis in longitudine, superficies d f æqualis duobus quadratis duarũ linearum a b & b c pariter acceptis, eritq́ medialis per hypothesin, quare per 20 linea d g erit rationalis in potentia tantũ, & incommensurabilis d e lineæ rationali in longitudine. Rursus ad lineam g f quæ est æqualis d e, adiungatur superficies f h quæ sit æqualis duplo superficiei unius in alteram. erit etiã ex hypothesi medialis, quare per 20 linea g h, erit rationalis in potentia tantum. At quia per hypothesin ambo quadrata pariter accepta sunt incõmẽsurabile duplo superficiei unius in alteram, sequitur ut d f sit incõmensurabilis f h, quare per primam sexti & 2 partem 10 huius, linea d g est incommẽsurabilis g h, per 30 igitur est linea d h, binomium & irrationalis,



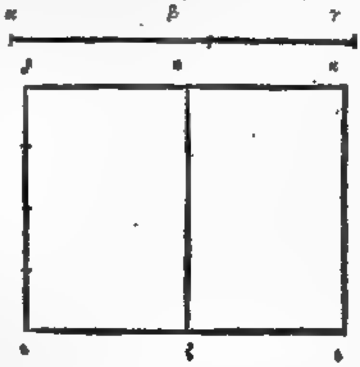
itaq;

itaque superficies e est irrationalis,& eius latus tetragonicum quod est a c, ut in præmissis, quare constat propositum. Si autem duplũ superficiei a b in b c non esset incommensurabile ambobus quadratis pariter acceptis, esset rationalis in potentia tantum incõmensurabilis in longitudine lineæ d e, per 19 igitur esset superficies e h medialis, eiusque latus tetragonicum quod est a c, linea medialis.

Eucli. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 41

41 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint, efficientes compositum ex earum quadratis mediũ, quod uero sub ipsis medium, & insuper incommẽsurabile composito ex earum quadratis tota recta linea irrationalis est, uocatur autem bina potẽs media.

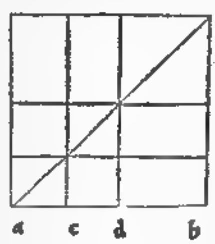
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potẽtia incõmẽsurabiles α β, ϐ γ, efficientes cõpositũ ex ijs quæ ex α ϐ, β γ, mediũ, quodq́ sub ipsis α ϐ, β γ, mediũ, & insuper incõmensurabile cõposito ex ijs quæ ex α β, ϐ γ, quadratis, Dico quod α γ irrationalis est. Exponatur ratiõalis δ ε, cõpareturq́ (per 44 primi, ad ipsam δ ε, ipsis quidem quæ ex α ϐ, ϐ γ, æquum δ ζ, ei uero quod bis sub α ϐ, ϐ γ, æquum η θ, totum igitur δ θ æquum est ei quod ex α γ quadrato. Et quoniam compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, medium est, ac est æquale ipsi δ ζ, medium igitur est & δ ζ, & ad ipsam δ ε rationalem comparatur, rationalis igitur est δ η, & ipsi δ ε, longitudine incõmensurabilis. Ac (per 24 decimi) η κ, rationalis est & ipsi η ζ, incommensurabilis, hoc est ipsi δ ε longitudine. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex α ϐ, ϐ γ, ei quod bis sub α ϐ, ϐ γ, incommensurabile est δ ζ ipsi η θ, quare & δ η ipsi η κ, (per 1 sexti & 11 decimi,) incõmensurabilis est suntq́ rationales, ipsæ igitur δ η, η κ, rationales sunt, potentia tãtum commensurabiles. Irrationalis igitur est δ κ, (per 36 decimi,) appellata ex binis nominibus. Rationalis autem δ ε, irrationale igitur est δ θ, & illud potens irrationalis est, potest autem ipsum δ θ. ipsa α γ, irrationalis igitur est α γ, uoceturq́ bina potẽs media. Appellat uero ipsam bina potentem media, eo quia ipsa potest duas medias areas aliam compositam ex ijs quæ ex α β, ϐ γ, & aliã quæ bis sub ipsis α ϐ, β γ, quod erat ostendendum.*



CAMPANVS Vt autem facilior fiat doctrina sequentium, præmonstrãda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

1 Si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadratum ambarũ sectionum pariter accepta tanto amplius sunt duplo superficiei unius earum in alteram, quãtũ est quadratum eius lineæ qua maior excedit minorem.

Sit enim linea a b d diuisa per duo inæqualia in puncto c, sitq́ maior portio c b, de qua sumatur c d æqualis a c. Dico quod quadrata duarũ linearũ a c & c b sunt amplius duplo superficiei unius in alterã, in quadrato lineæ d b, nam quod fit ex a c in c b bis, cũ quadratis duarũ linearũ a c & c b, est æquale ei quod fit ex a c in c b quater, cũ quadrato d b, eo quod utraque hæc æqualia sunt quadrato lineæ a b, primũ quidem per quartã secũdi, secundũ uero per 8 eiusdẽ. Dẽptis itaq; utrinq; æqualibus, uidelicet eo quod fit ex a c in c b bis erunt residua quæ sunt de primo quidem quadrata duarũ linearũ a c & c b. de secũdo uero quod fit ex a c in c b bis cũ quadrato d b, æqualia, quare cõstat propositũ Ex hoc ergo manifestum est quod si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadrata ambarũ partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei unius earũ in alterã. Et hoc est propter quod istud præmisimus.



2 Si aliqua linea per duo inæqualia, itẽque alia duo inæqualia diuidatur, quadrata magis inæqualium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inæqualium pariter acceptis, quãtum est duplum quadrati illius lineæ quæ in utrasq; est sectiones, & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam quæ est inter punctum sectionis minus inæqualium & pun

ctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

Sit linea a b diuisa per duo inæqualia in pūcto c, itemq; per alia minus inæqualia in pūcto d, rursus per æqualia in e. Dico quo quadrata duarū partiū magis inæqualiū quæ sunt a c & c b, tātū sunt amplius duobus quadratis duarū linearū minus inæqualiū quæ sunt a d & d b, quantū est duplū quadrati lineæ c d & quadruplū eius quod fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 secundi quadrata duarū linearū a c & c b, pariter accepta dupla quadratis duarū linearū b e & e c pariter acceptis. At per eandē 9 secūdi quadrata duarū linearū a d & d b pariter accepta, dupla sunt quadratis duarū linearū b e & e d pariter acceptis. Itaque quadrata duarū linearū a c & c b pariter accepta excedunt quadrata duarū linearū a d & d b pariter accepta, in eo quo duplum quadrati lineæ c, excedit duplū quadrati lineæ d e,

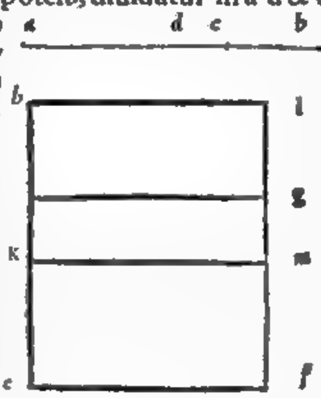


hoc autem per 4 secūdi est duplū quadrati lineæ c d, & quadruplum eius quod fit ex e d in d c, quare constat propositum. Ex hoc manifestū est quod quāto fuerint sectiones alicuius lineæ magis inæquales, tāto erūt earū quadrata pariter accepta, maiora & hoc est, propter quod istud præmisimus. *Eucl. ex Camp.* *Propositio 16*

35

IN alias duas lineas sub earum termino ex quibus coniūctum & nominatum est binomium, diuidi impossibile est.

CAMPANVS Sit a b binomiū, eritq; ex 10 cōposita ex duabus lineis in potētia tantū rationalibus cōmunicantibus, quæ sint a c & c b. Dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione uidelicet quod ipsi sint potentia tantum rationales communicātes. Si enim potest, diuidatur in a d & d b, quæ sint potentia rationales tantū cōmunicantes. Esto quoq; linea e f rationalis in longitudine, cui adiūgatur superficies e g quæ sit æqualis quadratis duarum linearum a c & c b pariter acceptis, & superficies f h quæ sit æqualis quadrato lineæ a b. Eritq; superficies e g rationalis, eo quod utrumq; quadratorum linearū a c & c b pariter acceptorum est ratiōale per hypothesin & superficies g h medialis per 1., quoniā ipsa est æqualis duplo superficiei a c in c b per 4 secundi. Sit igitur rursus superficies f k æqualis quadratis duarū linearū a d & d b pariter acceptis quæ cū sint diuersæ à duabus lineis a c & c b, erit per secūdum prædemōstratorum antecedentiū superficies f k diuersa a superficie e g, earum ergo differētia sit k g, eritq; per 4 secūdi excessus superficiei f h, super f k qui sit k l, æqualis duplo eius quod fit ex a d in d b, & propter hoc erit etiā superficies f k rationalis, & superficies k l medialis. Itaq; superficies k g cū ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium quæ sunt e g & f k, erit rationalis. Nō enim differt rationale a rationali, nisi in rationali. & hoc dico, diffinitione & 5 huius hoc cōfirmantibus. Eadē quoq; cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium quæ sunt g h & k l, erit irrationalis per 11, quod est impossibile.



Quod autē prædictæ irratiōales solummodo diuiduntur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propositas species, ostendemus iam huiusmodi proponentes lemmatium.

THEON *Lemma.*

Exponatur recta linea α β, seceturq; tota in inæqualia in utrunque signorū γ δ, supponaturq; maior α γ quàm δ β. Dico quod quæ ex α γ, β γ, maiora sunt eis quæ ex α δ, δ β. Secetur enim (per 10 primi) α β, bifariā in ε, & quoniā maior est α γ, quā δ β, cōis auferatur δ γ. Reliqua igitur α δ, reliqua γ β, maior est, æqualis aūt est α ε, ipsi ε β, minor igitur est δ ε quā ε γ, igitur γ & δ signa, nō æqualiter distāt à bifaria sectiōe, Et quoniā (per 5 secūdi) quod sub α γ, γ β, una cū eo quod ex γ ε, æquum est ei quod ex ε β, at quod sub α δ, δ β, una cum eo quod ex δ ε, æquum est ei quod ex ε β, igitur quod sub α γ, γ β, una cum eo quod ex ε γ, æquū est ei quod sub α δ, δ β, una cum eo quod ex δ ε, quorū quod ex δ ε, minus est eo quod ex ε γ, & reliquū igitur quod sub α γ, γ β, minus est eo quod sub α δ, δ β. Quare & quod bis sub α γ, γ β, minus est eo quod bis sub α δ, δ β. & reliquū igitur cōpositū ex ijs quæ ex α γ, γ β, maius est composito ex ijs quæ fiunt ex α δ, δ β, siquidem utraq; æqualia sunt ei quod ex α β, quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Zāb. Theorema 30 *Propositio 42*

Quæ ex binis nominibus, ad unū duntaxat signū diuiditur in nomina.

THEON *ex Zamber.* *Sit ex binis nominibus α β, diuisa in nomina in γ, igitur ipsæ α γ, γ β, rationales sunt*

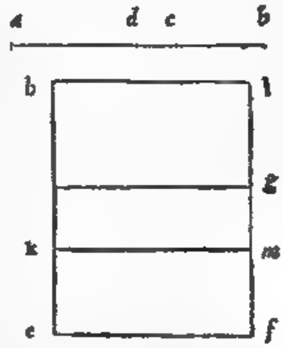
potentia

potentia tantum cõmensurabiles. Dico quod ipsa α β, ad aliud signum nõ diuiditur in binas rationales potentia tantum cõmensurabiles. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut ipsæ α δ, δ β, sint rationales potentia tantum cõmensurabiles, manifestũ iam quod α γ, ipsi β δ non est eadem. Si enim fieri potest, esto, erit iam & α δ, ipsi β γ eadem, eritq; sicut α γ ad γ β, sic β δ ad δ α, eritq; α β in eadem qua γ diuisione, diuisa & in δ, quod positum non est. Ipsa igitur α γ ipsi δ β non est eadem. Ac per hoc etiam & signa γ, δ, non æquidistant a bifaria sectione. Quo itaq; differunt quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α δ, δ β, eo etiam differt & quod bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, eo quod tum quæ ex α γ, γ β, una cum eo quod bis sub α γ, γ β, tum quæ ex α δ, δ β, una cum eo quod bis sub α δ, δ β, sunt æqualia ei quod ex α β. Sed quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali differunt, utraque enim rationalia (per 21 decimi) quod bis igitur sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, differunt rationali, quæ media existunt: medium autem, medium non excedit rationali (per 26 decimi.) Ex binis igitur nominibus, ad aliud & aliud signum non diuiditur, ad unum duntaxat igitur. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 **Bimediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diuiso, sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.**



CAMPANVS. Sit quoq; hic linea a b, bimediale primũ, diuisa in duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq; rationalem continentes, ex quibus 31 asserit eam componi, quæ sint a c & c b. Dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit, diuidam eam in puncto d, assumptaq; linea rationali e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearũ a c & c b, & superficies f h æqualis quadrato a b, & superficies f k æqualis quadratis duarũ linearum a d & d b, eritq; per quartam secundi g h æqualis duplo superficiei a c in c b, & per eandem erit K l æqualis duplo superficiei a d in d b, propter hypothesin quoq; erit utraq; duarũ superficierũ e g & K f medialis, & utraq; duarum linearũ g h & k l rationalis, hoc autem impossibile, esset enim per primũ superficies K g, irrationalis ex 22, per secundam autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. Quod est inconueniẽs. Eucli. ex Zamb. Theorema 51 Propositio 43

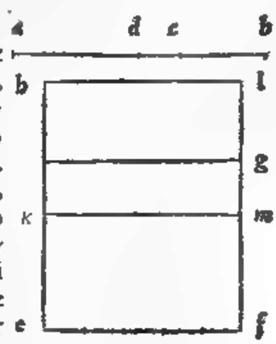
43 **Ex binis medijs prima, ad unũ duntaxat signum diuiditur in nomina.**

THEON ex Zamb. Esto ex binis prima medijs α β diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ β, mediæ sint potentia tantum cõmensurabiles rationale cõprehendentes. Dico quod ipsa α β, ad aliud signum nõ discinditur. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut α δ & δ β sint potentia mediæ tantum cõmensurabiles rationale cõprehendentes. Quoniam igitur quo differt qđ bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, differũt quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α δ, δ β, rationali autem differt quod bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, rationalia enim utraq;. Rationali igitur differunt & quæ ex α γ, γ β, ab eis quæ ex α β, δ β, media existentia, quod est impoßibile. Ex binis igitur medijs prima, ad aliud & aliud signum non diuiditur in nomina, ad unum duntaxat igitur, quod erat demonstrandũ.



Eucli. ex Camp. Propositio 38

48 **Bimediale secũdum, nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.**



CAMPANVS. Sit ut prius linea a b bimediale secũdum, diuisa in duas lineas a c & c b mediales, potentia tantum cõmunicantes superficieĩq; medialem continẽtes, ex quibus 32 proponit eam componi. Dico q; impossibile est eam diuidi sub earũ diffinitiõe in alias duas. Sin autẽ, diuidatur in d, sintq; ut prius superficies e g, f h, & f k, adiunctæ ad lineam rationalem e f, eritq; per præsentes hypotheses, utraq; superficies e g, & g h, medialis, quare per 20 utraque duarum linearũ f g & g l erit rationalis in potentia tantũ non communicans in longitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erunt incõmensurabiles in longitudine, sequitur per primã sexti & per secundã partem 10 huius q; utrunq; quadra

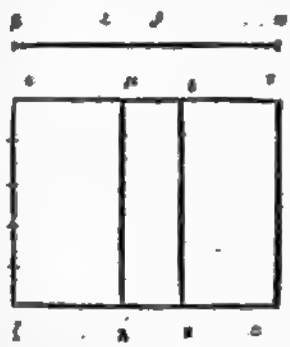
 torum

eorum linearū a c & c b sit incōmensurabile superficiei unius in alteram. Cumq; dicta quadrata cōmunicent ex hypothesi, sequitur ut ambo quadrata pariter accepta sint incōmensurabile superficiei unius in alteram, ideoq; & eius duplo. Quare superficies e g incōmensurabilis est superficiei g h. & linea g f, lineæ g l per primam sexti & secūdam partem 10 huius. Itaq; per 10 linea f l est binomium, diuisa secundum suum terminū in puncto g. Eodemq; modo probabitur ipsam binomium esse, mediantibus superficiebus e m & m h, diuisam secundum suum terminum in puncto m, quod est impossibile per 36. Non enim potest dici, q linea f l diuisa sit ad puncta g & m in partes consimiles, sic enim esset linea f m æqualis g l, sed ipsa est maior linea m l, ut patet ex primo præmissorum antecedentiū huius & prima sexti, cum e m superficies sit maior h m superficie. Huius autem demōstrationis modus potest esse cōmunis 37 cæterisq; eam sequētibus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 31 Propositio 44.

44 Ex binis secunda medijs, ad unū duntaxat signū diuiditur in nomina.

THEON ex Zamberto. *Sit ex binis medijs secunda α β, diuisa in γ, ut α γ, γ β, mediæ sint potentia tantum commensurabiles medium comprehendentes, manifestum iam est quod γ non est in diuidua sectione, quandoquidem non sunt longitudine cōmensurabiles. Dico quod ipsa α β, ad aliud signum nō diuiditur. Si enim possibile, diuidatur in δ ut α γ ipsi δ β non sit eadem, sed per hypothesin sit maior α γ, manifestum quod ea quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eis quæ ex α δ, δ β, sicut supra demōstrauimus. Et quod ipsæ α δ, δ β, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles, medium comprehendentes. Exponaturq; rationalis ε ζ, & ei quidem quod ex α β æquum, ad ipsam ε ζ comparetur (per 44 primi) ε κ, eis autem quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ε ι, reliquū igitur θ κ æquum est ei quod bis sub α γ, γ β. Rursus iam eis quæ ex α δ, δ β, quæ minora sunt eis quæ ex α γ, γ β, æquum auferatur ε λ, & reliquū igitur μ κ, æquum est ei quod bis sub α δ, δ β. Et quoniam media sunt quæ ex α γ, γ β, medium igitur est & ε ι. Et ad rationalem ε ζ comparatur: rationalis igitur est ε θ, & incōmensurabilis ipsi ε ζ longitudine. Ac per hoc etiam θ η rationalis est & ipsi ε ζ longitudine incommensurabilis.*



Et quoniam ipsæ α γ, γ β, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles, incommensurabilis est igitur α γ ipsi γ β longitudine, sicut autem α γ ad γ β, sic quod ex α γ ad id quod sub α γ, γ β. Incommēsurabile igitur est quod ex α γ, ei quod sub α γ, γ β. Sed et quidem quod ex α γ cōmensurabilia sunt quæ ex α γ, γ β, potentia enim sunt cōmensurabiles ipsæ α γ, γ β, ei autem quod sub α γ, γ β, commensurabile est quod bis sub α γ, γ β, & quæ ex α γ, γ β, igitur, incōmensurabilia sunt ei quod bis α γ, γ β. Sed eis quidem quæ ex α γ, γ β, æquum est ε ι, ei autem quod bis sub α γ, γ β, æquum est θ κ. Incōmensurabile igitur est ε ι ipsi θ κ, quare & ipsa ε θ ipsi θ η, est longitudine incōmensurabilis. Et ipsæ ε θ & θ η sunt rationales, igitur rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Si uero binæ rationales potentia tantum cōmensurabiles compositæ fuerint, tota irrationalis est, uocaturq; ex binis nominibus (per 36 decimi) ipsa igitur ε η ex binis nominibus, est diuisa in θ. Per eadem iam ostendentur & ipsæ ε μ, μ η, rationales potentia tantum cōmensurabiles. Igitur ipsa ε η ex binis nominibus per aliud signū & aliud diuisa est in θ & in μ, nec est ε θ ipsi μ η eadem, quādoquidem quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eis quæ ex δ β, α δ, sed quæ ex α δ, δ β, maiora sunt eo quod bis sub α δ, δ β, multo igitur magis quæ ex α γ, γ β, hoc est ε ι, maius est eo quod bis sub α δ, δ β, hoc est μ κ. Quare & ε θ, ipsa μ η maior est. Igitur ε θ, ipsi μ η non est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur, quod est absurdū. Ex binis secūda medijs igitur, in alio & alio signo non diuiditur, in uno igitur tantū signo diuiditur. Quod erat ostendendū.

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 Linea maior, nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi non potest.

CAMPANVS. Sit quoq; hæc linea maior



a b diuisa ad punctū c, in duas lineas potentialiter incōmensurabiles superficiemq; medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale, ex talibus enim cōponitur, ut affirmat 33. Dico q impossibile est ad alium punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi. Quod si potest, sit hic ad d, maneantq; sub his eadem figura eædemq; hypotheses quæ prius, & argue quemadmodum in 36 superficiem g k esse rationalem & irrationalem, quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 45

Maior, ad unum duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zāb. *Sit maior α β, diuisa in γ, ut (per 34 decimi) α γ, γ β, potētia nō sint cōmensurabiles, efficientes cōpositū ex ijs quæ ex α γ, γ β, quadratis ratiōale, quodq; sub ipsis α γ, γ β, mediū. Dico quod ipsa α β, ad aliud signum*

signum non diuiditur. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut ipsæ α δ, δ β, potentia sint incommensurabiles, efficientes quidem compositum ex quadratis quæ ex α δ, δ β, rationale, quodq; sub ipsis medium (per 39 decimi). Et quoniam quo differunt quæ ex α γ, γ β, eis quæ ex α δ, δ β, hoc differt & quod bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, sed quæ ex α γ, γ β, ea quæ ex α δ, δ β, excedunt rationali (rationalia enim utraque) & quod bis sub α δ, δ β igitur id quod bis sub α γ, γ β, excedit rationali, media existentia. quod est impossibile. Maior igitur, ad aliud & aliud signum non diuiditur, per idem igitur unũ tantum signum, quod demonstrare oportebat.



Eucli. ex Camp. Propositio 40

40 Linea potens in rationale & mediale, nisi in suas duas lineas tantum sub termino non diuiditur.

CAMPANVS Hæc quoque 40. manentibus prioribus figura & positionibus (excepto quod ipsa linea a b diuidatur in punctum c, in illas duas lineas ex quibus 34 dicit eam componi) probabitur, quemadmodũ 37. Si autem aliter fuerit quàm proponat, erit superficies k g rationalis & irrationalis, quod esse non potest.

Eucli. ex Zamb. Theorema 34 Propositio 46

46 Rationale mediumq; potens, ad unum duntaxat signum discinditur in nomina.

THEON ex Zamb. Esto rationale mediũq; potẽs α β. diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ β, potẽtia sint incõmẽsurabiles efficiẽtes cõpositũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediũ quod aũt sub α γ, γ β, ratiõale, dico quod ad aliud signũ ipsa α β nõ diuiditur. Si enim possibile est, diuidatur & in δ, & ut α δ, δ β, potẽtia sint incõmẽsurabiles efficiẽtes cõpositũ ex α δ, δ γ. mediũ, quod uero sub ipsis α δ, δ β, ratiõale (per 40 decimi.) Quoniã enim quo differt quod bis sub α γ, γ β. ab eo quod bis sub α δ, δ β, eo differũt & quæ ex α δ, δ β, eis quæ ex α γ, γ β, quod aũt sub α γ, γ β, id quod bis sub α δ, δ β, rationali excedit, & quæ ex α δ, δ β, igitur ea quæ ex α γ, γ β, rationali excedunt, cũ media existant, quod est impossibile est. Rationale mediumq; potens igitur ad aliud potens ad aliudq; signum non diuiditur, ad unũ igitur signum diuiditur, quod oportuit demonstrare.



Eucli. ex Camp. Propositio 41

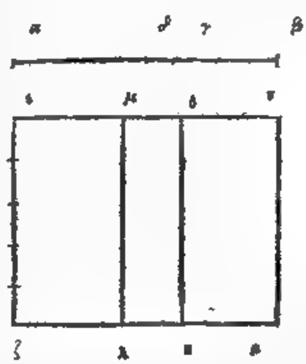
41 Linea potẽs in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniuncta est, sed in suas tantum duas ex quibus componitur est diuisibilis.

CAMPANVS Hæc enim 41 diuisa linea a b ad punctum c in eas ex quibus 35 asserit eã componi, cæterisq; ut supra tam figura quàm positionibus manentibus, probatur sicut 38. nam dato opposito propositi, sequitur oppositum 36, quod est impossibile.

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 47

47 Bina potens media, ad unum duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zamb. Sit bina potens media α β diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ β, potentia sint incommensurabiles efficientes (per 35 decimi compositum ex eis quæ ex α γ, γ β, medium, quod uero sub α γ, γ β, mediũ. & insuper incommensurabile cõposito ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis. Dico quod ipsa α β in alio signo non diuiditur, efficiẽs ea quæ proposita sunt. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut uidelicet ipsa α γ ipsi δ β, non sit eadem, sed maior per hypothesin sit α γ, ponaturq; rationalis ε ζ, compareturque (per 43 primi ad ipsam ε ζ. eis quæ ex α γ, γ β, æquum ε η, et autẽ quod bis sub α γ, γ β, æquum θ κ. Totum igitur ε κ. æquum est ei quod ex α β quadrato. Rursus comparetur ad ipsam ε ζ, eis quæ ex α δ, δ β, æquum ε λ, reliquum igitur quod bis sub α δ, δ β, reliquo μ κ est æquale. At quoniam medium supponitur compositum ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium igitur est & ε ζ, & ad rationalẽ ε ζ comparatur. Rationalis igitur est (per 26 decimi. (θ ε, & ipsi ε ζ longitudine incõmensurabilis Id propterea etiam θ ν, rationalis est, & ipsi θ η longitudine incommensurabilis. Et quoniã cõpositũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommensurabile ex eo quod bis sub α γ, γ β, igitur ε θ, ipsi θ κ est incommensurabile. Quare & ε θ ipsi θ ν, est incõmensurabilis, suntq; rationales. Ipsæ igitur ε θ, θ ν, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles, ipsa igitur ε ν ex binis nominibus est, diuisa in θ. Similiter iã demõstrabimus quod & in μ diuisa, & quod ε θ ipsi μ ν est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur quod est absurdum. Bina potens media igitur in alio & alio signo non diuiditur: in uno igitur tantum signo diuiditur, quod erat ostendendum.



Eucli.

Eucli. ex Camp. Binomiorum diffinitiones.

1 Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ communicãtis eidem longiori in longitudine, fueritque eadem longior lineæ positæ rationali communicãs, ipsum uocabitur binomium primum. 2 Si uero breuior positæ rationali communicet, dicetur binomium secundum. 3 Quod si neutra portionum eius positæ rationali communicet, appellabitur binomium tertium. 4 Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine, fueritq; longior portionum positæ lineæ rationali communicans in longitudine, ipsum nuncupabitur binomium quartum. 5 Si uero breuior, positæ rationali communicet in longitudine, quintum nominabitur. 6 Si autem neutra portionum eius positæ rationali communicet in longitudine, erit binomium sextum.

Eucli. ex Zamb. Binum nominum Diffinitiones.

1 Proposita rationali & ea quæ ex binis diuisa in nomina, cuius nomẽ maius minore maius possit eo quod ex sibi longitudine commensurabili, si maius nomen longitudine commensurabile expositæ rationali, tota uocetur ex binis nominibus prima. 2 Si uero nomen minus longitudine commensurabile fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus secunda. 3 Si autem neutrum ipsorum nominum commẽsurabile longitudine fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus tertia.

4 Rursus iam si maius nomen, minore maius possit eo quod à sibi longitudine incommensurabili, si quidem maius nomen expositæ rationali longitudine commensurabile fuerit, uocatur ex binis nominibus quarta.

5 Si uero minus, quinta, 6 Si uero neutrum, sexta.

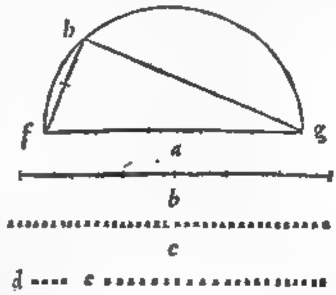
Sex igitur existẽtibus sic sumptis rectis lineis, primas ordine facit, tres primas in quibus maior minore maius potest eo quod ex sibi commensurabili, secundas ordine uero reliqua tres, quarum maior minore maius possit eo quod ex sibi incommensurabili, eo quia præstantius est commensurabile incommensurabili. Et insuper primam, in qua maius nomen expositæ rationali commensurabile est. Secundam autem in qua minus, quoniã rursus præstantius est maius minore dum continet minus. Tertiam uero, cuius neutrum nominum expositæ rationali est commensurabile. Et in tribus sequentibus similiter primam prædicti secundi ordinis quartam appellans, secundam uero quintam, ac tertiam sextam.

Eucli. ex Camp. Propositio 42

42 BInomium primum inuenire,

CAMPANVS Sit a linea rationalis posita sumanturq; duo numeri quadrati b & c, quorũ e sit diuisibilis in quadratum qui sit d, & in non quadratum qui sit e, ponaturque proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g, sicut numeri b ad numerum c, eritque ex secunda parte 7 linea f g cõmunicans lineæ

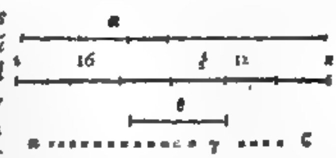
a rationali positæ in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h semicirculus, sitq; pro portio quadrati lineæ f g ad quadratũ lineæ f h. sicut c ad d, & ducatur linea g h, dico ergo duas lineas f g & g h directe coniunctas, cõponere binomium primum. Est enim linea f g quæ est longior, potẽtiorq; linea g h quæ est breuior, in quadrato lineæ f h per 10 tertij & penultimã primi, cõmunicat autem linea f h lineæ f g in longitudine per 2 partem 7, cum pro portio quadratorũ ipsarũ f g & f h sit sicut numerorũ quadratorũ qui sunt c & d. Linea uero g h, coniuncitur esse rationalis in potẽtia tantũ non cõmunicans lineæ f g in longitudine, ideoq; neq; lineæ a rationali positæ: cum sit enim quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ f h, sicut numerus c ad numerũ d, erit per euersam propor tionalitatem quadratũ lineæ f g ad quadratũ lineæ g h, sicut numerus c ad numerũ e. Cum itaq; c sit numerus quadratus, sequitur per ultimã partẽ 7, ut linea g h sit incõmensurabilis lineæ f g longitudine, relinquitur igitur ipsam g h esse rationalẽ in potentia tantũ, & a diuisione lineas f g & g h cõponere binomium primũ, quod erat inueniendũ.



Eucli. ex Zamb. Problema 15 Propositio 48

28 Inuenire ex binis nominibus primam.

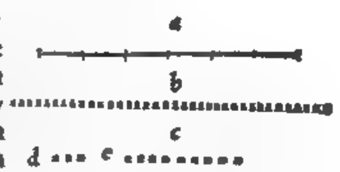
THEON ex Zamb. Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut compositus ex ipsis α β ad β γ rationem habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipsum aũt γ α rationẽ non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ: exponaturq; quædam rationalis δ, ac ipsi δ cõmensurabilis esto (per correlariũ 6 decimi) longitudine ipsa ε ζ, rationalis igitur est ε ζ, fiatq; (per 9 decimi) sicut β α numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. At α β ad α γ rationẽ habet quam numerus ad numerũ. Igitur & quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationem habet quam numerus ad numerũ. Quare quod ex ε ζ, ei quod ex ζ η est cõmensurabile. Est autem rationalis ε ζ, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniam α β ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ: incõmensurabilis igitur est ε ζ, ipsi ζ η lõgitudine. Ipsæ igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa ε η. Dico quod & prima, Quoniam enim est sicut β α numerus ad α γ, ita quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, maior autem est ipse β α ipso α γ, maius igitur est & quod ex ε ζ eo quod ex ζ η, esto igitur ei quod ex ε ζ æqualia quæ ex ζ η, θ. Et quoniam est sicut β α ad α γ sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) est sicut α β ad β γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex θ. At α β ad β γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. & quod ex ε ζ igitur ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Commensurabilis igitur est ε ζ ipsi θ longitudine. Ipsa igitur ε ζ quàm ζ η, maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsæq; ε ζ, ζ η, rationales sunt. Commensurabilisq; est ε ζ ipsi δ longitudine, ipsa igitur ε η ex binis nominibus prima est, quod erat ostendendum.



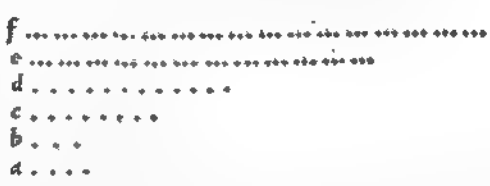
Eucli. ex Camp. Propositio 43

43 Binomium secundum reperire.

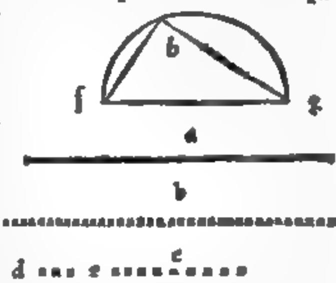
CAMPANVS. Sit ut prius a rationalis linea posita, b uero numerus quadratus, c uero sit numerus non quadratus diuisibilis in d non quadratũ & e quadratũ, ita tamen quod proportio totius c qui est nõ quadratus ad d qui est etiam non quadratus, sit sicut numerorũ quadratorũ: talis autem numerus est 12 & 48, diuisibilis enim est 12 in 9 quadratum numerũ, & 3 non quadratũ, estq; proportio 12 ad 3, sicut 16 ad 4, quorum uterq; qaadratus, eodem modo 48 diuisibilis est in 36 & 12.



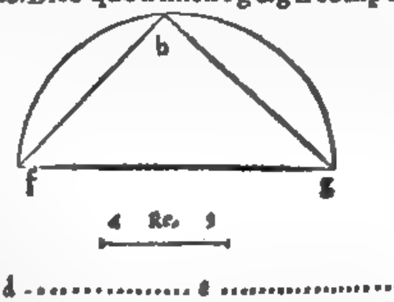
Tales autem numeros sic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoque sit unitate minor, cuius quadratũ sit c, at uero d proueniat ex b in a, eritq; ex prima incidentiũ noni, b, differentia d ad c, ducatur idem a in c, & proueniat e, eritq; e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni, eo quod uterque numerorum a & c est quadratus per hypothesin. Fiat rursus f ex a in d, eritq; f qualem



qualẽ quærimus. Est enim ex ultima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus, eo quod d numerus sit nõ quadratus. Si enim d nũerus esset quadratus, esset quoque b quadratus ex 2 parte eiusdẽ correlarij 2 noni & ex 22 octaui. & quia a est quadratus, esset per 16 eiusdem, tertius continue proportionalis inter a & b, quod est impossibile, cum sint sola unitate distantes, non est igitur d quadratus, quare nec f, est enim f æqualis d & e, quoniam cum b sit differentia d ad c, ut patet ex præmissis. erit per primã incidentiũ noni quod fit ex a in d, æquũ ijs quæ fiunt ex a in b & in c. & quia ex a in b fit d, & in c fit e, sequitur ut d sit differentia f ad e, & quia per 15 septimi est f ad e sicut d ad c, erit permutatim f ad d sicut e ad c. Cumq; uterque duorũ numerorum e & c sit quadratus, manifestum est numerum f esse qualem uolumus, est enim non quadratus diuisibilis in d non quadratum & e quadratũ, cuius proportio ad d est sicut quadrati ad quadratum uidelicet e ad c.



Cætera omnia sint ut prius: Dico quod lineæ f g & g h componunt binomium secũdum. Cum enim sit a quadratum f g sicut b ad c, rursusque quadratum f g ad quadratum g h sicut c ad e. erit per æquã proportionalitatem quadratũ a ad quadratũ g h. sicut b ad e. Cum igitur uterque duorum numerorũ b & e sit quadratus, erit per 2 partem 7, linea g h cõmunicans in longitudine lineæ a rationali positæ, de linea uero f g cõstat quod ipsa sit rationalis in potentia tantum non communicans lineæ a rationali positæ in longitudine per ultimã partẽ 7, quæ cũ sit potentior linea g h in linea f h per 30 tertij & penultimam primi, cõmunicet autem linea f h lineæ f g in longitudine per secundã partẽ 7, eo quod eorum quadrata sunt in proportione numerorum c & d quorum est proportio sicut numerorum quadratorum per hypothesin, constat propositum.

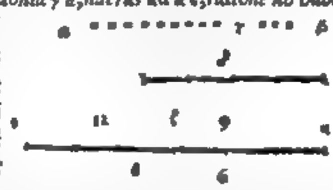


Aliter quoque idem. Esto linea g h, cõmunicans a rationali positæ in longitudine, quã facile est inuenire, sitq; c numerus quadratus diuisibilis in quadratum d, & non quadratum e, sitque proportio quadrati lineæ g h ad quadratum lineæ f g, sicut numerus e ad numerum c eritq; f incommensurabilis lineæ g h in longitudine per ultimam partem 7. & potentior ea in quadrato lineæ f h, cui communicat in longitudinẽ primo per conuersam deinde per euersam proportionalitatem, & per secundam partem 7, ex diffinitione igitur, lineæ f g & g h, componunt binomium secundum.

Eucli ex Zamb. *Problema 44* *Propositio 49*

49 Comperire ex binis nominibus secundam.

THEON *ex Zamb.* *Explicẽtur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipsis compositus α β, ad β γ, rationem habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipsum autẽ γ α rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; rationalis δ, ipsiq; δ commensurabilis esto longitudine ζ η, ipsa igitur ζ η rationalis est. Fiat etiam (per correlarium 6 decimi,) & sicut γ α numerus ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε, cõmensurabile igitur est id quod ex η ζ, ei quod ex ζ ε, rationalis igitur est & ζ ε. Et quoniã γ α, nũerus ad α β, rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incommensurabilis igitur est η ζ, ipsi ζ ε longitudine, Ipsæ igitur ε ζ ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa ε η. Ostendendum uero quod & secunda. Quoniam rursus est sicut β α, numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η, maior autem est β α, ipso α γ, maius igitur & quod ex ε ζ, eo quod ζ η, esto autem ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex η ζ, θ. Conuertẽdo igitur (per correlarium 19 quinti) est sicut α β, ad β γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex θ. At α β ad β γ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, & quod ex ε ζ, igitur ad id quod ex θ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commensurabilis igitur est ε ζ, ipsi θ, longitudine (per 9 decimi.) Quare ε ζ, ipsa ζ η, maius potest, eo quod fit ex sibi commensurabili, & ipsæ ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ζ η, nomen minus commensurabile est longitudine ipsi δ rationali expositæ, ipsa igitur ε η, ex binis nominibus est secunda, quod erat faciendum.*

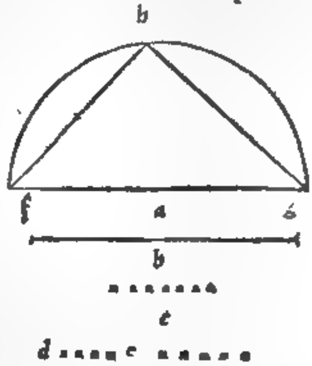


Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 44

44 **B**inomium tertium inuestigare.

CAMPANVS Binomium quoque tertium sic reperitur. Posita ut prius linea a rationali in longitudine, sit b numerus primus uero quadratus diuisibilis in quadratum d. & non quadratũ e, cætera omnia sint ut prius. dico quod duæ lineæ f g & g h cõponunt binomium tertiũ: neutra enim earum est commensurabilis in longitudine lineæ a rationali positæ, sed utraque incommensurabilis, f g quidẽ, per ultimã partẽ 7, h g uero, per æquã proportionalitatem & ultimam partem 7. Est enim per æquam proportionalitatem quadratũ lineæ a ad quadratum lineæ g h sicut numerus b ad numerũ e, mediantibus hinc quidem quadrato lineæ f g, inde uero numero c, numeri autem b & e non sunt in proportione aliquorum quadratorũ, cũ b sit numerus primus. si enim essent in proportione numerorum quadratorũ necesse esset per 16 octaui & octauã eiusdẽ tertiũ eis in cõtinua proportionalitate intereſſe, esset igitur per 17 eiusdẽ numerus b superficialis, quod est impossibile, cum sit primus per hypothesin, incommensurabilis est itaq; linea g h, lineæ a rationali positæ, ex ultima parte 7. Quia ergo linea f g potẽtior est linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi quæ cõmunicat ei in longitudine ex secunda parte 7, ex diffinitione binomij tertij patet nostra intentio.



Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 50

50 **Inuenire ex binis nominibus tertiam.**

THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut ex ipsis compositus α β, ad β γ, rationẽ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipsum autẽ α γ rationem non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Explicetur q; aliquis etiam alius numerus nõ quadratus δ & ad utrũ que ipsorũ β α, α γ, rationem nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponatur q; aliqua rationalis recta linea quæ sit ε. Fiatq; sicut δ ad α β, sic quod ex ε ad id quod ex ζ η. Commensurabile igitur est quod ex ε, ei quod ex ζ η. Est autem ε, rationalis, rationalis igitur est & ζ η, (per diffinitionẽ,) Et quoniam δ ad α β, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neque quod ex ε ad id quod ex ζ η, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est ε, ipsi ζ η, longitudine (per 9 decimi. Fiat iã rursus sicut α β numerus ad α γ, sic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ. Commensurabile igitur est quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Rationalis autem est ζ η, rationalis igitur & η θ. Et quoniam β α, ad α γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ζ η ad id quod ex θ η rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmensurabilis igitur est ζ η, ipsi η θ lõgitudine. Ipsæ igitur ζ η & η θ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Igitur ipsa ζ θ ex binis nominibus est. Aio etiã quod & tertia. Quoniã enim est sicut δ ad α β, sic est id quod ex ε ad id quod ex ζ η, sicut autẽ β α, ad α γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) est sicut δ ad α γ, sic quod ex ε ad id quod ex η θ. At δ ad α γ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex η θ, rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmensurabilis est igitur ε ipsi η θ longitudine. Et quoniã est sicut β α, ad α γ, sic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, maius igitur est quod ex ζ η eo quod ex η θ. Esto igitur ei quod ex ζ η, æqualia quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium) est sicut α β ad β γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α β, ad β γ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, & quod ex ζ η igitur, ad id quod ex κ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Commẽsurabilis igitur est ζ η, ipsi κ lõgitudine. Ipsa igitur ζ η, ipsa η θ maius potest eo quod ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili. Ipsæq; ζ η, η θ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, Ac neutra ipsarum commensurabilis est ipsi ε longitudine ipsa igitur ζ θ, ex binis nominibus tertia est, quod inuenire oportebat.*

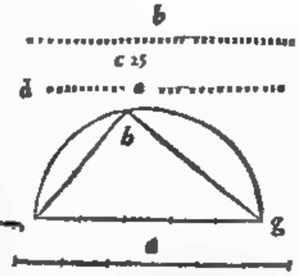


Eucli. ex Camp. Propositio 45

45 **B**inomium quartum scrutari.

CAMPANVS. In inuentione binomij quarti eodem modo procedendum est sicut in inuentione primi, excepto quod quadratus nume-

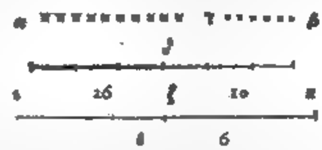
rus c diuidatur in duos non quadratos qui sunt d & e. Cætera omnia negotianda sunt hic ex diffinitione binomij quarti, sicut ibi ex diffinitione binomij primi.



Eucli. ex Zãb. Problema 16 Propositio 51

51 Inuenire ex binis nominibus quartam.

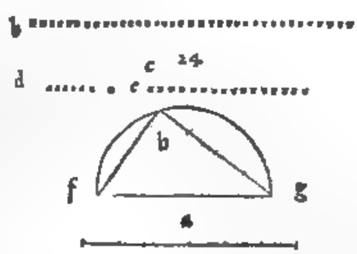
THEON ex Zamb. *Exponãtur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrũq; ipsorum rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, exponanturq; rationalis δ. ipsiq; δ cõmensurabilis esto longitudine ipsa ε ζ. Rationalis igitur est ipsa ε ζ. Fiatq; sicut β α numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. cõmensurabile igitur est per diffinitionem quod ex ε ζ, quod ex ζ η. Rationalis autẽ est (per correlarium 6 decimi,) ε ζ. Rationalis igitur est) per 6 decimi & ζ η. Et quoniam β α ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neque quod ex ε ζ, igitur ad id quod ex ζ η, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommẽsurabilis igitur est ε ζ, ipsi ζ η longitudine. Ipsæ igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Quare ipsa ε θ, ex binis nominibus est. Dico iam quod & quarta. Quoniam enim est sicut β α, ad α γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ζ η, maior autẽ est β α ipso α γ, maius igitur & quod ε ζ, eo quod ex ζ η, esto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex ζ η, θ. Cõuertẽdo igitur (per 19 quinti & eius correlariũ sicut α β, nũerus ad β γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex θ. Ipse uero α β, ad β γ, rationem non habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ε ζ ad id quod ex θ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) ε ζ, ipsi θ longitudine. Ipsa igitur ε ζ, ipsa η ζ, maius potest eo quod ex sibi in cõmensurabili, & ipsæ ε ζ ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ε ζ, ipsi δ cõmẽsurabilis est lõgitudine. Ipsa igitur ε η, ex binis nominibus est quarta, quod erat inueniendum.*

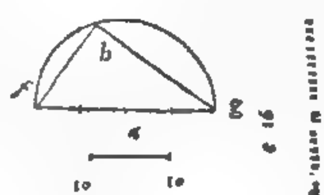


Eucli. ex Camp. Propositio 46

46 Binomium quintum quærere.

CAMPANVS Huius inuentio sic est sicut binomij secundi excepto quod numerus c non quadratus diuidetur in d non quadratũ & e quadratũ, ita tamẽ quod proportio c ad d, nõ sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ. Cætera omnia sunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti, sicut ibi quæsita sunt ex diffinitione binomij secundi. Vel pone quod linea g h sit communicans lineæ à rationali positæ in longitudine, & pone numerum c quadratum diuisum in duos non quadratos qui sunt d & e. Pone itaq; proportionem quadrati lineæ g h ad quadratum f g, sicut numeri e ad numerum c, deinde astrue propositum ex ultima parte 7, & præsentibus hypothesibus & cõuersa & euersa proportionibus 7. & iterũ ex ultima parte 7. & diffinitione binomij quinti.



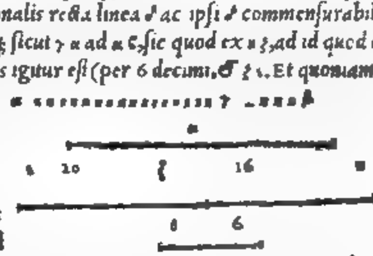


Eucli. ex Zamb. Problema 17 Problema 52

52 Inuenire ex binis nominibus quintam.

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrunque ipsorũ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturq; aliqua rationalis recta linea δ ac ipsi δ commensurabilis esto (per diffinitionem) longitudine ζ η, rationalis igitur ipsa ζ η. Fiatq; sicut γ α ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε. Commensurabile igitur est quod fit ex η ζ, et quod ex ζ ε. Rationalis igitur est (per 6 decimi, & ζ ε. Et quoniam γ α ad α β, rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, neque quod ex η ζ, igitur ad id quod ex ζ ε, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) η ζ, ipsi ζ ε lõgitudine. Igitur ε ζ, ζ η, rationes sunt potentia cõmensurabiles, tãtum ex binis igitur nominibus est ipsa ε η, (per 36 decimi.) Dico iam quod & quinta. Quoniã enim est sicut γ α, ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε,* rursus sicut β α ad α γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex ζ η, maior autem est β α ipso α γ, maius igitur est quod ex ε ζ eo quod ex ζ η. Esto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex η ζ, θ.*

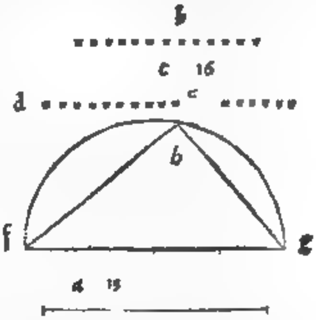
ἀνάπαλιν



Conuer-

Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium, est sicut α β numerus ad β γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex θ. At α ε, ad β γ, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerum, neque igitur quod ex ε ζ, ad id quod ex θ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) ε ζ, ipsi θ longitudine. Quare ε ζ ipsa ζ η maius potest eo quod sibi ex incõmensurabili. Suntq; rationales potentia tantum commensurabiles, & ζ η, nomen minus commensurabile est expositæ rationali δ longitudine. Ipsa igitur ε η, per 48 decimi,) quinta est ex binis nominibus, quod erat inueniendum.

47 Eucli. ex Camp. Propositio 47



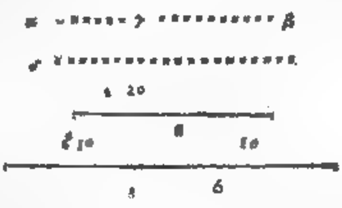
IN binomio sexto demum oportet insistere.

CAMPANVS. Binomium sextum sicut tertium scrutãdum est. & tamen erit hic numerus c diuisus in duos nõ quadratos d & e. Cætera ut ibi, eritq; ex diffinitione binomij 6 linea quam componunt f g & g h sibi inuicem directe coniunctæ binomiũ sextum, quod est propositum inuenire.

53 Eucl. ex Zamb. Problema 15 Propositio 53

Inuenire ex binis nominibus sextam.

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri α γ, γ ε, ut α β, ad utrunq; ipsorum rationem nõ habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Sitq; etiã alius numerus δ non existens quadratus, qui ad utrunque ipsorũ β α, α γ, rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Exponaturq; aliqua recta linea rationalis quæ sit ε, fiatq; (per diffinitionẽ) sicut δ ad α ε, sic quod ex ε ad id quod ex ζ η. Commensurabilis igitur est (per 6 decimi,) ε ipsi ζ η, potentia, estq; rationalis ε, rationalis igitur est & ζ η. Et quoniam δ ad α ε, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex ε, igitur ad id quod ex ζ η, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur est ε, ipsi ζ η longitudine. Fiat rursus sicut ε α ad α γ, sic quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, Cõmẽsurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζ η, ei quod ex η θ. Ratiõale aũt est quod ex ζ η, rationale igitur est & quod ex η θ, rationalis igitur η θ. Et quoniã β α ad α γ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur est quod ex ζ η ad id quod ex η θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmensurabilis igitur ex ζ η ipsi η θ lõgitudine. Ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt potentia tãtum, ex binis igitur nominibus est ζ θ, (per 36 decimi.) Ostendendum uero quod & sexta. Quoniã enim est sicut δ ad α ε, sic quod ex ε, ad id quod est ζ η, est autem & sicut ε α ad α γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur per 22 quinti,) est sicut δ ad α γ, sic quod ex ε ad id quod ex η θ. At δ ad α γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ε, ad id quod ex η θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incõmensurabilis igitur est ε ipsi θ η, longitudine, patuit autem quod & ipsi ζ η. Incõmẽsurabilis est igitur utraque ipsarum ζ η, & η θ, ipsi ε longitudine. Et quoniam est sicut β α, ad α γ, sic est quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, maius igitur est quod ex ζ η eo quod ex η θ. Esto igitur ei quod ex ζ η æqualia, quæ ex η θ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & correlarium eiusdem) sicut α ε ad ε γ, sic quod ex ζ η ad id quod ex κ. At α ε, ad ε γ, rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare neque quod ex ζ η, ad id quod ex κ, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est ζ η ipsi κ lõgitudine, ipsa igitur ζ η, ipsa η θ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Suntq; ipsæ ζ η, η θ, rationales, potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Ac ipsarũ ζ η, neutra commensurabilis est longitudine ipsi ε expositæ rationali, ipsa igitur ζ θ, ex binis nominibus est sexta, quod erat inueniendum.*

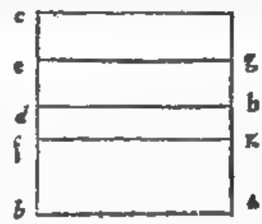


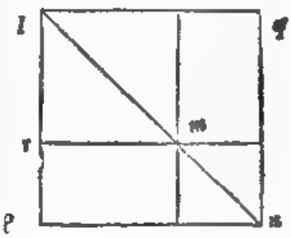
48 Eucli. ex Camp. Propositio 48

SI fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali contenta, latus quod super eam potest binomium esse necesse est.

CAMPANVS Sit superficies a c, cõtenta linea ratiõali a b, & binomio primo quod sit b c. Dico quod latus tetragonicum superficiei a c est binomiũ. Sit enim punctus d communis terminus duarũ portionũ binomij primi in b c, cuius maior portio sit b d, eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione, & commensurabilis lineæ a b rationali positæ. Diuidatur item minor portio quæ est d c per æqualia ad punctũ e, lineaq; d b diuidatur sub ea conditione ad punctũ f, quod inter partes eius quæ sunt b f, & f d, cadat d e medio loco proportiõalis, quod qualiter fiat in 13 dictũ est.

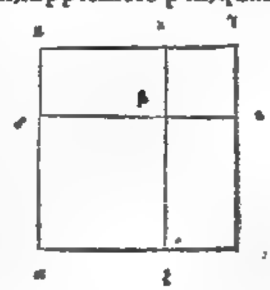
ducantur autẽ lineæ e g, d h, f k, æquidiſtãtes lineæ a b. Et quia ex diffinitione binomij primi linea d b eſt potẽtior linea d c in quadrato lineæ ſibi cõmunicãtis in lõgitudine, ſequitur ex ſecũda parte 11 quod duæ lineæ b f & f d ſint cõmunicantes, per 9 igitur eſt utraque earũ cõmunicãs toti lineæ b d, quare per diffinitionẽ ambæ ſunt rationales in longitudine. ideoq́ per 15 utraque earũ cõmunicãs toti lineæ b d, quare per 15 utraq; duarũ ſuperficierũ a f & f h, eſt ratiõalis. Deſcribatur itaq; quadratũ l m cuius latus l r, æquale ſuperficiei a f, cui circomponatur gnomo protracta diagonali l m n, ad eam quantitatẽ, qđ ipſius gnomonis quadratũ quod ſit m n, ſit æquale ſuperficiei f h duoq́ eius ſupplemẽta ſint p m & m q. quæ neceſſe eſt eſſe æqualia duabus ſuperficieb: d g & g c. Quod ſic collige. Cũ enim ſit linea d e medio loco ꝓportiõalis inter lineas b f & f d erit ſuperficies d g, ex 1 ſexti medio loco ꝓportionalis inter ſuperficies a f & f h, quare & inter quadrata l m & m n. Et quia ſupplementũ p m eſt etiã medio loco proportionale inter quadrata dicta ex prima ſexti, ſequitur ut p m ſit æqualis d g, ideoq́ m q, g c, igitur linea l p, eſt latus tetragonicũ ſuperficiei a c. Hanc lineã dico eſſe binomiũ. Cũ ſint enim ambo quadrata l m, & m n, rationalia, erũt ex diffinitione duæ lineæ l r & r p potentialiter rationales. Eſt autem per primam ſexti a f ad d g, ſicut b f ad d e: ſed b f eſt incõmẽſurabilis d e, ſcilicet, quia b f eſt rationalis ſimpliciter, ut probatũ eſt, d e uero quia cõmunicat in lõgitudine d c rationali in potentia tantũ, erit etiã ipſa rationalis in potẽtia tantũ per 15, qđ ex præmiſſis hypotheſibus manifeſtũ eſt. Itaq; per 2 partẽ 10, ſuperficies a f, eſt incõmẽſurabilis ſuperficiei d g, igitur & quadratũ l m, ſupplemẽto p m, quare per primã ſexti & ſecũdã partẽ 10 linea l r, eſt incommẽſurabilis lineæ r p. Ex 50 igitur conſtat lineã l p eſſe binomiũ, quod erat monſtrandũ.





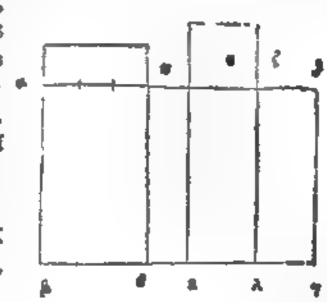
THEON · Lemma.

Sint bina quadrata α β, β γ, ponaturq́; (per 14 primi, ut δ β, ipſi β ε, ſit in rectas lineas. in rectas lineas igitur eſt & ζ β, ipſi β η. Cõpleaturq́; parallelogrammum α γ. Dico quod α γ, quadratum eſt, & quod δ η, ipſorum α β, β γ, medium eſt proportionale, & inſuper δ γ, ipſorum α γ, γ β, medium proportionale eſt. Quoniam enim δ β, ipſi β ζ eſt æqualis, & β ε ipſi β η, tota igitur δ ε toti ζ η eſt æqualis. Sed δ ε, utriq; ipſarum α θ, κ γ eſt æqualis. Igitur (per 33 primi) parallelogrammum α γ, æquilaterum eſt, eſt quoque & rectangulum, quadratum igitur eſt α γ, (per 46 primi) Et quoniam eſt ſicut ζ β ad β η, ſic δ β, ad β ε, ſed ſicut quidẽ ζ β, ad β η, ſic (per primam ſexti, α β, ad δ η, ſicut uero δ β, ad β γ, ſic δ η, ad β γ, & ſicut igitur α β ad δ η, ſic δ η ad β γ. Igitur δ η, ipſorũ α β, β γ, mediũ proportionale eſt. Dico iam & quod & δ γ, ipſorũ α γ, γ β, medium proportionale eſt. Quoniã enim eſt ſicut α δ ad δ κ, ſic eſt κ η ad η γ, (æqualis eſt enim altera alteri) & cõponẽdo (per 16 quinti) ſicut α κ ad κ δ, ſic κ γ, ad γ η, ſed ſicut α κ, ad κ δ, ſic α γ, ad γ δ, ſicut autẽ κ γ ad γ η, ſic (per primã ſexti δ γ, ad γ β, igitur δ γ, ipſorum α γ, γ β, medium & proportionale eſt.

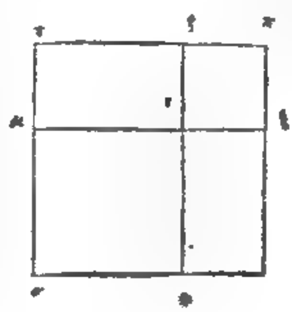


Eucl ex Zamb. Problema 16 Propoſitio 54

54 Si areola comprehendatur ſub rationali ac ex binis nominibus prima, quæ areolam poteſt irrationalis eſt, ex binis nominibus uocata.



THEON ex Zamb. *Areola etenim α β γ δ, cõprehẽdatur ſub rationali α β, & ex prima ex duobus nominibus α δ. Dico quod ipſam α γ areolã potens irratiõalis eſt, ex binis uocata nominibus. Quoniã enim ex binis nominibus eſt prima ipſa α δ, diuidatur (per 42 decimi in nomina in ε, ſitque maius nomẽ α ε. Manifeſtũ iam quod ipſæ α ε, ε δ, ratiõales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, & α ε, ipſa ε δ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili & α γ, per 48 decimi) cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali α β lõgitudine. Secetur iã (per 10 primi ε δ, bifariã in ſigno ζ. Et quoniã α ε, ipſa ε δ, maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, ſi quartæ igitur parti eius quod*



ex

ex minore hoc est ei quod ex ι ξ, æquũ ad maiorẽ α ι cõparatũ fuerit deficiens forma quadrata, in cõmẽsurabilia distribuit (per 17 decimi) Cõparetur (per 28 sexti) igitur ad ipsam α ι, ei quod ex ι ξ, æquũ quod sub α κ, κ ι, cõmensurabilis igitur est α κ, ipsi κ ι lõgitudine. Excitẽturq; (per 31 primi) per ipsa κ, ι, ξ, utriq; ipsarũ α β, δ γ, parallelæ κ θ, ι λ, ξ ν. Et ipsi quidẽ α θ parallelogrãmo, æquũ (per 14 secũdi) quadratũ cõstituatur σ υ, ipsi autẽ κ λ, æquũ ν π. Ponaturq; (per 14 primi) sicut in rectas lineas μ υ, ipsi υ ξ, in rectas igitur lineas est & ρ υ, ipsi υ ο. Cõpleaturq; ipsum σ π, parallelogrammũ, quadratũ igitur est σ π. Et quoniam quod sub α κ, κ ι, æquum est ei quod ι ξ, est igitur (per cõstructionem) sicut α κ, ad ι ξ, sic ξ ι, ad ι κ, & sicut igitur (per 1 sexti,) α θ, ad ι λ, sic ι λ, ad κ λ. Ipsorum igitur α θ, κ λ, mediũ ι λ proportionale est. Sed α θ, quidẽ, æquũ est ipsi σ υ, & κ λ, æquũ est ipsi υ π. Ipsorũ igitur σ υ, υ π, mediũ ι λ, proportionale est. Est aũt ipsorũ σ υ, υ π, mediũ μ ρ proportiõale, (per præostẽsum lẽma,) æquũ est igitur μ ρ, ipsi ι λ. Sed μ ρ, quidẽ, ipsi ο ξ, æquũ est, & ι λ, ipsi ξ γ, totũ igitur ι γ, ipsis μ ρ, ο ξ, est æquale. Sũt aũt & ipsa α θ, κ λ, ipsis σ υ, υ π, æqualia, (per 44 primi.) totũ igitur α γ, æquũ est toti σ π, hoc est ei quod ex μ ξ, quadrato, igitur ipsa μ ξ, ipsum potest α γ. Dico iã quod & ipsa μ ξ, ex binis nominibus est. Quoniã enim cõmẽsurabilis est (per 17 decimi,) α κ ipsi κ ι, cõmẽsurabilis igitur est (per 11 decimi, & diffinitionẽ,) & α ι, utriq; ipsarũ α κ, κ ι. Supponitur aũt (per diffinitionẽ primæ) α ι ipsi α β, cõmẽsurabilis, & ipsæ igitur α κ, κ ι, ipsi α β, sũt cõmẽsurabiles. Rationalis uero est α β, rationalis igitur est & utraq; ipsarũ α κ, κ ι. Rationale igitur est & utrũq; ipsorũ α θ, κ λ. Cõmẽsurabile aũt est (per 1 sexti & 11 decimi) α θ ipsi κ λ. Sed α θ, ipsi quidẽ σ υ est æquale, ipsum uero κ λ, ipsi υ π, & ipsa igitur σ υ, υ π, hoc est quod ex μ υ, υ ξ, rationalia sunt & cõmẽsurabilia. Et quoniã incõmẽsurabilis est α ι, ipsi ι δ lõgitudine, sed ipsa quidẽ α ι ipsi α β, est cõmẽsurabilis, ipsa aũt δ ι, ipsi ι ξ cõmẽsurabilis (per 13 decimi) incõmẽsurabilis igitur est & α β, ipsi ι ξ. Quare & α θ, ipsi ι λ, incõmẽsurabile est. Sed α θ, quidẽ ipsi σ υ, est æquale, ipsum uero ι λ, ipsi μ ρ, & σ υ, igitur ipsi μ ρ, incõmẽsurabile est. Sed sicut σ υ ad μ ρ, sic & ο υ ad υ ρ, incõmẽsurabilis igitur est ο υ ipsi υ ρ. Aequalis aũt est ο υ ipsi μ υ, & υ ρ ipsi υ ξ, incõmẽsurabilis igitur est μ υ, ipsi υ ξ. Et quod ex μ υ, cõmẽsurabile est ei quod ex υ ξ, & utrũq; rationale. Ipsæ igitur μ υ, υ ξ, rationales sunt potẽtia tãtũ cõmensurabiles, ipsa igitur μ ξ, ex binis nominibus est ipsumq; α γ, potest quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 49

49 SI fuerit superficies linea ratiõali binomioq; secũdo contenta, latus eius tetragonicũ erit bimediale primũ.



CAMPA. Sit eadẽ figura eædẽq; hypotheses quæ in præmissa, eritq; ex diffinitiõe binomij secũdi, linea d c, rõnalis in lõgitudine, quare per 15 utraq; duarũ superficierũ d g et g c, (ideoque & duo supplemẽta p m, m q) erit ratiõalis, linea uero b d erit ratiõalis in potẽtia tãtũ, & diuisa in duas lineas cõmunicãtes f d & b f, ex diffinitione binomij secũdi & præmissis hypothesibus, & secũda parte 11 per 9 igitur erit utraq; duarũ superficierũ a f & f h, (ideoq; & utrunq; quadratorũ l m & m n) medialis, itaq; ambæ lineæ l r & r p, sũt mediales in potẽtia quoq; cõmunicãtes, nam cũ linea b f cõmunicet lineæ f d, sequitur ut a f cõmunicet f h, quare quadratũ l m, quadrato m n, ideoq; & linea l r, lineæ r p in potẽtia, in lõgitudine aũt nõ cõmunicãt, qm per 1 sexti una earũ ad alterã est sicut l m ad m p. Cũ igitur l m nõ cõmunicet m p eo quod altera medialis uidelicet l m, altera uero ratiõalis uidelicet m p, sequitur ut l r nõ communicet in lõgitudine r p. Quia igitur ipsæ cõtinẽt superficiẽ rationalẽ quæ est m p, constat lineam l p ex 11 huius, esse bimediale primum.

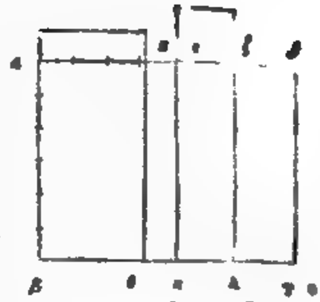


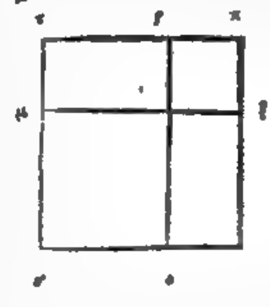
Eucli. ex Zamb. Theorema 37 Propositio 55

55 Si areola comprehensa fuerit sub rationali, & ex binis nominibus secunda, areolam potens irrationalis est, uocaturq; ex binis medijs prima.

THEON ex Zãb. Cõprehẽdatur areola α β γ δ, sub rationali α β, ac ex binis nominibus secũda α δ. Dico quod α γ areã potens, ex binis medijs est prima. Quoniã enim ex binis nominibus secũda est α δ, diuidatur in nomina in signo ι, ut maius nomẽ sit α ι, ipsæ igitur α ι, ι δ, (per 49 decimi) rationales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles, & α ι, ipsa ι δ maius potest eo quod ex sibi commensurabili, ac nomẽ minus ι δ commensurabile est ipsi α β longitudine. Secetur (per 10 primi,) ipsa ι δ bifariam in signo ξ, & ei quod ex ι ξ, æquum ad ipsam α ι comparetur (per 28 sexti, deficiẽs forma quadrata quod sub α κ, κ ι, commẽsurabilis igitur est (per 17 decimi) α κ, ipsi κ ι lõgitudine. Et per ipsa κ, ι, ξ, signa excitẽtur (per 31 primi) paralleli ipsis α β, γ δ, suntq; κ θ, ι λ, ξ ν. Ac ei quidẽ quod est α θ, parallelogrãmo cõstruatur (per 14 secũdi) æquũ quadratũ σ υ, ipsi autẽ κ λ, æquũ quadratũ υ π. Ponaturq; per 14 primi, sic in rectas lineas, μ υ, ipsi υ ξ, in rectas lineas igitur est & ρ υ, ipsi υ ο. Cõpleaturq; σ π quadratũ. Manifestũ iã est, ex præostenso lẽmate quod μ ρ mediũ proportionale est ipsorũ σ υ, υ π, & per præcedẽs theorema æquũ ipsi ι λ, & quod α γ areã potest μ ξ. Ostẽdendũ iam quod μ ξ, ex binis medijs est prima. Quoniã α ι, ipsi ι δ est incõmensurabilis lõgitudine, cõmẽsurabilis autẽ est (per 49 decimi, ι δ, ipsi α β, incõmensurabilis igitur per 13 decimi, est α ι, ipsi α β, longitudine

tudine. Et quoniã cõmẽſurabilis eſt α κ, ipſi ι κ, cõmẽſurabilis eſt & α ι utriq; ipſarũ α κ, κ ι. Et α ι, ratiõalis eſt, ratiõalis igitur & utraq; ipſarũ α κ, κ ι, per cõparatione. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ι, ipſi α β, cõmẽſurabilis autẽ eſt α ι, utriq; ipſarũ α κ, κ ι, & ipſæ α κ, κ ι, igitur incõmẽſurabiles ſunt ipſi α ζ. Ipſæ ζ α, α κ, κ ι, igitur (per 13 decimi,) ratiõales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Quare (per 21 decimi,) utrũq; ipſorũ α θ, κ λ, mediũ eſt, quare & utrũq; ipſorũ σ ν, ν π, mediũ eſt, & ipſæ μ ν, ν ξ, igitur mediæ ſunt (per 21 decimi.) Et quoniã cõmenſurabilis eſt α κ ipſi κ ι lõgitudine, commẽſurabile eſt & α θ ipſi κ λ, hoc eſt σ ν ipſi ν π, hoc eſt quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. quare & ipſæ μ ν, ν ξ, potentia ſunt commenſurabiles. Et quoniã incommẽſurabilis eſt α ι, ipſi ι δ, lõgitudine, ſed ipſa quidem α ι cõmenſurabilis eſt ipſi α κ, & ι δ, ipſi ι ζ. incõmenſurabilis igitur eſt (per 13 decimi) α κ ipſi ι ζ. Quare (per 1 ſexti, & 11 decimi & α θ, ipſi ι λ incõmenſurabile eſt, hoc σ ν, ipſi μ ρ, hoc eſt ο ν, ipſi ν ρ, hoc eſt μ ν, ipſi ν ξ, incõmẽſurabilis lõgitudine eſt. Oſtenſum autẽ eſt quod ipſæ μ ν, ν ξ, mediæ exiſtẽtes, potẽtia ſunt cõmenſurabiles. Ipſæ igitur μ ν, ν ξ, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles. Dico iã quod & ratiõale cõprehẽdunt. Quoniã enim δ ι ſupponitur utriq; ipſarũ α β, ι ζ cõmenſurabilis, commenſurabilis igitur (per 11 decimi) eſt & ζ ι ipſi ι κ. Et utraq; ipſarũ rationalis, rationale igitur eſt ι λ, hoc eſt μ ρ. Sed μ ρ, eſt quod ſub μ ν, & ν ξ. Si uero (per 37 decimi) binæ mediæ potentia tantũ cõmenſurabiles, compoſitæ fuerint rationale cõprehẽdentes, tota irrationalis eſt, uocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipſa μ ξ, ex binis eſt prima medys. Quod erat oſtendendum.

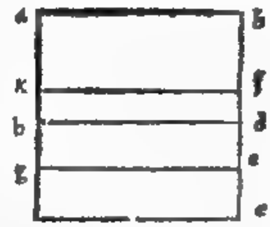


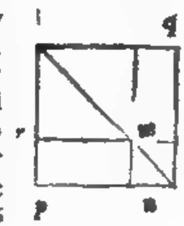


Eucli. ex Camp. *Propoſitio 50*

50 SI binomio tertio ac linea rõnali ſupficies cõtineat, linea in eã potẽs erit bimediale ſcd'm

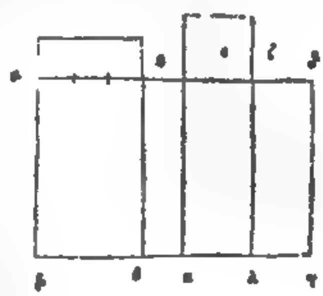
CAMPA. Diſpoſitio & hypotheſes maneãt ut ſupra. Eritq; ex his hypotheſibus & diffinitiõe binomij tertij & 19. unaquæq; quatuor ſuperficierũ in quas diuiſa eſt ſuperficies a c, medialis, quare utrũq; duorũ quadratorũ l m, m n, & utrũq; ſupplemẽtorũ p m & m q. erit etiã mediale. utraq; igitur duarũ linearũ l r & r p, erit medialis. Et cũ duæ ſuperficies a f & f h ſint cõmunicãtes. eo quod duæ lineæ b f & f d ſint cõmunicãtes. per ſecundã partẽ 11 erunt duæ lineæ l r & r p cõicantes in potẽtia, in lõgitudine uero, non quia ſuperficies l m nõ cõmunicat cũ ſuperficie m p. eo quod neq; a f cõmunicat cũ d g. Nã linea b f non cõicat cũ d e, cũ igitur ipſæ contineant ſuperficiẽ quæ eſt p m, cõſtat ex 32 lineã l p eſſe mediale ſecũdũ. Quod eſt propoſitũ.



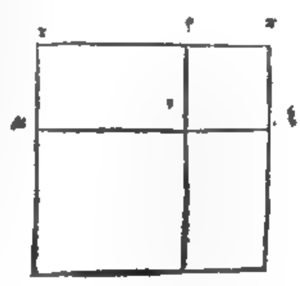


Eucli. ex Zãb. *Theorema 38* *Propoſitio 56*

56 Si ſuperficies ſub ratiõali, & ex binis nominibus tertia cõprehẽſa fuerit, ſuperficiem potẽs irrationalis eſt, appellaturq; ex binis ſecũda medijs.



THEON ex Zamb. *Areola nãq; α β γ δ, cõprehẽdatur ſub rõnali α ζ, ac ex binis noĩbus tertia α δ diuiſa in noĩa in ι, quorum maius ſit α ι. Dico quod areolã α γ, potẽs irrõnalis eſt, uocaturq; ex binis ſecũda medys. Conſtruãtur nãq; eadẽ quæ prius. Et quoniã α δ, ex binis eſt tertia noĩbus, ipſæ igitur α ι, ι δ, rationales ſunt potentia tantũ cõmẽſurabiles, & ipſa α ι, ipſa ι δ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmẽſurabili, & ipſarũ α ι, ι δ, neutra ipſi α ζ, eſt cõmẽſurabilis lõgitudine. Similiter iã ex ijs quæ prius ſunt oſtẽſa, demonſtrabimus, quod ipſæ μ ν, ν ξ, mediæ ſunt potẽtia tantum cõmenſurabiles. Quare μ ξ, ex binis eſt medys. Oſtendendũ etiã quod & ſecũda, Quoniã incõmenſurabilis eſt (per 50 decimi,) δ ι, ipſi α β, lõgitudine, hoc eſt ipſi ι κ. atqui δ ι cõmẽſurabilis eſt ipſi ι ζ, incõmẽſurabilis igitur eſt per 13 decimi ι ζ, ipſi ι κ lõgitudine, Suntq; rõnales, ipſæ ζ ι, ι κ, igitur rõnales ſunt potentia tãtũ cõmẽſurabiles. Mediũ igitur (per 21 decimi eſt ι λ, hoc eſt μ ρ, cõprehẽditurq; ſub μ ν, ν ξ, mediũ igitur eſt quod ſub μ ν, ν ξ, Ipſa igitur μ ν ξ, ex binis eſt ſecũda medys, Quod fuerat oſtendẽdũ.*



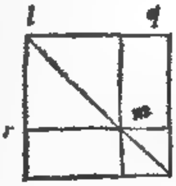
Eucl. ex Cãp *Propoſitio 51*

51 SI linea rationali binomioq; quarto ſuperficies cõtineatur, quæ in eam ſuperficiem poteſt eſt linea maior.

CAM

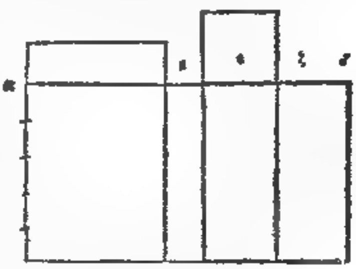


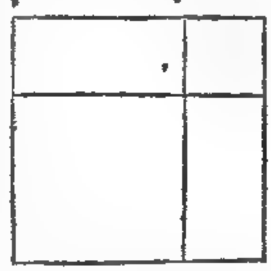
CAMP. Cũctis ut in præmissis manẽtibus, erit ex hypothesi & diffinitione binomij 4 & 19 utraq; duarũ superficierũ d g & g c (quare & utraq; duarũ p m & m q) medialis, duoq; quadrata l m & m n pariter accepta, ratiõale eo q superficies a d est rõnalis per diffinitionẽ binomij quarti & 15. Et quia d b diuiditur in pũcto f in duo incõicãtia per secũdã partẽ 14, erit superficies a f incõmẽsurabilis superficiei f h, ideoq; & quadratũ l m, quadrato m n. Duæ igitur lineæ l r & r p, sunt incõmẽsurabiles in potẽtia quæ cũ cõtineant superficiẽ medialẽ p m & earũ quadrata ambo pariter accepta sint rõnale, cõstat per 33 lineã l p esse lineã maiorem. Quod erat demõstrãdũ. Eucl. ex Zãb. Theorema 39 Propositio 57



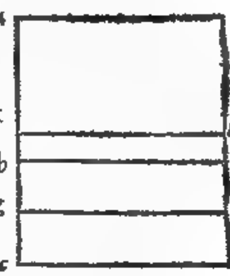
57 Si areola sub rationali ac ex binis quarta noĩbus cõprehẽsa fuerit ipsam areolã potẽs irrõnalis est, uocaturq; maior.

THEON ex Zãb. Areola nãq; α γ, cõprehẽdatur sub rõnali α β, & ex binis quarta nominibus α δ diuisa in noĩa in ε, quorũ maius esto α ε. Dico quod areolã α γ, potẽs irrationalis est appellata maior. Quoniã enim α δ ex binis est quarta noĩbus, ipsæ igitur α ε, ε δ, rõnales sũt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles, & α ε ipsa ε δ maius potest eo quod ex sibi incõmẽsurabili, & α ε, ipsi α β, lõgitudine cõmensurabilis est. Secetur (per 10 primi) δ ε, bifariã in ζ, & ei quod ex ε ζ, æquũ, ad μ ε, cõparetur (per 44 primi) parallelogrãmũ quod sub α η, η ε. Incõmẽsurabilis igitur est (per 18 decimi) α η, ipsi ε η lõgitudĩe, excitẽtur (per 31 primi) paralleli ipsi α β, sintq; η θ, ε κ, ζ λ. Fiatq; reliqua eadẽ sicut in præcedẽti. Manifestũ iã est quod μ ξ, est potẽs ipsam α γ. Ostẽdẽdũ uero quod μ ξ irrõnalis est, appellata maior. Quoniã incõmẽsurabilis est α η ipsi ε η lõgitudine, incõmẽsurabile (per 1 sexti & 11 decimi) est & α θ ipsi η κ, hoc est σ ν ipsi ν π. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potẽtia sunt incõmẽsurabiles. Et quoniã cõmẽsurabilis est α ε, ipsi α β lõgitudine, rõnale est α κ. Et æquũ est eis quæ ex μ ν, ν ξ, rationale igitur est, cõstatũ ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniã (per 34 decimi) incõmẽsurabilis est δ ε ipsi α β lõgitudine, hoc est ipsi ε κ, sed (per 13 decimi δ ε cõmẽsurabilis est ipsi ε ζ, incõmẽsurabilis igitur est ε ζ, ipsi ε κ lõgitudine. Ipsæ igitur ε κ, ε ζ, rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles. Mediũ (per 21 decimi) igitur est λ ε hoc est μ ρ. Cõprehenditurq; sub μ ν, ν ξ, mediũ igitur est quod sub μ ν, ν ξ. Et cõpositũ ex ijs, quæ ex μ ν, ν ξ, ratiõale, & μ ν, ipsi ν ξ potẽtia incõmẽsurabilis est. Si autẽ (per 39 decimi duæ lineæ potẽtia incõmẽsurabiles cõpositæ fuerint efficiẽtes cõpositũ ex ijs quæ ex ipsis sunt quadratis ratiõale, quod uero sub ipsis mediũ, tota irrationalis est, appellatur aũt maior. Ipsa igitur μ ξ irrõnalis est, uocata maior ipsamq; α γ areolã potest, quod erat ostendendũ. Eucli. ex Camp. Propositio 52

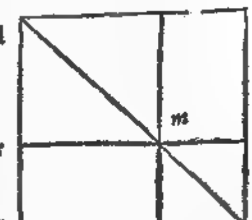




52 SI fuerit supficies linea rõnali atq; binomio quinto cõtẽta, quæcũq; in eã linea põt, potẽs in rõnale & mediale esse, ex necessitate cõuincitur.



CAMP. Nec in hac quoq; est aliquid ex priorũ dispositiõe & positiõibus mætãdum, eis enim manentibus erit ex ijs quæ posita sunt in diffinitiõe binomij quinti & 15, utraq; duarũ superficierũ d g & g e quare utraq; duarũ p m & m q, ratiõalis tota que a d quare & duo quadrata l m m n pariter accepta, medialis ex 19. Cũq; ex secũda parte 14 sit linea f b incommensurabilis lineæ f d, ideoq; superficies a f superficiei f h, & quadrato m n, erit linea l r incõmensurabilis in potẽtia lineæ r p. At quia ipsæ cõtinent superficiẽ rõnalẽ p m, & earũ quadrata ambo pariter accepta sunt mediale, cõclude ex trigesimaquarta lineã l p esse potẽtẽ in rationale & mediale. Q^d promissum est. Eucl. ex Zãb. Theorema 40 Propositio 58

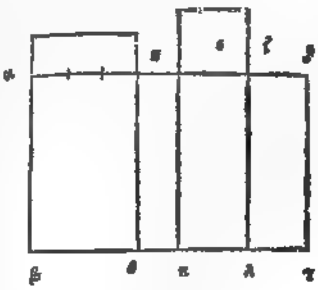


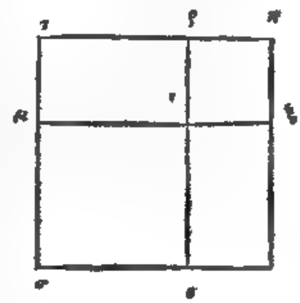
Si areola cõprehendatur sub rationali, ac ex binis quinta nominibus, areo

4 lam

lam potens irrationalis eſt,appellata rationale mediumq́; potens.

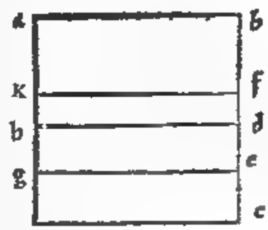
THEON ex Zāb. Areola etenim α γ,cõprehẽdatur ſub ratiõali α β,ac ex binis quinta noı̃bus α δ diſiũcta in noĩa in ε,ut maius nomẽ ſit α ε. Dico quod ipſam α γ,areolã potẽs irrõnaliseſt,appellata ratiõale mediũq́; potẽs. Cõſtruãtur enim ea quæ ſuperius demõſtrata ſũt. Nõ dubiũ quod α γ areolã potẽs,eſt μ ξ. Oſtẽdendũ iã,quod μ ξ eſt rõnale mediũq́; potẽs. Quoniã enim incõmẽſurabilis eſt α ζ,ipſi ζ ε,incõmẽſurabile igitur eſt(per 1 ſexti,& 11 decimi & α θ,ipſi θ ι,hoc eſt quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. Ipſæ igitur μ ν,ν ξ,potẽtia ſunt incõmẽſurabiles. Et quoniã α δ,ex binis eſt quinta noı̃bus,ac eiusminus ſegmẽtũ eſt ε δ,cõmẽſurabilis igitur eſt ε δ ipſi α β lõgitudine. Sed α ε,ipſi ε δ,eſt incõmẽſurabilis,& α β,igitur(per 13 decimi) ipſi α ε,eſt incõmẽſurabilis lõgitudine. Ipſæ igitur α β,α ε,ratiõales ſunt,potẽtia tantũ cõmenſurabiles,mediũ igitur eſt(per 21 decimi) α κ,hoc eſt cõflatũ ex ijs quæ ex μ ν,ν ξ. Et quoniã cõmẽſurabilis eſt δ ε,ipſi α β,lõgitudine hoc eſt ε κ,ſed δ ε,ipſi ε ζ,cõmenſurabilis eſt,& ε ζ igitur(per 12 decimi) ipſi ε κ cõmenſurabilis eſt. Ratiõalis aũt ε κ,rõnale igitur(per 19 decimi,& ε λ,hoc eſt μ ρ,hoc eſt quod ſub μ ν,ν ξ. Ipſæ igitur μ ν,ν ξ,(per 40 decimi) potẽtia incõmẽſurabiles ſunt, efficiẽtes conflatum ex ipſarum quadratis mediũ,& quod ſub ipſis rationale,ipſa igitur μ ξ,eſt ratiõale mediũq́; potẽs,ipſamq́; poteſt aream α γ. Quod fuerat demonſtrandũ. Eucli. ex Camp. Propoſitio 53

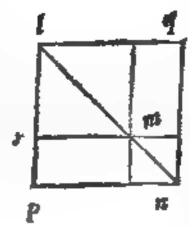




53 SI binomio ſexto lineaq́; rationali ſuperficies contineatur,linea quæ in eam poteſt,in duo medialia potẽs eſſe ꝑbat̃.

CAMP. Hæc 53,adhuc te ſuſtinet ociari a pingẽdis figuris,cõtẽta enim eſt præmiſſis diſpoſitiõe & poſitiõibus. Quibus ſtãtibus,neceſſe eſt ex ipſis poſitis & diſpoſitiõe id eſt diffinitiõe binomij poſtremi & 19,quãlibet ex ſuperficiebus a d & d g & g c(ꝑpter ꝙ & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q)eſſe medialẽ. Cũq́; b f & f d(propter quod a f & f h,ideoq́; l m & m n)ſint incõmẽſurabiles erũt duæ lineæ b c & r p incõmẽſurabiles in potẽtia. At quia ipſæ cõtinẽt ſuperficiẽ medialẽ p m earũq́; ambo꜖ quadrata pariter accepta ſunt mediale,qđ eſt duplo ſuperficiei unius in alterã incõmenſurabile,quod ex eo probatur ꝙ ſuperficies b h eſt incõmẽſurabilis ſuperficiei h c,propter hoc quod linea d b eſt incõmenſurabilis lineæ d c,ſequitur ex 55 lineã l p eſſe,quæ poteſt in duo medialia.

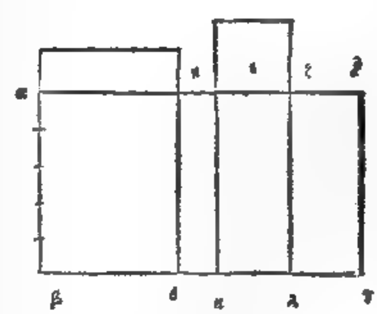


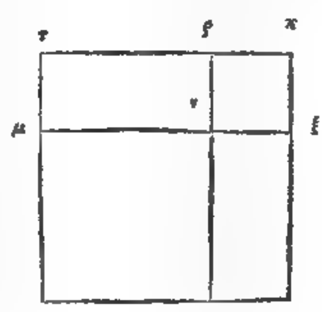


Eucli. ex Zamb. Theorema 41 Propoſitio 59

59 Si areola cõprehẽdatur ſub ratiõali,& ex binis ſexta nominibus areolã potẽs irrationalis eſt,appellata bina potẽs media.

THEON ex Zāb. Areola nãq; α β γ δ,cõprehẽdatur ſub ratiõali α β,& ex binis noı̃bus α δ,diuiſa in noĩa in ε,ut maius nomẽ ſit α ε. Dico quod ipſam α γ,potẽs,irrõnalis eſt,appellata bina potẽs media. Cõſtruãtur enim quæ & ꝓoſtẽſis. Nõ dubiũ quod μ ξ eſt potẽs ipſam α γ,& quod incõmẽſurabilis eſt μ ν,ipſi ν ξ,potentia. Et quoniã incõmẽſurabilis eſt α ε,ipſi α β longitudine,ipſæ igitur α ε,α β,rationales ſunt potẽtia tantũ cõmenſurabiles,mediũ igitur eſt(per 21 decimi,) α κ,hoc eſt cõpoſitũ ex ijs quæ ex μ ν,ν ξ. Rurſus quoniã incõmẽſurabilis eſt ε δ,ipſi α β lõgitudine,incõmẽſurabilis igitur eſt & ε ζ ipſi ε κ. Et ζ ε,ε κ,igitur rationales ſunt potẽtia tãtum cõmenſurabiles,mediũ igitur eſt(per eandẽ,) ε λ,hoc eſt μ ρ,hoc eſt quod ſub μ ν,ν ξ. Et quoniam incõmenſurabilis eſt α ε ipſi ε ζ,& α κ ipſi ε λ incõmenſurabile eſt. Sed α κ quidẽ eſt cõflatum ex ijs quæ ex μ ν,ν ξ,& ε λ eſt quod ſub



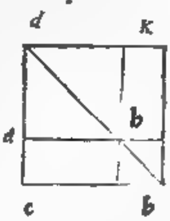


μ ν,ν ξ.

μ ν, ν ξ, incōm̄surabile igitur est (per 1 sexti & 11 decimi,) cōpositū ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, ei quod sub μ ν, ν ξ, & ipsorū utrūq; mediū est. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potentia sunt incōm̄surabiles. Ipsa igitur μ ξ bina potens est media (per 41 decimi,) & ipsam potest α γ, quod ostendere oportebat. Eucli. ex Camp. Propositio 54

54 SI lineæ rationali æquū quadrato binomij rectangulum adiungatur, latus eius secundum binomium primum esse conuenict.

CAMPANVS. Hæ sex sequentes, cōuersæ sunt sex præcedētium per ordinē. Huius aūt est hæc intētio sit linea a b binomiū, diuisa ad punctū c in duas lineas a c & c b, secūdū suā diffinitionē aut terminū, eiusq; a b quadratū sit b d, sitq; linea e f, ratiōalis in lōgitudine, cui adiūgatur superficies e g æqualis quadrato b d. Dico quod latus secūdū huius superficiei, qd' est linea f g, est binomiū primū. Diuidatur enim quadratū b d in duo quadrata b h & h d, quæ sint quadrata duarū linearū portionū binomij, & in duo supplemēta a h & h k, quorū utrūq; cōtinetur sub duabus portionibus binomij, eritq; ex diffinitione binomij quæ habetur per 36, utrūq; istorū quadratorū rationale, & per 19 utrūq; supplemētū mediale. Ex superficie igitur e g abscindatur superficies e l æqualis quadrato d h, & l m æqualis quadrato h b, & n p æqualis uni duorū supplemētorū a h uel h k, eritq; p g residua æqualis reliquo supplemēto. quare per 1 sexti linea n q, est æqualis lineæ q g. Ex præmissis aūt manifestū est q utraq; duarū superficierū e l & l m (& ideo tota superficies e n) est ratiōalis. Et utraq; duarū æqualiū n p & p g, & ideo tota m g) medialis. quare per 16 utraq; duarū linearū f l & l n, & tota linea f n, ratiōalis in lōgitudine, & lineæ e f rationali positæ cōmēsurabilis, & per 20 utraq; duarū n q & q g, & tota n g, ratiōalis in potētia tātū, incōmēsurabilis lineæ m n (& ideo lineæ e f sibi æquali, & per cōsequēs & lineæ f n) in lōgitudine. Si igitur linea f n, quæ est maior linea n g ut ex primo duorū antecedentiū 55 demōstratiōi subiūctorū & prima sexti apparet, fuerit potētior linea n g minori in quadrato lineæ secū cōmunicātis in lōgitudine, tūc ex diffinitione binomij primi manifestū est lineā f g esse binomiū per primū. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata d h & h b, sit (per primā sexti) superficies a h medio loco ꝓportiōalis, conuincitur ex prioribus hypothesibus superficiem m q esse inter superficies e l & l m medio loco proportionalis, quare (per primā) sexti linea n q quæ est medietas lineæ n g est medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f n l n, est quātū quod ex n q in se per 16 sexti, ideoq; per 4 secūdi quantū quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primā partē 18 cū linea f n diuidatur a superficie sibi adiūcta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g, ita quod ad complendā totā lineā f n desit superficies quadrata in duo cūmunicātia ad punctū l. erit f n potentior n g in quadrato lineæ sibi communicātis in longitudine. Constat ergo propositum.





THEON Lemma.

Si recta linea secetur in inæqualia, quæ ab inæqualibus quadrata, maiora sunt eo quod bis sub inæqualibus comprehensum est rectangulum.

Sit recta linea α ϛ, seceturq; in inæqualia in γ, sitq; maior α γ. Dico quod quæ ex α γ, γ ϛ, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ β, secetur enim (per 10 primi) α β, bifariā in δ. Quoniā igitur recta linea secta est in æqualia in δ, & in inæqualia in γ, igitur (per 5 secūdi) quod sub α γ, γ β, una cū eo quod ex γ δ, æquū est ei quod ex α δ, & perinde quod ex sub α γ, γ ϛ, minus est eo quod α δ. Quod igitur bis sub α γ, γ ϛ, est minus quā duplū eius quod ex α δ, Sed quæ ex α γ, γ ϛ, dupla sunt eorū quæ ex α δ, δ γ, ergo quæ ex α γ, γ ϛ, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ ϛ, quod erat ostendendū.



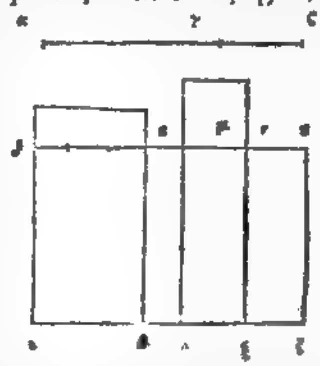
Eucli. ex Zāb. Theorema 42 Propositio 60

60 Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatū latitudinem efficit, ex binis nominibus primam.

THEON ex Zamb. *Esto ex binis nominibus α β, diuisa in nomina in γ, ut maius nomen sit α γ. exponaturq; rationalis δ ε, & ei quod ex α ϛ, æquum ad ipsam δ ε, comparetur (per 44 primi δ ε ζ η, latitudinem efficiens δ η, Dico quod δ η ex binis est prima nominibus. Comparetur enim (per 44 primi,) ad δ ε, ei quidem quod ex α γ æquum δ θ, ei autem quod ex β γ, æquum κ λ. Reliquum igitur quod bis sub α γ, γ δ (per 4 secundi,) æquum est ipsi μ ζ. Secetur (per decimā primi) ipsa μ η bifariam in ν, excuteturq; (per 31 primi) parallelus ν ξ utrique ipsarum μ*

λ ν ξ

λ, κ ζ. Vtrūq; igitur ipsorū μ ξ, ν ζ. æquum est ei quod sub α γ, γ β, Et quoniā α ϐ, ex binis nominibus est diuisa in nomina in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, rationales sunt potētia tantū commensurabiles. Quæ igitur ex α γ, γ ϐ rationalia, sunt sibi inuicem commēsurabilia. Quare (per 15 decimi, & conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ ϐ, commēsurabile est eis quæ ex α γ, γ β, rationale igitur est compositum ex ijs quæ ex α γ, γ ϐ. Et ipsi δ λ, est æquale, rationale igitur est δ λ. Et ad ipsam δ ι comparatur, rationalis igitur (per 20 decimi δ μ. & ipsi δ ι, lōgitudine commensurabilis. Rursus quoniā α γ, γ ϐ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium igitur est quod bis sub α γ, γ ϐ, boc est ipsum μ κ,

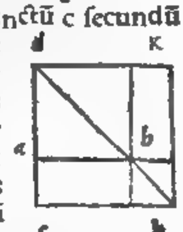


& ad ipsam cōparatur μ λ rationalem, rationalis igitur est & μ κ. ipsi λ μ incōmēsurabilis (boc est ipsi δ ι,) lōgitudine, est aūt & μ δ rationalis, & ipsi δ ι lōgitudine cōmēsurabilis, incōmēsurabilis igitur est (per 13 decimi) δ μ, ipsi μ κ longitudine. Suntq; ipsæ igitur δ μ, μ κ, rationales, potētia tantum commensurabiles, ex binis nominibus igitur est, (per 36 decimi δ κ. Ostendendum quod & prima. Quoniam enim (per lemma præcedens 54 decimi) eorum quæ ex α γ, γ ϐ, medium proportionale est quod sub α γ, γ ϐ & ipsorum igitur δ θ, κ λ. medium proportionale est μ ξ. Est igitur (per constructionem sicut δ θ ad μ ξ, sic μ ξ, ad κ λ, hoc est sicut δ κ ad μ ν, sic μ ν, ad μ κ, quod igitur sub δ κ, κ μ, æquum est ei quod ex μ ν. Et quoniam commensurabile est quod ex α γ, ipsi quod ex ϐ γ, cōmensurabile est & δ θ, ipsi κ λ. quare (per 1 sexti & 11 decimi) & δ κ ipsi κ μ commensurabilis est. Et quoniam maiora sunt quæ ex α γ, γ ϐ, eo quod bis sub α γ, γ ϐ, maius igitur est & δ λ ipso μ ζ. Quare (per lemma præcedens & per primā sexti,) & δ μ. ipsa μ κ maior est, & æquale quod sub δ κ, κ μ, ei quod ex ν κ, hoc est quartæ parti eius quod ex μ κ, & cōmensurabilis est δ κ, ipsi κ μ. Si uero (per 17 decimi,) fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autē parti eius quod ex minore æquum, ad maiorem cōparetur deficiens forma quadrata, & in commensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ κ maius potest eo quod ex sibi commensurabili. ipsa igitur δ μ, ipsa μ κ maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Suntq; rationales ipsæ δ μ, μ κ, & δ μ nomē maius existens, comensurabilis est longitudine ipsi δ ι expositæ rationali, ipsa igitur δ κ, ex binis nominibus est prima, quod oportuit demonstraße.

Eucli ex Camp. Propositio 55

55 SI lineæ rationali æqua superficies quadrato bimedialis primi adiungatur, latus eius reliquum binomium secundū esse oportebit.

CAMPANVS Sit linea a b bimediale primū, diuisa ad punctū c secundū suū terminum, cætera autem sint ut prius. Dico lineā f g esse binomiū secundū. Erit enim superficies m g rationalis, eo quod partes bimedialis primi continent superficiem rationalem, & superficies tres e l, l m. & tota e n. mediales communicantes, eo quod portiones bimedialis primi sunt lineæ mediales potentia tantum communicantes ex 51. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in longitudine, commensurabilis lineæ e f rationali positæ, & per 10 linea f n rationalis in potentia tantū



quæ cum sit maior linea n g ex primo duorum antecedentium demonstrationis adiunctorum & 1 sexti, eaque potentior quadrato lineæ communicantis secum in lōgitudine ex prima parte 11, erit à diffinitione linea f g binomium secundum, quod est propositum.



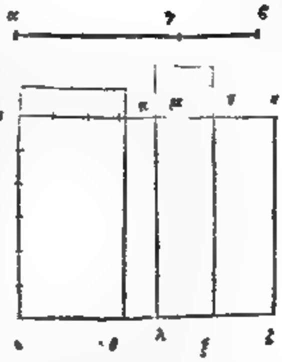
Eucli. ex Zāb. Theorema 43 Propositio 61

61 Quod ex ea quæ ex binis medijs prima ad rationalē cōparatū latitudinē, efficit ex binis noibus secūdā.

THEON ex Zāb. Esto (per 43 decimi,) ex binis medijs prima α ϐ, diuisa in medias in γ, quarū α γ maior sit, exponaturq; rationalis δ ι, Comparetur q; per 44 primi) ad ipsam δ ι, ei quod ex α ϐ æquū parallelogrammū δ ζ, latitudinem efficiēs δ κ, Dico quod ipsa δ κ, ex binis est secūda nominibus, Cōstruantur enim eadem quæ & in præcedenti. Et quoniam α ϐ. ex binis medijs est prima diuisa in γ, ipsæ α γ, γ β, igitur (per 37 decimi,) mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles rationale cōprehendentes. Quare (per 24 decimi & quæ ex α γ, γ ϐ, media sūt mediū igitur (per correlariū 23 decimi, est δ λ. Et ad ipsam δ ι cōparatur, rationalis igitur est (per 22 decimi μ δ, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniā rationale est quod bis sub α γ, γ β, rationale est & μ ζ, ad ipsamq; μ λ, rationalem comparatur, rationalis igitur est (per 20 decimi) μ κ, & lōgitudine commensurabilis ipsi μ λ, boc est ipsi δ ι. Incommensurabilis igitur est δ μ, ipsi μ κ longitudine. Suntque rationales ipsæ.

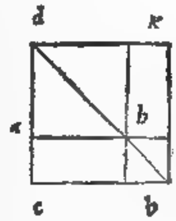
igitur

igitur δ μ, μ ν, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est (per 36 decimi) δ ν. Ostendēdū iam quod & secunda. Quoniā enim quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ β, maius est igitur & δ λ ipso μ ξ, quare (per primam sexti.) & δ μ ipsa μ ν. Et quoniam commensurabile est quod est ex α γ, ei quod ex γ β, commensurabile est & δ θ ipsi κ λ. Quare & δ κ, ipsi κ μ, commensurabilis est, & id quod sub δ κ, κ μ, æquū est ei quod ex ν ν. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν, maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & μ ν, ipsi δ ε longitudine commensurabilis est, ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est secunda, quod erat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 56



56 CVm adiūcta fuerit lineæ in lōgitudine rationali superficies rectāgula æqualis quadraco bimedialis secundi, latus eius secūdum binomium tertium esse necesse est.

CAMPANVS Si fuerit linea a b bimediale secūdum diuisa per terminū suū ad pūctū c, reliqua uero omnia fuerint ut prius, erit linea f g binomiū tertiū. Erit enim ex 21 & nostris positionibus utraque superficierū e n & m g, medialis, quare per 20 utraque duarū linearū f m & n g erit rationalis in potentia tantum. lineæ e f rationali potentia commensurabilis. At quia bimedialis secundi partes sunt communicantes in potentia tantum, erit superficies e l communicans superficiei l m, & ideo linea f l lineæ l n, potentior ergo est per primam partem 13 f n quàm sit n g, in quadrato lineæ sibi communicantis in lōgitudine. Cūque sint superficies a h & quadratū h b incōmēsurabilia, eo quod lineæ a c b incōmensurabiles, ideoque & ambo quadrata pariter accepta ambobus supplemētis pariter acceptis eo quod quadrata sibi inuicem communicant ex hypothesi, supplementa quoque cum sibi inuicem sint æqualia, sequitur ut superficies e n sit incommensurabilis superficiei m g, & i eo linea f n, lineæ n g, per diffinitionem igitur est linea f g, binomium tertium. Quod est propositum.

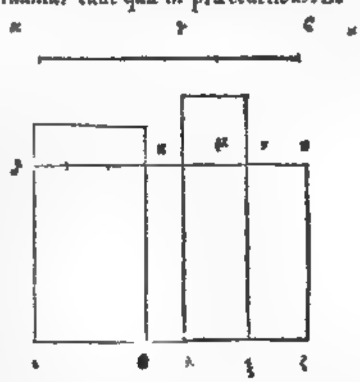




Eucli. ex Zamb. Theorema 44 Propositio 62

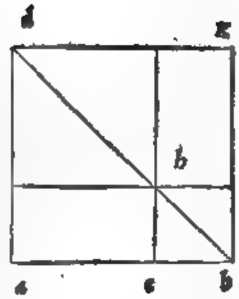
62 Quod ex ea quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatum latitudinem efficit, ex binis nominibus tertiam.

THEON ex Zāb. Esto (per 44 decimi) ex binis medijs secunda α β diuisa in medias in γ ut maius segmentū sit α γ rationalis autem esto δ ε, & ad ipsam δ ε, ei quod ex α β æquū paralelogrammū cōparetur (per 44 primi) δ ξ, latitudinē efficiens δ ν, Dico quod δ ν est ex binis nominibus tertia, Cōstruantur eadē quæ in præcedētibus. Et quoniā α β ex binis est secūda medijs diuisa in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, (per 38 decimi) mediæ sunt potētia tātū cōmēsurabiles mediū cōprehēdētes, quare & cōflatū ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediū est, & est æquale ipsi δ λ mediū igitur est & δ λ, cōparaturque ad rationalē δ ε. Rationalis igitur est (per 22 decimi) μ δ, & ipsi δ ε lōgitudine incōmēsurabilis. Id propterea etiā μ ν rationalis est & ipsi μ λ incōmēsurabilis (hoc est ipsi δ ε) longitudine. Rationalis igitur est utraque ipsarum δ μ, μ ν, & ipsi δ ε longitudine incommensurabilis Et quoniā α γ ipsi γ β lōgitudine est incōmensurabilis, sicut autem (per lēma præcedēs 21 decimi) α γ ad γ β, sic quod ex α γ, ad id quod sub α γ, γ β, incōmēsurabile igitur est & quod ex α γ, ei quod sub α γ, γ β. Quare & cōflatū ex ijs quæ ex α γ, γ β, ei quod bis sub α γ, γ β, incōmēsurabile est, hoc est δ λ ipsi μ ξ. Quare (per 1 sexti, & 11 decimi.) & δ μ ipsi μ ν incōmensurabilis est. Sūtque rationales. Ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est. Ostendendū iā quod & tertia. Similiter iā sicut in præcedētibus ratiocinabimur quod maior est δ μ ipsa μ ν. & quod δ κ ipsi κ μ cōmēsurabilis est. Estque quod sub δ κ, κ μ, æquū ei quod ex μ ν. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν, maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili, & neutra ipsarū δ μ, μ ν, cōmēsurabilis est ipsi δ ε, lōgitudine, ipsa igitur δ ν, ex binis est tertia nominibus, quod erat ostendēdū. Eucli. ex Cāp. Proposi 10 57

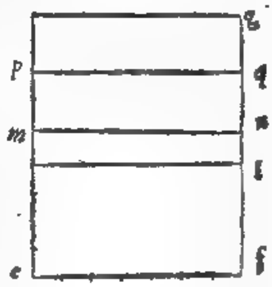


57 SI lineæ rationali rectangulū æquū quadrato lineæ maioris adiūgatur, alterum se cōtinentiū laterum erit binomium quartum.

CAM



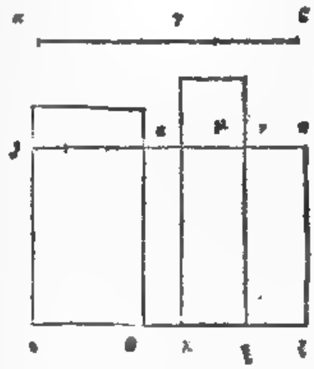
CAMPANVS. Si hæc quoque fuerit linea a b linea maior diuisa secundum terminum suũ ad punctum c,cunctaq́ reliqua nõ fuerint aliter quam prius,erit linea f g binomium quartũ. Cum enim sint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter acცepta rationale,erit superficies e n rationalis,ideoq́ per 16 linea f n rationalis in longitudine,communicans lineæ e f rationali positæ,superficies uero m g erit medialis,propter illud quod portiones lineæ maioris cõtinent superficiem medialem,itaque per 20 linea n g est in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones præfatæ lineæ a b sunt potentialiter incommensurabiles, superficies e l incommensurabilis erit l m,ideo que linea f l,lineæ l n,igitur per primam partem 14 linea f n est potentior linea n g,in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Ex diffinitione igitur est linea f g binomium quartum,quod erat propositum.



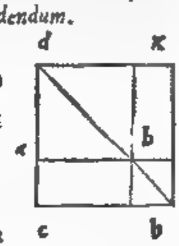
Eucli.ex Zãb. *Theorema 45* *Propositio 63*

63 Quod ex maiore ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis quartam nominibus.

THEON ex Zamb. *Sit maior α β,diuisa in γ,ut maior sit α γ,ipsa γ β,Rationalis uero esto δ γ,& ei quod ex α β,æquum ad ipsam δ ι, comparetur (per 45 primi,) δ ζ, parall logrammum,latitudinem efficiens δ κ. Dico quod δ κ,ex binis est quarta nominibus. Construan ur eadem quæ in præostensis. Et quoniam (per 39 decimi) maior est α β. diuisa in γ,ipsæ α γ,γ β, potentia sunt incommensurabiles efficientes conflatum ex ijs quæ ex ipsis fiũt quadrata rationale,quod uero sub ipsis medium. Quoniã igitur rationale est conflatũ ex ijs quæ ex α γ,γ β,rationale igitur est δ λ,rationalis igitur est & μ δ,& ipsi δ ι longitudine commensurabilis. Rursus quoniam medium est quod bis sub α γ,γ β,hoc est μ ζ,& ad rationalem comparatur μ λ,rationalis igitur (per 22 decimi) est & μ κ,& ipsi δ ι,longitudine incõmensurabilis. Incommensurabilis igitur est (per 13 decimi,) & δ μ,ipsi μ κ,lõgitudine. Ipsæ igitur δ μ,μ κ,rationales sunt potentia tantum commensurabiles,ex binis igitur nominibus est δ κ. Ostendendũ iam quod & quarta. Similiter iam sicut & in præcedentibus rationabimur quod maior est δ μ ipsa μ κ,& quotquot sub δ ν,ν μ,æquum est ei quod ex ν κ. Quoniam igitur incommensurabile est quod ex α γ,ei quod ex γ β, incommensurabile igitur est & δ θ ipsi κ λ. Quare (per primam sexti & 11 decimi,) & δ ν.ipsi ν μ incommensurabilis est. Si autem fuerint binæ rectæ lineæ inæquales,quartæ autem parti eius quod ex minore (per 17 decimi) æquum comparatum fuerit parallelogrammum ad maiorem forma quadrata deficiens,& in incõmensurabilia ipsam diuiserit,maior minore maius potest eo quod à sibi incommẽsurabili in longitudine,ipsa igitur δ μ,ipsa μ κ maius potest eo quod à sibi incommensurabili,sunt & ipsæ δ μ,μ κ,rationales potentia tantum commensurabiles. & δ μ, commensurabilis est ipsi expositæ rationali δ ι,ipsa igitur δ κ,ex binis nominibus est quarta,quod erat ostendendum.*

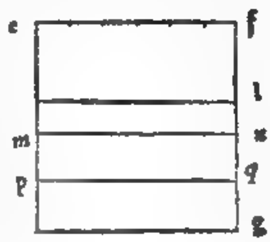


Eucli.ex Camp. *Propositio 58*



58 SI lineæ rationali quadrato lineæ potẽtis supra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur,alterum latus eius, binomium quintũ esse necesse est.

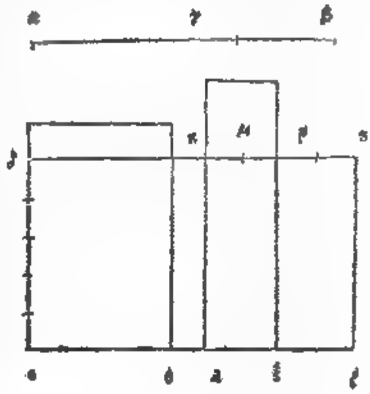
CAMPANVS Proposita linea a b ea quæ potest supra mediale & rationale diuisa secundum eius diffinitionem ad punctum c, nihil immutetur de reliquis,sequiturq́ lineam f g esse binomium quintum,Cum enim partes huius lineæ a b contineãt rationalem superficiem necesse est ut superficies g m,ideo que per 16 linea n g)sit rationalis. Cumque ambo quadrata partium huius lineæ pariter accepta sint mediale, erit superficies e n medialis,& per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones præ-



prædictæ lineæ sunt incõmensurabiles in potentia, erit superficies e l incõmensurabilis superficiei m l, ideoq; & linea f l, lineæ l n: potentior igitur est per primam partem 14 linea f n linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Per diffinitionem itaq; binomij quinti, conclude propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 46 Propositio 64.

64 Quod ex ea quæ rationale mediumq; potest ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.



THEON ex Zamber. Sit rationale mediumq; potens α β, diuisa in rectas lineas in γ, ut sit maior α γ, exponaturq; rationalis δ ε, & ei quod ex α β, æquum ad δ ε comparetur δ ζ (per 44 primi) latitudinem efficiens δ η. Dico quod δ η ex binis est quinta nominibus. Construantur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam α β est rationale mediumq; potens diuisa in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, potentia sunt incõmensurabiles efficientes conflatum ex earum quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale. Quoniã igitur conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium est, medium igitur est δ λ. Quare rationalis est δ μ, & ipsi δ ε longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam rationale est quod bis sub α β, β γ, hoc est μ ζ, rationalis igitur est μ η, & ipsi δ ε longitudine commensurabilis. Incommensurabilis igitur est δ μ, ipsi μ η. Ipsæ igitur δ μ, μ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ η. Dico quod & quinta. Similiter nanq; ostendetur quòd quod sub δ η, η μ, æquũ est ei quod ex ν η, & quod δ η ipsi η μ longitudine incõmensurabilis est, ipsa igitur δ μ, ipsa μ η maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & ipsæ δ μ, μ η, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, & minor μ η, commensurabilis est ipsi δ ε longitudine. Ipsa igitur δ η, ex binis est quinta nominibus. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 59

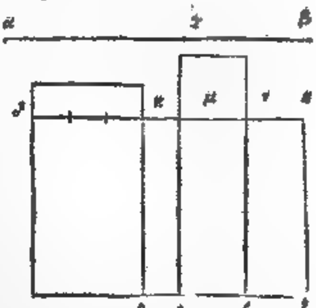
59 QVoties adiuncta fuerit lineæ rationali superficies rectangula æqualis quadrato lineæ potentis in duo medialia, eiusdem superficiei latus secundũ, binomium sextum esse conuincitur.



CAMPANVS. In hac 59 sit linea a b linea potens supra duo medialia, quæ autem præter hæc sunt, sicut supra, maneant, & erit tunc linea f g binomium sextum, quod ignorare non poteris, si præmissorũ eiusq; quod 55 proponit, immemor non fueris, & sic patet in hac, nostra intentio.

Eucli. ex Zamb. Theorema 47 Propositio 65

65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinem efficit ex binis nominibus sextam.



THEON ex Zamber. Esto (per 47 decimi) bina potens media α β, diuisa in γ, rationalis autẽ esto δ ε, & ad ipsam rationalem δ ε, ei quod ex α β æquum comparetur (per 44 primi) δ ζ, latitudinem efficiens δ η. Dico quod ipsa δ η, ex binis nominibus est sexta. Construantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniam α β bina media potens, est diuisa in γ, ipsæ igitur (per 41 decimi) α γ, γ β, potentia sunt incommensurabiles efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis medium & insuper incommensurabile composito ex earum quadratis. Quare per ea quæ ostensa sunt, medium est utrumq; ipsorum δ λ, μ ζ. Et ad rationalem δ ε comparatur, rationalis igitur est (per 22 decimi) utraq; ipsarum δ μ, μ η, & ipsi δ ε longitudine incommensurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommensurabile est ei quod bis sub α γ, γ β, incommensurabile igitur est (per secundam partem 11 decimi) δ λ ipsi μ ζ. Incommensurabilis igitur est (per primam sexti & 11 decimi) & δ μ ipsi μ η. Ipsæ igitur δ μ, μ η, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est δ η. Dico quod & sexta. Similiter nanq; rursus ut prius demonstrabimus, quia quod sub δ η, η μ, æquum est ei quod ex ν η, & quod δ η ipsi η μ longitudine incommensurabilis est,

bilis est, ac id propterea δ μ ipsa μ ε maius potest eo quod ex sibi longitudine cōmensurabili, & neutra ipsarum δ μ, μ ε, cōmensurabilis est expositæ rationali δ ε lōgitudine. ipsa igitur δ ε (per secundas diffinitiones) ex binis est sexta nominibus, quod erat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 60

60 OMnis linea cuilibet binomiorum cōmunicans, sub eadem specie binomium esse probatur.



CAMPANVS. Sit linea a binomium cuiuslibet speciei, sitq; linea b ei cōmunicans in longitudine. Dico lineam b esse binomium eiusdem speciei cuius a, sint enim binomiales portiones a, c & d, eruntq; ambæ rationales in potentia tātum communicantes per 10. linea uero b diuidatur per 11 sexti secūdū proportionem c ad d, in e & f, eritq; per coniunctam & euersam & permutatam proportionalitatem c ad e, & d ad f, sicut a ad b. Cum sint igitur a & b communicantes, erunt etiam per primam partem 10 c & e, itemq; d & f, cōmunicantes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantū, erit & e, si autē in lōgitudine, & e. Eodemq; modo si d est rationalis in potentia tantum uel etiam in lōgitudine, erit quoq; & f similiter, & ex 11 si potentior est c, d, in quadrato lineæ sibi cōmensurabilis in lōgitudine, uel si forte incōmensurabilis, erit & e potentior f in quadrato lineæ sibi cōmensurabilis uel etiam incōmensurabilis, necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorū, ut eiusdem speciei binomiū sint a & b. Si autem linea d cōmunicet binomio a in potentia tantum erit etiam & sic linea b. Binomiū autem eiusdem esse speciei non est necessarium, immo impossibile est ut ambæ simul cadant sub prima specie binomiorū uel sub secūda, quarta uel quinta, sed necesse est ut ambo cadāt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis, unum enim eorum esse in aliqua ex tribus primis speciebus, & aliud in aliqua ex tribus postremis, est impossibile. Cum enim a cōmunicet cum b in potentia tantum c quoq; cum e, & d cum f communicabit tātum in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine, non erit sua compar ex lineis e & f rationalis in lōgitudine. Non est itaq; possibile ut a & b cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorū, in quibus altera duarum portionum binomij est rationalis in longitudine, hæ autem species sunt, prima & secūda, quarta & quinta. At uero quia per 11 duæ lineæ c & e simul potentiores sunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum sibi in longitudine communicantium aut incommunicantium, necesse est ut ambo binomia a & b simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam autem b quid dubitas esse binomium? cum sint enim c & e communicantes in potentia tantum, similiter quoq; d & f, sint autem c & d rationales in potentia, conuincitur e & f esse rationales in potentia tantum, quæ quia non communicant in longitudine sicut nec eis proportionales c & d, ipsæ componunt indubitanter binomium per 5. huius.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 29

66 Ei quæ ex binis nominibus longitudine commensurabilis, ipsa quoq; ex binis nominibus est ac in ordine eadem.



THEON ex Zamb. Esto ex binis nominibus α β & ipsi α β longitudine cōmensurabilis esto γ δ. Dico quod ipsa γ δ ex binis nominibus est, & in ordine ipsi α β eadem. Quoniam enim (per 42 decimi) ex binis nominibus est α β, diuidatur in nomina in ε, sit maius nomen α ε. Ipsæ igitur α ε, ε β, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Fiatq; sicut α β ad γ δ, sic α ε ad γ ζ. Et reliqua igitur ε β, ad reliquam ζ δ, (per 19 quinti) est sicut α β ad γ δ. Commensurabilis autem est (per hypothesin) α β ipsi γ δ longitudine. Cōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & ipsa α ε ipsi γ ζ, & ε β ipsi ζ δ Suntq; rationales ipsæ α ε & ε β, rationales igitur sunt (per 11 decimi) & ipsæ γ ζ, ζ δ. Et quoniā est sicut α ε ad γ ζ, sic est ε β ad ζ δ, uicissim igitur (per 16 quinti) sicut α ε ad ε β, sic est γ ζ ad ζ δ Ipsæ autem α ε, ε β, tantum potentia sunt cōmensurabiles, & ipsæ γ ζ, ζ δ, igitur potentia tantum sunt cōmensurabiles, suntq; rationales ex binis igitur nominibus est ipsa γ δ. Dico iam quod in ordine est eadem ipsi α β. Ipsa α ε, ipsa ε β aut maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili, uel eo quod ex sibi incōmensurabili. Si uero α ε ipsa ε β maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili, & γ ζ ipsa ζ δ (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi commensurabili. Et si α ε expositæ rationali cōmensurabilis fuerit, & γ ζ eidem commensurabilis erit (per 11 decimi.) Idq; propterea utraq; ipsarum α β, γ δ, ex binis nominibus est prima, hoc est in ordine eadem. Si uero ε β commensurabilis est ipsi expositæ rationali, & ζ δ eidem commensurabilis est. Ac per hoc rursus in ordine eadem est

ipsi α β

ipſi α β, utraq; enim ipſarũ eſt ex binis nominibus ſecunda. Si uero neutra ipſarum α ε, ε β, cõmenſurabilis eſt expoſitæ rationali, neutra etiam ipſarũ γ ζ, ζ δ, eidem erit commenſurabilis, & utraq; tertia eſt. Si autem α ε ipſa ε β maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & γ ζ, ipſa ζ δ maius poterit eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ſi α ε expoſitæ rationali commenſurabilis eſt, & γ ζ eidem cõmenſurabilis eſt, & utraq; erit quarta. Si autem ε β, & ζ δ, & erit utraq; quinta. Si uero neutra ipſarum α ε, ε β, & ipſarum γ ζ, ζ δ neutra commenſurabilis eſt expoſitæ rationali, eritq; utraque ſexta. Quare et quæ ex binis nominibus longitudine commenſurabilis, ex binis nominibus eſt, & in ordine eadem, quod erat oſtendendum.

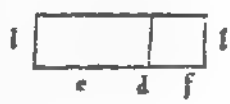


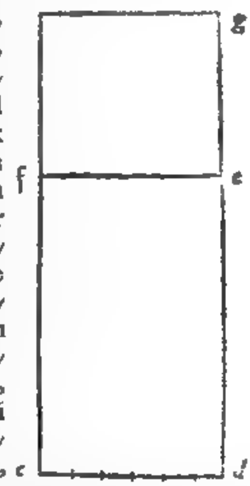
Eucli. ex Camp. Propoſitio 61

61 **Omnis linea alterutri bimedialium commenſurabilis, ſub eadem ſpecie bimedialis eſſe ex neceſſitate conuincitur.**

CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, ſiue in longitudine, ſiue etiam in potentia tantum cõmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim duæ lineæ cõmunicantes a & b quouis duorum modorum prædictorũ, ſitq; a bimediale primum uel ſecundum, dico quod etiam b eſt bimediale primum uel ſecundum, prout fuerit a. Diuiſo enim a bimediali in ſuas bimediales portiones ex quibus componitur per 51 & 52 quæ ſint c & d, b quoq; diuiſa in e & f ſecundum proportionẽ c ad d ut docet 12 ſexti, poſitaq; g ſuperficie contenta ſub c & d, & k ſub e & f, & poſito h quadrato d, & l, f, erit per coniunctã & euerſam & permutatam proportionalitatẽ quemadmodũ in præmiſſa c ad e & d ad f, ſicut a ad b: ſicut igitur ex poſitione a & b ſunt cõmunicantes, ſiue hoc ſit in longitudine ſiue in potentia, ſic c & e, itemq; d & f, ſimiliter erunt cõmunicantes. At quia c & d ſunt mediales potentia tantũ cõmunicantes, ſequitur ex 12 ut e & f ſint etiam mediales, & ex 10 potentia tantum cõmunicantes, cum ipſæ per hypotheſin ſint proportionales c & d. Cumq; ſit per primam ſexti g ad h, ſicut c ad d & k ad l ſicut e ad f, erit g ad h ſicut k ad l, & permutatim g ad k ſicut h ad l. Quia igitur h eſt cõmunicans l, eo quod duo eorum latera quæ ſunt d & f cõmunicant in longitudine uel in potentia ſecundum quod a & b in alterutro eorum cõmunicant, ſequitur ex 10 ut g & k quoq; ſubinuicem cõmunicent: erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione ſuperficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantum differt bimediale primũ a bimediali ſecũdo, quod portiones bimedialis primi in quas ſecũdum ſuum terminũ diuiditur, continent ſuperficiẽ rationalem, bimedialis autẽ ſecundi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primũ, erit ſuperficies g rationalis, quare & k, & ideo b bimediale primũ per 51. Quod ſi a fuerit bimediale ſecũdum, erit ſuperficies g medialis, ob hoc etiam & k, b itaq; per 52 erit bimediale ſecundum, quare conſtat propoſitũ. Idem aliter. Ad lineam rationalem c d (poſita a alterutro bimedialium, & b ſibi in longitudine uel potentia cõmunicante) adiungatur ſuperficies c e æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; ſuperficies c e & f g cõmunicantes, eo quod quadrata eis æqualia quæ ſunt quadrata linearum a & b ſunt cõmunicantia ex hypotheſi: ex prima igitur ſexti & decima huius, neceſſe eſt duas lineas d e & e g eſſe cõmunicantes. Et quia ſi a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium ſecũdum per 55, ideoq; e g etiam binomium ſecundum per præmiſſam, quare latus tetragonicũ ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale primũ per 59, at uero ſi a fuerit bimediale ſecũdum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g eſt binomium tertium per præmiſſam, quare & latus tetragonicũ ſuperficiei f g (& ipſum eſt b) bimediale ſecundum per 60, manifeſtũ eſt igitur uerum eſſe quod proponitur.



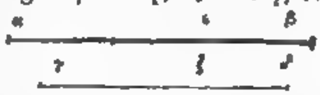




Eucli. ex Zamb. Theorema 49 Propoſitio 67

67 **Ei quæ ex binis medijs longitudine cõmenſurabilis, & ipſa ex binis eſt medijs, & in ordine eadem.** THEON ex Zamb. *Eſto ex binis medijs α β, & ipſi α β cõmenſurabilis eſto longitudine γ δ. Dico quod γ δ ex binis eſt medijs, & in ordine ipſi α β eadem. Quoniam enim α β ex binis medijs eſt diuiſa in medias in ε, ipſæ igitur α ε, ε β (per 37 & 38 decimi) mediæ ſunt potentia tantum cõmenſu*

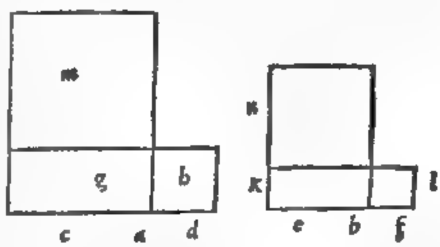
rabiles. Fiatq; (per 11 sexti) sicut α β ad γ δ, sic α ε ad γ ζ, & reliqua igitur ε β ad ζ δ, reliquã (per 19 quinti) est sicut α β ad γ δ. Cõmensurabilis autem est α β ipsi γ δ longitudine, cõmensurabilis igitur est & α ε ipsi γ ζ, & ε β ipsi ζ δ, suntq; mediæ ipsæ α ε, ε β, mediæ igitur sunt & γ ζ, ζ δ. Et quoniam est sicut α ε ad ε β & γ ζ ad ζ δ, ipsæ autem α ε, ε β, potentia tantum sunt cõmensurabiles, & ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, potentia tantum sunt cõmensurabiles. ostensum autem quod mediæ. Ipsa igitur γ δ, ex binis est medijs. Dico quod & in ordine eadem est ipsi α β. Quoniam enim est sicut α ε ad ε β, sic est γ ζ ad ζ δ, & sicut igitur quod ex α ε ad id quod sub α ε, ε β, sic quod ex γ ζ ad id quod sub γ ζ, ζ δ. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex α ε ad id quod ex γ ζ, sic quod sub α ε, ε β, ad id quod sub γ ζ, ζ δ. Commensurabile autem est quod ex α ε ei quod ex γ ζ. Cõmensurabile igitur & quod sub α ε, ε β, et quod sub γ ζ, ζ δ. Si igitur rationale est quod sub α ε, ε β, & quod sub γ ζ, ζ δ, rationale est, ac per hoc est ex binis medijs prima. Si autem medium fuerit quod sub α ε, ε β, medium erit & quod γ ζ, ζ δ, & utraq; est secunda, ac per hoc & γ δ erit ipsi α β in ordine eadem. Quod erat ostendendum.

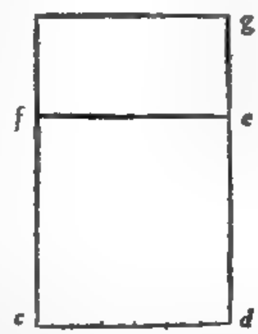


Eucli ex Camp. Propositio 62

62 OMnis linea communicans lineæ maiori, est linea maior.

CAMPANVS. Et hæc quoq; ueritatẽ habet, si utrolibet modo cõmunicans fuerit aliqua linea lineæ maiori. Esto enim a linea maior, b uero quouis sibi cõmunicans modo, erit b linea maior. Diuisa nanq; a in eas portiones ex quibus constat per 55 quæ sunt c & d, & b secundum earum proportionẽ in e & f, positoq; quod g sit superficies contenta sub c & e, & K sub e & f, & m & h sint quadrata c & d, at n & l, e & f, erit m ad h sicut n ad l, per secundam partem 18 sexti, & coniunctim m & h ad h sicut n & l ad l, & permutatim m & h ad n & l, sicut h ad l, quia ergo h cõmunicat cum l eo q; d communicat cum f, aut in lõgitudine aut in potentia prout a cõmunicat cum b, sequitur ut ambo quadrata m & h pariter accepta cõmunicent cum ambobus quadratis n & l pariter acceptis. Cum itaque duo prima pariter accepta sint rationale per 55, erunt quoq; & duo postrema rationale per diffinitionẽ. At quia superficiẽ K necesse est esse medialẽ sicut g ex 21, lineasq; e & f esse incõmensurabiles in potentia sicut c & d ex 10, cõcluditur per 55 lineam b esse lineam quæ dicitur maior, quod est propositũ. Idem aliter. Cum sit a linea maior cui b cõmunicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia, sumpta linea rationali quæ sit c d, adiũgatur superficies ei c e, æqualis quadrato lineæ a, deinde f g æqualis quadrato lineæ b. Cum igitur quadrata duarũ linearum a & b sint cõmunicantia ex hypothesi, erit superficies c e cõmunicans superficiei f g, ideoq; per primam sexti & 10 huius linea d e lineæ e g in longitudine. At quia ex 57 linea d e est binomiũ quartum, erit quoq; per 60 linea e g binomium quartum, igitur ex 51 linea b potens in superficiem f g, est linea maior.





Eucli. ex Zamb. Theorema 50 Propositio 68

68 Maiori commensurabilis, eadem quoq; maior.

THEON ex Zamb. Esto maior α β, & ipsi α β cõmensurabilis esto γ δ. Dico quod & γ δ maior est. Diuidatur α β in ε. Ipsæ igitur α ε, ε β (per 39 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes quidem conflatum ex earum quadratis rationale, quod uero sub ipsis medium. Fiantq; eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam est (per 2 sexti) sicut α β ad γ δ, sic est α ε ad γ ζ & ε β ad ζ δ, cõmensurabilis autem est α β ipsi γ δ, cõmensurabilis igitur est & utraq; ipsarũ α ε, ε β, utriq; ipsarũ γ ζ, ζ δ. Et quoniam est sicut α ε ad γ ζ, sic ε β ad ζ δ, & uicißim (per 16 quinti) sicut α ε ad ε β, sic est γ ζ ad ζ δ. Et componendo igitur (per 18 quinti) sicut α β ad ε β, sic γ δ ad ζ δ, & sicut igitur (per 22 sexti) quod ex α β ad id quod ex β ε, sic quod ex γ δ ad id quod ex ζ δ. Similiter iam demonstrabimus quod & sicut quod ex α β ad id quod ex α ε, sic quod ex γ δ ad id quod ex γ ζ. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex α β ad ea quæ ex α ε, ε β, sic quod ex γ δ, ad ea quæ ex γ ζ, ζ δ. Et uicißim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex α β ad id quod ex γ δ, sic quæ ex α ε, ε β, ad ea quæ ex γ ζ, ζ δ. Commensurabile autem est id quod ex α β, ei quod ex γ δ. Cõmensurabilia sunt igitur & quæ ex α ε, ε β, eis quæ ex γ ζ, ζ δ. Suntq; quæ ex α ε, ε β, simul, rationale, & quæ ex γ ζ, ζ δ, simul, rationale. Similiter autem & quod bis sub α ε, ε β, commensurabile est ei quod bis sub γ ζ, ζ δ. At quod bis sub α ε, ε β, medium est. medium igitur est & quod bis sub γ ζ, ζ δ. Ipsæ igitur γ ζ, ζ δ, potentia sunt incõmensurabiles, efficientes



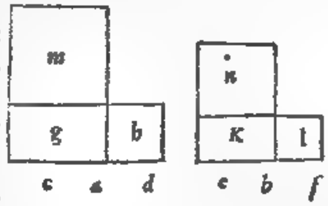
conflatum

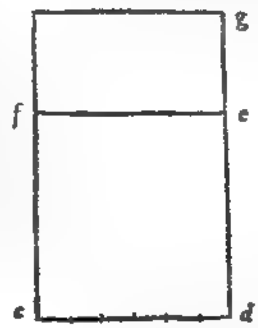
conflatum ex earum quadratis simul rationale, & quod bis sub ipsis medium. Tota igitur γ δ (per 57 decimi) irrationalis est, maior appellata. Maiori igitur cõmensurabilis, & eadem maior est, quod ostendendũ fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 63

63 SI qua linea lineæ potenti in rationale & mediale cõmunicet, ipsa in rationale & mediale potens esse comprobatur.

CAMPANVS. Verum quoq; est, q̃ qualitercũq; linea aliqua sit cõmunicans potenti in rationale & mediale siue in longitudine siue in potentia tantũ, ipsa etiam est potens in rationale & mediale, quod sicut prius duplici modo probatur, necesse est autem quantũ ad primum modum, q̃ sicut duæ lineæ c & d sunt in potẽtia incõmensurabiles, ita sint etiam e & f per 10, & q̃ quẽadmodum g est superficies rationalis (nam talem continẽt portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiã per diffinitionẽ sit K rationalis, & quemadmodũ duo quadrata m & h pariter accepta sunt mediale, sic etiam per 11 duo quadrata m & l pariter accepta erunt mediale, igitur ex 54 b est potẽs in rationale & mediale. Quantum autem ad secundum modum, necesse est ex 55, ut linea d e sit binomium quintũ, ideoq; & per 60 linea e g est binomium qnintũ, quare per 52 latus tetragonicũ superficiei f g, quod est b, erit linea potens in rationale & mediale, quod est propositum.





Eucli. ex Zamb. Theorema 51 Propositio 69

69 Rationale ac medium potenti cõmensurabilis, & eadem rationale ac medium potens est.

THEON ex Zamb. *Esto rationale mediumq; potens α β, & ipsi α β cõmensurabilis esto γ δ. Ostendendũ quod & γ δ rationale ac mediũ potens est. Distribuatur (per 46 decimi) α β in rectas lineas in ε. Ipsæ igitur α ε, ε β, (per 40 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes quidem compositũ ex earũ quadratis medium, quod uero sub ipsis rationale, & eadem construantur quæ in præcedentibus. Similiter iam demonstrabimus quod γ ζ, ζ δ, potentia sunt incõmensurabiles, & cõmensurabile est conflatũ ex ijs quæ ex α ε, ε β, conflato ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quod autem sub α ε, ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ. Quare & conflatũ ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, quadratis, medium est, quod uero sub γ ζ, ζ δ, rationale. Rationale igitur est ac medium potens, ipsa γ δ. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 64

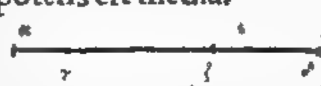
64 OMnis linea cõmunicans potenti in duo medialia, ipsa quoq; potens est in duo medialia.

CAMPANVS. Hæc quoq; manẽtibus eisdem dispositione & positiõibus, eo duplici modo quo præmissæ probabitur uera esse, siue in lõgitudine siue in potentia cõmunicet linea b cum linea a potente in duo medialia. Quantũ enim ad primum argumẽtationis modum erit per 55 superficies g medialis, ideoq; & k per 11, cum cõmunicet ei. duo quoq; quadrata m & h pariter accepta erunt ex eadem 55 mediale, ideoq; duo n & l pariter accepta per 11. At quia duo quadrata m & h pariter accepta ex prædicta 55 sunt incõmensurabile duplo supficiei g sequitur per 10 & nostras positiones ut duo quoq; l & n pariter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei K, cum itaq; sint e & f incõmensurabiles in potentia quemadmodum c & d, erit ex 55 linea b potens in duo medialia. Quantũ autem ad secũdum solitæ argumẽtationis modum erit per 59 d e binomiũ sextũ, ideoq; etiã per 60 linea e g erit binomiũ sextũ, quare per 53 latus tetragonicũ supficiei f g quod est b, erit potens in duo medialia. Quod est propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 52 Propositio 70

70 Bina potenti media commensurabilis, bina potens est media.

THEON ex Zamb. *Esto bina potens media α β, & ipsi α β cõmensurabilis esto γ δ. Ostendendũ quod & γ δ, bina potẽs est media. Quoniã enim bina potens est media α β, distribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ε. igitur α ε, ε β, (per 41 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarũ quadratis medium, & quod sub ipsis medium, & incõmensurabile est conflatũ ex ipsarũ α ε, ε β, quadratis, ei quod sub α ε, ε β. Construãtur eadem quæ in præcedentibus. Similiter iam demonstrabimus quod & ipsæ γ ζ, ζ δ, potentia sunt incõmensurabiles, & compositũ ex ijs quæ ex α ε, ε β, composito ex ijs quæ ex γ ζ, ζ δ, cõmensurabile est; quod autem sub α ε, ε β, ei quod*



sub γε, ζδ, quare & conflatũ ex ipsarũ γε, ζδ, quadratis medium est, & quod sub ipsis γε, ζδ medium, & insuper ĩcõmensurabile est conflatũ ex ipsarũ γε, ζδ, quadratis, ei quod sub γε, ζδ. Ipsa igitur γδ, bina potẽs est media, quod ostendere oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 65

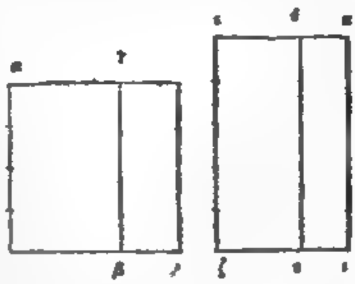
65 **S**I duæ superficies quarum altera rationalis altera uero medialis, coniungãtur, linea potens in totam superficiem inde compositã aliqua erit quatuor irrationaliũ linearũ, uidelicet aut binomium, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potens in rationale & mediale.



CAMPANVS. Vt si a sit rationalis superficies, & b medialis, erit linea potens in totã a b, aliqua præmissarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis, cui adiũgatur c e æqualis a, & f g æqualis b, eritq; ex 16 linea d e rationalis in longitudine, cõmunicans lineæ c d rationali positæ, & ex 20 linea e g rationalis in potentia tantũ, & ex 36 linea d g binomium, cuius cum altera binomialiũ portionũ quæ est d e, sit rationalis in longitudine cõmunicans lineæ rationali positæ quæ est c d, ipsum erit ex diffinitione specierũ binomij aut binomiũ primum, aut secundũ, aut quartũ, aut quintũ: tertiũ autem aut sextum nõ erit ex diffinitione, itaq; ex 44, 49, 51, & 52, linea potens in totam c g quæ est æqualis duabus simul a & b, erit aut binomiũ, aut bimediale primum, aut linea maior, aut potens in rationale & mediale, quod est propositũ. Bimediale uero secundũ, aut potẽs in duo medialia nõ erit, quoniã si esset bimediale secundũ, esset ex 56 linea d g binomium tertiũ: q si esset potens in duo medialia, esset ex 59 linea d g binomiũ sextũ, sed neutrũ erat. Vnde patet nostra intentio. *Eucli. ex Zamb. Theorema 53 Propositio 71*



71 Rationali ac medio cõpositis, quatuor fiunt irrationales, quæ ex binis nominibus, quæ ex binis prima medijs, maior, ac rationale mediumq; potẽs.

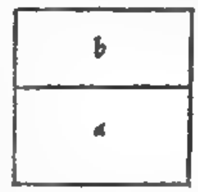


THEON *ex Zamb. Sit rationale αβ, mediũ autẽ γδ. Dico quod ipsam αδ areolam potẽs, aut ex binis nominibus est, aut ex duobus prima medijs, aut maior, aut rationale mediumq; potens. Ipsa etenim αβ, ipsa γδ aut maior aut minor est. Esto prius maior, exponaturq; rationalis εζ, cõpareturq; (per 44 primi) ad ipsam εζ ipsi αβ æqua areola εη, latitudinẽ efficiens εθ. Ipsi autẽ δγ æquũ ad θη, hoc est θη, cõparetur θι latitudinẽ efficiens θκ. Et quoniã rationale est αβ, & æquale est ipsi εη, rationale igitur est & εη. Et ad ipsam rationalẽ εζ cõparatur, latitudinẽ efficiens εθ, rationalis igitur est εθ, & cõmensurabilis est ipsi εζ longitudine. Rursus quoniã medium est γδ, & æquũ est ipsi θι, mediũ igitur est & θι. Et ad rationalẽ εζ cõparatur, hoc est ad ipsam θη, latitudinẽ efficiens θκ, rationalis igitur est θκ, & ipsi εζ lõgitudine incõmensurabilis. Et quoniã medium est γδ, rationale autẽ αβ, incõmensurabile igitur est αβ ipsi γδ, quare & εη incõmensurabile est ipsi θι. Sicut aũt εη ad θι, sic (per 1 sexti) est εθ ad θκ. Incõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & εθ, ipsi θκ longitudine. Et ambæ sunt rationales, ipsæ igitur εθ, θκ, rationales sunt, potẽtia tantũ cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est εκ, diuisa in θ. Et quoniã maius est αβ ipso γδ, æquũ autẽ est αβ ipsi εη, & γδ ipsi θι, maius igitur est εη ipso θι, & εθ igitur maior est ipsa θκ. Igitur εθ ipsa θκ maius potest, aut eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Possit prius maius eo quod ex sibi cõmensurabili. Estq; maior εθ cõmensurabilis expositæ rationali εζ. Ipsa igitur εκ (per secũdas diffinitiones) ex binis nominibus est prima. Rationalis autẽ est εζ. Si areola uero cõprehendatur sub rationali & ex binis nominibus prima, quæ areolam potest, ex binis nominibus est (per 54 decimi.) Igitur quæ ipsum ει potest, ex binis nominibus est. Quare & ipsum αδ potens, ex binis nominibus est. Possit uero εθ ipsa θκ, maius eo quod ex sibi incõmensurabili, estq; maior εθ, cõmensurabilis ipsi εζ expositæ rationali lõgitudine. Ipsa igitur εκ, ex binis nominibus est quarta. Rationalis aũt est εζ. Si uero areola cõprehendatur sub rationali ac ex binis quarta nominibus, quæ areolam potest, irrationalis est appellata maior (per 57 decimi.) Igitur quæ ipsam ει potest areolã, maior est. Quare & ipsam αδ potens maior est. Sed iam esto minus αβ ipso γδ, & εη igitur, ipso θι minus est, quare & εθ, minor est ipsa θκ. At θκ ipsa εθ maius potest, aut eo quod ex sibi cõmensurabili, aut eo qđ ex sibi incõmensurabili. Possit prius maius eo quod ex sibi cõmensurabili longitudine, & minor εθ est, cõmensurabilis longitudine ipsi εζ expositæ rationali, ipsa igitur εκ, ex binis nominibus est secũda. Rationalis autẽ est εζ. Si uero areola cõprehendatur sub rationali, & ex binis secũda nominibus, quæ areolã potest, ex binis est prima medijs (per 55 decimi) quæ igitur ipsam ει potest areolam, ex binis est prima medijs. Quare & quæ ipsam αδ areolam potest, ex binis medijs est prima. Atqui θκ, ipsa εθ maius possit, eo quod ex sibi incõmensurabili, & minor εθ est, cõmensurabilis expositæ rationali εζ. Ipsa igitur ε*

κ, ex

ε, ex binis nominibus est quinta. Rationalis autē est εζ. Si uero areola cōprehendatur sub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ areolam potest, rationale ac medium potens est (per 58 decimi.) Quæ igitur ipsam ει areolam potest, rationale ac medium potest, quare & ipsam αδ areolam potens, rationale ac medium potest. Rationali igitur ac medio cōpositis, quatuor irrationales fiunt, quæ ex binis nominibus, quæ ex binis prima medijs, maior, & rationale mediumq; potens, quod demonstrasse oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 66

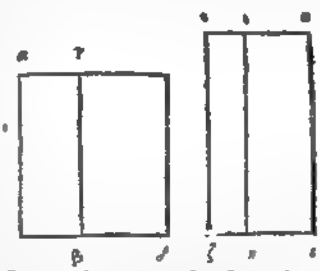
66 **C**Vm cōiunctæ fuerint duæ superficies mediales incōmensurabiles linea potēs in totam superficiē alterutra erit duarū irrationaliū linearū, uidelicet aut bimediale secūdū, aut potēs in duo medialia.





CAMPANVS. Vt si a & b sint duæ sup̄ficies mediales incōmensurabiles (si enim essent cōmensurabiles, esset cōposita ex eis medialis ex 9 & 21, quare & linea potēs in eā, medialis ex 19) dico ꝙ linea potens in cōpositam ex ambabus, erit aut bimediale secundū, aut potens in duo medialia. Sit quidē linea c d, rationalis, sup̄ficies uero sibi adiuncta c e æqualis a, & superficies f g æqualis b, eritq; ex 10 linea d e, similiter quoq; linea e g, rationalis in potētia tantū. Cumq; sup̄ficies c e & f g, sint incōmensurabiles sicut a & b eis æquales, ideo q̄ lineæ d e & e g ex prima sexti & 10 huius, erit ex 30 linea d g binomiū. Cuius cum utraq; binomialiū portionū quæ sunt d e & e g, sit incōmensurabilis lineæ rationali positæ quæ est c d, ipsum erit ex diffinitione binomiū tertiū aut sextū. Linea ergo potens in totā c g æqualem cōpositæ ex a & b, erit ex 50 & 51, aut bimediale secundū, aut potēs in duo medialia. Quod est propositū. Eucli. ex Zamb. Theorema 54 Propositio 72

72 Binis medijs adinuicem incōmensurabilibus cōpositis, reliquæ duæ irrationales fiunt, quæ ex binis secunda medijs, & quæ bina potens est media.

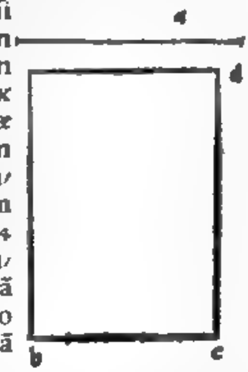


THEON ex Zamb. Cōponantur etenim bina media adinuicē incōmensurabilia αβ, γδ. Dico quod αδ areolā potens, aut ex binis est secūda medijs, aut bina potēs est media. Ipsum nanq; αβ ipso γδ aut maius est aut minus. Sit prius maius αβ ipso γδ, exponaturq; rationalis εζ, & ipsi αβ æquū ad ipsam εζ (per 45 primi) cōparetur εκ, latitudinē efficiens εθ, ipsi autē γδ, æquū θι, latitudinē efficiens θκ. Et quoniā utrunq; ipsorū αβ, γδ, mediū est & utrūq; igitur ipsorū εκ, θι, mediū est. Et ad ipsam εζ rationalē cōparatur, latitudinē efficiēs ipsas εθ, θκ, utraq; igitur ipsarū εθ, θκ, rationalis est (per 22 decimi) & ipsi εζ lōgitudine incōmensurabilis. Et quoniam αβ ipsi γδ incōmensurabile est, & æquū est αβ quidē ipsi εκ, & γδ ipsi θι, incōmensurabile igitur est & εκ ipsi θι. Sicut aūt (per 1 sexti) εκ ad θι, sic est εθ ad θκ, incōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) εθ ipsi θκ lōgitudine. Ipsæ igitur εθ, θκ, rationales sunt, potētia tantum cōmensurabiles. Ipsa igitur εκ, ex binis nominibus est. Ipsa autē εθ ipsa θκ aut maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili, aut eo quod ex sibi incōmensurabili. Possit prius maius eo q̄d ex sibi cōmensurabili longitudine, & neutra ipsarū εθ, θκ, cōmensurabilis est longitudine ipsi εζ expositæ rationali. Ipsa igitur εκ (per 50 decimi) ex binis est tertia nominibus. Rationalis aūt est εζ. Si uero areola cōprehendatur sub rationali & ex binis nominibus tertia, quæ areolam potest, ex binis est secūda medijs (per 56 decimi.) Quæ areolam igitur ει, hoc est αδ potest, ex binis est secūda medijs. Sed iam εθ ipsa θκ, maius possit, eo quod ex sibi lōgitudine incōmensurabili. Et quoniā incōmensurabilis est utraq; ipsarū εθ, θκ, ipsi εζ lōgitudine, ipsa igitur εκ ex binis est sexta nominibus (per 53 decimi.) Si uero sub rationali & ex binis sexta nominibus areola cōprehendatur, quæ areolā potest, bina potēs est media (per 59 decimi.) Quare & quæ αδ potest areolā, bina potens est media. Similiter iam ostendemus, q̄d & si minor fuerit αβ ipsa γδ, quæ ipsam αδ areolā potest, aut ex binis est secūda medijs, aut bina potēs est media. Binis igitur medijs inuicē incōmensurabilibus cōpositis, reliquæ irrationales fiūt, quæ ex binis secūda medijs & quæ bina potens est media. Quod erat ostendendū. Eucli ex Camp. Propositio 67

67 **C**Vm posita fuerit linea binomialis cæteræq; irrationales sequentes eam, non erit earum aliqua sub termino alterius.

CAMPANVS. Vult quod si linea aliqua ut a, fuerit aliqua ex sex præhabitis lineis irrationalibus quæ sunt binomium & eius quinq; comites, ipsa nō erit aliqua aliarū. Si enim quadrato eius æqualis superficies adiungatur ad lineam rationalem b c quæ sit b d, si quidem a fuerit binomiū, erit ex 54 linea c d binomiū primum. Quæ si fuerit bimediale primum, erit c d ex 55 binomium secundum. Si autem bimediale secūdum, erit c d ex 56 binomium tertium. Et si linea maior, erit c d ex 57 binomium quartū. At si potens in rationale & mediale, aut si potens in duo medialia, erit

ex 59 c d binomium quintum, aut ex 59 binomiũ sextum. Et quia impossibile est c d esse simul sub diuersis speciebus binomiorũ a diffinitione, est impossibile a esse simul sub diuersis speciebus sex præhabitarũ linearum irrationaliũ. De linea autẽ mediali constat quod ipsa quoq; non sit aliqua sex sequentiũ, uidelicet neq; binomium, neq; aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem, latus eius secundum est rationale in potentia ex 20. Cum autẽ superficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius suarum comitũ, latus eius secundum est binomium, aut primum, aut secundum, & sic de cæteris per 54 quinq; eam sequentes. Quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia per 56. Cum igitur sit impossibile eandem lineã esse rationalẽ in potẽtia, & irrationalẽ tam in longitudine q̃ in potentia, nimirũ impossibile lineã medialẽ esse binomialẽ, aut aliquã ex quinq; suis comitibus.



THEON

Quæ ex binis nominibus, & post ipsam irrationales, neq; mediæ, neq; inuicem sunt eædem. Quod enim ex media ad rationalem comparatũ, latitudinem efficit rationalem, & ei longitudine incõmensurabilem ad quam comparatur (per 22 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uero quæ ex binis prima medijs ad rationalẽ comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus secundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verum quod ex maiore ad rationalẽ comparatũ, latitudinẽ efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi.) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus sextam (per 65 decimi.)

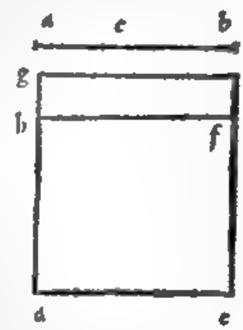
Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis est, adinuicem uero quia in ordine non sunt eædem, manifestum est quod & ipsæ irrationales adinuicem differunt.

Eucli. ex Camp. *Propositio 68*

68 SI linea de linea abscindatur, fuerintq; ambæ potentialiter tantũ rationales cõmunicãtes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq; residuũ.



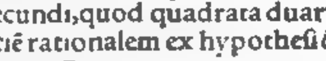
CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex a b, sintq; ambæ rationales tantum potentia cõmunicãtes, quales docuit inuenire 17 & 18, & hæ sunt quæ cõponunt binomium. Dico q; a c reliqua est irrationalis & ipsa uocatur residuũ. Constat enim ex 7 secundi, quod quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta, quæ cõponunt superficiẽ rationalem ex hypothesi & diffinitione rationalis superficiei & 9 huius, tantũ sunt quantũ duplum superficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumq; ex 19 superficies a b in b c sit medialis, ideoq; & duplũ eius mediale per 21, & ideo irrationale per 19, sequitur ut ambo quadrata duarũ linearũ a b & b c pariter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei unius earũ in alterã, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratũ lineæ a c est irrationale, cum ipsum sit incõmensurabile rationali, uidelicet, duobus quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, itaq; etiã ex diffinitiõe linea a c est irrationalis, quod est propositũ. Exẽplariter in figura, esto superficies e g æqualis duob. quadratis duarũ linearũ a b & b c pariter acceptis, eritq; rationalis, itemq; sit superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alterã, eritq; ex 19 medialis, & erit ex 7 secundi superficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cumq; superficies e g sit incõmensurabilis superficiei d f, eadẽ erit ex 7 incõmensurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicũ latus a c.



Incipiunt hexades per aphæresin, hoc est per abscisionem.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 55* *Propositio 73*

73 Si à rationali rationalis auferatur, potentia tantum cõmensurabilis existens toti, reliqua irrationalis est, uocatur autem apotome.



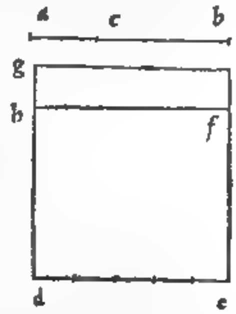
THEON *ex Zamb. A rationali nanq; α β, rationalis auferatur β γ, potentia tantum toti cõmensurabilis existens. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, apotome appellata. Quoniam α β ipsi β γ longitudine est incõmensurabilis, estq; (per lemma 22 decimi) sicut α β ad β γ sic quod ex α β ad id quod sub α β, β γ. incõmensurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex α β, ei quod sub α β, β γ. Sed ei quidem quod ex α β, incõmensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, quadrata, ei autem quod sub α β, β γ. commensura-*

mensurabile est quod bis sub α β, β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, incōmensurabilia sunt ei quod bis sub α β, β γ, & reliquo igitur quod ex α γ, incōmensurabilia sunt ei quæ ex α β, β γ, quoniam (per 5 secūdi) & quæ ex α β, β γ, æqua sunt ei quod bis sub α β, β γ, una cum eo quod ex γ α. Rationalia autē sunt ea quæ ex α β, β γ, quadrata, irrationalis igitur est linea α γ, uocatur autē ipsa, apotome. Eucli. ex Camp. Propositio 69

69 SI fuerit linea de linea abscisa, fuerintq́; ambæ mediales potentialiter tantum cōmunicantes superficiemq́ rationalē continentes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ residuū mediale primū.



CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex linea a b, sintq́ ambæ quales proponitur, quas ex 24 & 25 reperies, & hæ sunt quæ cōiungunt bimediale primum. Dico quod reliqua linea a c erit irrationalis, & ipsa dicitur residuū mediale primum. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta, mediale, duplum uero superficiei unius in alteram, rationale, itaq; ambo quadrata pariter accepta, incōmensurabile sunt duplo superficiei unius in alterā. Quia itaq; ambo quadrata pariter accepta componūtur ex duplo superficiei unius in alterā & quadrato lineæ a c, sequitur per 9 ut quadratū lineæ a c sit incōmensurabile duplo superficiei unius in alterā, quare tam ipsum quadratū quàm latus eius a c, est irrationale per diffinitionē, constat ergo propositum. Quod (quemadmodū in præmisso) si libet potes declarare exempla-riter in figura. Aliter idem sic. Sit linea d e rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d f, æqualis duplo superficiei unius in alterā, & superficies g e æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq́ per 7 secundi superficies f g, æqualis quadrato lineæ à c. Cum itaq; per hypothesin sit superficies e g medialis erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantū. Cum uero sit superficies e h rationalis per hypothesin, erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 68, linea g h est residuū, & irrationalis: ideoq́ per 16 à destructione consequētis superficies f g est irrationalis, & eius latus tetragonicū quod est a c, est irrationale. Et sic patet propositū.



Eucli ex Zamb. Theorema 56 Propositio 74

74 Si à media auferatur media potentia tantum toti subsistens commensurabilis, cum tota uero rationale comprehendens, reliqua irrationalis est, uocetur uero mediæ apotome prima.



THEON ex Zamb. *A media nanq; α β, media auferatur β γ potentia tantum cōmensurabilis subsistens toti α β, & cum ipsa α β rationale cōprehendens quod sub α β, β γ. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, appellaturq́; mediæ apotome prima. Quoniam enim α β, β γ, mediæ sunt, media quoq; sunt quæ ex α β, β γ. Rationale autē quod bis sub α β, β γ, incōmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ: & reliquo igitur ei quod ex α γ (per 16 decimi) incōmensurabile est quod bis sub α β, β γ, quoniam & si tota uni earū incōmensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incōmensurabiles erunt (per 16 decimi.) Rationale autē est quod bis sub α β, β γ, irrationale igitur qđ ex α γ. Irrationalis igitur est α γ, uocatur sane mediæ apotome prima. Quod fuerat ostendendū.* Eucli. ex Camp. Propositio 70

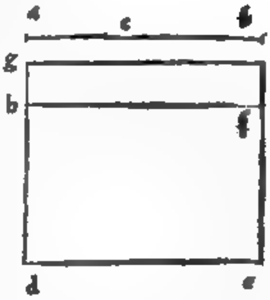
70 SI linea de linea secetur, fuerintq́ ambæ mediales potentialiter tantum cōmunicantes, continentesq́ mediale, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ residuum mediale secundum.



CAMPANVS. Sit hic quoq; linea b c, abscisa ex linea a b, utraq; autē a b & b c, sint ut ponitur, & ipsæ per 26 reperiūtur, & sunt quæ cōponunt bimediale secundum. Dico q; linea reliqua quæ est a c, est irrationalis, & ipsa dicitur residuū mediale secundū. Sunt enim ex hypothesi & 21 ambo quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta mediale, similiter quoq; duplum superficiei unius in alterā, est mediale. Cum itaq; ex 22 mediale non differat a mediali nisi irrationali, erit quadratū lineæ a c in quo per 7 secundi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedunt duplum superficiei unius in alterā irrationale, quare & linea a c irrationalis. Figurali quoq; exēplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, similiter & d f duplo sußiciei unius in alterā, erit f g per 7 secundi æqualis quadrato a c, quæ cum sit differētia superficiei unius medialis e g ad superficiē medialē d f, ipsa est irrationalis per 22, & eius tetragonicū latus a c irrationale.

IDEM

IDEM aliter. Sit linea d e rationalis, cui adiungatur superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alterā, & e g æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, erit per 7 secundi f g, æqualis quadrato a c. Quia uero e g est medialis, erit ex 20 linea d g in potentia tantū rationalis. Similiter quoq; cum e h sit medialis, erit ex eadem, linea d h rationalis similiter in potentia tantū. Et quoniam a b & b c sunt incōmensurabiles in longitudine, ideoq; quadratū utriusq; earū superficiei unius in alteram. & propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cum ipsa ex hypothesi cōmunicent) sunt quoq; incōmensurabilia duplo superficiei unius in alterā, sequitur ut e g sit incōmensurabilis h c, quapropter linea d g, lineæ d h, igitur ex 65, linea g h est residuū, & irrationalis: ideoq; per 15 a destructione consequentis superficies f g irrationalis, & eius latus tetragonicum a c irrationale.

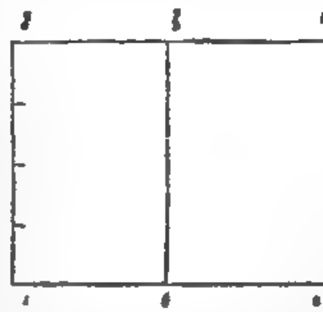


Eucli. ex Zamb. Theorema 57 Propositio 75

75 Si à media media auferatur potentia tantum toti cōmensurabilis subsistens, & cum tota medium comprehendens, reliqua irrationalis est, uocetur autem mediæ secunda apotome.



THEON ex Zamb. A media nanq; αβ, media auferatur γβ potentia tantum toti αβ cōmensurabilis subsistens, unaq; cum ipsa tota αβ medium cōprehendens quod sub αβ, βγ. Dico quod reliqua αγ irrationalis est, appellatur autem mediæ secunda apotome. Exponatur enim rationalis δι. Et ipsis quidem quæ ex αβ, βγ, æquū ad δι comparetur (per 44 primi) δε, latitudinē efficiens δκ, ei uero quod bis sub αβ, βγ, æquū ad ipsam δι cōparetur (per 44 primi) δθ, latitudinē efficiēs δζ. Reliquū igitur ζε, æquū est ei quod ex αγ. Et quoniam ea quæ ex αβ, βγ, media sunt, medium igitur est & δε, & ad ipsam rationalem δι comparatur, latitudinē efficiens δκ: rationalis igitur est (per 22 decimi) δκ, & ipsi δι longitudine incōmensurabilis. Rursus quoniam quod sub αβ, βγ, medium est, & quod bis igitur sub αβ, βγ, medium est, & est æquale ipsi δθ, & δθ igitur medium est, & ad ipsam δι rationalem comparatū est, latitudinē efficiens δζ. rationalis igitur est δζ, & ipsi δι longitudine incōmensurabilis. Et quoniam αβ, βγ, potentia tantum sunt cōmensurabiles, incōmensurabilis est igitur αβ ipsi βγ longitudine. Incōmensurabile igitur (per lemma 21 decimi & 11 decimi) & quod ex αβ quadratū, ei quod sub αβ, βγ. Sed ei quidem quod ex αβ, cōmensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, ei autem quod sub αβ, βγ, cōmensurabile est quod bis sub αβ, βγ. Incōmensurabilia igitur sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ. Sed eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum est δε, ei autem quod bis sub αβ, βγ, æquum est δθ. Incōmensurabile igitur est δε, ipsi δθ. Sicut autem δε ad δθ, sic κδ ad δζ. Incommensurabilis igitur est κδ, ipsi δζ longitudine. Et utraq; rationales. Ipsæ igitur κδ, δζ (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Ipsa igitur ζκ, apotome est. Rationalis autem δι. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum, irrationale est (per lemma 20 decimi,) & quæ illud potest irrationalis est. Ipsum autem ζε, potest ipsa αγ, ipsa igitur αγ irrationalis est, appellatur autem mediæ secunda apotome.



Eucli. ex Camp. Propositio 71

71 SI linea de linea detrahatur, fuerintq; ambæ potentialiter incōmensurabiles, continentesq; mediale, quadrataq; earū ambo pariter accepta rationale, reliq̃ linea erit irrationalis, uocabiturq; minor.

CAMPANVS. Si sint a b & b c quales proponitur, quæ per 27 reperiuntur & cōponunt lineam maiorem, erit linea a c irrationalis, & ipsa est quæ dicitur linea minor. Quod qui præmissa firmiter tenuerit, positionesq; diligenter attenderit, duplici modo ut antecedentes facile probabit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 65 Propositio 76

Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incōmensurabilis, cum tota uero efficiens quod ab eis simul rationale, quod uero sub ipsis medium, reliqua irrationalis est, appellaturq; minor.



THEON ex Zamb. A recta nanq; linea αβ, auferatur recta linea βγ, potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens cum tota quidem

αβ compo



α β compositum ex ijs quæ ex α β, β γ, simul rationale, quod uero bis sub ipsis α β, β γ, simul medium. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, appellata minor. Quoniam nanque compositum quidem ex ijs quæ ex α β, β γ, quadratis rationale est, quod uero sub ipsis α β, β γ, medium, incommensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, ei quod ex α γ. Rationale autem est, conflatum ex ijs quæ ex α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ, ipsa igitur α γ irrationalis est, appellatur autem minor.

Eucli ex Camp. Propositio 72

72 SI linea de linea dematur, fuerintq́ ambæ potentialiter incommensurabiles, superficiemq́ rationalem continẽtes, quadrataq́ earum ambo pariter accepta mediale, linea reliqua erit irrationalis, diceturq́ iuncta cum rationali componens totum mediale.



CAMPANVS. Et hoc quoq́ nescire non potest qui priora nouerit, nisi a memoria exciderint: quia positis lineis a b & b c (quales proponitur, quæ & per 25 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt, fit a c reliqua, irrationales. & ipsa dicitur quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Eucli. ex Zamb. Theorema 59 Propositio 77

77 Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incõmensurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale, reliqua irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.



THEON ex Zamb. *A recta enim linea α β, recta linea auferatur β γ, toti α β potentia subsistens incõmensurabilis, efficient conflatum quidem ex ipsarũ α β, β γ, quadratis medium, quod uero bis sub ipsis rationale. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipsarum α β, β γ, quadratis medium est, quod uero bis sub ipsis α β, β γ, rationale, incõmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, quadrata ei quod bis sub α β, β γ, & reliquũ igitur quod ex α γ incõmensurabile est ei quod bis sub α β, β γ. Quod uero bis sub α β, β γ, rationale est, quod igitur ex α γ, irrationale est. Irrationalis igitur est ipsa α γ, uocatur autẽ cum rationali mediũ totum efficiens. Quod erat ostendendũ.*

Eucli. ex Camp. Propositio 73

73 SI linea à linea detrahatur, fuerintq́ ambæ potentialiter incommensurabiles, superficiemq́ medialem continentes, quadrataq́ earum ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alteram incõmensurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ iuncta cum mediali faciens totum mediale.



CAMPANVS. Sint etiam hic a b & b c quales proponitur, quæ per 29 reperiuntur, & ipsæ sunt quæ cõponunt lineam potentẽ in duo medialia, eritq́ a c reliqua irrationalis dicta, quæ iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (sicut præmissa) duplici argumentatione concludes, processum 70 moneo diligenter attendas.

Eucli. ex Zamb. Theorema 60 Propositio 78

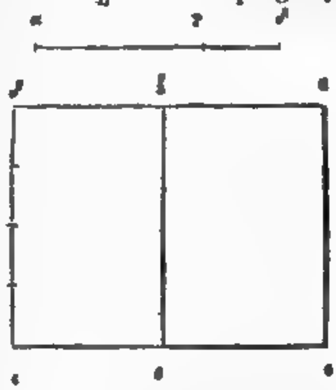
78 Si à recta linea recta linea sublata fuerit potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarũ quadratis medium, quod uero bis sub ipsis medium, insuper ipsarum quadrata incommensurabilia ei quod bis sub ipsis, reliqua irrationalis est, appellatur autem cum medio medium totum efficiens.



THEON ex Zamb. *A recta nanq; linea α β, recta linea auferatur β γ potentia incõmensurabilis subsistens toti, efficiens compositum ex ipsarum α β, β γ, quadratis medium, quod uero sub ipsis α β, β γ, medium, insuper ipsarum α β, β γ, quadrata incommensurabilia ei quod bis sub α β, β γ. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.*

Exponatur

Exponatur rationalis δ ι, & eis quidem quæ ex α β, β γ, æquum ad ipsam δ ι comparetur (per 44 primi) δ ε, latitudinem efficiens δ κ, ei autem quod bis sub α β, β γ, æquum auferatur δ θ, latitudinem efficiens δ ζ, reliquũ igitur ζ ε æquum est ei quod ex α γ, quare α γ potest ipsum ζ ε. Et quoniam compositum ex ipsarũ α β, β γ, quadratis medium est, & ipsi δ ε est æquale, ipsum igitur δ ε medium est. Et ad ipsam δ ι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δ κ, rationalis igitur est (per 22 decimi) δ κ, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub α β, β γ, medium est, & ipsi δ θ æquale, igitur δ θ medium est. Et ad ipsam δ ι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δ ζ, rationalis igitur est δ ζ, & ipsi δ ι longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, et quod bis sub α β, β γ, incommensurabile igitur est & δ ε ipsi δ θ. Sicut autem (per primã sexti) δ ε ad δ θ, sic est & δ κ ad δ ζ. Incommensurabilis igitur est κ δ ipsi δ ζ, & utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur κ δ, δ ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ζ κ. rationalis autem est ζ θ. Quod uero sub rationali & apotome comprehensum rectangulum, irrationale est & illud potens irrationalis est (per 73 decimi.) Ipsum autem ζ ε, potest ipsa γ α. Igitur ipsa γ α irrationalis est, appellatur sane cum medio medium totum efficiens. Quod erat ostendendũ.



CAMPANVS Est autem præmittendum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium.

Si fuerint quatuor quantitates quarum differentia primæ ad secundam sit sicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam sicut secundæ ad quartam.

Intelligendũ est hoc de quãtitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit secunda, sit quoq; tertia maior quarta, cum uero minor, & minor. Exempli gratia sit differentia a ad b, sicut c ad d, dico quod erit a ad c sic b ad d, est enim (per hanc cõmunem animi conceptionem differentia extremorũ, composita est ex differentijs ipsorũ ad media) differentia a, ad c, composita est ex ea quæ est a ad b, & ea quæ est b ad c. At ea quæ est b ad d, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ est b ad c, & ea quæ est c ad d. Et quia ex hypothesi differentia a ad b, sicut c ad d, ea uero quæ est b ad c est cõmunis, sequitur per communem scientiam ut sit a ad c, sicut b ad d. Quod est propositum.



Eucli. ex Camp. *Propositio 74.*

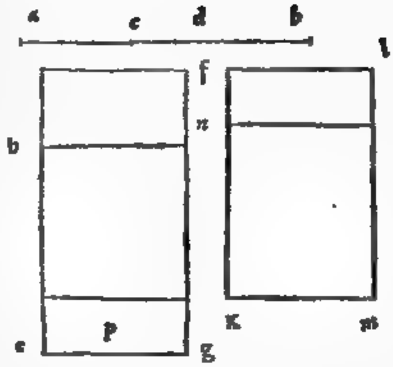
74 NVlla linea nisi una tantũ residuo coniungi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Sit linea a c residuũ, quæ fuerit reliqua, abscisa b c ex a b, eruntq; a b & b c, rationales tantum potentia communicantes ex 68. Dico quod ipsa a c, nulli alij lineæ quam b c poterit componi sub hac diffinitione, neq; maiori b c neq; minori b c. Si autem potest, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quam b c, eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potentia tantum communicantes. Quare ergo ex 7 secundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedunt duplum superficiei unius earum in alteram in quadrato a c, similiter quoq; quadrata duarum linearũ a d & d c pariter accepta, excedunt duplum superficiei unius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem a c, sequitur ex præmisso antecedente ut differentia duorum quadratorũ duarum linearũ a b & b c pariter acceptorũ ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, sit sicut differentia dupli superficiei a b in b c ad duplum superficiei a d in d c. Cum autẽ sint duo quadrata utriusq; sectionis pariter accepta rationale ex hypothesi, duplum uero superficiei unius in alteram portionum utriusq; sectionis mediale per hypothesin, & 16, erit una & eadem differentia duarum superficierũ rationalium & duarum medialium, hoc autem est impossibile, rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficie, ut patet per diffinitionem rationalis superficiei & per 5, medialis autem, non differt a mediali



nisi

nisi irrationali superficie per 12. Hoc autem fit manifestius in figura, sic. Sit enim superficies e f. adiūcta ad lineā e g, æqualis ambobus quadratis duarum superficierum a b & b c pariter acceptis, at g h sit æqualis duplo superficiei unius in alteram. Eritq; f h, æqualis quadrato lineæ a c ex 7 secūdi. Similiter quoque sit k l, adiuncta ad lineā k m, æqualis duobus quadratis duarū linearum a d & d c pariter acceptis, & m n, sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, eritq; ex 7 secundi n l æqualis quadrato lineæ a c ideoq; etiam æqualis h f. Est itaq; differētia e f ad g h, sicut k l ad m n. Quare per antecedens præmissum, erit permutatim differentia e f ad k l (& ipsa sit p) sicut g h ad m n.



Et quia utraque duarum superficierum e f & k l est rationalis, utraque uero duarum superficierum g h & m n medialis, sequitur impossibile, uidelicet, superficiem p esse rationalem & irrationalem.

Eucli. ex Zamb. Theorema 61 Propositio 79

79 **Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potentia tantū toti subsistens commensurabilis.**

THEON ex Zāb. *Sit apotome α β, cōgruēs aūt ei sit β γ, ipsæ igitur α γ, γ β, potentia tantū sunt cōmensurabiles. Dico quod ipsi α β, altera non congruit rationalis potētia tantū subsistens toti cōmensurabilis. Si enim possible, cōgruat, sitq; β δ. Ipsæ igitur α δ, δ β, potētia tātū sunt cōmēsurabiles. Et quoniā (per 7 secūdi) quo excedūt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis sub α δ, δ β, hoc excedūt & quæ ex α γ, γ β, id quod bis sub α γ, γ β, (eodē nāq; id est quod ex α β, utraq; excedūt) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedunt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β eo excedit & id quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β. Sed quæ ex α β, β δ, ea quæ ex α γ, γ β, excedūt rationali, utraq; nāq; rationalia sunt, & quod bis igitur sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β, rationali excedit, quod est impoßibile. Vtraq; nāq; media sunt, & (per 22 decimi) medium nō excedit rationali. Ipsi igitur α β, altera non congruit ratiōalis potentia tantū cōmensurabilis existēs toti. Vna igitur tantū ipsi apotomæ cōgruit, rationalis potentia tantū toti subsistens cōmensurabilis. Quod erat ostendendū.*

Eucli. ex Camp. Propositio 75

75 **Nulla linea nisi una tantum residuo mediali primo coniungi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem.**

CAMPANVS Hæc quoque probabis simili modo. Sint enim in utraq; sectione ambo quadrata pariter accepta. mediale, duplū uero superficiei unius in alterā ratiōale. Et quia ut prius eadē differentia quadratorū unius sectionis ad quadrata alius, quæ est dupli superficiei unius ad duplum superficiei alterius, erit una & eadē superficies differentia duarū medialium & duarum rationalium. Quod est impossibile.

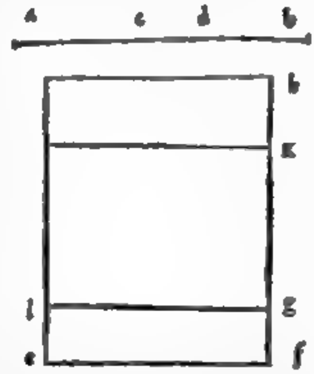
Eucli. ex Zamb. Theorema 62 Propositio 80

80 **Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantum toti subsistens commensurabilis, & cum tota rationale comprehendens.**

THEON ex Zāb. *Esto namq; media apotome prima α β, & ipsi α β, cōgruat β γ, ipsæ igitur α γ, γ β, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles, rōnale cōprehēdētes duo quod sub α γ, γ β Dico quod ipsi α β, altera nō congruit media, toti potētia tantū subsistēs cōmēsurabilis, & cū tota ratiōale cōprehendēs. Si enim poßibile, cōgruat & δ β, ipsæ igitur α δ, δ β, mediæ sunt potētia tantū cōmensurabiles, ratiōale cōprehēdentes quod sub α δ, δ β. Et quoniā (per 7 secūdi) quo excedūt ea quæ ex α δ, δ β, id quod bis sub α δ, δ β, hoc excedūt & que ex α γ, γ β, id quod bis sub α γ, γ β, (eodē etenim rursus excedūt, id est quod ex α β) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedūt quæ ex α δ, δ β, ea quæ ex α γ, γ β, eo excedit & id quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β. At quod bis sub α δ, δ β, id quod bis sub α γ, γ β, excedit rationali, utraque nēpe rationalia. Et que ex α δ, δ β, igitur quadrata, quæ ex α γ, γ β, excedant rationali. Quod est impossibile. Media etenim utraq; & (per 26 decimi,) mediū sane mediū nō excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cōgruit recta linea media, potentia tantū toti subsistēs cōmensurabilis, & cum tota rationale cōprehendens. Quod oportuit demonstrare.*

Eucli. ex Camp. Propositio 76

76 NVlla linea residuo mediali scđ'o cōiūgibilis est, ut sub termino ea rū fiāt, nisi tm̄ quæ ab ea ante sepata erat



CAMP. Sit eñ a c residuū mediale scđm, quæ fuit residua, ascisa b c ex a b, erūtq́ ex 7₄. duæ lineæ a b & b c, mediales potētia tātū cōicātes mediale cōtinētes. Dico qđ ipsa a c, nulli lineæ aliȷ̄ q̄ c b, sub hac diffinitione cōiūgi potest. Sin aūt, cōiūgatur lineæ c d. Sitq́ linea e f rōnalis in lōgitudine, ad q̄ cōniūgatur supficies e h, æqualis quadratis duarū linearū a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearū a d & d c pariter acceptis, à qua abscidatur e g, æqualis quadrato lineæ a c, eritq́ per 7 scđi supficies l h æqualis duplo supficiei a b in b c, & l k p eādē æqualis duplo supficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarū partiū primæ sectiōis sūt mediale, & duplū etiā superficiei mediale incōmēsurabile duob9 quadratis pariter acceptis (quæ nescire diligēs Geometra nō poterit qui positiōes diligēter seruauerit) erit supficies e h medialis, cū ipsa sit æqualis duob9 quadratis pariter acceptis, & supficies l h medialis cū ipsa sit æqualis duplo supficiei unius in alterā, per ₂₄ igitur est utraq; duarū linearū f h & g h, rōnalis in potētia tm̄. Et quia una est incōmēsurabilis aliȷ̄, eo q' superficies e h est incōmēsurabilis superficiei h l sicut duo quadrata duplo superficiei, erit ex 6₁ linea f g residuū. Quare linea f g quæ est residuū, cōponitur lineæ g h ut sint ambæ sub termino earū quæ erāt ante separationē. Similiter quoq; pbabis eandē f g cū linea g k cōponi eadē cōditione, mediātibus superficieb9 e k & k l, quarū prima est æqualis quadratis duarū linearū a d & d c, pariter acceptis, & secūda duplo superficiei unius in alterā, quod est impossibile per 7₄. Et hic modus demōstrationis potest esse cōmunis 7₅ cæterisq; quatuor eā sequentibus. Eucli. ex Zamb. Theorema 61 Propositio 81

81 Mediæ apotomæ secūdæ una tātū cōgruit recta linea media potētia tm̄ toti commēsurabilis & cū tota mediū cōprehēdēs.



THEON ex Zāb. Esto media apotome secūda α β, & ipsi α ϐ, cōgruēs sit ϐ γ. Ipsæ igitur α γ, γ ϐ, mediæ sūt potētia tātū cōmēsurabiles, mediū cōprehēdētes quod sub α γ, γ ϐ. Dico quod ipsi α β, alia nō cōgruit recta linea media, potētia tātū toti subsistēs cōmēsurabilis & cū tota mediū cōprehēdēs. Si enim possibile cōueniat ϐ δ, igitur α δ, & δ β, mediæ sūt potētia tātū cōmēsurabiles, mediū cōprehēdētes quod sub α δ, δ β. Exponaturq; rōnalis ε ζ. Et eis quidē quæ ex α γ, γ ϐ, æquū ad ipsam ε cōparetur (per 44 primi,) ε κ, latitudinē efficiēs ε μ, ei uero quod sub α γ, γ ϐ, æquū auferatur θ κ latitudinē efficiēs θ μ. Reliquū igitur ε λ, (p 7 secūdi) æquū est ei quod ex α ϐ. Quare α ϐ, ipsum pōt ε λ. Rursus itā eis quæ ex α δ, δ ϐ, æquū ad ipsam ε ζ cōparetur (per 44 primi,) ε ι, latitudinē efficiēs ε ι. Est aūt & ε λ. æquū ei quod ex α β, quadrato, reliquū igitur θ ι, (per 7 secūdi) æquū est ei quod bis sub α δ, δ ϐ. Et quoniā ipsæ α γ, γ ϐ, mediæ sūt, media igitur sūt & quæ ex α γ, γ β. & æqualia sunt ipsi ε κ, mediū igitur (per 16 decimi & correlariū 23) est ε κ. Et ad ipsam rationalē ε ζ apponitur, latitudinē efficiēs ε μ, rōnalis igitur est (per 22 decimi,) ε μ. & ipsi ε ζ lōgitudīe incōmēsurabilis, rursus quoniā quod sub α γ, γ ϐ, mediū est, & quod bis sub α γ, γ ϐ, mediū est (per correlariū 23 decimi) & æquū est ipsi θ κ, & θ κ igitur mediū est. Ad ipsam ζ ε rōnalē apponitur, latitudinē efficiēs θ μ, rōnalis igitur est θ μ (per 22 decimi,) & ipsi ε ζ, lōgitudine incōmēsurabilis. Et quoniā α γ, γ ϐ, potētia tātū sūt cōmēsurabiles, incōmēsurabilis igitur est α γ, ipsi γ ϐ, lōgitudine. Sicut aūt α γ, ipsi γ ϐ, sic est (per lēma 21 decimi) quod ex α γ ad id quod sub α γ, γ ϐ. Incōmēsurabile igitur est (per 11 decimi,) quod ex α γ, ei quod sub α γ, γ ϐ. Sed ei quod ex α γ, cōmēsurabilia sūt quæ ex α γ, γ ϐ. Ei aūt quod sub α γ, γ ϐ. cōmēsurabile est quod bis sub α γ, γ β. Incōmēsurabilia igitur sunt q̄ ex α γ, γ ϐ. et quod bis sub α γ, γ β. Eis aūt quæ ex α γ, γ β, æquū est ε κ, ei uero quod bis sub α γ, γ ϐ, æquū est θ κ. Incōmēsurabile igitur est ε κ, ipsi θ κ. Sicut aūt ε κ, ad θ κ, sic est ε μ, ad θ μ. Incōmēsurabilis igitur est ε μ, ipsi θ μ lōgitudine. Et utræq; sunt rōnales. Ipsæ igitur ε μ, μ θ, rōnales sunt potētia tātū cōmēsurabiles. Apotome igitur est ε θ, cōgruēs aūt ei est θ μ. Similiter ostēdemus quod & θ ι, ei cōgruit. Apotome igitur, alia & alia cōgruit recta linea, potētia tantū toti subsistēs cōmēsurabilis, quod (per 79 decimi,) est impossibile. Mediæ igitur apotomæ secūdæ una tantū cōgruit recta linea potētia tantū toti subsistēs cōmensurabilis & cū tota mediū cōprehēdēs quod erat ostēdendū. Eucl. ex Cāp. Propositio 77

77 NVlla linea minori coniungibilis est ut sub termino suo fiant nisi tantum quæ ante sibi absciſionē cōiungebatur.

CAM-

CAMPANVS Intellige quid ſit linea minor quod ſi oblitus es,cõſule 11.& ſine obie/ ctione concludes propoſitum.ſi quemadmodũ in 74 proceſſeris, poterisque ſi libue/ rit,quemadmodum in 76 procedere.

Eucl.ex Zãb. Theorema 64 Propoſitio 82

82 Minori una tantum congruit recta linea potentia toti incommenſura/ bilis ſubſiſtens,efficiens cum tota compoſitum ex earum quadratis ratio/ nale.qu od uero bis ſub ipſis medium.

THEON ex Zamb. *Eſto minor α β,& ipſi α β congruens eſto ε γ, ipſæ igitur β γ,γ ε, potentia ſunt incom menſurabiles,efficientes conflatũ quidẽ ipſarũ quadratis rationale,quod uero bis ſub ipſis mediũ.* Dico quod ipſi α *ε,alia recta linea non congruit efficiens eadem.* Si *enim poſſibile,congruat ε δ,& igitur α δ,δ ε,potentia ſunt incõ/ menſurabiles efficientes quæ ex δ,δ β,quadrata ſimul rationale,quod autẽ bis ſub ipſis α δ δ ε,medium.* Et quoniã *quo excedunt quæ ex α δ,δ ε,ea quæ ex α γ,γ ε,eo excedit & id quod bis ſub α δ,δ β,quod bis ſub α γ,γ ε,quæ aũt ex α δ,δ β,quadrata,ea quadrata*



quæ ex α γ,γ ε,rationali excedunt,utraque enim rationalia,& quod bis igitur ſub α δ,δ β,id quod bis ſub α γ,γ ε, ra tionali excedit,quod (per 26 decimi) eſt impoßibile,utraq; nanque media ſunt Minori *igitur una tantum congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incommenſurabilis,efficiens quæ ex ipſis quadratis ſimul rationale, quod uero bis ſub ipſis medium,quod oſtendere oportebat.*

Eucli ex Camp. Propoſitio 78

78 LInea quæ coniuncta cum rationali facit totum mediale,niſi uni tantum componi non poteſt ut ſub earum termino fiant quæ e/ rant ante ſeparationem.

CAMPANVS Quid ſit linea quæ proponitur,ex 72 didiciſti. Cum ergo de ea uolueris quod per hanc 78 dicitur demonſtrare,à proceſſu 75,in,quo quã non deues,ſed ſicut in 76,ſi te delectauerit,ingenio duce poteris procedere.

Eucli.ex Zamb. Theorema 65 Propoſitio 83

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta li/ nea potentia toti incommenſurabilis ſubſiſtens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipſarũ quadratis medium,quod uero bis ſub ipſis rationale.

THEON ex Zamberto. *Sit cum rationali medium totum efficiens α β,& ipſi α ε congruat ε γ. Ipſæ igitur α γ γ ε,potentia ſunt incommenſurabiles,efficientes conflatum quidem ex ipſarum α γ,γ ε, quadratis mediũ,quod uero bis ſub ipſis α γ,γ ε,rationale.* Dico *quod ipſi α β,alia non congruit eadem efficiens.* S*i enim poßibile,congruat ε δ, & ipſæ igitur α δ,δ ε,rectæ lineæ,potẽtia ſunt incõmenſurabiles,efficiẽtes conflatũ ex ipſarũ α δ,δ ε,quadratis me diũ,quod uero bis ſub ipſis α δ,δ ε,ratiõale.* Quoniã *igitur quo excedunt quæ ex α δ,δ ε,ea quæ ex α γ,γ ε,eo excedit & quod bis ſub α δ,δ ε,id quod*



bis ſub α γ,γ ε,cõſequẽter ut in præcedẽtibus,quod uero bis ſub α δ,δ β,id quod bis ſub α γ,γ ε,excedit rõnali,ratio/ nalia namq; utraque & quæ ex α δ,δ ε,igitur ea quæ ex α γ,γ β,excedunt rationali,quod eſt (per 26) impoßibile,u/ traque enim media ſunt (per 77 decimi.) ipſi igitur α ε,alia non congruit recta linea potentia toti ſubſiſtens incom menſurabilis,& cum tota efficiens conflatum ex ipſarum quadratis medium,quod autem bis ſub ipſis rationale. Ef *ficienti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea,& quæ ſequuntur reliqua.* Quod *erat demonſtrandum.*

Eucli.ex Camp. Propoſitio 79

79 LIneæ quæ iuncta cum mediali facit totũ mediale,niſi una linea tantum iungi nequit ut ſub earum termino fiant quæ erant an/ te ſeparationem.

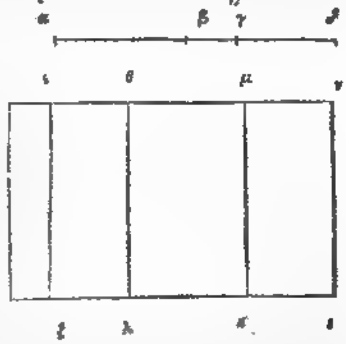
CAMPANVS Huius lineæ quæ iuncta cum mediali componit totũ me diale,magiſtra eſt 73. De qua quod hæc 79 enuntiat concludere cogeris,ſicut de reſiduo mediali ſecundo (quod per 76 enuntiatum eſt) concluſiſti.

Eucli.ex Zamb. Theorema 66 Propoſitio 84.

84. Efficienti cum medio medium totum,una tantum congruit recta linea

potentia incommensurabilis toti subsistens,& cum tota efficiens conflatũ ex ipsarum quadratis medium,& quod bis sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum ex ĳs quæ ab ipsis,ei quod bis sub ipsis.

THEON ex Zãb. *Esto cũ medio mediũ totũ efficiens α β,congruẽs autem illi sit β γ,ipsæ igitur α γ,γ β potentia sunt incommensurabiles,efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ,& quod bis sub ipsis α γ,γ β,mediũ,insuper & quæ ex α γ,γ β,quadrata,incõmensurabilia ei quod bis sub α γ,γ β. Dico quod alia ipsi α β,nõ cõgruit,cũ tota efficiẽs proposita. Quod si poßibile est,congruat β δ,ut & α δ,δ β,potẽtia sunt incõmensurabiles efficiẽtes quæ ex α δ,δ β,quadratis simul mediũ,& quod bis sub ipsis α δ,δ β,mediũ,& insuper quæ ex α δ,δ β,incõmẽsurabilia ei quod bis sub α δ,δ β. Exponaturq́; ratiõalis ε ζ. Et eis quidẽ quæ ex α γ,γ β.æquũ ad ipsam ε ζ,cõparetur (per 45 primi,) ε κ,latitudinẽ efficiẽs ε μ,ei aũt quod bis sub β γ,γ β,æquũ auferatur (per 44 primi) θ κ,latitudinẽ efficiens θ μ. Reliquũ igitur quod ex α β,(per 7 secũdi) æquũ est ipsi ε λ,ipsa igitur α β,ipsum ε λ potest. Rursus eis quæ ex α δ,δ β, æquũ ad ipsam ε ζ cõparetur per 44 primi,) ε ι,latitudinem efficiens ε ν. Est autem quod ex α β, æquum ipsi ε λ. Reliquum igitur quod bis sub α δ,δ β, æquum est ipsi θ ι. Et quoniã conflatum ex ĳs quæ ex α γ β,medium est,ac ipsi ε κ,æquale, medium igitur est & ε κ, Et ad rationalem comparatur ε ζ, latitudinem efficiens ε μ,rationalis igitur est (per 22 decimi ε μ,& ipsi ε ζ,longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub α γ,γ β,mediũ est & ipsi θ κ æquale,medium igitur est θ κ. Et ad ipsam rationalẽ ε ζ apponitur,latitudinem efficiẽs θ μ,rationalis igitur est θ μ,& ipsi ε ζ longitudine incommensurabilis. Et quoniã incõmensurabilia sunt quæ ex α γ,γ β,ei quod bis sub α γ,γ β,incommensurabile igitur est ε κ,ipsi θ κ,incommensurabilis igitur est & ε μ,ipsi μ θ longitudine,& ambæ rationales sunt. Ipsæ igitur ε μ,μ θ,potentia tantũ sunt cõmensurabiles. Igitur ipsa ε θ,apotome est. Congruens autẽ ei,est θ μ. Similiter iam ostendemus quod ε θ,rursus apotome est. congruens autem ei est θ μ. Apotomæ igitur ipsi alia & alia cõgruit potentia tantum toti subsistens commensurabilis,quod (per 79 decimi) impoßibile esse ostendimus. Ipsi igitur α β,alia recta linea non congruit. Ipsi igitur α β,una recta linea tantum congruit,potentia tantum toti subsistens incommensurabilis,& cum tota efficiens quæ ex ipsis quadratis simul medium,& quod bis sub ipsis. Efficiẽti igitur cum medio medium totum,& quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*



Ex Campano. *Residuorum diffinitones.*

1 Si fuerit idem totũ positæ rationali lineæ in lõgitudine commensurabile,quod positum erat,dicetur residuum primum.

2 Si uero linea adiuncta, positæ rationali communicet in longitudine,dicetur residuum secundũ. 3 Quod si fuerit utraq; rationali positæ in longitudine incommensurabilis,uocabitur residuum tertium. 4 Si eadem tota positæ rationali cõmunicet in longitudine,nũcupabitur residuum quartum. 5 Si uero linea adiuncta,positæ rationali,communicet in longitudine,uocabitur residuum quintum. 6 Quod si fuerit utraque rationali positæ in longitudine incommensurabilis,appellatur residuũ sextum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali altera residuo,adiectaq́; ipsi residuo secundũ eius terminum,si fuerit totum compositũ potentius linea adiecta,in quadrato lineæ ipsi toti cõmunicantis in longitudine.

Commune initium trium posteriorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali,altera residuo,adiectaq́; ipsi residuo secundũ eius terminum, si fuerit totum compositũ potentius linea adiecta,in quadrato lineæ ipsi toti incommẽsurabilis in longitudine.

Ex Zam-

Ex Zamberto. *Apotomarum Diffinitiones.*

1 Siquidem tota expositæ rationali longitudine cōmensurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uero congruens commensurabilis fuerit, longitudine expositæ rationali, secunda appellatur apotome. 3 Si autem neutra commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Si quidem tota commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, appellatur apotome quarta. 5 Si uero congruens, quinta. 6 Si autem neutra, sexta.

Commune initium triū priorum diffinitionū.

Supposita rationali & apotomæ, siquidem tota, congruente maius potuerit eo quod fit ex sibi lōgitudine cōmēsurabili

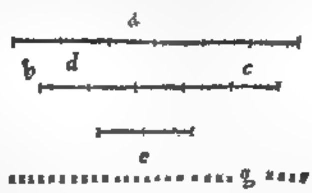
Commune trium initium posteriorum diffinitionum.

Rursus supposita rationali & apotomæ, si tota maius potuerit cōgruente eo quod fit ex sibi longitudine incommensurabili.

Eucli. ex Camp. *Propositio 80*

80 Residuum primum inuestigare.

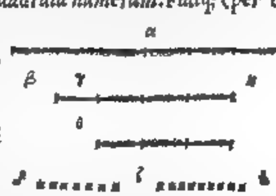
CAMPANVS Ab inuentione omniū specierum residui, facile nos absoluat inuentio per ordinem omnium specierum binomij. Nam in qualibet specie binomiorū si minor portio abscindatur de maiori, linea reliqua erit residuum similis speciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorum quàm residuorum. Proprijs tamen inuentionibus residuorum insistentes: sic inquiramus primum. Sit linea a rationalis posita, cui commensurabilis in longitudine sumatur b c, sitq́ e numerus quadratus diuisus in f non quadratum & in quadratum g. sitque proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, sicut e ad f, eritq́ per ultimam partem septimæ, c d rationalis in potentia tantum. Cum itaque sit c b potentior c d in quadrato lineæ sibi communicantis id longitudine quod patet in explanatione binomij primi, constat ex diffinitione lineam b d esse residuum primum.



Eucli. ex Zamb. *Problema 19* *Propositio 85*

85 Inuenire primam apotomen.

THEON ex Zāb. *Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine commensurabilis esto β κ, rationalis igitur est β κ. Exponanturq́; bini quadrati numeri δ ε, ε ζ, quorum excessus δ ζ non sit quadratus. Igitur (per correlariū 1 lemmatis 28 decimi.) ε δ, ad δ ζ, rationem non habet quam numerus quadratus ad quadratū numerum. Fiatq́; (per correlariū 6 decimi) sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex β κ quadratū ad id quod ex κ γ, quadratū, cōmēsurabile igitur est quod ex β κ, ei quod ex κ γ. Rōnale aūt quod ex β κ, rationale igitur & quod ex κ γ. Rationalis igitur est (per diffinitionem, & κ γ. Et quoniā ε δ ad δ ζ rōnem nō habet quā quadratus nūerus ad quadratū nūerū. neq; igitur quod ex β κ, ad κ γ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Incommensurabilis igitur est β κ ipsi κ γ longitudine, utræque autem sunt rationales. Ipsæ igitur β γ, κ γ, (per 9 decimi) rationales sunt potentia commensurabiles. Igitur ipsa β γ, apotome est (per 73 decimi. Dico quod & prima. Quo namque maius est quod ex β κ, eo quod ex κ γ, sit quod ex θ. Et quoniam sicut ε δ ad δ ζ, sic est quod ex β κ, ad id quod ex κ γ, conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) sicut δ ε, ad ε ζ, sic quod ex κ β ad id quod ex θ, At δ ε ad ε ζ, rationē habet, quā quadratus nūerus ad quadratū numerū, uterq; enim quadratus est. Quod igitur ex κ β, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commēsurabilis igitur est β κ ipsi θ longitudine. & β κ ipsa κ γ maius potest, eo quod ex θ, ipsa igitur β κ ipsa κ γ maius potest eo quod ex sibi longitu-*

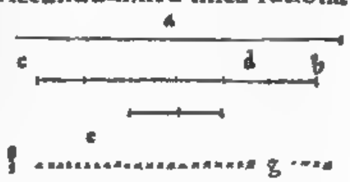


dine commensurabili,estque tota β η, ipsi α expositæ rationali commensurabilis. Igitur (per tertias diffinitiones.) β γ apotome est prima. Inuenta igitur est prima apotome β γ, quod erat agendum.

Eucli. ex Camp. Proposi. 10 81

81 RESiduum secundum patefacere.

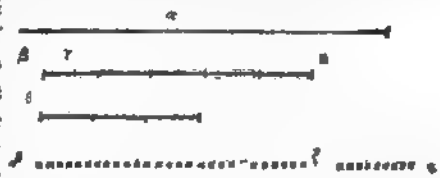
CAMPANVS Ad habendum residuum secundum, sit a linea rationalis posita, eique communicans in longitudine c d, & sit quadratum c d ad quadratum b c, sicut f ad e, eritque b d residuum secundum ex diffinitione. Si dubitas, aut positas non seruas hypotheses, aut binomij secundi repetitione indiges.



Eucli. ex Zãb. Problema 19 Propositio 86

86 Inuenire secundam apotomen.

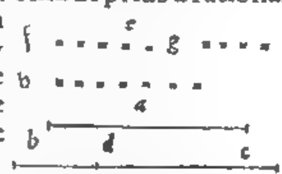
THEON ex Zamb. *Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine commensurabilis esto η γ. Rationalis igitur est η γ. Et exponantur bini numeri quadrati δ ε, & ε ζ, quorum excessus δ ζ non sit quadratus. Fiatque (per correlarium 1 lẽmatis 2 decimi) sicut δ ζ ad δ ε, sic quadratũ quod ex η γ, ad quadratum quod ex η β, cõmensurabile igitur est (per 11 decimi,) quod ex η γ quadratũ, et quod ex η β, quadrato. Rationale autem est quod ex γ η, rationale igitur est quod ex η β. Rationalis igitur est β η. Et quoniã quod ex η γ quadratũ ad id quod ex η β, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmensurabilis igitur est (per 19 decimi) γ η, ipsi η β longitudine, & ambæ sunt rõnales. Ipsæ igitur γ η, η β, rõnales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Igitur (per 73) β γ apotome est. Dico quod & secũda. Quo etenim maius est quod ex β η, eo quod ex η γ, esto quod ex θ. Quoniam igitur est (per correlariũ 6 decimi,) sicut quod ex β η, ad id quod ex η γ, sic est ε δ numerus ad δ ζ, numerum, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti.) est sicut quod ex β η, ad id quod ex θ, sic est δ ε, ad δ ζ, & uterque ipsorum δ ε, δ ζ, quadratus est, quod igitur ex β η, ad id quod ex θ, per 9 decimi, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commensurabilis igitur est β η, ipsi θ, & β η, ipsa η γ, maius potest, eo quod ex θ. Igitur β η, ipsa η γ, maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili. Et congruens est γ η, commensurabilis longitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ per tertias diffinitiones) secunda est apotome. Inuenta est igitur secunda apotome β γ. Quod facere oportebat.*



Eucli. ex Camp. Proposit. o 82

82 RESiduum tertium perscrutari.

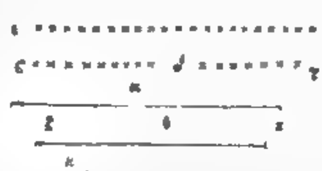
CAMPANVS Residuum tertium sic habetur. Posita ut prius a rationali numeróque e quadrato diuiso in f non quadratum & g quadratũ, assumptoque h numero primo, sit quadratum lineæ a ad quadratum lineæ b c, sicut h ad e, sitque quadratum lineæ b c ad quadratũ lineæ c d, sicut e ad f, eritque ex diffinitione (de quo si hæsitas consule binomium tertium) linea d b, residuum tertium.



Eucli. ex Zamb. Problema 20 Propositio 87

87 Inuenire tertiam apotomen.

THEON ex Zamb. *Exponatur rationalis α, explicentur tres numeri ε, β γ, γ δ, rationem adinuicem nõ habentes quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Ipse autẽ β γ, ad δ β rationem habeat, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatque (per correlariũ 6 decimi,) sicut ε ad β γ, sic quod ex α quadratũ ad id quod ex ζ η, quadratũ, sicut uero β γ ad γ δ, sic quod ex ζ η, quadratũ ad id quod ex η θ. Quoniam igitur est sicut ε ad β γ, sic quod ex α, quadratũ ad id quod ex ζ η quadratũ, quod igitur ex α, quadratũ et quod ex ζ η quadrato est cõmensurabile. Quadratũ autẽ ex α, ratiõale est, rationale igitur est & quod ex ζ η, rationalis igitur est ζ η. Et quoniã ε, ad β γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neque igitur quod ex α, quadratũ, ad id quod ex ζ η, quadratum rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α, ipsi ζ η longitudine. Rursus quoniã est sicut β γ ad γ δ sic quod ex ζ η, quadratũ ad id quod ex η θ, cõmensurabile igitur est quod ex ζ η, et quod ex η θ. Rationale autem est quod ex ζ η, rationale igitur quod ex η θ, rationalis igitur est η θ. Et quoniam β γ, ad γ δ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ζ η ad id quod ex η θ, rationẽ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est ζ η ipsi η θ longitudine. Et utræque sunt rationales, ipsæ igitur ζ η, η θ, rationales sunt, potentia tantũ cõmensurabiles. Apotome igitur*



ζθ (per 73 decimi.) Dico quod & tertia. Quoniã enim enim est sicut ε ad βγ, sic quod ex α, quadratũ ad id quod ex ζη quadratũ, sicut aũt βγ, ad γδ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, ex æquali igitur (per 22 quinti,) sicut ε ad γδ, sic quod ex α ad id quod ex θη. Sed ε ad γδ rationẽ nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Neq; igitur quod ex α, ad id quod ex ηθ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est α ipsi ηθ lõgitudine. Neutra igitur ipsarum ζη, ηθ, cõmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nẽpe maius est quod ex ζη eo quod ex ηθ, esto id quod ex κ. Quoniã igitur est sicut βγ ad γδ, sic est quod ex ζη, ad id quod ex ηθ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) est sicut βγ ad βδ, sic est quod ex ζη quadratũ ad id quod ex κ. At βγ, ad βδ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, & quod ex ζη, igitur ad id quod ex κ rationem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, commensurabilis igitur est ζη, ipsi κ longitudine. Et ζη, ipsa ηθ maius potest, eo quod ex κ, ipsa igitur ζη, ipsa ηθ, maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Et neutra ipsarum ζη, ηθ, cõmensurabilis est lõgitudine ipsi α expositæ rationali. Igitur (per 3 diffinitiões) ζθ, apotome est tertia. Inuenta igitur est tertia apotome, quod erat agendũ. Eucl. ex Camp. Propositio 83

83 **R**Esiduum quartum inuenire.

CAMPANVS Hic (sicut in inuentione residui primi) sit linea b c, cõmunicans lineæ a ratiõali positæ, numerus autẽ e quadratus, sit diuisus in f & g, quorũ sit uterque nõ quadratus, sitq; quadratũ lineæ b c, quadratũ lineæ d c, sicut e ad f, & scies ex diffinitione, lineam d b esse residuum quartũ, si eorũ quæ in inuentione binomij quarti didiceras, oblitus nõ fueris. Eucl. ex Zãb. Problema 21 Propositio 88



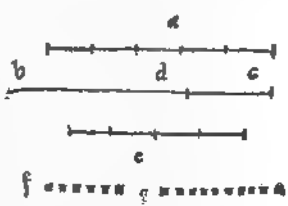
88 Inuenire quartam apotomen.

THEON ex Zãb. Exponatur rõnalis α, & ei lõgitudine cõmẽsurabilis esto βη, rõnalis igitur est & βη. Exponaturq; (per lẽma secũdũ 28 decimi) bini nũeri δζ, ζε, ut totus δε ad utrũq; ipsorũ δζ, ζε, rõnem nõ habeat quã quadratus nũerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6) sicut δε ad εζ, sic quod ex βη quadratũ, cõmẽsurabile igitur est (per correlariũ 11 decimi) quod ex βη, ei quod ex ηγ. Rõnale aũt est id quod ex βη, rõnale igitur & quod ex ηγ. rõnalis igitur est (per 7 diffinitionẽ decimi,) & ηγ. Et quoniã δε ad εζ, rõnem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex βη ad id quod ex ηγ rationẽ habet, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi,) βη, ipsi ηγ lõgitudine. Et utræq; rõnales sunt. ipsæ igitur βη, ηγ, rõnales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Apotome igitur est βγ. Dico quod & quarta. Quo nempe maius est quod ex βη, eo quod ex ηγ, esto (per lẽma 13 decimi.) quod ex θ. Quoniã igitur est sicut δε, ad εζ, sic est quod ex βη, ad id quod ex ηγ, & cõuertẽdo igitur (per correlariũ 19 quinti,) sicut εδ, ad δζ, sic quod ex ηβ, ad id quod ex θ. Sed εδ, ad δζ, rationẽ nõ habet quã quadratus nũerus ad quadratũ nũerũ, neq; igitur quod ex ηβ ad id quod ex θ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommẽsurabilis igitur est (per 9 decimi) βη, ipsi θ lõgitudine, & βη, ipsa ηγ, maius potest, eo quod ex θ, ipse igitur βη, ipsa ηγ maius potest, eo quod ex sibi incõmensurabili, estq; tota βη, cõmensurabilis lõgitudine ipsi α rationali expositæ. Ipsa igitur βγ, (per 3 diffinitiones) apotome est quarta. Inuenta igitur est quarta apotome, quod faciẽdũ erat. Eucl. ex Cãp. Propositio 84



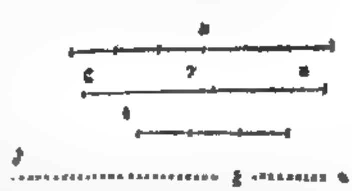
84 **R**Esiduum quintum demonstrare.

CAMPANVS Cum residuũ quintũ inuenire libuerit, erit linea c d communicans lineæ a rationali positæ in lõgitudine, sicut erat in inquisitione secũdi, & erit quadratus numerus e diuisus in f & e, quorum neuter quadratus sicut in præmissa, erit quadratũ lineæ c d ad quadratũ b c, sicut f ad e, ex quibus à diffinitione cõcludere licet (habita sufficiẽti notitia binomij quinti) lineã d b esse residuũ quintũ. Eucl. ex Zãb. Theorema 21 Propositio 89



89 Inuenire quintam apotomen.

THEON ex Zamb Exponatur ratiõalis α, & ipsi α lõgitudine cõmensurabilis esto γη, rõnalis igitur est γη. Exponaturq; (per secundũ lemma 28 decimi.) bini numeri δζ, ζε, ut δε ad utrũq; ipsorũ δζ, ζε, rationẽ rursus non habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) sicut ζε, ad εδ, sic quod ex ηγ ad id quod ex ηβ, cõmensurabile (per 11 decimi,) igitur est quod ex γη, ei quod ex βη. Rationale autem est quod ex γη, rationale & quod ex ηβ, rationalis igitur est βη. Et quoniam est sicut δε, ad εζ, sic est quod ex βη ad id quod ex ηγ, at δε, ad εζ, rationẽ nõ habet quã nũerus quadratus ad quadratum numerũ, neq; igitur quod ex βη ad id quod ex ηγ rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) βη ipsi ηγ, lõgitudine. Et utræq; sunt rõnales. Ipsæ



igitur βη, ηγ, rationales sunt potentia tantum cōmēsurabiles. Igitur βγ, apotome est per 73 decimi. Dico quod & quinta. Quo nāque maius est id quod ex βη, eo quod ex ηγ, esto id quod ex θ. Quoniā igitur est sicut quod ex βη, ad id quod ex ηγ sic est δε ad εζ, cōuertēdo igitur (per correlariū 19 quinti) est sicut εδ, ad δζ, sic quod ex βη, ad id quod ex θ. At εδ, ad δζ, rationē nō habet quàm quadratus numerus ad quadratū numerum, neque igitur quod ex βη, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmensurabilis (igitur per 9 decimi) βη, ipsi θ, longitudine. Ipsaq́; ηβ, ipsa ηγ, maius potest eo quod ex θ. Ipsa igitur ηβ, ipsa ηγ maius potest, eo quod ex sibi longitudine incommensurabili, & congruens est longitudine commensurabilis ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur βγ, apotome est quinta. Inuenta igitur est apotome quinta. Quod ostendendum fuerat.

Eucli. ex Camp. Propositio 85

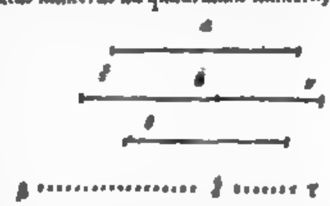
85 **R**Esiduum sextū demum præsto sit repetire.

CAMPANVS Residuum sextum sic reperitur. Erit ut prius linea a rationalis posita, & c numerus quadratus diuisus in f & g non quadratos. & erit h numerus primus. Et quadratū lineæ a ad quadratum lineæ b c, sicut h ad e. at uero quadratū lineæ b c. quadratū c d, ut e ad f, eritq́; ex diffinitione linea d b. residuum sextum. Cui si non plane animus tuus assenserit, exerceri te conuenit in inuentione binomij sexti.



90 Inuenire sextam apotomen.

THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α, & tres numeri ε, βγ, γδ, rationem non habentes adinuicem quā quadratus numerus ad quadratum. Insuperq́; & βγ, ad βδ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq́; (per correlarium 6 decimi) sicut ε ad βγ, sic quod ex α ad id quod ex ζη, sicut autē βγ ad γδ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ. Quoniam igitur est sicut ε ad βγ, sic est quod ex α ad id quod ex ζη, cōmensurabile igitur est (per 6 decimi,) quod ex α ei quod ex ζη, rationale autē quod ex α rationale igitur est & id quod ex ζη, rationalis igitur est & ζη. Et quoniā ε ad βγ rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex α ad id quod ex ζη, rationē nō habet quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi ζη longitudine. Rursus quoniā est sicut βγ, ad γδ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, commensurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζη, ei quod ex ηθ, rationale autē est quod ex ζη, rationale igitur est, & quod ex ηθ, rationalis igitur & ηθ. Et quoniā βγ ad γδ rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū, neque igitur quod ex ζη, ad id quod ex ηθ, rationem habet quā quadratus numerus ad quadratum numerum, incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi,) ζη, ipsi ηθ longitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur ζη, ηθ, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Igitur ζθ apotome est. Dico iam quod & sexta. Quoniam enim est sicut ε ad βγ sic quod ex α ad id quod ex ζη, sicutq́; βγ ad γδ sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut ε ad γδ, sic quod ex α ad id quod ex ηθ. At ε ad γδ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Neque igitur quod ex α, ad id quod ex θη, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α, ipsi ηθ lōgitudine, & neutra ipsarū ζη, ηθ, cōmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nempe maius est quod ex ζη, eo quod ex ηθ, esto quod ex κ. Quoniam enim est sicut βγ ad γδ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, conuertēdo igitur (per correlarium 19 quinti) est sicut βγ ad βδ sic est quod ex ζη, ad id quod ex κ. At γβ, ad βδ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ζη, ad id quod ex κ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū. Incōmensurabilis igitur est ζη ipsi κ longitudine. Et ζη, ipsa ηθ maius potest, eo quod ex κ. Igitur ζη, ipsa ηθ maius potest eo quod est sibi longitudine incōmensurabili, & utraque ipsarū ζη, ηθ, incommensurabilis est lōgitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur ζθ, apotome est sexta. Inuenta igitur est apotome sexta ζθ, quod erat agendum.



Sit prædictarum sex apotomarum inuentionis ostensio concisior. Deturq́; ut inueniatur prima. Exponatur ex binis nominibus prima αγ, cuius maius nomen sit αβ, & ab ipsa quidem αβ, auferatur ipsi quidem βγ, æqualis βδ. Ipsæ igitur αβ, βγ, hoc est αβ, βδ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & αβ, ipsa βγ, hoc est ipsa βδ, maius potest, eo, quod ex sibi incommensurabili. & αβ commensurabilis est expositæ rationali longitudine. Igitur αδ prima est apotome. Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus eas quæ ex binis nominibus in numeros exponentes.*



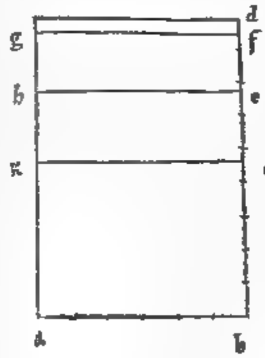
* *ἰσαρίθμων pari numero, id est eiusdem ordinis*

Eucli. ex Camp. Propositio 86

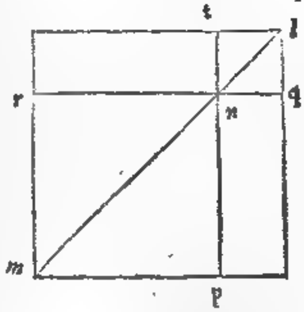
86 **S**I fuerit superficies linea rationali residuo primo contenta. latus eius tetragonicum necesse est esse residuum.

CAMPANVS. Sit superficies a c contenta linea rationali a b & residuo primo

mo b c, dico latus tetragonicum superficiei a c, esse residuum. Adiungatur enim ad lineam b c, linea c d, sitq; illa cuius detractione b c fuit residuum primum. Eritq; ex diffinitione b d rationalis ex longitudine, & c d in potentia tãtum, b d quoque erit potẽtior d c, in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e, & tota b d diuidatur ea conditione in f, quod inter b f & f d sit e d medio loco proportionalis, eritq; ex secunda parte 18 b f communicans in longitudine f d, per 9 igitur utraque earum cõmunicat cũ tota linea b d, quare per diffinitionẽ ambæ sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h, & c k, æquidistantes a b, critq; per 19 utraque duarum superficierum a f & g d, rationalis. Sit quadratũ ergo l m, æquale superficiei a f. eritq; rationale, & latus eius rationale in potentia. In tra illud quadratũ protracta diagonali linea l m, describatur quadratum l n, æquale superficiei g d, erit que ipsum rationale, & eius latus ratiõale in potẽtia. protrahantur autem duæ lineæ m p, q n, æquidistanter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratũ p r esse æquale superficiei a c, & eius latus quod est n p est residuum.



Cum enim linea d e sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter b f & f d, erit ex prima sexti superficies h d medio loco proportionalis inter duas superficies a f & g d, ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cũq; ex prima sexti sit superficies l p medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata, erit l p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratum l n est æquale g d, erit t r æquale g e, totus itaque gnomo circũscriptus quadrato m n, est æqualis c g. Et quia l m erat æquale a f, relinquitur m n æquale a c. Quod autem n p latus quadrati m n sit residuũ, sic collige. Est enim utraque duarũ p t & t n rationalis in potentia, eo quod utrunque quadratum l m & n l est rationale, unáque earum est incommensurabilis alij per primam sexti & 10 huius, eo quod quadratum l m est incommensurabile l r superficiei, sicut superficies a f superficiei h d. De quibus manifestum est quod ipsæ sunt incommensurabiles, est enim per primã sexti una earum ad alteram, sicut linea b f quæ est rationalis in longitudine ad lineam d e quæ est rationalis in potentia tantum, ex 55 igitur linea p n, quæ potest in superficiem a c, est residuum. Et hoc est quod intendimus.

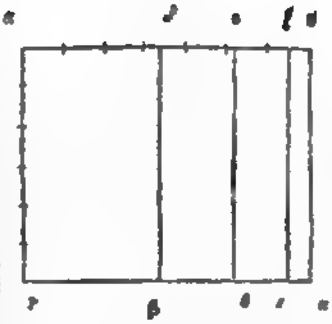


Eucl. ex Zamb. *Theorema 67* *Propositio 91*

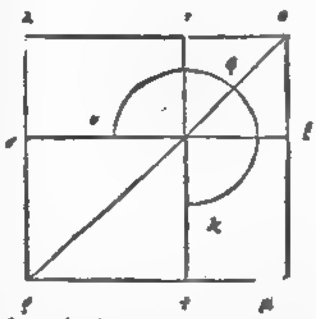
91 Si areola comprehendatur sub rationali & apotome prima, quæ areolã potest apotome est.

THEON *ex Zamb.* *Cõprehendatur etenim areola α β, sub rationali α γ, & apotome prima α δ. Dico quod ipsam α β areolã potens, apotome est. Quoniã apotome est α δ, esto eidẽ cõgruens (per 79 decimi) δ κ. Ipsæ igitur α κ, δ κ, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles. & tota α κ, (per 3 diffinitiones) commensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali, & α κ, ipsa κ δ, (per 73 decimi,) maius potest eo quod ex sibi lõgitudine commensurabili. Si igitur (per 28 sexti) quartæ parti eius quod ex δ κ æquũ ad ipsam α κ cõparetur deficiẽs forma quadrata, in cõmẽsurabilia ipsam (per 17 decimi) diuiserit. Secetur (per 10 primi) δ κ bifariã in ε, & ei quod ex ε κ, æquũ ad ipsam α κ cõparetur (per 28 sexti,) deficiẽs forma quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ κ, cõmẽsurabilis igitur est α ζ, ipsi ζ κ. Et per ε, ζ, κ, signa, (per 31 primi) ipsi α γ, paralleli excitẽtur ε θ, ζ ι, κ λ. Et quoniã cõmensurabilis est α κ ipsi ζ κ, longitudine, & α κ igitur utriq; ipsarũ α ζ, ζ κ, cõmensurabilis est lõgitudine. Sed α κ cõmensurabilis est ipsi α γ, & utraque igitur ipsarum α ζ, ζ κ, commensurabilis est longitudine ipsi α γ, & rationalis est α γ, rationalis igitur est & utraq; ipsarum α ζ, ζ κ, quare & utrunque ipsorum α ι, ζ λ, rationale est. Et quoniam commensurabilis est δ ε, ipsi ε κ, & δ κ, igitur utriq; ipsarũ δ ε, ε κ, lõgitudine cõmensurabilis est. Rationalis aũt est δ κ, & ipsi α γ lõgitudine incõmensurabilis, ratiõalis igitur est & utraq; ipsarũ δ ε, ε κ, & ipsi α γ, lõgitudine incõmensurabilis, utrũq; igitur ipsorũ δ θ, ε λ, mediũ est. Apponatur itã, ipsi quidẽ α ι, æquũ quadratũ λ μ, ipsi autẽ ζ λ, æquum auferatur communẽ ipsi λ μ angulum habẽs eũ qui sub λ ο, ο ν, sitq; ν ξ, circa eundem igitur dimetientẽ sunt (per 26 sexti,) ipsa λ μ, ν ξ, quadrata, sit eorũ dimetiens ο ρ, ac describatur figura. Quoniã certe rectangulum cõprehensum sub α ζ, ζ κ, æquum est ei quod ex ε κ, quadrato,*

est



est igitur (per 17 sexti) sicut α ζ ad ε κ, sic ε κ ad ζ κ. Sed sicut quidem α ζ ad ε κ, sic (per 1 sexti,) α ι, ad α ε κ, sicut autẽ ε κ ad ζ κ, sic est ε κ, ad κ ζ. Ipsorum igitur α ι, κ ζ, medium proportionale est ε κ, est autem ipsorum λ μ, ν ξ, medium proportionale, ν μ, sicut in præcedentibus patuit (per lemma 55 decimi,) & α ι, ipsi quidem λ μ quadrato æquum est, at κ ζ, ipsi ν ξ, & ε κ igitur, ipsi μ ν est æquale, Sed ε κ, (per 36 primi) ipsi δ θ est æquale, & μ ν, ipsi λ ξ Igitur δ κ, æquum est ipsi υ φ χ, gnomoni, & ipsi ν ξ. Est autẽ & α κ æquū ipsis λ μ, ν ξ, quadratis. Reliquū igitur α β, (per 45 primi) æquū est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν quadrato, Quod igitur ex λ ν quadratũ, ipsi α β, æquū est. Ipsa igitur λ ν, ipsam α β areolam potest. Dico quod & λ ν apotome est. Quoniã enim rõnalia sunt α ι, ζ κ, & æqualia sunt ipsis λ μ, ν ξ, & utrũ igitur ipsorũ λ μ, ν ξ, rationale est, hoc est quod ex utraq; ipsarũ λ ο, ο ν, & utraq; igitur ipsarũ λ ο, ο ν, rõnalis est. Rursus quoniã δ θ mediũ est, & ipsi λ ξ, est æquale mediũ igitur est λ ξ. Et quoniã λ ξ mediũ est, & ν ξ rõnale, incõmẽsurabile igitur est λ ξ, ipsi ν ξ. Sicut autẽ λ ξ ad ν ξ, sic est λ ο ad ο ν. Incõmẽsurabilis igitur est (per 11 decimi) λ ο, ipsi ο ν longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur λ ο, ο ν, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi,) λ ν & ipsam α β areolam potest. Quæ igitur ipsam α β areolam potest apotome est. Si areola igitur cõprehẽdatur sub rationali & apotome prima, quæ areolam potest apotome est. Quod erat ostendendum.



Eucl. ex Zamb. Propositio 87

SI superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo contineatur, linea in eandem potens erit residuum mediale primum.

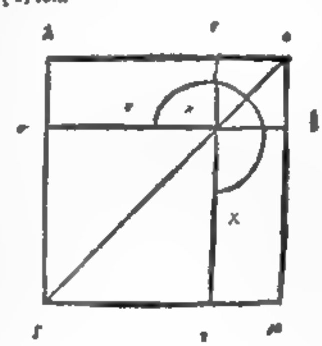
CAMPANVS In hac quoque argue sicut in præmissa ex diffinitione residui secundi & secunda parte 11 & nona & decimanona & 15 & 69.

Eucl. ex Zãb. Theorema 65 Propositio 92

92 Si areola comprehensa fuerit sub rationali & apotome secunda quæ areolam potest mediæ apotomæ est prima.



THEON ex Zamb. Areola namque α β, cõprehendatur sub rationali α γ, & secunda apotomæ α δ. Dico quod quæ α β, areolam potest, mediæ apotome est prima. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α δ congruens δ κ. Ipsæ igitur α κ, κ δ, rationales sunt potentia tantũ commensurabilis (per 3 diffinitiones,) & ipsa δ κ, congruens, cõmensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali, ipsa uero α κ tota ipsa congruente κ δ maius potest eo quod ex sibi commẽsurabili, Quoniã igitur ipsa α κ plus quàm κ δ potest eo quod ex sibi commensurabili longitudine. Si igitur quartæ parti eius quod ex κ δ, æquū ad ipsam α κ. cõparetur (per 28 sexti) forma deficiens quadrata, ipsam dirimet in commensurabilia (per 17 decimi. Secetur (per 10 primi) nẽpe δ κ, bifariam in ε, & ei quod ex ε κ, æquum ad ipsam α κ, cõparetur forma deficiẽs à quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ κ, commensurabilis igitur est α ζ, ipsi ζ κ, longitudine. Et per ipsa ε, ζ, κ. signa, (per 31 primi) ipsi α γ, paralleli excitentur ε θ, ζ ι, κ λ. Et quoniam (per 15 decimi,) α ζ ipsi ζ κ, longitudine commensurabilis est, & α κ igitur utriq; ipsarum α ζ, ζ κ, longitudine cõmensurabilis est. Rationalis autem est α κ, & ipsi α γ, longitudine incõmẽsurabilis, & utraq; igitur ipsarũ α ζ, ζ κ, ratiõalis est, & ipsi α γ lõgitudine incommensurabilis, utrũq; igitur ipsorũ α ι, ζ λ, medium est. Rursus quoniam commensurabilis est δ ε ipsi ε κ, & δ κ, igitur (per 6 decimi, & per 15 decimi) utrique ipsarũ δ ε, ε κ, cõmensurabilis est. Sed δ κ, ipsi α γ longitudine commensurabilis est. Rationalis igitur est utraque ipsarũ δ ε, ε κ, & ipsi α γ lõgitudine cõmensurabilis, igitur & utrũq; ipsorum δ θ, ε λ, (per 19 decimi, rationale est. Constituatur ergo (per 14 secundi) ipsi quidẽ α ι æquum quadratum λ μ, ipsi autẽ ζ λ æquū auferatur ν ξ, circa eundẽ existens angulũ ipsi λ μ qui sub λ ο μ. Circa eũdem igitur dimetientem sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata. Esto (per 25 sexti) ipsorum dimetiens ο ρ, & describatur figura Quoniã nempe ipsa α ι, ζ λ, media sunt, & adinuicem cõmensurabilia, & eis quæ ex λ ο, ο ν, sunt æqualia. & quæ igitur ex λ ο, ο ν. media sunt, & ipsæ λ ο, ο ν, igitur mediæ sunt potentia tantũ commensurabiles. Et quoniam quod sub α ζ, ζ κ,



æquũ est ei quod ex ι υ, est igitur sicut α ζ, ad ι υ, sic ι υ, ad ζ υ. Sed sicut quidẽ α ζ ad ι υ. sic α ι, ad ι υ, sicut aũt ι υ, ad ζ υ, sic ι υ, ad ζ υ. Ipsorũ igitur α ι, ζ υ. mediũ proportiõale est ι υ. Sed ipsorũ λ μ, ν ξ. quadratorũ, mediũ proportiõale est (per lẽma 53 decimi,) μ ν, & α ι quidẽ æquũ est ipsi λ μ, & ζ υ ipsi ν ξ. Igitur μ ν, ipsi ι υ, æquũ est, Sed ipsi quidẽ ι υ, æquũ est δ θ, at μ ν, ipsi λ ξ (per 36 primi) est æquale. Totũ igitur δ υ. æquũ est ipsi ν φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ. Quoniã ergo totũ α υ, æquũ est ipsis λ μ, ν ξ, quorũ δ υ æquũ est ipsi ν φ χ gnomoni & ipsi ν ξ, reliquũ igitur α β ipsi σ τ, est æquale. Hoc est, ei quod ex λ ν: quod igitur ex λ ν, ipsi α β, areolæ æquum est, ipsam igitur α β areolam, ipsa λ ν potest. Dico quod λ ν mediæ apotomæ est prima. Quoniã enim ι υ rationale est, & ipsi ν μ æquale hoc est ipsi λ ξ, rationale igitur est λ ξ, hoc est id quod sub λ ο, ο ν, (per constructionem.) Ostensum autem est, quod ν ξ medium est. Igitur λ ξ. ipsi ν ξ, est incommensurabile. Sicut autẽ λ ξ ad ν ξ, sic λ ο, ad ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, lõgitudine sunt incõmensurabiles. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes. Ipsa igitur λ ν. mediæ apotomæ est prima (per 74 decimi.) Et ipsam α β potest areolã. Igitur quæ ipsam α β areolã potest, mediæ apotomæ est prima. Si areola igitur comprehensa fuerit, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 88

88 **S**I linea rationali residuoq; tertio superficies contineatur, erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

CAMPANVS Priori demonstrationi insiste. & facile concludes propositũ ex diffinitione residui tertij & secunda parte 15 & 9 & 19 & 70.

Eucli. ex Zamb. Theorema 69 Propositio 93

93 Si areola comprehendatur sub rationali & apotome tertia, quæ areolã potest mediæ apotomæ est secunda.

THEON ex Zamb. Areola enim α β, comprehendatur sub rationali α γ, & apotome tertia α δ. Dico quod quæ ipsam α β, areolã potest, mediæ apotomæ est secunda. Esto enim (per 79 decimi,) ipsi α δ congruens δ κ ipsæ igitur α κ, κ δ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, & neutra ipsarum α κ, κ δ, ipsi α γ, expositæ rationali cõmensurabilis est longitudine. At (per 57 decimi, tota α κ, ipsa δ κ, cõgruente maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Si igitur quartæ parti eius quod ex δ κ, æquũ ad ipsam α κ, apponatur forma deficiens quadrata, in incommẽsurabilia (per 18 decimi) ipsam diuiserit. Secetur (per 10 primi.) nẽpe δ κ bifariã in ε, & (per 28 sexti) ei quod ex ε κ, æquũ ad ipsam α κ. cõparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ κ. Excitẽturq; (per 31 primi) per ε, ζ, κ, signa, ipsi α γ, paralleli ε θ, ζ ι, κ λ, cõmensurabiles igitur sunt α ζ, ζ κ. cõmensurabile igitur est & α ι ipsi ζ λ. Et quoniã α ζ, ζ κ, cõmẽsurabiles sunt lõgitudine, & α κ, igitur (per parabolẽ) utriq; ipsarũ α ζ, ζ κ, cõmensurabilis est lõgitudine. Rationalis autẽ est α κ, & ipsi α γ, longitudine incommensurabilis, & utraque igitur ipsarũ α ζ, ζ κ, rationalis est, & ipsi α γ, lõgitudine incommensurabilis, & utrũque igitur ipsorũ α ι, ζ λ, (per 21 decimi,) medium est. Rursus quoniam cõmensurabilis est δ ε ipsi ε κ, lõgitudine, & δ κ, igitur utriq; ipsarũ δ ε, ε κ, lõgitudine cõmẽsurabilis est (per 16 decimi.) Rationalis autẽ est κ δ, & ipsi α γ, lõgitudine incõmẽsurabilis, rationalis igitur est & utraq; ipsarũ δ ε, ε κ. & ipsi α γ, lõgitudine incõmensurabilis. Vtrũq; igitur ipsorũ δ θ, ε λ, (per 21 decimi,) mediũ est. Et quoniã α κ, κ δ. potentia tantum sunt cõmensurabiles, incõmensurabilis igitur est longitudine α κ, ipsi κ δ. Sed α κ. ipsi quidẽ α ζ longitudine cõmensurabilis est, & δ κ. ipsi ε κ. incõmensurabilis igitur est α ζ, ipsi ε κ longitudine. Sicut aũt α ζ, ad ε κ, sic α ι ad ε λ, incõmẽsurabile igitur est α ι, ipsi ε λ. Cõstituatur igitur (per 14 secũdi,) ipsi quidẽ α ι æquũ quadratũ λ μ, ipsi aũt ζ λ, æquũ auferatur ν ξ, circa eundẽ existẽs angulũ cũ μ λ. Circa igitur eundẽ dimetientẽ, sunt λ μ, & ν ξ, esto (per 26 sexti) ipsorũ dimetiens ο ρ, describaturq; figura. Quoniam igitur quod sub α ζ, ζ κ, æquũ est ei quod ex ε κ. est igitur (per 17 sexti) sicut α ζ, ad ε κ, sic ε κ ad ζ κ. Sed sicut quidem α ζ ad ε κ, sic est α ι ad ε λ, sicut autem ε κ ad ζ κ. sic est ε λ, ad ζ λ, & sicut igitur α ι ad ε λ, ita ε λ ad ζ λ. Ipsorũ igitur α ι, ζ λ, mediũ proportionale est ε λ, est autẽ (per lẽma 53 decimi,) ipsorũ λ μ, ν ξ, quadratorũ, mediũ proportionale μ ν, & α ι, æquũ est ipsi λ μ, & ζ λ, ipsi ν ξ. Et ε λ igitur, æquũ est ipsi μ ν. Sed μ ν. ipsi λ ξ, est æquale, & ε λ, ipsi δ θ, æquum est (per 26 primi, & totũ igitur, δ λ, æquũ est ipsi ο φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ. Est aũt & α λ. æquũ ipsis λ μ, ν ξ. reliquũ igitur α β, æquũ est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν quadrato. Igitur ipsa λ ν, ipsam α β. areolã potest. Dico iam quod λ ν mediæ apotomæ est secũda. Quoniã enim ostẽsum est quod α ι, ζ λ, media sũt & æqualia eis quæ ex λ ο, ο ν, mediũ igitur est (per correlarium 23 decimi, & utrũq; ipsorũ quæ ex λ ο, ο ν, media igitur est utraq; ipsarũ λ ο, ο ν. Et quoniam α ι ipsi ζ λ, cõmẽsurabile est, igitur quod ex λ ο, ei quod ex ο ν, cõmẽsurabile est. Rursus quoniã ostẽsum est quod α ι, ipsi ε λ incõmẽsurabile est, incõmẽsurabile igitur est λ μ ipsi μ ν, hoc est quod ex λ ο, ei quod sub λ ο, ο ν, quare & λ ο, incõmẽsurabilis est lõgitudine ipsi ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Dico iã quod & mediũ cõprehẽdunt. Quoniã patuit quod ε λ, mediũ est, & ei est æquale quod sub λ ο, ο ν, mediũ igitur (per correlariũ 23 decimi.) est & quod sub λ ο, ο ν. Quare ipsæ λ ο, ο ν, mediæ sunt potentia tantũ commensurabiles medium comprehendentes. Ipsa igitur λ ν mediæ apotomæ est secunda (per 75 decimi,) & ipsam potest α β. Quæ igitur ipsam α β. areolam potest, mediæ apotomæ est secũda. Quod ostendere oportuit.



Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 89

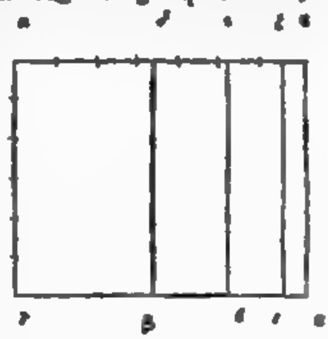
89 SI fuerit superficies linea rationali residuoq; quarto contenta, linea super eam potens erit linea minor.

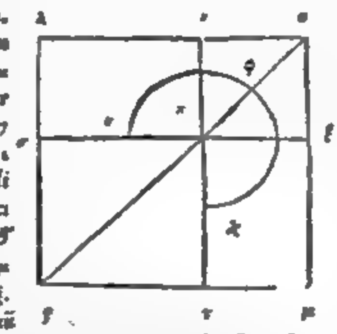
CAMPANVS In hac quoq; nō aliter procedas quàm prius, facile erit tibi propositum concludere, si præmissam non despicis. ex diffinitione residui quarti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71, & sic patebit propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 70 Propositio 94

94 Si areola comprehendatur sub rationali & quarta apotome, quæ areolam potest minor est.

THEON ex Zāb. *Areola nāque α β, comprehendatur sub rationali α γ, & quarta apotome α δ. Dico quod quæ α β areolā potest, minor est. Sit enim (per 80 decimi.) ipsi α δ congruens δ η, ipsæ igitur α η, η δ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & α η, ipsi α γ, expositæ rationali longitudine commensurabilis est, & tota α η, ipsa δ η congruente maius potest eo quod ex sibi longitudine incommensurabili. Quoniam igitur (per 51 decimi) α η ipsa η δ maius potest eo quod ex sibi lōgitudine incommēsurabili, si igitur quartæ parti eius quod ex δ η, æquum ad ipsam α η, comparetur (per 28 sexti,) forma deficiens quadrata, in incommensurabilia (per 18 decimi.) ipsam diuiserit. Secetur (per 10 primi) igitur δ η, bifariam in ε, & ei quod ex ε η, (per 28 sexti,) æquum ad ipsam α η cōparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ η, incommensurabilis igitur est longitudine α ζ, ipsi ζ η. Excitentur igitur (per 31 primi) per ε, ζ, η, signa. paralleli ipsis α γ, β δ, sint; ζ ι, ε θ, ζ ι, η κ. Quoniā igitur rationalis est α η, & ipsi α γ, longitudine commensurabilis, rationale igitur est totum α κ. Rursus quoniā commensurabilis est δ η ipsi α γ longitudine, & utræq; sunt rationales, mediū igitur est δ κ, (per 21 decimi.) Rursus quoniā incommensurabilis est α ζ, ipsi ζ η longitudine, incommensurabile igitur est (per 9 decimi) & α ι ipsi ζ κ. Constituatur igitur (per 14 secundi) ipsi quidem α ι æquum quadratū λ μ, ipsi autem ζ κ, æquum auferatur ν ξ. Ad eundem existens ipsi λ μ, angulum qui sub λ ο μ, circa igitur eundem dimetientem sunt, (per 26 sexti,) ipsa λ μ ν ξ, quadrata. Sit ipsorū dimetiens ο ρ, describaturq; figura. Quoniā igitur quod sub α ζ, ζ η, æquū est ei quod ex ε η, proportionaliter igitur est (per 17 sexti) sicut α ζ, ad ε η, sic ε η, ad ζ η. Sed sicut quidem α ζ ad ε η, sic α ι ad ε κ, sicut autem (per 1 sexti) ε η, ad ζ η, sic ε κ, ad ζ κ. Ipsorū igitur α ι, ζ κ, medium proportionale est ε κ. Ipsorū autē λ μ, ν ξ, quadratorū (per lēma 53 decimi) medium proportionale est μ ν, & α ι, æquum est ipsi λ μ, & ζ κ, ipsi ν ξ, & ε κ, igitur, ipsi μ ν est æquale. Sed ipsi quidem ε κ, æquū est δ θ, ipsi autem μ ν, æquum est λ ξ. Totum igitur δ κ, æquū est ipsi υ φ χ, gnomoni, & ipsi ν ξ. Quoniā igitur α κ, totum æquū est ipsis λ μ, ν ξ, quadratis, quorū δ κ, æquū est ipsi υ φ χ, gnomoni & ipsi ν ξ quadrato, reliquum igitur α β, (per 3 cōmunē sententiā) æquū est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν, quadrato. Igitur λ ν, ipsam α β, areolam potest, Dico quod λ ν irrationalis est, appellata minor. Quoniā enim α κ rationale est, & eis est æquale quæ ex λ ο, ο ν, sunt quadratis, conflatum igitur ex ijs quæ ex λ ο, ο ν, rationale est (per diffinitionē.) Rursus quoniā δ κ mediū est, & δ θ, æquū est ei quod bis sub λ ο, ο ν, quod igitur bis sub λ ο, ο ν, medium est. Et quoniā patuit quod α ι, ipsi ζ κ, est incommensurabile: incōmensurabile igitur est (per 11 decimi) quadratum quod ex λ ο, et quod ex ο ν quadrato. ipsæ igitur λ ο, ο ν, (per 76 decimi) potentia sunt incōmensurabiles, efficientes conflatum quidem earum quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis medium. Ipsa igitur λ ν, irrationalis est appellata minor, & ipsam areolam α β potest. Quæ igitur ipsam α β areolam potest minor est. Quod erat ostendendum.*





Eucli. ex Camp. Propositio 90

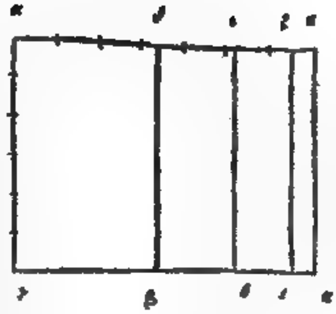
90 SI fuerit linea rationali residuoq; quinto superficies contēta, latus eius tetragonicū, erit cū rationali componens mediale.

CAMPANVS Nitere præmissa argumentatiōe ex diffinitione residui quinti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72, quod propositū est concludere.

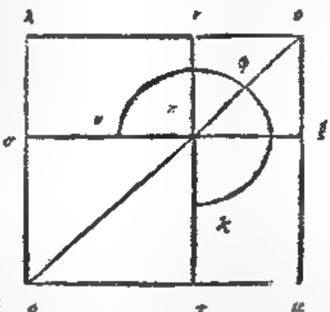
Eucli. ex Zamb, Theorema 71 Propositio 95

95 Si areola comprehendatur sub rationali & quinta apotome, quæ areolam potest, est quæ cum rationali medium totum conficit.

THEON ex Zamb. *Areola etenim α β, comprehendatur sub rationali α γ, & quinta apotome α δ. Dico quod quæ*



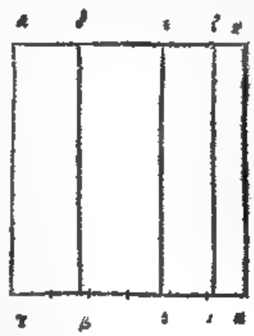
quæ ipſam areolam α β poteſt,eſt quæ cum rationali medium totum conficit. Sit nãq; (per 79 decimi) ipſi α δ congruens δ κ, ipſæ igitur α κ, κ δ, (per 80 decimi,) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, & cõgruens κ δ, cõmenſurabilis eſt longitudine ipſi α γ, expoſitæ rationali. Et tota α κ, congruente δ κ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si igitur (per 25 ſexti) quartæ parti eius quod ex δ κ, æquũ ad ipſam α κ, (per 17 decimi) comparetur deficiens forma quadrata, in incommenſurabilia ipſam diuidet. Secetur igitur (per 10 primi,) δ κ, bifariã in ε ſigno, & ei quod ex ε κ, (per 18 decimi, æquum ad α κ, cõparetur forma deficiens quadrata, ſitq; quod ſub α ζ, ζ κ. Incommenſurabilis igitur eſt (per 9 & 34 decimi) α ζ, ipſi ζ κ longitudine. Excitenturq; (per 31 primi) per ε, ζ, κ, ſigna ipſi α γ paralleli ε θ, ζ ι, κ λ. Et quoniã α κ ipſi α γ longitudine eſt incõmenſurabilis, & utræq; ſunt ratiõales, mediũ igitur eſt α λ. Rurſus quoniã δ κ eſt ratiõalis, & ipſi α γ lõgitudine cõmẽſurabilis, rationale igitur eſt δ λ. Conſtituatur igitur (per 14 ſecundi, ipſi quidẽ α ι æquũ quadratũ λ μ, ipſi autẽ ζ λ, æquũ quadratũ auferatur ν ξ. Ad eundem angulũ qui ſub λ ο, ο μ, ſunt ipſa λ μ, & ν ξ, ad eãdem igitur diametrũ, ſunt λ μ, ν ξ quadrata. Sit (per (per 26 ſexti) ipſorũ dimetiens ο ρ, deſcribaturq; figura. Similiter iam oſtendemus, quod λ ν, poteſt ipſam α ϐ, areolam, dico quod ipſa λ ν, eſt quæ cum rationali mediũ totũ cõficit. Quoniã enim oſtẽſum quod α κ mediũ eſt, & ei ſunt æqua quæ ex λ ο, ο ν, cõflatũ igitur ex eis quæ ex λ ο, ο ν, mediũ eſt, (per correlariũ 23 decimi.) Rurſus quoniã δ κ ratiõale eſt, & ei



eſt æquum quod bis ſub λ ο, ο ν, & quod bis igitur ſub λ ο, ο ν, rationale eſt. Et quoniã incommenſurabile eſt α ι ipſi ζ κ, incommenſurabile igitur eſt quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipſæ igitur λ ο, ο ν, potentia ſunt incõmenſurabiles efficiẽtes conflatum ex ipſarum quadratus mediũ, quod autẽ bis ſub ipſis rationales. reliqua igitur λ ν, (per 77 decimi) irrationalis eſt appellata cũ rationali mediũ totum efficiens. Et ipſam α ϐ, areolam poteſt, quæ igitur ipſam α β, areolam poteſt, eſt quæ cum rationali medium totum efficit. Quod oportuit demonſtrare.

Eucli. ex Camp, Propoſitio 91

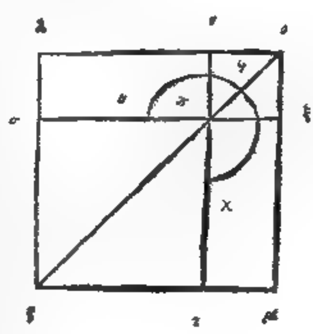
91 **S**I linea rationali reſiduoq; ſexto ſuperficies contineatur, latus tetragonicum quod ſuper eam poteſt cum mediali conſtituens totum mediale eſſe comprobatur.



CAMPANVS Nunc quoque ultimo quod per hanc dicitur præmiſſo modo ſatage concludere ex diffinitione reſidui ſexti. & ſecunda parte 14 & 9 & 19 & 73. In his autẽ omnibus proceſſum tuum nihil offendere poterit, ſi primam earum & perfecte didiceris & memoriter tenueris. & quid quoq; ſupponet ſolerter attenderis. Quod ſi forſan de aliquo in quadrato l m te dubitare cõtigerit, ad ſuum æquale in ſuperficie a d tibi recurrendũ erit, & patebunt tuo ingenio.

Eucl. ex Zamb. Theorema 62 Propoſitio 96

96 Si areola cõprehendatur ſub rationali & apotome ſexta, quæ areolã poteſt, eſt quæ cum medio medium totum efficit.



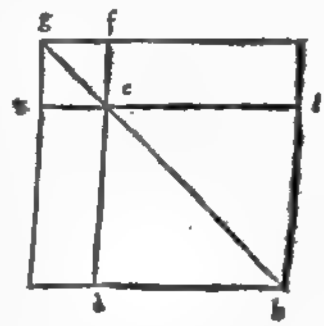
THEON ex Zamb. *Areola namque α β, cõprehendatur ſub rationali α γ & apotome ſexta α δ. Dico quod quæ α ϐ areolam poteſt, eſt quæ cũ medio medium totum efficit. Eſto enim (per 79 decimi,) ipſi α δ congruens δ κ, ipſæ igitur α κ, κ δ, (per 90 decimi) rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles Et neutra ipſarũ α κ, κ δ, (per 5 diffinitiones) cõmenſurabilis eſt ipſi α γ expoſitæ rõnali longitudine, & tota α κ ipſa δ κ cõgruente maius poteſt eo quod ex ſibi longitudine incommenſurabili. Quoniã igitur α κ ipſa κ δ, maius poteſt eo quod ex ſibi lõgitudine incõmẽſurabili, ſi igitur (per 28 ſexti,) quartæ parti eius quod ex δ κ, æquũ ad ipſam α κ cõparetur forma deficiẽs quadrata in incõmẽſurabilia ipſam (per 17 decimi) diuidet. Secetur igitur (per 10 primi) α κ, bifariã in ſigno ε, & ei quod ex ε κ, (per 28 ſexti,) æquũ ad ipſam α κ, comparetur forma deficiens quadrata, ſitq; quod ſub α ζ, ζ κ. Incommenſura-*

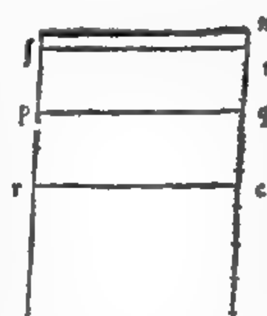
bilis igitur est (per 15 decimi α ζ, ipsi ζ ι, longitudine. Sicut autem (per 1 sexti) α ζ, ad ζ ι, sic α ι ad ξ κ, incommensurabile igitur est (per 5 decimi, (α ι ipsi ξ κ, Et quoniam ipsæ α κ, α γ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium est α κ. Et quoniam ipsæ α γ, δ κ, rationales sunt longitudine incõmensurabiles, mediũ est & δ κ, (per 22 decimi) Quoniam igitur ipsæ α β, β δ, potentia tantum sunt commensurabiles, igitur α β, ipsi δ β longitudine est incõmensurabilis. Sicut autem, α β ad β δ, sic est α κ, ad δ κ, incommensurabile igitur est α κ, ipsi κ δ. Cõstituatur igitur (per 14 secundi,) ipsi α ι, æquũ quadratũ λ μ, ipsi autem ξ κ, æquum auferatur ν ξ, ad eundem angulum ipsi λ μ, circa eũdem dimetientem igitur (per 26 sexti) sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata, esto ipsorum dimetiẽs ο ρ. describaturq; figura. Similiter iam ex præcedentibus ostendemus, quod λ ν est quæ cum medio medium totum efficit. Quoniam nãq; patuit quod α κ mediũ est & eis est æquale quæ ex λ ο, ο ν. conflatum igitur ex hs quæ ex λ ο, ο ν, medium est (per correlarium 23 decimi.) Rursus quoniam patuit quod δ κ mediũ est, & ei æquale quod bis sub λ ο, ο ν, & quod igitur bis sub λ ο, ο ν, mediũ est. Et quoniam patuit quod α κ, ipsi δ κ est incommensurabile, incommensurabilia igitur sunt & quæ ex λ ο, ο ν, sunt quadrata ei quod bis sub λ ο, ο ν. Et quoniam α ι, ipsi ξ κ, est incõmensurabile, incõmensurabile est igitur & quod ex λ ο, et quod ex ο ν. Ipsa λ ο, ο ν, igitur (per 78 decimi) potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarum quadratis medium, & quod bis sub ipsis medium insuper quæ ex ipsis quadrata incommensurabilia ei, quod bis sub ipsis. Ipsa igitur λ ν, irrationalis est, appellata cum medio medium totum efficiens. Quod erat demonstrandũ.

Eucli. ex Camp. Propositio 91

92 SI ad lineam rationalẽ superficies æqualis quadrato residui applicetur, alterum latus residuum primum esse necesse est.

CAMPANVS Hæ sex sequentes, sunt conuersæ sex præcedentium per ordinem. Huius autem primæ hæc est intentio, quod si sit superficies a c adiuncta ad lineam ratiõalem a b, æqualis quadrato residui quod sit d e, erit eius latus secundum quod est b c necessario residuum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur esse residuum, linea per cuiusabscisionem ipsa d e fuerit residuum, sitq; ei adiuncta e f, eritq; ex 68 utraq; duarũ linearum d f & f e, rationalis in potentia, & una earum incommensurabilis alij. Describatur ergo quadratum lineæ f e, quod sit e g, & quadratũ d e quæ posita est esse residuũ, quod sit e h, & adijciantur supplementa d k & f l, eritq; quadratũ g h, tãquam quadratum lineæ d f, & quadratum e h erit sicut superficies a c. Erit etiam utrũq; quadratorũ g h & g e, rationale. Sit igitur superficies a m adiuncta ad lineã a b, æqualis quadrato g h, eritq; ob hoc ratiõalis, quare per 16 linea m n est rationalis in lõgitudine, superficies uero p n sit æqualis quadrato e g, quæ propter hoc erit rõnalis, & per 16 linea m n rõnalis in lõgitudine, itaq; tota linea b n est rationalis per 9. Diuidatur autem c n per æqualia in q, & ducatur q r æquidistans a b, eritq; ex prima sexti c r æqualis r n. Manifestum uero est quod cum tota superficies a n sit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ sunt quadrata duarum linearum d f & f e, & superficies a c sit æqualis quadrato lineæ d e quod est e h, erit per 7 secũdi superficies residua ex a n quæ est c f æqualis duplo superficiei ex d f in f e, quare & horũ dimidia quæ sunt r n & d g, necesse est esse æqualia. Cũq; igitur ex prima sexti sit superficies d g medio loco proportiõalis inter duo quadrata g h & g e, erit quoq; superficies r n medio loco proportionalis inter duas superficies a m & p n, ideoq; per primam sexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cuq; sit q n dimidiũ lineæ n c, & linea q n diuisa per punctum m in duo communicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis, sequitur ex prima parte 17 quod linea b n sit potentior linea n c in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine. Quia ergo superficies d g est medialis ex 19, ex hypothesi autẽ superficies c r sibi æqualis medialis, & linea c q rationalis in potentia tantum per 22, ideoq; etiam duplum eius quod est linea n c est rationalis tantum in potentia. quia ergo b n est rationalis in longitudine communicantis lineæ a b positæ rationali, & potentior n c in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine



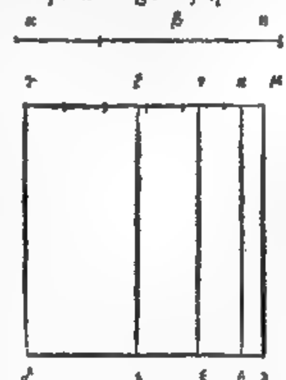


ne, sequitur ex diffinitione lineam b c esse residuum primum. Quod est propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 73 Propositio 97

97 Quod ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem primam efficit apotomen.

THEON ex Zāb. *Sit apotome αβ, rationalis autem sit γδ, & ei quod ex αβ æquum ad ipsam γδ, comparetur γε, latitudinem efficiens γζ. Dico quod γζ, est prima apotome. Esto enim (per 79 decimi) ipsi αβ cōgruens βη, ipsæ igitur αη, ηβ, (per 80 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Et ei quidē quod ex αη, (per 44 primi) æquum, ad ipsam γδ, cōparetur γθ, ei autē quod ex βη, comparetur κλ. Totū igitur γλ, æquū est eis quæ ex αη, ηβ, quorū γε æquum est ei quod ex αβ, reliquum igitur ζλ, æquum est ei quod bis sub αη, ηβ. Secetur (per 10 primi) ζμ bifariā in signo ν, & excitetur (per 31 primi) per ν, ipsi γδ parallelus νξ. Vtrūque igitur ipsorum, ζξ, λν, æquum est ei quod sub αη, ηβ. Et quoniam quæ ex αη, ηβ, rationalia sunt, & eis quæ ex αη, ηβ, æquū est δμ, rationale igitur est (per diffinitionē decimi,) δμ. Et ad rationalem apponitur γδ, latitudinē efficiēs γμ, rationalis igitur est γμ, (per 19 decimi,) & ipsi γδ longitudine commensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub αη, ηβ, medium est (per 21 decimi,) & ei quod bis sub αη, ηβ, æquū est ζλ, mediū igitur est ζλ. Et ad ipsam γδ rationalē apponitur, latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est ζμ, & ipsi γδ longitudine incommensurabilis. Et quoniā quæ ex αη, ηβ, rationalia sunt, quod autē bis sub αη, ηβ, medium est, incommensurabilia igitur sunt quæ ex αη, ηβ, ei quod bis sub αη, ηβ. Et eis quidē quæ ex αη, ηβ, æquum est γλ, ei aūt quod bis sub αη, ηβ, æquum est ζλ, incōmēsurabile igitur est (per 9 decimi,) δμ ipsi ζλ. Sicut autem (per 1 sexti,) δμ, ad ζλ, sic est γμ, ad ζμ, incommensurabilis igitur est (per 13 decimi,) γμ ipsi ζμ, lōgitudine. Et utræque sunt rationales, igitur γμ, μζ, (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Igitur γζ apotome est. Dico insuper quod & prima. Quoniam nempe eorum que ex αη, ηβ, mediū proportionale est quod sub αη, ηβ, & quod ex αη, æquum est ipsi γθ, ipsi autem quod sub αη, ηβ, est νλ, ei autem quod ex βη, æquū est κλ, & ipsorū igitur γθ, κλ, mediū proportionale est νλ. Est igitur (per 1 sexti,) sicut γθ ad νλ sic est νλ, ad κλ. Sed sicut quidē γθ ad νλ, sic est γκ ad νμ, sicut aūt νλ ad κλ, sic est νμ ad κμ, & sicut igitur (per 11 quinti) γκ ad νμ, sic νμ, ad κμ. Quod igitur sub γκ, κμ, (per 17 decimi) æquū est ei quod ex νμ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζμ, Et quoniā quod ex αη, ei quod ex ηβ est incommensurabile, commensurabile est γθ ipsi κλ. Sicut autem γθ ad κλ, sic γκ, ad κμ, cōmensurabilis est igitur (per 11 decimi) γκ ipsi κμ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ sunt inæquales scilicet γμ, μζ, & quartæ parti eius quod ex ζμ æquum ad ipsam γμ apponitur forma deficiens quadrata quod scilicet sub γκ, κμ, & γκ ipsi κμ commensurabilis est, ipsa igitur μγ, ipsa μζ maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili s. Et γμ, commensurabilis est ipsi γδ, expositæ rationali longitudine. Ipsa igitur γζ, (per 55 decimi,) apotome est prima. Quod igitur ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem efficit primam apotomen. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 93

93 CVm adiuncta fuerit superficies æqualis quadrato residui medialis primi ad lineam rationem, alterum latus eius erit residuum secundum.

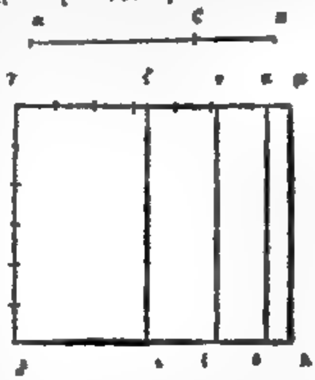
CAMPANVS Hic erit linea d e residuum mediale primum, & linea e f erit linea illa per cuius abscisionem d e fuerat residuum mediale primum. Dico quod b c erit residuū secundum. Quod nescire non poteris, si demonstrationi præmissæ (quousque eam solido amplectaris habitu) institeris, & quales lineas oporteat esse d f & f e uigilanter attenderis. de quo si dubitas, 69 requirenda erit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 74 Propositio 98

98 Quod ex mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem secundam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. *Sit mediæ apotomæ prima αβ, rationalis autem esto γδ, & ei quod ex αβ, (per 44 primi,) æquum ad ipsam γδ, apponatur γε, latitudinem efficiens γζ. Dico quod γζ apotome est secunda, esto namque ipsi αβ congruens βη, ipsæ igitur αη, ηβ, mediæ sunt potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex αη æquum ad ipsam γδ comparetur (per 44 primi,) γθ, latitudinē efficiens γκ, ei autem quod ex ηβ, æquum ad ipsam κθ comparetur κλ, latitudinem efficiens κμ. Totum igitur γλ, æquum est eis quæ ex αη, ηβ, medium igitur est & γλ. Et ad ipsam γδ rationalem comparatur, latitudinem efficiens γμ. rationalis igitur est & γμ, & ipsi γδ in longitudine incommensurabilis (per 22 decimi.) Et quoniam γλ æquum est eis quæ ex αη, ηβ, quadratis. quorum quod ex αβ, æquum est ipsi γε, reliquum igitur quod bis sub αη, ηβ, æquum est ipsi ζλ. Rationale au*

tem est quod bis sub α η, η β. comprehenditur. rationale igitur & ζ λ. Et ad ζ ι, rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 20 decimi,) & ζ μ, & ipsi γ δ longitudine commensurabilis. Quoniam igitur quæ ex α η, η β, hoc est ipsum γ λ, medium est, quod autem bis sub α η, η β, hoc est ipsum ζ λ. rationale, incõmensurabile igitur est (per 9 decimi,) γ λ ipsi ζ λ. Sicut autem γ λ, ad ζ λ, sic est γ μ, ad ζ μ, incommẽsurabilis igitur γ μ, ipsi ζ μ longitudine, & utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur γ μ, μ ζ. rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ipsa igitur γ ζ, apotome est (per 73 decimi,) Dico etiam quod & secũda. Secetur namq; (per 10 primi) ζ μ bifariam in ν. Excitetur q; (per 31 primi,) per ν, ipsi γ δ, parallelus ν ξ, utrũq; igitur ipsorum ζ ξ, ν λ, æquum est ei quod sub α η, η β. Et quoniã (per lẽma 53 decimi) ipsorum quæ ex α η, η β, quadratorum medium proportionale est quod sub α η, η β, & quod ex α η, æquum est ipsi γ θ, quod uero sub α η, η β, ipsi ν λ. quod autẽ ex β η ipsi κ λ, & ipsorũ igitur γ θ, κ λ, medium proportionale est ν λ (per idem lemma.) Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic ν λ, ad κ λ, sed sicut quidem γ θ ad ν λ, sic est γ θ ad ν μ, sicut aũt ν λ, ad κ λ. sic est ν μ ad μ κ. Sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad ν μ, sic est ν μ, ad κ μ. Igitur quod sub γ κ, κ μ, (per 17 decimi) ei est æquũ quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Et quoniã quod ex α η, commensurabile est ei quod ex β η, commensurabile est (per 1 sexti & 11 decimi) & γ θ ipsi κ λ, hoc est γ κ, ipsi κ μ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, & μ ζ, quartæ autem parti eius quod ex μ ζ (per 17 decimi,) æquum ad maiorem γ μ apponitur deficiens forma quadrata, quod scilicet sub γ κ, κ μ. & ipsam in commensurabilia despescit, ipsa igitur γ μ ipsa μ ζ, (per eandem) maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabili



Et congruens ζ μ, (per 55 decimi) est commensurabilis longitudine ipsi γ δ expositæ rationali, ipsa igitur γ ζ. apotome est secunda, (per 3 diffinitiones. Quod igitur à mediæ apotomæ prima ad rationalẽ comparatum latitudinem secundam efficit apotomen. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 94*

94 SI superficies æqualis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rationalem, alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

CAMPANVS. Hic etiam erit d e residuũ mediale secundum, & sequetur ut sit c b residuum tertium. Quod ut facile concludas, primæ demonstrationi insistas, & quales lineas conueniat esse d f & f e. ex 70. collige.

Eucli. ex Zamb. Theorema 75 Propositio 99

99 Quod ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem comparatum latitudinem tertiam apotomen conficit.

THEON ex Zamb. *Esto mediæ apotomæ secunda α β, rationalis autem esto γ δ, & ei quod ex α β, (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ apponatur γ ι, latitudinem efficiens γ ζ. Dico quod γ ζ est apotome tertia. Sit namq; α β congruens β η, ipsæ igitur α η, η β, (per 51 decimi.) mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium comprehendentes. Et ei quidem quod ex α η. (per 44 primi,) æquum ad ipsam γ δ, cõparetur γ θ, latitudinem efficiens γ κ, ei autem quod ex β η, (per eãdem) æquum ad ipsam κ θ comparetur κ λ, latitudinem efficiens κ μ. Totum igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α η, η β. Et ea quæ ex α η, η β, media sunt, medium igitur est & γ λ. Et ad ipsam γ δ apponitur, latitudinem efficiens γ μ. Rationalis igitur est γ μ, & ipsi γ δ longitudine incõmensurabilis. Et quoniam totũ γ λ, æquum est eis quæ ex α η, η β, quorum γ ι æquum est ei quod ex α β. reliquum igitur λ ζ (per 7 secundi,) æquum est ei quod bis sub α η, η β. Secetur igitur (per 10 primi) ζ μ, bifariam in ν, signo, & ipsi γ δ, (per 31 primi) parallelus excitetur ν ξ, utrũq; igitur ipsorum ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod sub α η, η β. Mediũ autem est quod sub α η, η β, medium igitur est & λ ζ. Et ad ipsam ι ζ rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ, longitudine incommensurabilis. Et quoniam ipsæ α η, η β, potentia tantum sunt commensurabiles, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi,) α η, ipsi η β longitudine. Incommẽsurabile igitur est & quod ex α η, ei quod sub α η, η β. Sed ei quidem quod ex α η, cõmensurabilia sunt quæ ex α η, η β, ei autem quod sub α η, η β, commensurabile est quod bis sub α η, η β. Incommensurabilia igitur sunt quæ ex α η, η β, ei quod bis sub α η, η β. Sed eis quidẽ quæ ex α η, η β, æquum est γ λ ei autem quod bis sub α η, η β, æquũ est ζ λ. Incõmẽsurabile igitur est γ λ, ipsi ζ λ. Sicut autem γ λ ad ζ λ. sic est per 1 sexti, & 11 decimi) γ μ ad ζ μ, incommensurabilis igitur*

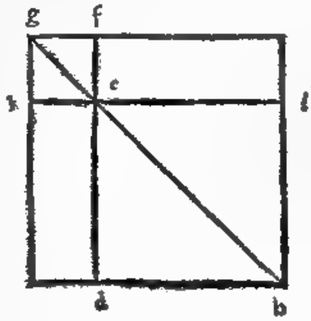


tur est γ μ, ipsi ζ μ longitudine. Et utræque sunt rationales. Ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentiā tantum commensurabiles. Apotome igitur est γ ζ. Dico quod & tertia. Quoniā enim quod ex α η commensurabile est ei quod ex β η, cōmensurabile igitur est γ θ ipsi κ λ, quare & γ κ, ipsi κ μ. Et quoniā eorū quæ ex α η, η β, (per lēma 53 decimi) medium proportionale est quod sub α η, η β, & ei quidem quod ex α η æquum est γ θ, ei autem quod ex η β æquum est κ λ ei autem quod sub α η, η β, æquum est ν λ, & ipsorum γ θ, κ λ, igitur (per lemma 53 decimi) medium proportionale est ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad κ λ, Sed sicut γ θ ad ν λ, sic (per 1 sexti) est γ κ ad ν μ, sicut autem ν λ, ad κ λ, sic est ν μ, ad κ μ. Sicut igitur γ κ, ad ν μ, sic est ν μ, ad κ μ, quod igitur sub γ κ, κ μ, æquum est ei quod ex μ ν, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ, (per 17 decimi,) æquum ad ipsam γ μ apponitur forma deficiēs quadrata, & in commensurabilia ipsam dividit, igitur γ μ ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Et ipsarum γ μ, μ ζ, neutra commēsurabilis est longitudine ipsi γ δ expositæ rationali. Ipsa igitur γ ζ, (per 95 decimi apotome est tertia. Quod igitur ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem cōparatū latitudinem, efficit tertiam apotomen, quod erat ostendendum.

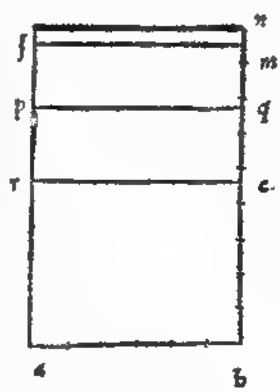
Eucli. ex Camp. Propositio 95

95

CVm adiuncta fuerit lineæ rationali superficies æqualis quadrato lineæ minoris, latus eius secundum erit residuum quartum.



CAMPANVS Si fuerit d e linea minor, asserit hæc 95 q͂ b c erit residuū quartū. Est autē sumendū ex 71 quales lineas esse necesse sit d f & f e, cū d e fuerit linea minor, & est astruendum propositum præmisso modo excepto quod in hac & duabus sequentibus necesse est lineam b n dividi ad punctum m in duo incommensurabilia, quæ in tribus præmissis dividebatur necessario duo commēsurabilia, nam in tribus præmissis fuerant duæ lineæ d f & f e communicantes in potentia tantum & ideo earum quadrata cōicantia, propter quod & superficies a m & p n quadratis earum æquales communicantes, quapropter etiā & duæ lineæ b m & m n, ideoq́ fuit in tribus præmissis linea b n potentior linea n c, in quadrato lineæ secum cōmunicantis in longitudine ex prima parte 13. In hac autem & duabus sequentibus sunt duæ lineæ d f & f e incommensurabiles in potentia, ut apparet ex 71 & 72 & 73, & ideo earum quadrata, propter quod & superficies a m & p n incōmēsurabiles, propter quod et duæ lineæ b m et m n incōmēsurabiles ideoq́ per primam partem 14 tam in hac quàm in duabus sequentibus necesse est lineam b n esse potētiorem linea n c, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine. Cætera perqui re ut prius.

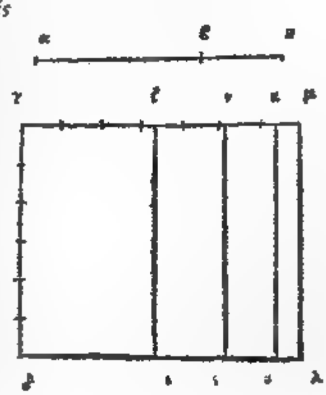


Eucli. ex Zamb. Theorema 76 Propositio 100

100

Quod ex minori ad rationalem comparatum latitudinem efficit quartam apotomen.

THEON ex Zāb. Sit minor α β, rationalis autē esto γ δ, & ei quod ex α β, (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ comparetur γ ε, latitudinem efficiēs γ ζ. Dico quod γ ζ apotome est quarta. Sit (per 79 decimi) ipsi α β, cōgruēs β η, Ipsæ igitur α η, η β, (per 80 decimi) potentia sunt incommēsurabiles, efficiētes conflatū ex ijs quæ ex α η, η β, quadrata rationale, quod autē bis sub α η, η β, medium. Et ei quidem quod ex α η, (per 25 sexti æquū) ad ipsam γ δ cōparetur γ θ, latitudinē efficiens γ κ, ei autem quod ex β η æquū ad ipsam κ θ cōparetur κ λ. latitudinē efficiens κ μ. Totū igitur γ λ. æquū est eis quod ex α η, η β, & cōflatū ex ijs quæ ex α η, η β, rationale est, ratiōale igitur est & γ λ, & ad rationalē γ δ cōparatur, latitudinē efficiēs γ μ, rationalis igitur est (per 20 decimi) γ μ, & ipsi γ δ logitudine cōmensurabilis. Et quoniā totum γ λ æquū est eis quæ ex α η, η β, quorū γ ι, æquū est ei quod ex α β, reliquum igitur ζ λ (per 7 secūdi) æquū est ei quod bis sub α η, η β. Secetur (per 10 primi) ζ μ, bifariam in ν signo. Exciteturq́ (per 31 primi) per ν signū, utriq́ ipsarū γ δ, μ λ, parallelus ν ξ, utrūq́ igitur ipsorū ζ ξ, ν λ, æ quū est ei quod sub α η, η β. Et quoniā quod bis sub α η, η β, mediū est & ipsi ζ λ æquale, medium igitur est & ζ λ. Et ad ipsam ζ ι rationalē cōparatur: latitudinē efficiēs ζ μ,



rationalis igitur est ζ μ, & ipsi γ δ, longitudine incommensurabilis. Et quoniā conflatum quidem ex ijs quæ ex α η, η ϐ, ratiōale est, quod aūt bis sub α η, η ϐ, mediū. incōmēsurabilia igitur sunt quæ ex α η, η ϐ, et quod bis sub α η, η ϐ. At γ λ, æquū est eis quæ ex α η, η ϐ, ei autē quod bis sub α η, η ϐ, æquū est ζ λ. Incōmēsurabile igitur est (per 9 decimi,) γ λ, ipsi ζ λ. Sicut autē γ λ, ad ζ λ, (per 1 sexti & 11 decimi:) sic est γ μ ad μ ζ. Incōmensurabilis igitur est γ μ, ipsi ζ μ lōgitudine. Et utræq; sunt rōnales. Ipsæ igitur γ μ, μ ζ, (per 73 decimi:) rōnales sunt potētia tātū cōmēsurabiles. Apotome igitur est γ ζ. Dico quod & quarta. Quoniā enim ipsæ α η, η ϐ, potētia sunt incōmēsurabiles, incōmēsurabile est igitur & quod ex α η, ei quod ex η β. Et ei quidē quod ex α η, æquū est γ θ, ei aūt quod ex η β, æquū est & κ λ. Incōmēsurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut aūt γ θ ad κ λ, sic est γ κ ad κ μ, incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi.) γ κ ipsi κ μ lōgitudine. Et quoniā ipsorū quæ ex α η, η β medium proportionale est (per lēma 53 decimi) quod sub α η, η ϐ, & id quod ex α η, æquū est ipsi γ θ, quod autē ex η ϐ æquū est ipsi κ λ, quod uero sub α η, η ϐ, æquū est ipsi ν λ, ipsorū igitur γ θ, κ λ, mediū proportiōale est (per idē lēma) ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ ad κ λ. Sed sicut quidē γ θ ad ν λ, sic (per 1 sexti,) est γ κ ad ν μ, sicut autē ν λ ad κ λ, sic est ν μ ad κ μ. & sicut igitur (per 11 quinti) γ κ ad μ ν, sic est μ ν ad κ μ. Quod igitur sub γ κ, κ μ, æquū est ei quod ex μ ν, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales sūt γ μ & μ ζ, & quartæ parti eius quod ex μ ζ, (per 17 decimi,) ad ipsam γ μ apponitur forma deficiens quadrata, quod scilicet sub γ κ, κ μ, & in incōmēsurabilia ipsam diuidit, ipsa igitur γ μ, ipsa μ ζ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & tota γ μ, ipsi γ δ, expositæ rationali cōmensurabilis est lōgitudine. Ipsa igitur γ ζ, apotome est quarta (per 55 decimi) quod ex minori ad rationalē igitur comparatū latitudinē, quartam efficit apotomen, quod erat ostendendum. Eucl. ex Camp. Propositio 96

96 SI ad lineā rōnalē quadrato lineæ cū rōnali cōstituētis mediale æqualis supficies adiūgatur, latus eius, secūdū erit residuū qntū.

CAMPANVS Pone similiter hic lineā d e esse illā quæ iūcta cū rōnali cōponat totū mediale, & attēde ex 72 quales lineas oporteat esse d f & f e, & cōcludes sine offendiculo, si prius habitæ demōstrationi oportune insisteris, lineā b c esse residuum quintum. Eucli. ex Zamb. Theorema 77 Propositio 101

101 Quod ex ea quæ cū rationali medium totum efficit, ad rationalem comparatum latitudinem quintam efficit apotomen.

THEON ex Zāb. Sit cū rōnali mediū totū efficiēs α ϐ. rationalis autē esto γ δ. & ei quod ex α ϐ, (per 44 primi,) æquū ad ipsam γ δ, cōparetur γ ε, latitudinē efficiēs γ ζ, Dico quod ζ γ, apotome est quinta. Sit enim (per 77 decimi) ipsi α β, cōgruēs β η. Ipsæ igitur α η, η β, rectæ lineæ potentia tantū, sunt incōmensurabiles, efficiētes cōflatū quidē ex ipsarū quadratis mediū, quod autē bis sub ipsis ratiōale Et ei quidē quod ex α η, (per 44 primi) æquū ad ipsam γ δ cōparetur γ θ, ei autē quod ex η β, æquū esto κ λ. Totū igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α η, η β. Quod autē conflatū ex ijs quæ ex α η, η ϐ, simul, mediū est, mediū igitur est (per 22 decimi) γ λ. Et ad ipsam rationalē γ δ, apponitur, latitudinē efficiēs γ μ, rationalis igitur est γ μ, & ipsi γ δ, incōmensurabilis. Et quoniā totū γ λ, æquū est ijs quæ ex α η, η ϐ, quorum γ ε, æquū est ei quod ex α ϐ, reliquū igitur ζ λ, æquū est ei quod bis sub α η, η ϐ. Secetur itaquā (per 10 primi) ζ μ, bifariā in ν, exciteturq; (per 11 per 31 primi, utriq; ipsarū γ δ, μ λ, parallelus ν ξ. Vtrūq; igitur ipsorū ζ ξ, ν λ, æquū est ei quod sub α η, η ϐ. Et quoniā quod bis sub α η, η ϐ, rationale est & ipsi ζ λ est æquale, rationale igitur est ζ λ. Et ad rationalē ε ζ, cōparatur, latitudinē efficiēs ζ μ, rōnalis igitur est (per 20 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ lōgitudine cōmēsurabilis. Et quoniam γ λ quidē mediū est, at ζ λ, rationale, igitur γ λ ipsi ζ λ est incōmensurabile. Sicut autē γ λ ad ζ λ, sic γ μ, ad μ ζ, incommensurabilis igitur est γ μ, ipsi μ ζ lōgitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γ μ, μ ζ, (per 73 decimi,) rationales sunt potētia tātū cōmēsurabiles. Igitur γ ζ, apotome est, Dico quod & quīta. Similiter namque ostendemus quod sub γ κ, κ μ, æquū est ei quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Et quoniā quod ex α η ei quod ex η β est incōmensurabile, quod uero ex α η æquū est ipsi γ θ, quod autē ex η β ipsi κ λ, incōmensurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut autē γ θ ad κ λ, sic est γ κ, ad κ μ. Igitur γ κ, ipsi κ μ lōgitudine est incommensurabilis. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, μ ζ, & quartæ parti eius quod ex ζ μ, (per 17 decimi) æquū ad ipsam γ μ apponitur forma deficiēs quadrata, & in incōmēsurabilia ipsam diuidit, igitur (per 55 decimi,) γ μ, ipsa μ ζ, maius potest eo quod ex sibi longitudine incommēsurabili. Et congruens ζ μ, ipsi γ δ rationali expositæ est cōmensurabilis. Igitur γ ζ, est apotome quinta. Quod ex ea igitur quæ cum rationali medium totum, & reliqua quæ sequūtur. Quod fuerat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 97



SI ad lineam rationalem superficies æqualis quadrato lineæ cū mediali componentis mediale adiungatur, latus eius alterum erit residuum sextum.

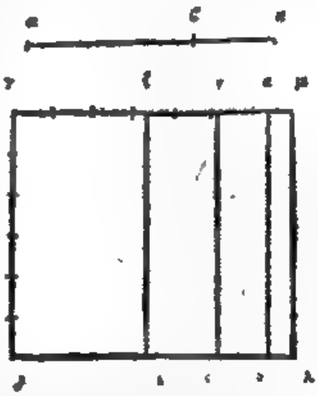
CAM-

CAMPANVS. Nunc ultimo conuenit lineā d e esse illam, quæ iuncta cū mediali componit totū mediale cui adiuncta linea e f (quæ uidelicet sic illa per cuius abscisionē linea d e fuerat quæ proponitur) si quales lineas d f & f e esse oporteat ex 71 didiceris, priorē que argumentationē firma mente tenueris, sine obice quoquā lineā b c esse residuum sextū concludere poteris. Si autē fortassis in aliquo te hæsitare contigerit, quicquid illud fuerit de quadrato g h ad sibi æqualē superficiem a n conferendū erit. & sic patebit propositum nostrū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 78 Propositio 102

102

Quod ex ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalem comparatum latitudinem efficit sextam apotomen.



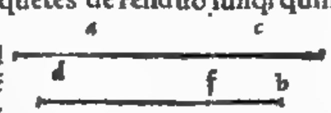
THEON ex Zamb. Sit cum medio medium totum efficiens αβ, rationalis autem esto γδ, & ei quidē quod ex αβ (per 44 primi) æquū ad ipsam γδ, cōparetur γε, latitudinē efficiēs γζ. Dico quod γζ sexta est apotome. Sit inquā (per 84 decimi) ipsi αβ cōgruens βη, ipsæ igitur αη, ηβ, potētia sunt incōmensurabiles, efficientes conflatum quidē ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis medium, & quod bis sub αη, ηβ, medium, insuper incommensurabilia quæ ex αη, ηβ, ei quod bis sub αη, ηβ. Cōparetur inquam ad ipsam γδ, ei quidē quod ex αη, æquū γθ, latitudinem efficiens γκ, ei autē quod ex βη, sit κλ. Totū igitur γλ, æquū est eis quæ ex αη, ηβ. Igitur γλ, medium est. Et ad rationalē γδ, comparatur latitudinem efficiens γμ. rationalis igitur est (per 22 decimi) γμ, & ipsi γδ longitudine incommensurabilis. Quoniā igitur γλ æquum est eis quæ ex αη, ηβ, quorū γε æquum est ei quod ex αβ, reliquum igitur ζλ æquū est ei quod bis sub αη, ηβ. Et quod bis sub αη, ηβ, medium est, & ζλ igitur medium est. Et ad ipsam ζε, comparatur latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζμ, & ipsi γδ, longitudine incōmensurabilis. Et quoniam quæ ex αη, ηβ, incommensurabilia sunt ei quod bis sub αη, ηβ, & eis quidē quæ ex αη, ηβ, æquū est γλ, ei uero quod bis sub αη, ηβ, æquum est ζλ, incommensurabile igitur est γλ ipsi ζλ. Sicut autem γλ ad ζλ, sic est γμ, ad ζμ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) γμ ipsi μζ longitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γμ, μζ, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Apotome igitur est γζ (per 73 decimi) Dico quod & sexta. Quoniā ζλ, æquū est ei quod bis sub αη, ηβ, secetur (per 10 primi) in ν ipsa ζμ, bifariā, exciteturq; (per 31 primi) per ν ad ipsam γδ, parallelus νξ. Vtrūq; igitur ipsorū ζξ, νλ, æquū est ei quod sub αη, ηβ. Et quoniā ipsæ αη, ηβ, potentia sunt incommensurabiles, incommensurabile igitur est quod ex αη, ei quod ex ηβ. Sed ei quidem quod ex αη, æquum est γθ, ei autem quod ex ηβ, æquum est κλ, incommensurabile igitur est γθ, ipsi κλ. Sicut autem γθ, ad κλ, sic est γκ, ad κμ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) γκ, ipsi κμ. Et quoniā eorum quæ ex αη, ηβ, mediū proportionale est (per lemma 55 decimi) quod sub αη, ηβ, & quod ex αη, æquum est ipsi γθ, ei autem quod ex ηβ, æquum est κλ, ei uero quod sub αη, ηβ, æquū est νλ, ipsorū igitur γθ, κλ, mediū est proportionale νλ. Est igitur sicut γθ ad νλ, sic est νλ, ad κλ, & id propterea iam (per 65 decimi) γμ, ipsa μζ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & ipsarum neutra ipsi γδ, expositæ rationali est commensurabilis, ipsa igitur γζ, sexta est apotome. Quod ex ea igitur quæ cum medio, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 98

98

Omnis linea residuo commēsurabilis, ipsa quoque in termino & ordine est idem residuum.

CAMPANVS Quod 60 & quatuor eā sequētes de binomio eiusq; comitibus quinq; pposuerūt, hæc 98 & quatuor eā sequētes de residuo suisq; quinque comitibus uerū esse proponunt. quibus qui usq; ad solitum habitū institerit, has ignorare non poterit. Quicquid autē in illis de communicātia in longitudine & potētia tantum dictum est, in his quoque idem oportet intelligi, nam omnis linea residuo communicans in longitudine, siue in potentia tantum, ipsa etiam est residuum. Sed si communicat in longitudine, non solum est ipsa residuum, sed etiam eiusdem speciei residuum, uerbi gratia, linea cōmunicans in longitudine residuo primo, est residuū primū. & secundo cōmunicans est secundū, sic quoq; in cæteris. Quod autē linea cōmunicat residuo in potētia tantū, ipsam quoq; necesse, est esse residuum, sed non eiusdem speciei immo impossibile est, ut linea cōicās in potētia tantū residuo primo aut secūdo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cū eo sub eadē specie. sed necesse est ut ambo cadāt simul sub tribus primis speciebus, aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exēpli gratia, à residuum: cui



communicet b in longitudine, dico quod b erit residuum eiusdem speciei cum a. Adiũgatur enim linea c ad lineam a. & c illa sit per cuius abscisionẽ a fuit residuum. Et ad b adiungatur alia quæ sit d, ad quã sic se habeat b sicut a ad c, sitq; cõposita ex a & c e, cõposita uero ex b & d, sit f, eritq; ex permutata proportionalitate a ad b, sicut c ad d, & per 11 quinti erit e ad f, sicut a ad b, uel sicut c ad d. Cum itaque a cõmunicet cum b, erit per 10 c cõmunicans cum d & e communicans cum f. Et quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate e ad c sicut f ad d, sequitur per 11 ut si fuerit e potentior c in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine uel si forte incommensurabilis, sit similiter f potẽtior d. At quoniam omnis linea cõmunicans in longitudine lineæ rationali est similiter illi rationalis (similiter dico, quia ambæ erũt rationales in longitudine, uel ambæ in potẽtia tantum) sequitur ex diffinitionibus residuorum ut b sit residuũ eiusdẽ speciei cum a. Si autẽ b cõmunicat in potentia cum a, ip sa quoq; erit residuũ, nõ tamen eiusdem speciei necessario, sed quemadmodũ dictum est, cuius demõstratio ex ijs quæ in 61 de binomijs dicta sunt, colligenda est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 79 Propositio 101

101 Quæ ipsi apotomæ longitudine est commensurabilis, apotome est & in ordine eadem.

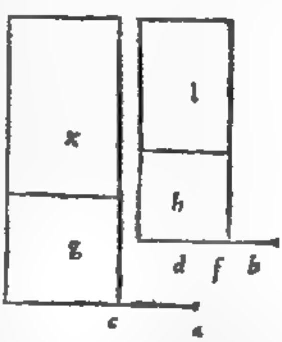
THEON ex Zamberto. *Sit apotome αβ, & ipsi αβ, longitudine cõmensurabilis esto γδ. Dico quod & γδ apotome est, & in eadem. Quoniã enim αβ apotome est, sit ei congruens (per 79 decimi,) βε. Ipsæ igitur αε, εβ, (per eandẽ,) rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Et ipsius αβ ad γδ, rationi eadem fiat ratio ipsius βε, ad δζ. Et igitur sicut (per 12 quinti,) unum ad unũ, omnia sunt ad omnia, est igitur & sicut tota αε, ad totam γζ, sic est αβ, ad γδ. Commensurabilis autem est αβ, ipsi γδ longitudine, commensurabilis igitur est (per 11 decimi,) & αε, ipsi γζ, & βε, ipsi δζ. Et ipsæ αε, εβ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ipsæ igitur γζ, ζδ, rationales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Apotome igitur est γδ. Dico etiã quod in ordine eadẽ ipsi αβ. Quoniã est sicut αε, ad γζ, sic est βε, ad δζ, uicissim igitur (per 16 quinti,) est sicut αε, ad εβ, sic est γζ, ad δζ. Iam ipsa αε, ipsa εβ, aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Si quidem αε, ipsa εβ maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili, & γζ, ipsa ζδ, (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi cõmẽsurabili. Et siquidẽ cõmẽsurabilis est αε ipsi expositæ rationali lõgitudine, & (per 13 decimi) γζ, quoque, si uero βε, & δζ, etiam, si autem neutra ipsarum αε, εβ, & neutra ipsarum γζ, ζδ. Si uero αε, ipsa εβ, maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & γζ, ipsa ζδ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili. Et si αε, ipsi expositæ rationali commensurabilis est lõgitudine, & γζ, (per 13 decimi,) si autem βε, & δζ, etiã, si uero neutra ipsarum αε, εβ, neutra etiam ipsarum γζ, ζδ. Igitur γδ apotome est, & ipsi αβ in ordine eadem. Quæ ipsi igitur apotomæ, & reliqua quæ sequuntur, quod erat ostendendum.*



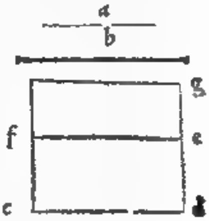
Eucli. ex Camp. Propositio 99

99 Omnis linea utrilibet residuo mediali communicans, est sub ipsius termino & ordine residuum mediale.

CAMPANVS Verum est quod dicitur, siue cõmunicet linea cum utrolibet residuo mediali in longitudine, siue in potentia. Sit enim a utrumlibet residuum mediale, cui b communicet in lõgitudine uel potentia. Dico quod b est etiam residuum mediale, quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a. & sit c per cuius abscisionem a fuit residuũ mediale. Et ad b adiũgatur alia quæ sit d, sitq; b ad d, sicut a ad c, totaq; cõposita ex a & c, sit e & ex b, d, sit f. Describantur igitur quadrata c & d, quæ sint g & h. & superficies e in c, sit k, & f in d, sit l. Et quia est ut prius e ad f & c ad d sicut a ad b, sunt autẽ & c mediales potentia tãtum cõicantes ex 69 & 70, sequitur ex 11 ut f & d eis cõmunicantes sint etiã mediales potẽtia tantũ cõicantes. Constat autẽ ex prima sexti, quod sit k ad g sicut e ad c, & l ad h sicut f ad d. Et quia est e ad c sicut f ad d, sequitur ut sit k ad g sicut l ad h. Et permutatim k ad l, sicut g ad h. Cum ergo g cõmunicet cum h, sequitur ut k cõmunicet cum l. Si igitur k est rationale (quod est in residuo mediali primo) erit etiã per diffinitionem l rationalis, quare per 60 b etiam est residuũ mediale primum. Si autẽ k sit medialis (quod est in residuo mediali secundo) erit per 11 etiam l medialis, ideoque b per 70 residuum mediale secundum. Quare constat propositum.



IDEM aliter Si linea b communicat cum linea a (quæ est utrūlibet residuum mediale) in longitudine uel in potentia, sit superficies c e adiūcta ad lineā rationalē c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, erūtq́ ob hoc c e & f g communicantes, quemadmodū & quadrata linearum a & b eis æqualia, ideoq́ per primam sexti & 10 huius, d e & e g sunt communicantes in longitudine. Et quia si a est residuum mediale primum linea d e est residuum secundum per 93, & si a est residuum mediale secundum linea d e est residuum tertium per 94, at cum d e est residuum secūdum, linea e g est etiā residuum secundū, & cum illa tertium similiter, & hæc est tertium per 95, sequitur ita que ex 87 & 88 ut b sit residuum mediale primum aut secūdum, prout fuerit a. Et sic patet quod intendimus.



Eucli. ex Zamb. Theorema 80 Propositio 104

104 Mediæ apotomæ commensurabilis, mediæ apotome est, & in ordine eadem.

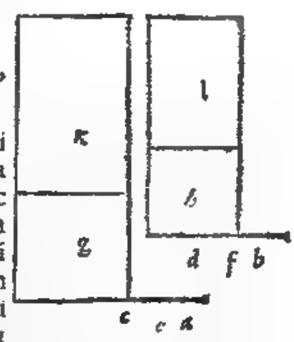
THEON ex Zāb. *Sit mediæ apotoma αβ, & ipsi αβ commensurabilis esto γδ. Dico quod & γδ mediæ apotomæ est, & in ordine eadem ipsi αβ. Quoniam enim mediæ apotoma est αβ, esto ei congruens (per 80 decimi,) ipsa βε, ipsæ igitur αε, εβ, mediæ sunt potētia tantū cōmensurabiles, fiatq́ (per 12 sexti) sicut αβ, ad γδ sic βε, ad δζ commēsurabilis igitur est (per 6 decimi,) & αε, ipsi γζ, & βε, ipsi δζ. Ipsæ autē αε, εβ, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles. Ipsæ igitur γζ, ζδ, mediæ sunt in potentia tantum commēsurabiles, mediæ igitur apotome est (per 74 & 75 decimi,) γδ. Ostendendum est quod & in ordine eadem est ipsi αβ. Quoniā enim est sicut αε ad εβ, sic γζ, ad ζδ. Sed sicut quidem αε, ad εβ, sic quod ex αε, ad id quod sub αε, εβ, sicut aūt γζ, ad ζδ, sic quod ex γζ ad id quod sub γζ, ζδ, est igitur (per 11 quinti,) & sicut quod ex αε, ad id quod sub αε, εβ, sic quod ex γζ ad id quod sub γζ, ζδ. Et uicißim (per 16 quinti,) sicut quod ex γδ ad id quod ex ζγ, sic quod sub αε, εβ, ad id quod sub γζ, ζδ. Commensurabile autem est quod ex αε, ei quod ex γζ cōmensurabile igitur est & quod sub αε, εβ, ei quod sub γζ, ζδ. Si quidem igitur quod sub αε, εβ, rationale est, rationale est & quod sub γζ, ζδ. Si autem medium est quod sub αε, εβ, medium est & quod sub γζ, ζδ, mediæ igitur apotomæ est γδ, & ipsi αβ, in ordine eadem. Quod erat ostendendum.*

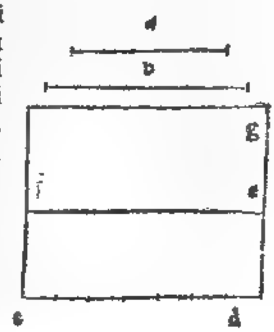


Eucli. ex Camp. Propositio 100

100 SI linea aliqua lineæ minori communicet, ipsa quoq́ erit linea minor.

CAMPANVS Facile est hanc probare dupli ci modo sicut præmissam, siue cōmunicet linea aliqua cū linea minori in lōgitudine, siue in potentia. Hoc autem apposito, quantum ad primum modum quod cum sit f ad d sicut e ad c, erit ex secunda parte 18 sexti quadratū f ad quadratum d sicut quadratū e ad quadratum c. & coniunctim quadrata duarū linearum f & d ad quadratū d, sicut quadrata duarū linearū e & c ad quadratū c. & permutatim quadrata duarū linearū f & d ad quadrata duarū linearū e & b, sicut quadratū d ad quadratū c. Cōmunicat autem quadratū d, cū quadrato c, ergo duo quadrata duarū linearū f & d pariter accepta cōmunicāt cū duobus duarū linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarū linearum e & c pariter accepta sunt rationale: erit etiam per diffinitionē & duo duarum linearum f & d pariter accepta ratiōale. Cumq́ sit superficies k medialis, erit etiā l sibi cōmunicās medialis, igitur ex 71 b est linea minor. Quātū autē ad secundum modum erit per 95 linea d e residuum quartum, ideoq́ per 98 & linea e g erit etiā residuum quartum, ideoq́ etiā per 89 linea b est linea minor.





Eucl. ex Zāb. Theorema 81 Propositio 105

105 Minori commensurabilis, minor est,

THEON ex Zāb. *Sit minor αβ, & ipsi αβ, cōmensurabilis esto γδ, Dico quod γδ, minor est. Fiant inquā supradicta, Et quoniam ipsæ αε, εβ, potentia sunt incōmensurabiles, & ipsæ γζ, ζδ, potentia sunt incōmensurabi*les

les. Quoniam igitur est sicut α ε, ad ε β, sic est γ ζ ad ζ δ, est igitur (per 22 sexti,) & sicut quod ex α ε ad id quod ex ε β, sic quod ex γ ζ ad id quod ex ζ δ. Componendo igitur (per 18 quinti,) est sicut quod ex α ε,ε β, ad id quod ex ε β, sic est quod ex γ ζ,ζ δ, ad id quod ex ζ δ, & uicissim (per 16 quinti. Commensurabile autem est (per 6 decimi, quod ex β ε ei quod ex δ ζ, commensurabile igitur est & cōflatum ex ipsarũ α ε,ε β, quadratis, conflato ex ipsarũ γ ζ. ζ δ, quadratis. Rationale autẽ est (per 22 decimi) conflatũ ex ipsarum α ε,ε β, quadratis, rationale igitur est (per correlariũ 15 decimi & 11 quinti,) & conflatũ ex ipsarũ γ ζ,ζ δ, quadratis. Rursus quoniam est sicut quod ex α ε ad id quod sub α ε,ε β, sic quod ex γ ζ, ad id quod sub γ ζ,ζ δ, & uicissim cōmensurabile autem est (per 6 decimi) quod ex α ε quadratum ei quod ex γ ζ, quadrato, cōmensurabile igitur est quod sub α ε,ε β, ei quod sub γ ζ, ζ δ Mediũ autem quod sub α ε,ε β, medium itidem quod sub γ ζ,ζ δ, Ipsæ igitur γ ζ. ζ δ, (per 82 decimi) sunt incommensurabiles, sunt efficientes quidem conflatum ex ipsarum quadratis rationale, quod uero sub ipsis medium. Ipsa igitur γ δ, minor est. Minori commensurabilis igitur, & quæ sequuntur. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Camp. Propositio 101

101 **Omnis linea communicans lineæ cum rationali componenti mediale, est cum rationali componens mediale.**

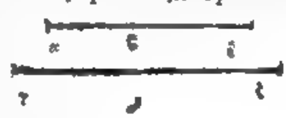
CAMPANVS Hanc quoque duplici prædicto modo non est difficile probare, siue de communicantia in lõgitudine siue in cõmunicantia in potẽtia tantum intelligatur. Sed quantũ ad primum modũ, erunt duo quadrata duarũ linearum f & d pariter accepta mediale per 21, quemadmodũ sunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72, quibus ipsa cõmunicant, & superficies l erit rationalis, per diffinitionem, quemadmodum est superficies k ex 72 cui ipsa cõmunicat. Igitur ex 72 b est cum rationali cõponens mediale. Quantum ad secundum modum, erit d e residuum quintum ex 69, ideoq; & e g ex 95. quare b est cum rationali componens mediale per 90.

Figura propositionis 100

Eucli. ex Zamb. Theorema 82 Propositio 106

106 **Cum rationali medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cũ rationali medium totum efficiens est.**

THEON ex Zamb. *Esto cum rationali medium totum efficiens α ε, & ipsi α ε cõmensurabilis esto γ δ. Dico quod γ δ est cũ rationali mediũ totũ efficiẽs. Sit inquã (per 79 decimi) ipsi α ε cõgruẽs β ε. Ipsæ igitur α ε,ε β. (per 80 decimi, potentia sunt incommensurabiles, efficientes quidẽ ex ipsarũ quadratis mediũ, quod autem sub ipsis rationale & eadem cõstruãtur. Similiter iam ostendemus ex præcedẽtibus, quod ipsæ γ ζ,ζ δ, in eadẽ sunt ratiõe ipsis α ε,ε β, & conflatum quidẽ ex ipsarum α ε,ε β, quadratis, commensurabile est conflato ex his quæ ex γ ζ,ζ δ, quadratis, quod autem sub α ε,ε β, ei quod sub γ ζ,ζ δ. Quare & ipsæ γ ζ,ζ δ, potentia sunt incommẽsurabiles, efficientes conflatum quidẽ ex ipsarũ γ ζ,ζ δ, quadratis medium, quod autem sub ipsis rationale. Ipsa igitur γ δ est cum rationali totum efficiens medium. Cum rationali ergo medium totũ efficienti, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 102

102 **Omnis linea commensurabilis lineæ cum mediali constituẽs mediale, est cum mediali constituens mediale.**

CAMPANVS Hic quoque pone lineam aliquam communicare cum ea quæ cum mediali componit mediale, indifferenter in longitudine uel potentia tantum prout uolueris, & duplici modo præmisso sine difficultate cõcludes eam quoque cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum, superficies l medialis quemadmodum & k, & duo quoque quadrata duarum linearum f d pariter accepta mediale, sicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoque duarum linearum e & c ad k sicut duo duarum f & d ad l, cum duo prima non communicent cum duplo k ex 73, neque duo secunda communicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex 73 b est cum mediali cõponens mediale. Quantum autem ad secundum modum, erit d e residuum sextum ex 97, ideoq; & e g ex 98. Quare b est cum mediali cõponens mediale ex 91.

Figura eadẽ

Eucl. ex Zamb. Theorema 83 Propositio 107

107 **Cum medio medium totum efficienti commensurabilis, & eadem cum medio medium totum efficiens est.**

THEON

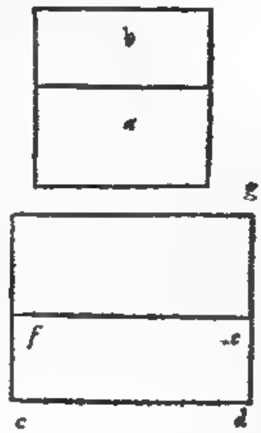
THEON ex Zāb. *Esto cum medio mediū,totū efficiēs αε,& ipsi αε,cōmensurabilis esto γδ. Dico quod γδ cū medio mediū totū efficiēs est. Sit (per 78 decimi) ipsi αβ,cōgruēs βε,& eadē cōstruantur. Ipsæ igitur αε,εβ,(per eandem potētia sunt incōmensurabiles,efficientes conflatū ex ipsarū quadratis mediū,& quod sub ipsis medium,& insuper incommensurabile conflatum quidem ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Suntq́;,sicut ostensum est,ipsæ αε,εβ, commensurabiles ipsis, γζ,ζδ, conflatum ex ipsarum, αε,εβ, quadratis conflato ex ijs quæ ex γζ,ζδ,quod autem sub αε,εβ,ei quod sub γζ,ζδ. Et ipsæ igitur γζ,ζδ,potentia sunt incommensurabiles,efficientes conflatū ex ipsarum quadratis mediū,& quod sub ipsis mediū,& insuper incommēsurabile conflatū ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Igitur γδ. cum medio medium totum efficiens est. Cum medio medium totum igitur,& quæ sequuntur reliqua. Quod ostendendum erat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 103

103 SI de superficie rationali superficies medialis abscindatur, linea in reliquam superficiem potēs,erit alterutra duarum irrationalium aut residuum,aut linea minor.

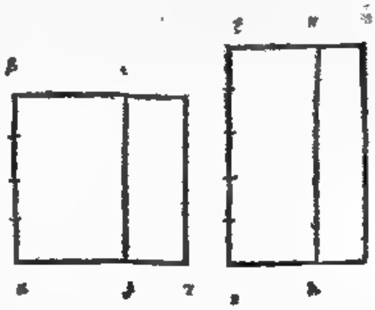
CAMPANVS Sit enim tota superficies constās ex a & b,rationalis,a qua detrahatur b quæ sit medialis. Dico quod linea potens in a reliquū,aut est residuum aut linea minor. Esto nanq; linea c d rationalis,superficiesq́; c e sibi adiuncta sit tanquā a,& f g tanquā b,& tota c g sicut tota a b,eritq́; c g rationalis,ideoq́; per 16 linea d g rationalis in longitudine,& f g medialis ideoq́; per 20 e g rationalis in potentia tantum,est igitur ex diffinitione linea d e residuū primum aut quartū,ergo per 86 & 89 linea potens in superficiem c e,& ideo in superficiem a sibi æqualem est residuū aut linea minor. Quod est propositū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 84 Propositio 105

108 A rationali,media ablata,reliquā areolam potens una duarum irrationalium est , uel apotome uel minor.

THEON ex Zamb. *A rōnali enim βγ,auferatur media βδ. Dico quod quæ reliquam areolam δγ potest,una duarum irrationalium est,uel apotome uel minor. Exponatur enim rationalis ζη, & ipsi (per 44 primi,) æquum ad ipsam ζη,comparetur rectangulum parellogrammum ηθ. Ipsi autem δβ,æquū auferatur ηκ,reliquum igitur δγ,(per 3 communem sententiam) æquum est ipsi λθ. Quoniam igitur βγ rationale est,medium autem βδ,æquum uero βγ ipsi ηθ,& βδ,ipsi ηκ,rationale igitur est ηθ,medium autem ηκ. Et ad ipsam ζη comparatur,rationalis igitur est (per 20 decimi) ζθ,& ipsi ζη,cōmensurabilis longitudine,rationalis autem (per 22 decimi,) ζκ & incommensurabilis longitudine ipsi ζη. Incommensurabilis igitur est (per lēma 12 decimi,) ζθ ipsi ζκ longitudine. Et utræq; rationales,ipsæ igitur ζθ,ζκ,rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ζκ,congruens autem ei est κθ,At ζθ,ipsa κζ aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili,aut eo quod ex sibi incommensurabili. Possit prius eo quod ex sibi commensurabili, & tota θζ,cōmensurabilis est ipsi ζη,expositæ rationali lōgitudine, apotome igitur prima est κθ,(per 3 diffinitiones & 85 decimi.) Areolam aūt sub rationali & apotome prima cōprehensam potens apotome est (per 91 decimi.) Quæ igitur λθ,hoc est δγ potest,apotome est. Si autem θζ,ipsa ζκ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili,& tota ζθ commensurabilis est longitudine expositæ rationali ζη apotome quarta est κθ. Areolam autem sub rationali & apotome quarta comprehensam potens,minor est (per 94 decimi.) A rationali media ablata igitur,reliquam,& quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostēdendum.*

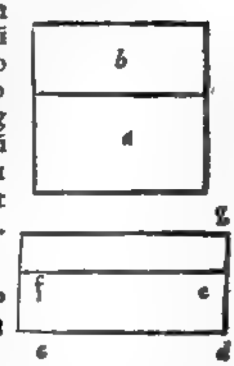


Eucli. ex Camp. Propositio 104

104 SI de superficie mediali superficies rationalis detrahatur, linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum,aut residuum mediale primum,aut cum rationali componens mediale.

CAM

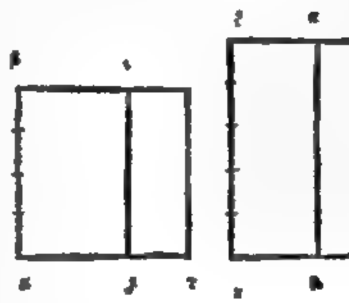
CAMPANVS Hæc quoq; ſicut præmiſſa probatur. Erit enim tota a b medialis, b autē rationalis, & tūc dico quod in a reliquū poteſt, aut eſt reſiduum mediale primum, aut cū rationali componens mediale. Cū enim c g æqualis ſit a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum, & cū ſit f g æqualis b, erit per 15 linea e g rationalis in longitudine, ergo à diffinitione erit linea d e, reſiduū ſecundum aut quintum, quare per 87 & 90 latus tetragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduum mediale primū, aut cum rationali componēs mediale. Quod eſt propoſitum noſtrū.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 85* *Propoſitio 109*

109 A medio, rationali ſublato, aliæ duæ irrationales fiūt, uel mediæ apotomæ prima, uel cum rationali medium totum efficiens.

THEON ex Zāb. *A medio β γ, rationale auferatur β δ. Dico quod quæ reliquum poteſt δ γ, una duarū irrationaliū eſt, aut mediæ apotomæ prima, aut cum rationali medium totum efficiēs. Exponatur enim rationalis ζ η, & cōparentur ſimiliter areolæ. Conſequenter eſt autem rationalis quidē ζ θ, & ipſi ζ η lōgitudine incommenſurabilis. Rationalis autem eſt (per 22 decimi κ ζ, & ipſi ζ η, longitudine commenſurabilis. Ipſæ igitur ζ θ, ζ κ, (per 20 decimi) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles, Apotome igitur eſt ipſa κ θ. Cōgruens aūt eſt ζ κ. At ζ θ, ipſa ζ κ, uel maius poteſt eo quod ex ſibi commenſurabili, Si quidem θ ζ, ipſa ζ κ, maius poteſt eo quod ex ſibi cōmēſurabili & eſt cōgruens (per 80 decimi) ζ κ commenſurabilis ipſi ζ η expoſitæ rationali longitudine, ipſa κ θ apotome eſt ſecunda (per 3 diffinitiones,) Rationalis autē eſt ζ η. Quæ autē poteſt quod ſub rationali & apotome ſecūda, mediæ apotomæ eſt prima (per 92 decimi.) Quare λ θ, hoc eſt γ δ. potens, mediæ apotomæ eſt prima. Si autē θ ζ, ipſa ζ κ maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili, & ζ κ congruens eſt commenſurabilis longitudine ipſi ζ η, expoſitæ rationali, apotome quinta eſt κ θ. Quare ipſam δ γ potens, (per 95 cum rationali medium totū efficiens eſt. A medio igitur, rationali ſublato, & quæ ſequuntur reliqua. Quod erat oſtendendum.*



Eucli. eſt Camp. *Propoſitio 105*

105 SI ſuperficies medialis de ſuperficie mediali detrahatur, fueritq; reliqua toti incommenſurabilis, quæ in ipſam reliquam poteſt alterutra erit duarum irrationalium, uidelicet aut reſiduū mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale.

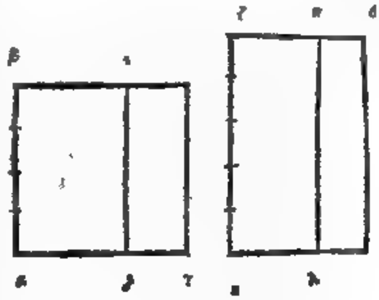
CAMPANVS. Si a duarum præmiſſarum demonſtratione non deuias, cōcludes ſine difficultate propoſitū. Sint enim tota a b & b mediales, & ſit a reliqua incommenſurabilis toti (aliter enim eſſet a medialis ex 21, & eius latus tetragonicū mediale ex 19) tūc dico quod linea potēs in a, eſt reſiduū mediale ſecundū, aut cū mediali cōponens mediale. Nā cū ſit c g æqualis a b, erit per 20 linea d g rōnalis in potentia tantū, per eandē quoq; cū ſit f g æqualis b, erit etiā e g rationalis in potētia tantum, & cum ſit a incommmenſurabilis toti a b, erit etiam f g incommenſurabilis c g, ideoq; per primā ſexti & 10 huius erit etiam e g incommenſurabilis d g, igitur à diffinitione linea d e, erit reſiduum tertium, aut ſextum, quare per 88 & 91 latus tetragonicum ſuperficiei c e, & ideo ſuperficiei a, eſt reſiduū mediale ſecundum, aut cum mediali componens mediale.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 86* *Propoſitio 110*

110 A medio, medio ablato incommenſurabili toti, reliquæ duæ irrationales fiunt, uel mediæ apotomæ ſecunda, uel cum medio medium efficiens.

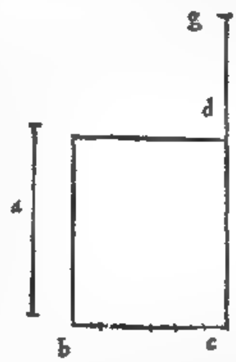
THEON ex Zamb. *Auferatur enim ſicut in præcedentibus deſcriptionibus, à medio βγ, medium ϛδ, incõmenſurabile toti. Dico quod quæ αγ, poteſt, una eſt duarum irrationalium, aut mediæ apotomæ ſecunda, uel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium eſt (per 22 decimi) utrũque ipſorũ, ϛγ, βδ, & βγ, ipſi βδ, eſt incommenſurabile, erit per cõſequẽs rationalis utraq; ipſarũ ζθ, ζκ, & ipſi ζκ longitudine incommenſurabilis. Et quoniã incommenſurabilis eſt ϛγ, ipſi βδ, hoc eſt ηθ ipſi ηκ, incommenſurabilis eſt (per 1 ſexti & 11 decimi,) & ζθ, ipſi ζκ, & ipſæ igitur θζ, ζκ, (per 73) rationales ſunt potentia tantum commenſurabiles. Apotome igitur eſt κθ, cõgruens autem eſt ζκ. At θζ, ipſa ζκ maius poteſt aut eo quod ex ſibi comenſurabili, aut eo quod ex ſibi incommenſurabili. Si quidẽ igitur θζ, ipſa ζκ, maius poteſt eo quod ex ſibi cõmenſurabili, & neutra ipſarũ θζ, ζκ. cõmenſurabilis eſt ipſis ζκ, expoſitæ rationali lõgitudine, apotome tertia eſt ipſa κθ. Rationalis autẽ κλ. Quod autẽ ſub rationali & apotome tertia cõprehenſum rectangulum, irrationale eſt, & quæ illud poteſt irrationalis eſt, appellaturq; mediæ apotomæ ſecũda (per 93 decimi,) quare λι, hoc eſt ιγ, potens, mediæ eſt apotomæ ſecũda. Si autem θζ, ζκ, maius poteſt eo quod ex ſibi incommenſurabili longitudine, & neutra ipſarum θζ, ζκ, ipſi ζκ, longitudine eſt cõmenſurabilis, apotome ſexta eſt θκ. Quæ autem poteſt id quod ſub rationali & apotome ſexta, eſt cum medio medium totum efficiens, quare quæ ipſum λθ, hoc eſt αγ poteſt, cum medio medium totum efficiens eſt (per 96 decimi.) A medio igitur, medio ablato, & quæ ſequuntur reliqua, Quod erat oſtendendum.*



Eucli. ex Camp. *Propoſitio 106*

106 **L**inearum irrationalium quæ ſunt reſiduum & poſt ipſam ſubſecutæ, ullam, alij termino & ordine ſubeſſe impoſſibile eſt, reſiduo quoque, binomij terminum uel ordine conuenire, non eſt poſſibile.

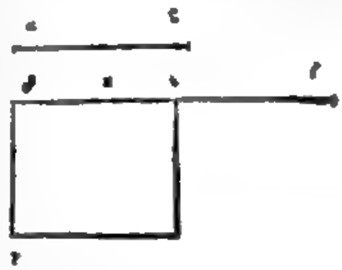
CAMPANVS Vult autem per hanc 106, quod reſiduum, & aliæ quinque lineæ irrationales eã ſequentes differũt ſpecie & diffinitione adinuicẽ, & nulla linea una poteſt eſſe ſub duabus neque ſub pluribus ſpeciebus harũ ſex linearũ irrationaliũ quæ ſunt reſiduũ & eius quinq; comites, & quod omnes ſpecies reſidui differunt ab omnibus ſpeciebus binomij, nec eſt poſſibile lineã unã ſimul eſſe reſiduũ & binomiũ cuiuſcunq; ſpeciei reſidui uel binomij. Pars prima ſic cõſtat, quoniã ſuperficies æquales quadratis reſidui & ſuarũ quinq; comitũ cum adiunguntur ad lineã rationalẽ habent ſecunda latera neceſſario diuerſa abinuicem ex 94 & quinque eam ſequẽtibus. ſunt autẽ ſecunda latera reſiduũ primum & ſecundum & deinceps uſque ad ſextum. Secunda pars cõſtat hoc modo. Si eadẽ linea poteſt eſſe ſimul reſiduum & binomiũ, ſit a cuius quadrato ſuperficies æqualis adiungatur ad rationalem lineã b c ſitq; b d, eritq; ex 54 linea c d binomium primum, & ex 92 reſiduum primum. Inquantum ergo binomium primũ, diuidatur in ſuas binomiales portiones ad punctum e, ſitq; maior portio c e quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionẽ, inquantũ autẽ eſt reſiduum primũ, ei adiungatur d g, per cuius abſciſionem fuerat reſiduum primum, eritq; etiam ex diffinitione c g rationalis in longitudine. Cũ itaq; ſit utraq; duarũ linearũ c g & c e rationalis in longitudine, erit etiã per 9 linea e g rationalis in longitudine. At quia linea d e eſt rationalis in potẽtia tantum cum ipſa ſit per hypotheſin minor portio binomij primi, erit per 65 linea d g reſiduum, & quia ipſa erat rationalis in potentia tantum cum per eius abſciſionem eſſet linea c d reſiduum, ſequitur impoſſibile per 65. Quod ut clarius pateat, eſto ſuperficies b d adiuncta ad lineam rationalem b c. æqualis quadrato lineæ d g. Cum itaque linea d g ſit rationalis in potentia. erit per 16 linea c d rationalis in longitudine. At cum etiam linea d g ſit reſiduum, erit ex 92 linea c d reſiduum primũ. quod eſſe non poteſt, cũ linea quæ dicitur reſiduum, ſit irrationalis per 65.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 87* *Propoſitio 111*

111 Apotome non eſt eadem ei quæ ex binis nominibus.

THEON ex Zãb. *Esto apotome α β. Dico quod α β non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Si enim possibile esto, exponatur rationalis δ γ. Et ei quod ex α β, (per 45 primi.) æquũ ad ipsam γ δ. cõparetur r. ẽangulũ γ ε. latitudinẽ efficiẽs δ ε. Quoniã igitur apotome est α β, apotome igitur est (per 95 decimi) prima ipsa δ ε. Esto ei (per 79 decimi) congruẽs ε ζ. ipsæ igitur δ ζ, ζ ε, ratiõales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. & δ ζ, ipsa ζ ε maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & δ ζ, commensurabilis est ipsi δ γ expositæ rationali longitudine. Rursus quoniã ex binis nominibus est α β, ex binis igitur nominibus est prima (per 60 decimi) ipsa δ ε. Diuidatur (per 42 decimi) in nomina in η, sitq; maius nomẽ δ η, ipsæ igitur δ η, & η ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & δ η, ipsa η ε maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & δ η, commensurabilis est longitudine ipsi δ γ expositæ ratiõali, & δ ζ igitur ipsi δ η lõgitudine est commensurabilis. & reliquæ igitur η ζ, (per 12 decimi) cõmensurabilis est longitudine ipsa δ ζ. Quoniã igitur δ ζ, ipsi η ζ, est commẽsurabilis irratiõalis autem est δ ζ, rationalis igitur est & η ζ. Quoniam igitur commensurabilis est δ ζ ipsi η ζ, incõmensurabilis autem est δ ζ, ipsi ζ ε, incommensurabilis igitur est longitudine ζ η ipsi ζ ε, & sunt rationales. Ipsæ igitur η ζ, ζ ε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi) ε η, sed & rationalis, quod est impossibile. Igitur apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Quod erat ostendendum.*

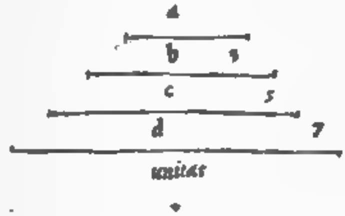


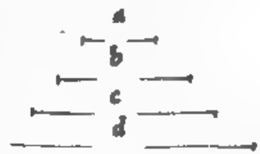
107 Eucli. ex Camp. Propositio 107

Linea quæ residuũ dicitur, ullaue irrationaliũ, quæ post eam sunt nequit esse sub termino binomij, aut sub termino & ordine ullius cæterarum linearum irrationalium quæ binomium subsequuntur. Cum autem possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum produci, non est possibile ullam earum cum ea quæ præcesserit in termino ordine conuenire.

CAMPANVS Vult per hanc ultimam libri decimi, ꝙ tredecim irrationales lineæ de quibus in hoc decimo demõstratũ est (& ipsæ sunt linea medialis, binomiũ & eius quinque comites residuũ & eius quinq; comites) sint abinuicẽ singulæ a singulis specie differentes. & ꝙ nulla linea una potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earum, & quod species linearũ irrationaliũ possunt in infinitũ produci, quarũ nulla cũ alia cõuenit in diffinitiõe & ordine. Quod aũt hæ tredecim lineæ, uidelicet medialis binomiũ & eius quinque comites residuũ & eius quinq; comites, sint irrationales, demonstratũ esse superius memẽto, de mediali quidẽ, ex 19, de binomio aũt & eius quinq; comitibus, ex 30 & quinque eam sequentibus, at uero de residuo suisq; quinq; comitibus, ex 55 & quinque eã sequentibus Nullam autẽ harum tredecim linearũ irrationalium posse cõuenire in specie cũ aliqua aliarũ, sic collige. Esto enim ut ad unã eandemq; lineã rationalem in longitudine adiungantur superficies æquales quadratis prædictarũ tredecim linearũ irrationaliũ, secundũ ꝙ ordine se inuicem sequũtur, eritq; ex 20 secũdũ latus primæ istarũ tredecim superficierũ & quinque eam sequentiũ, rationale in potentia tãtũ. Secunda autẽ latera secundæ istarum tredecim superficierũ & quinque eam sequentiũ esse omnes species binomiorũ per ordinẽ, uidelicet binomiũ primum, secundũ, & deinceps usque ad sextũ, ex 54 & quinque eã sequentibus demonstratũ esse memineris. Secũda uero latera octauæ superficiei & quinq; eã sequentiũ, sunt species residuorũ in ordine, uidelicet residuum primum & residuum secundũ, & deinceps usque ad sextũ, quod ex 92 & quinq; eam sequentibus didicisti. Cũ igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cum aliqua residuorum, quoniam omne binomium per 30 & omne residuum per 65 est linea irrationalis & in longitudine & in potentia, & cum nulla species residuorũ conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultimæ huius decimi, sequitur ut omnia secunda latera harum tredecim superficierũ sint abinuicem diuersa, ideoq; per primã sexti & ipsæ tredecim superficies sunt diuersæ, cum earum omnium altitudo sit una, quare etiã hæ tredecim lineæ irrationales propositæ, sunt singulæ a singulis diuersæ. Possunt autẽ harum tredecim linearũ irrationalium species, in infinitũ produci, infinitæ enim sunt species linearũ medialium infinitæ quoque binomiorum, & sic de singulis. Quod hoc modo constat. Esto linea a, medialis, sumaturq; unitas & quotlibet numeri primi ut 3. 5. & 7.

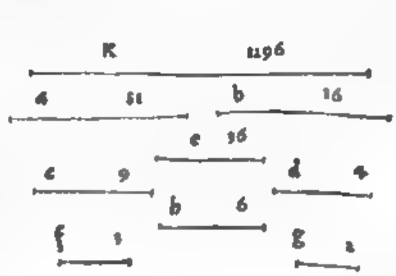
5,& 7,& sint totidē lineæ b,c,d, quot sunt sumpti numeri primi, sintque quadrata istarū linearum b,c,d, ad quadratum a, sicut hi numeri primi ad unitatē, eruntq; lineæ b c d, mediales ex 21, quoniā ipsæ cōmunicant in potētia cū linea a mediali. Omnes autem erunt diuersæ in longitudine ab a,& a semuicē per ultimā partē 7: quoniam nullius istorum numerorum ad unitatē nec alicuius eorum ad alterū per 16 & 5 & correlariū secundæ octaui & præsentis hypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratum, erit ergo a,& oēs sibi cōicantes in longitudine, sub prima specie linearū medialium, b uero & omnes sibi cōicantes in lōgitudine, sub secunda, c autem & oēs eidē cōicantes uel cōmensurabiles, sub tertia, d quoque & omnes sibi cōicantes in longitudine, sub quarta. Et quia numeri primi sunt infiniti ut ex 21 noni didicisti, necesse est species linearum medialium esse infinitas. Quod autē est dictum de linea mediali: intellige de binomio suisque quinq; comitibus,& residuo suisq; quinque comitibus, nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis, siue cōmunicet ei in lōgitudine siue in potētia ut probatū est in 21, ita etiā omnis linea cōicans binomio aut alicui suarum quinq; comitum, uel etiā residuo aut alicui suarum quinq; comitum in longitudine uel in potentia, est secū sub eadē specie, ut probatum est in 6. & quatuor eam sequentibus,& 95 & quatuor eā sequentibus. Sūt igitur species harum tredecim linearum irrationalium infinitæ, quarum nulla conueniet cum præcedenti in ordine uel diffinitione. Conuenit quoque aliter demonstrare, species linearum irrationaliū esse infinitas. Nam omne latus tetragonicum superficiei dictæ a numero nō quadrato, est irrationale per ultimam partem 7 & per diffinitionem. Cum itaque tales numeri sint infiniti, erunt etiam species harū linearum irrationalium infinitæ. Tertio modo contingit secundam partem huius ultimæ conclusionis libri decimi sic exponi, ut dicamus ab unaquaque linea rationali in potentia tantum, infinitas linearum irrationalium species produci, quarū nullā cum aliqua earum quæ ipsam præcesserint. possibile est in diffinitione & ordine conuenire. Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies rationalis dicta a numero non quadrato ut 5, eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine, quoniā ipsum est incōmēsurabile lateri tetragonico superficiei rationalis dictæ a numero quadrato ex ultima parte 7. Dico ergo quod huius lateris latus, itēq; secundi lateris latus,& rursus huius tertij lateris latus,& sic in infinitū, sunt lineæ irrationales tam in longitudine quam in potētia,& quod nulla earum conuenit diffinitione uel specie cum aliqua quæ eam præcesserit in ordine: estque latus tetragonicum præmissæ superficiei quæcunque dicta fuerit a numero non quadrato earum omnium sicut radix & principium,& quælibet ipsarum est principium omniū ipsam sequentiū. & quæcunque ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficiei proficiscūtur, diuersæ sunt in longitudine & potentia ab omnibus quæ à quoquā alio tetragonico lateris talis superficiei generātur. Et hoc dico, cum ipsarum superficierū non fuerit proportio sicut numerorū quadratorū. Hæc autem ut possimus firma demonstratiōe colligere, antecedēs ad ipsa præmittere oportet. Sitque istud,





Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur, quota latera tetragonica duorum præcedētium inuicem duces, totum tetragonicum latus ipsius producti produces.

Verbi gratia. Sit ut ex a in b fit k: at c d sint latera tetragonica a & b: fiat autē e, ex c in d: sintq; iterum f & g latera tetragonica c & d,& fiat h ex f in g. Dico quod h est latus tetragonicū e,& quod e rursus est latus tetragonicū k. Cum enim ex f in se & in g fiant c & h, erit c ad h sicut f ad g, sed & sic h ad g, sicut f ad g, eo quod ex g in f & in se fiunt h & d, sūt igitur c,h,d, cōtinue proportionales. Itaq; ex h in se, quātū ex c in d, quare h, est latus tetragonicū e.



Eadem quoque ratiõe cũ ex c in se sit a,& in d sit e,& ex d in se sit b,erunt etiã a.e,b.cõti nue proportionales in proportione c ad d. Cũ igitur ex a in b sit k,sequitur etiã ut ex e in se sit k,quare e est latus tetragonicũ k. Cõstat itaque quod dicitur. Restat itaque de demõstrare quod propositũ est. Sit igitur super ficies a,rationalis,dicta à numero non quadrato ut 5,sitq́ linea a,eius tetragonicũ latus,& sumantur quolibet lineæ rationales in lõgitudine quæ sint b,c,d,e. Sintq́ dictæ à nũeris quorũ quisque præcedẽs sit tetragonicũ latus proximo sequẽtis, ut si b sit 2,c 4,d 16,e uero 256,ad has aũt lineas ratio nales in lõgitudine,adiũgatur superficies æqualis a,erũtq́ secũda latera singularũ rõnalia in lõgitu dine per 16:ut secundũ latus b,2 & dimidiũ,secũdũ c,unũ & quarta,secundũ uero d,una quarta & u na 16,at uero superficiei e secũdũ latus,erit una 64 & una 256. Sit ergo f tetragonicũ latus b:g,uero sit tetragonicũ latus scd̃i lateris supficiei b,eritq́ per præmissam antecedẽs ut ex f in g sit a. Rursus sit h tetragonicũ latus scd̃i lateris c,k quoq́ sit tetra gonicũ lat9 h,eritq́ p prædictũ antecedẽs ut ex b in h sit a,& ex f in k sit tetragonicũ lat9 a,q́ sit l. Sit iterũ m tetragonicũ latus scd̃i lateris superficiei d, sed cũ n sit tetragonicũ lat9 m,& p tetragonicũ n, eritq́ per prædictũ antecedẽs ut ex c in m fiat a,& ex b in n l,& ex f in p tetragonicũ latus l quod sit q. Amplius aũt sit r,tetragonicũ latus lateris scd̃i superficiei e,sit quoque s tetragonicũ r & t s,sit & u tetragonicũ t,seqturq́ per dictũ añcedẽs, ut ex d in r fiat a,& ex c in s l,& ex b in t,sit q,& etiã ex f in u,tetragonicũ latus q,qđ sit x,& sic in infinitũ. Dico ergo has lineas a.l,q.x,quarũ a est tãq́ radicale principiũ,esse irrõnales,a quidẽ in lõgitudine tm̃, cæteræ uero in lõgitudine & in potẽtia, & dico q́ nulla earũ cõuenit cũ alia in diffinitiõe uel ordi ne. Cũ enim ex f in g & k fiant a & l:erit a ad l,sicut g k. Et quia ut patet ex dictis hypothesibus g & k sunt incommensurabiles in longitudine & in po tentia,sequitur etiam ut a & l sint incommẽsura biles in longitudine & in potentia. Eadem ratione a & q,est enim a ad q,sicut g ad p. Et ꝑpter eandẽ causam etiã a &x,cũ sint sicut g & u. Et hac uia quo q́ necesse est,ut l & q sint simpliciter incõmẽsurabi les tã in lõgitudine q̃ in potẽtia,cũ enim ex f in k & p,fiãt l & q,erit l ad q,ut k ad p. At k & p nec cõ mẽsurabiles sunt in lõgitudine nec in potentia. Si enim sint,erũt h & n cõmẽsurabiles,sed nõ sunt,at uero l & x oportet esse utroq́ modo incõmẽsura biles,est enim l ad x:sicut k ad u,eo q́ ex f in k & u fiũt l & x. Sũt autẽ k & u,utroq́ modo incõmẽsu rabiles, sin aũt accidet d & h esse cõmẽsurabiles,q́ est incõueniẽs,q uero & x qđ sint quoq́ incõmẽsu rabiles, potẽtia & lõgitudine,ex eo patet,q́ est q ad x sicut p ad q:cõstat autẽ qđ p & u sunt incom mensurabiles,nã si non,erũt n & c cõmẽsurabiles, ideoq́ m & s sed nõ sunt. Manifestũ est itaq́ infi nitas lineas irrõnales in lõgitudine & in potentia incõmensurabiles,& ideo diffinitiõe & specie diffe rentes,produci ex linea a rõnali in potẽtia tantũ.



Re-

Restat aũt nũc ostẽdere q̃d quæcũq; irratiõales lineæ ab aliqua linea rationali in potentia tantum hac uia generantur, diuersæ sunt ab omnibus tã in lõgitudine quã in potẽtia quæ a qualibet alia linea ratiõali in potẽtia tantum quadratũ cuius ad quadratum prioris nõ sit sicut nũeri quadrati ad numerũ quadratũ, hac eadẽ uia egrediuntur hoc quoq; sic cõstat, Sint a & b rõnales in potẽtia tãtũ siue tetragonica latera duarũ superficierũ dictarũ a numeris nõ quadratis sitq; ut illi numeri nõ sint in proportiõe aliquorũ numerorũ quadratorũ, lineæ quoq; quæ ꝓcedũt hac uia ab a sint c,d,e. & a b ꝓcedãt f,g,h. Dico quod nulla ex lineis c,d,e, cõicat in lõgitudine uel potẽtia cũ aliqua ex lineis f,g,h. cũ enim sint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f. & e & h, tetragonica latera d & g, nõ est possibile ut aliqua ex c,d,e. cõicet cum sua cõpari ex f,g h, uel longitudine uel potentia. Si enim alterutro modo cõmunicet e cũ h. sequitur ut d cõmunicet cum g, & c cũ f, quare & a cum b etiã in lõgitudine, quod est cõtra hypothesin. Vniuersaliter autẽ uerũ est dicere quãlibet harũ esse utroq; modo incõmẽsurabilẽ cuilibet istarũ. Dato nãq; quod d cõicet cũ h etiã in potẽtia tantũ, sequitur ut c quoq; cõmunicet cũ g, & a cum f, quod non est ꝑossibile. Attendere autẽ oportet, quod cũ dico latus lateris, nihil aliud intelligo q̃ latus superficiei denominatæ à latere priori, unde tetragonicũ latus lineæ a, uoco lineã illam quæ potest in superficiẽ dictã a linea a. talis autem superficies est q̃ cõtinet linea a & linea rõnalis in lõgitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonicũ latus cuiuslibet lineæ sit linea a, cuius tetragonicũ latus uolo inuenire, b uero sit linea rationalis in lõgitudine dicta ab unitate, & ipsa est minima omniũ linearũ rationaliũ numeratarũ ab integris, medio loco proportionalis inter eas sit c, est igitur per 16 sexti c tetragonicũ lat9 a. idẽ enim sit ex a in b & ex c in se. At uero ex a in b fit superficies dicta ab a. Quicquid enim à quolibet in unũ ducto producitur. ab eo quod unũ multiplicat denominatur. Et nota quod cũ c fuerit latus tetragonicum lineæ a. indifferenter contingit lineam c esse maiorẽ linea a & minorem. prout b etiã fuerit maior aut minor.

THEON ex Zamberto.

Apotome & quæ post eã irrationales, neque mediæ, neque adinuicẽ sunt eædẽ. Quod ex media nãq; ad rationalẽ cõparatũ latitudinẽ efficit rõnalẽ & ei ad quã apponitur lõgitudine incõmẽsurabilẽ (per 22 decimi.) Quod uero ex apotome ad rationalẽ cõparatũ latitudinẽ primã efficit apotomen (per 97 decimi.) Quod aũt ex mediæ apotomæ prima ad rationalem apposiũ latitudinẽ, secũdam efficit apotomen (per 98 decimi.) Quod ex mediæ secunda apotomæ ad rationalẽ appositũ latitudinẽ, tertiam efficit apotomẽ (per 99 decimi.) Quod ex minori ad rationalẽ appositũ latitudinẽ quartã efficit apotomen (per 100 decimi.) Quod ex efficiẽte cũ rationali mediũ totum ad rationalẽ appositũ latitudinẽ efficit quintã aptomen (per 101 decimi.) Quod ex efficiẽti uero cũ medio medium totũ ad rationalem cõparatũ latitudinem, sextam efficit apotomen, (per 102 decimi.) Quoniam igitur prædictæ latitudines à prima & adinuicem differunt (à prima quidẽ quoniã rationalis est, adinuicem uero quia in ordine non sunt eædem) patet quod & ipsæ irrationales differunt adinuicẽ. Et quoniã ostensum est (per 111 decimi) quod apotome non est eadẽ ei quæ ex binis nominibus, ad rationalem aũt appositæ latitudinẽ efficiant, quæ sane post apotomen apotomas, consequẽter utraquæq; quæ in ordine circa eandẽ, quæ uero post eas quæ ex binis nominibus, eas quæ ex binis nominibus, & easdem, ordine consequenter, aliæ igitur sunt quæ post apotomen & aliæ quæ post eam quæ ex binis nominibus ut omnes irrationales sint tredecim hæ uidelicet.

1 Media. 2 Ex binis nominibus 3 Ex binis prima, medijs. 4 Ex binis secũda medijs. 5 Maior. 6 Rationale mediũq; potens. 7 Bina potens media. 8 Apotome. 9 Mediæ prima apotome. 10 Mediæ secũda apotome. 11 Minor. 12 Cũ rõnali mediũ totũ efficiẽs. 13 Cũ medio mediũ totũ efficiẽs.

Eucli. ex Zamb. Theorema 88 Propositio 112

112 Quod ex rationali ad irrationalem eam quæ ex binis nominibus appositum latitudinem efficit apotomen cuius nomina cõmensurabilia sunt nominibus eius quæ ex binis nominibus est, & in eadem ratione, & insuper apotome quæ gignitur eundem habebit ordinem ei quæ ex binis nominibus est.

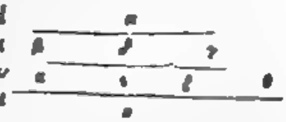
THEON ex Zamb. *Sit rõnalis quidẽ α, ex binis uero nominibus sit βγ, cuius maius nomen esto δγ, & ei quod ex α æquũ esto id quod sub βγ, εζ. Dico quod ipsa εζ apotome est, cuius noĩa cõmẽsurabilia sunt ipsis γδ, δβ, & in eadẽ ratione, & insuper εζ eundem ordinẽ habet ipsi βγ. Sit enim rursus ei quod ex α æquũ id quod sub βδ, η. Quoniã igitur quod sub βγ, εζ, æquum est ei quod sub βδ, η, est igitur (per 14 quinti) sicut γβ, & βδ, sic est η ad εζ, maior autẽ est γβ, ipsa βδ, maior igitur & η ipsa εζ. Esto ipsi η æqualis εθ. Est igitur (per 7 & 11 quinti) sicut γβ ad βδ, sic est θε ad εζ. diuidẽdo igitur est (per 17 quinti) quod sicut γδ, ad βδ, sic est θζ ad ζε. Fiat sicut θζ, ad ζε, sic ζκ, ad κε, &*



tota igitur θ ε,(per 11 quinti)ad totā ε ζ est sicut ζ ε ad ε ι. Sicut enim unū antecedentiū ad unū cōsequētiū,sic oīa antecedētia ad oīa sequētia. Sicut autē (per 11 quinti) ζ ε ad ε ι,sic est γ δ ad δ ϛ,& sicut igitur (per 11 quinti) θ ε,ad ε ζ,sic γ δ,ad δ β,cōmēsurabile aūt est (per 11 decimi) quod ex γ δ,et quod ex ϛ δ,cōmēsurabile igitur est & quod ex θ ε,et quod ex ζ ε. Et est sicut (per 22 sexti) quod ex θ ε,ad id quod ex ε ζ,sic est θ ε,ad ε ι. Et quoniā ipsæ tres θ ε,ε ζ,ε ι,sunt proportiōales cōmēsurabilis igitur est (per 11 decimi) θ ε,ipsi ε ζ lōgitudine,quare & θ ι,ipsi ι ε lōgitudine est cōmēsurabilis. Et quoniā (per correlariū 20 sexti.) quod ex α æquū est ei quod sub ι θ,β δ,rōnale aūt est id quod ex α,rōnale igitur est & id quod sub θ ι,ϛ δ. Et ad ipsam ϛ δ,rōnalē apponitur,rōnalis igitur est & ι θ,& ipsi β δ lōgitudine cōmēsurabilis,quare & ei cōmēsurabilis ι ε,rōnalis est,& ipsi ϛ δ,lōgitudine cōmēsurabilis. Quoniā igitur est sicut γ δ,ad δ ϛ,sic ζ ε ad ε ι,ipsæ autē γ δ,δ ϛ,potētia tantū cōmēsurabiles,& ipsæ igitur ζ ε,ε ι,(per 11 decimi) potētia tātū sunt cōmēsurabiles. Rōnalis aūt est ε ι,& ipsi β δ lōgitudine cōmēsurabilis. Rōnalis igitur est & ζ ε.& ipsi γ δ lōgitudine cōmēsurabilis. ipsæ igitur ζ ε ε ι,rōnales sunt potētia tātū cōmēsurabiles (per 11 decimi.) igitur ζ ι apotome est. Verū γ δ,ipsa δ ϛ,aut maius pōt eo quod ex sibi cōmēsurabili,aut quod ex sibi incōmēsurabili. Si quidē γ δ,ipsa δ β,maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili,& ζ ε (per 15 decimi) ipsa ε ι maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili. Et si γ δ.ipsi expositæ rōnali cōmēsurabilis est lōgitudine,& ζ ε si autē δ β,& ε ι,si uero neutra ipsarū γ δ,δ ϛ,& neutra ipsarū ζ ε,ε ι. Si aūt γ δ,ipsa β δ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili,& ζ ε,ipsa ε ι,maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili. Et si quidē γ δ cōmēsurabilis est ipsi expositæ rōnali lōgitudine,& ζ ε,si aūt β δ.& ε ι,si uero neutra ipsarū γ δ,δ ϛ.& neutra ipsarum ζ ε,ε ι. Quare ipsa ζ ι apotome est,cuius nomina ζ ε,ε ι,cōmēsurabilia sunt eis noībus quæ sunt ex ea quæ ex binis nominibus hoc est ipsis γ δ,ϛ δ,& in eadē rōne,& eundē habet ordinē ipsi β γ. A rōnali igitur & reliqua. Quod erat ostendendum.

Eucli.ex Zamb. Theorema 89. Propositio 113

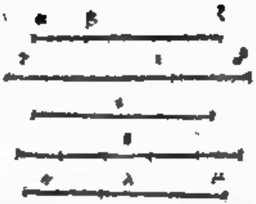
113 Quod ex rōnali ad apotomē cōparatū latitudinē efficit eā quæ ex binis noibus cuius noia cōmēsurabilia sunt ipsius apotomes noibus, & in eadē rōne,& insup quæ gignit ex binis noib⁹,ipsi apotomæ eūdē obtinet ordinē



THEON ex Zāb. Esto rōnalis quidē α,apotome aūt sit β δ.& ei quidē quod ex α,æquū esto quod sub ϛ δ,ε θ,ut quod ex α rationali ad ipsam ϛ δ apotomē cōparatū latitudinē efficiat ipsam ε θ. Dico quod ε θ ex binis noibus est,cuius noia cōmēsurabilia sunt eis quæ ipsius β δ,sunt noibus,& in eadē rōne,& q ipsa ε θ,eūdē habebit ordinē ipsi ϛ δ. Sit,inquā,(per 80 decimi) ipsi β δ cōgruēs δ γ. Ipsæ igitur ϛ γ,γ δ,(per 80 decimi,) rōnales sunt potētia tantū cōmēsurabiles. Et ei quod ex α,æquū esto id quod sub β γ,η. rōnale aūt est quod ex α,rōnale igitur & quod sub ϛ γ η.& ad rōnalē ϛ γ cōparatū,rōnalis igitur est (per diffinitionē decimi,) ipsi η,& ipsi β γ lōgitudine cōmēsurabilis. Quoniā igitur (per 20 decimi) quod sub ϛ γ,η,æquū ei quod sub ϛ δ,ε θ,proportiōaliter igitur est (per 15 sexti) sicut ϛ γ,ad β δ,sic est ε θ ad η,maior autē est ϛ γ,ipsa ϛ δ,maior igitur est & ε θ, quàm η,Ponatur (per 3 primi) ipsi η,æqualis ε ι. Cōmēsurabilis (per 12 decimi) igitur est ε ι ipsi ϛ γ,lōgitudie. Et quoniā est sicut γ ϛ ad ϛ δ,sic est θ ε,ad ε ι.cōuertēdo igitur est (per correlariū 19 quīti) sicut ϛ γ ad γ δ,sic est ε θ ad θ ι. Fiat (per 12 quinti) sicut ε θ,ad θ ι,sic θ ζ,ad ζ ι,& reliqua igitur ε ζ,ad θ ζ,est sicut ε θ,ad θ ι,hoc est sicut ϛ γ,ad γ δ. ipsæ aūt β γ,γ δ,potētia tātū sunt cōmēsurabiles,& ipsæ igitur ε ζ,ζ θ,(per 11 decimi) potētia tātū sunt cōmēsurabiles. Et quoniā est sicut ε θ ad θ ι,sic ε ζ,ad ζ θ sed sicut ε θ,ad θ ι,sic θ ζ,ad ζ ι,& sicut igitur (per 11 quinti) ε ζ ad ζ θ,sic θ ζ ad ζ ι. Quare (per correlariū 19 sexti) & sicut prima ad tertiā,sic quod ex prima ad id quod ex secūda,& sicut igitur (per 11 quinti) ε ζ,ad ζ ι,sic quod ex ε ζ,ad id quod ex ζ θ,cōmēsurabile autē est (per 9 decimi.) quod ex ε ζ,et quod ex ζ θ. Ipsæ ε ζ,ζ θ,potētia sunt cōmēsurabiles,cōmēsurabilis igitur est ε ζ,ipsi ζ ι,lōgitudine,quare & ι ε,ipsi ζ ι,lōgitudine cōmēsurabilis est. Rōnalis aūt est ε ι,& ipsi ϛ γ lōgitudine cōmēsurabilis: rōnalis igitur est,(per 12 decimi) ε ζ,& ipsi β γ lōgitudine cōmēsurabilis. Et quoniā est sicut ϛ γ ad γ δ sic ε ζ,ad ζ θ,uicissim quoq; (per 16 quinti,) & sicut β γ ad ε ζ, sic δ γ,ad ζ θ,cōmēsurabilis aūt est β γ,ipsi ε ζ.cōmēsurabilis igitur est & ζ θ,ipsi γ δ. Ipsæ aūt ϛ γ,γ δ rōnales sūt potētia tantū cōmēsurabiles,& ipsæ igitur ε ζ,ζ θ,rōnales sunt potētia cōmēsurabiles. Ex binis igitur noibus est ε θ. Si quidē igitur ϛ γ,ipsa γ δ,maius potest eo quod ex sibi cōmēsurabili,& ε ζ,ipsa ζ θ,maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili. Et si ϛ γ,cōmēsurabilis est lōgitudine ipsi expositæ rōnali.& ε ζ quoq;. Si aūt γ δ cōmēsurabilis est lōgitudine ipsi expositæ rōnali,& ζ θ quoq; si aūt neutra ipsarū β γ,γ δ,& neutra ipsarū ε ζ,ζ θ. Si uero ϛ γ,ipsa γ δ maius potest eo quod ex sibi incōmēsurabili,& ε ζ,ipsa ζ θ maius poterit eo quod ex sibi incōmēsurabili. Et si ϛ γ ipsi expositæ rōnali cōmēsurabilis est lōgitudine,& ε ζ,si aūt γ δ,& ζ θ,si uero neutra ipsarū β γ,γ δ.& neutra ipsarū ε ζ,ζ θ. Ex binis noibus igitur est ε θ,cuius noīa ε ζ,ζ θ,cōmēsurabilia sunt ipsis β γ,γ δ noibus ipsius apotomes & in eadē rōne,& insuper ε θ,ipsi ϛ γ eūdē habebit ordinē. Quod erat ostendendū.

Eucli.ex Zamb. Theorema 90 Propositio 114

114 Si areola comprehēdatur sub apotome & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina cōmensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus,& in eadem ratione quæ areolam potest rationalis est.



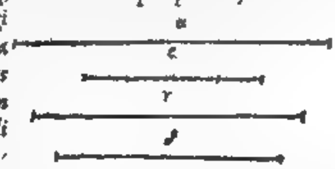
THEON ex Zāb. Cōprehēdatur areola sub apotome αβ, & ea quæ ex binis nominibus γδ, cuius maius nomē γε, sintq́ eius quæ ex binis noībus noīa γε, εδ. (per 113 decimi) cōmēsurabilia ipsius apotomes noībus αζ, ζβ, & in eadē rōne. Sitq́ potēs id quod sub αβ, γδ, ipsa η. Dico quod ipsa η rōnalis est. Exponatur enim rōnalis θ, & ei quod ex θ, æquū ad ipsam γδ cōparetur, latitudinē efficiens κλ, igitur ipsa κλ, apotome est (per 113 decimi) cuius noīa sint κμ, μλ, cōmēsurabilia noībus eius quæ ex binis noībus hoc est ipsis γε, εδ. & in eadē rōne. Iā & ipsæ γε, εδ (per 12 decimi) cōmēsurabiles sunt ipsis αζ, ζβ, & in eadē rōne, est igitur sicut αζ, ad ζβ. sic est κμ, ad μλ, uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut αζ, ad κμ, sic est βζ ad λμ, & reliqua igitur αβ, (per 12 quinti) ad reliquā κλ est, sicut αζ, ad κμ. Cōmensurabilis aūt est αζ, ipsi κμ, cōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi) & αβ ipsi κλ. Estq́ (per cōstructionē) sicut αβ ad κλ, sic est quod sub γδ, αβ, ad id quod sub γδ, κλ. Cōmēsurabile igitur est & quod sub γδ, αβ, ei quod sub γδ, κλ. Aequū autē est id quod sub γδ, κλ, ei quod ex θ, cōmēsurabile igitur est quod sub γδ, αβ, ei quod ex θ. Quod aūt sub γδ, αβ, æquū est ei quod ex η, cōmēsurabile igitur est & quod η, ei quod ex θ. Ratiōale autē est id quod ex θ, rōnale igitur est, & id quod ex η, Ratiōalis igitur est (per diffinitionē decimi) η, & ipsam potest areolā quæ sub γδ, αβ. Si areola igitur cōprehendatur sub apotome, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.

CORRELARIVM. Fitq́ nobis & id propterea manifestū, quod poßibile est rōnalem areolam sub irrationalibus rectis lineis contineri.

Eucli. ex Zamb. Theorema 91 Propositio 115

115 A media infinitæ irrōnales fiūt, neq́ ulla ulli earū quæ prius est eadem.

THEON ex Zāb. Esto media α. Dico quod ab α infinitæ irrōnales fiūt neq́ ulla ulli earū quæ prius est eadē. Exponatur rōnalis β, & ei quod sub βα (per 14 secūdi) æquū esto id quod ex γ. Igitur γ irrōnalis est. Quod enim sub irrōnali & rōnali (per lēma 38 decimi) irratiōale est, & nulli earū quæ prius est eadē. Nō enim ꝙ ex ulla earū quæ prius ad rōnalē appositū latitudinē efficit mediā. Rursus iā ei quod sub βγ. æquum esto id quod ex δ. Irrōnale igitur est id quod ex δ, irrōnalis igitur δ, & nulli earū quæ prius eadē est, Nō enim quod ex ulla earū quæ prius ad rōnalē appositū latitudinē efficit γ. Similiter quoq́ iā & huiusmodi ordo sequetur, si in infinitū extendas, manifestū est igitur ꝙ à media infinitæ fiunt irratiōales, neque ulla ulli earū quæ prius eadem,

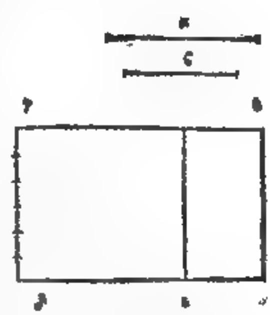


ALITER. Esto media αγ. Dico ꝙ ab αγ, infinitæ sunt irrōnales, neq́ ulla ulli earū quæ prius est eadē. Excitetur (per 11 primi) ipsi αγ ad angulos rectos αβ, sit rōnalis αβ, cōpleaturq́ βγ, irrōnale igitur est (per 11 decimi) & ipsum potēs irrōnalis est. Poßit aūt (per lēma 38 decimi,) ipsum γδ, igitur γδ est irrōnalis & nulli earū quæ prius eadē est, Nō enim quod ex ulla earū quæ prius ad ratiōalē appositū latitudinē efficit mediā. Rursus cōpleatur εδ, irrōnale igitur est εδ, & ipsum potēs irrationalis est, poßit aūt ipsum δζ, irrōnalis igitur est δζ, & nulli earū quæ prius eadem. Nō enim quod ex ulla ipsarū quæ prius ad rōnalē appositum latitudinē efficit γδ, à media igitur infinitæ irrōnales, & quæ sequūtur reliqua. Quod erat ostēdendū.

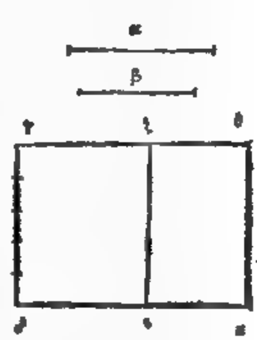


Eucli. ex Zāb. Theorema 92 Propositio 116.

116 Minori commensurabilis, minor est.



THEON ex Zāb. Esto minor α, & ipsi α cōmēsurabilis esto (per 11 decimi) β. Dico ꝙ β minor est. Exponatur γδ rōnalis, & ei ꝙ ex α (per 44 primi,) æquū ad ipsam γδ cōparetur γε, latitudinē efficiēs γζ. Apotome igitur est quarta γζ. Ei aūt quod ex β, (per eandē) æquū ad ipsam ζε cōparetur ζη, latitudinē efficiēs ζθ. Quoniā igitur cōmēsurabilis est α ipsi β. cōmēsurabile igitur est & quod ex α, ei quod ex β. Sed ei quidē quod ex α, æquū est γε. ei autē quod ex β, æquū est ζη, cōmensurabile igitur est γε, ipsi ζη. Sicut autē γε ad ζη, sic est γζ, ad ζθ. Cōmensurabilis igitur est γζ, ipsi ζθ lōgitudine. Apotome aūt quarta est (per 100 decimi) ipsa γζ. Igitur & ζθ, quarta est apotome. Rōnalis aūt est ζε. Si uero areola cōprehēdatur sub rationali & quarta apotome, quæ areolā potest minor est (per 64 decimi.) Ipsam autem ζη areolam, ipsa β potest, ergo α minor est. Quod erat ostendendum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 93 Propositio 117

117 Cū rationali mediū totū efficienti cōmēsurabilis, cum rationali medium totum efficiens est.

THEON ex Zamb. Sit cū rōnali mediū totū efficiēs α, cōmēsurabilis aūt ei esto β. Dico ꝙ β cū rationali mediū totū efficiēs est. Exponatur rōnalis γδ, & ei quidē quod ex α æquū ad ipsam γδ cōparetur γε, latitudinē efficiēs γζ. Apotome igitur est quinta ipsa γζ (per 102 decimi) Ei aūt ꝙ ex β (per 44 primi) æquū ad ipsam ζε cōpa-

tetur ζη, latitudinē efficiēs ζθ. Quoniā igitur cōmēsurabilis est α ipsi β, cōmēsurabile igitur est id quod ex α ei quod ex ϐ. sed ei quidē quod ex α, æquū est γε, ei uero quod ex β, æquū est ζη. Igitur γε, ipsi ζη, est cōmēsurabile. Cōmēsurabilis igitur est γζ, ipsi ζθ, longitudine. Quinta autem apotome est γζ. Apotome igitur quinta est, & ζθ. Rationalis autē γε. Si uero areola cōprehēdatur sub rationali & apotome quinta, quæ areolā potest cū rationali mediū totum efficiēs est (per 95 decimi.) Potest aūt ipsum ζη, ipsa ϐ. Igitur β, cū rationali mediū totū efficiēs est. Quod erat ostendendum.

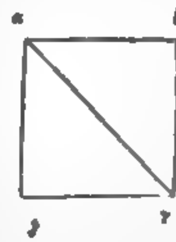
Eucli. ex Zamb. Theorema 94 Propositio 118

118 Propositum nobis sit ostendere, quod in quadratis figuris incommensurabilis est dimetiens lateri longitudine.

THEON ex Zamb. *Esto quadratū αβγδ, dimetiēs uero illius sit αγ. Dico quod αγ, ipsi αϐ, lōgitudine est incōmensurabilis. Si enim possibile, sit cōmēsurabilis. Dico quod eueniet, quod idem nūerus erit par & impar. Manifestū quidē igitur (per 47 primi) quod id quod ex αγ duplū est eius quod ex αϐ. Et quoniā αγ ipsi αβ cōmēsurabilis est, igitur αγ, ad αϐ rōnē habet quā nūerus ad numerū (per 5 decimi) habeat aūt, quā εζ ad η. Sintq; εζ, η, minimi eādē rōnē habentiū eis. Igitur εζ nō est unitas. Si enim εζ, est unitas, & rationem habet ad η, quam αγ ad αϐ, & maior est αγ ipsa αϐ, maior igitur est εζ unitas ipso η nūero, quod est impossibile. Igitur εζ, nō est unitas, nūerus igitur. Et quoniā est sicut αγ ad β, sic est εζ ad η, & sicut igitur (per 15 quinti) quod ex γα ad id quod ex αβ, sic qui ex εζ, ad eū qui ex η. Duplū aūt est quod ex γα eius quod ex αβ. Duplus igitur est & qui ex εζ, eius qui ex η, par igitur est qui est ex εζ, quare & ipse εζ, par est. Si enim impar esset, & qui ex eo quadratus impar esset (per 29 noni,) quippe quoniā si quibus nūeri impares cōpositi fuerint, multitudoq; fuerit impar, & totus impar est. Igitur εζ, par est. Secetur (per 10 primi) εζ, bifariā in θ. Et quoniā ipsi εζ, η, numeri, minimi sunt eādē eis habentiū rōnē, primi sunt adinuicē (per 24 septimi,) & εζ, par est. Impar igitur est η. Si enim esset par, ipsos εζ, η metiretur binarius, (omnis etenim par, habet partē dimidiā) primos adinuicē existentes, quod est impossibile. Igitur η nō est par. Et quoniā ipsius εθ, duplus est εζ, quadruplus igitur est qui ex εζ, eius quod ex εθ, Duplus aūt qui ex εζ, eius qui ex η. duplus igitur qui ex η, eius qui ex εθ. Igitur qui ex η par est. & par igitur est η per ea quæ dicta sunt, sed & impar, quod est impossibile. Igitur αγ, ipsi αβ longitudine nō est cōmensurabilis, incōmensurabilis igitur.*

ζ . . . θ . . . ε

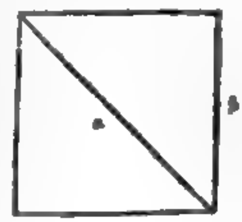
η . . .



Ostendendū & aliter, quod incōmēsurabilis est quadrati dimetiens lateri. Sit enim pro dimetiente α pro latere uero, sit ϐ. Dico quod α, ipsi β lōgitudine est incōmēsurabilis. Si enim possibile, sit cōmensurabilis. Fiatque rursus sicut α ad ϐ, sic εζ, ad η sintq; minimi eandē eisdē habētiū rōnē, ipsi εζ η. Igitur ipsi εζ, η, primi sunt adinuicē. Dico primū quod η nō est unitas. Si enim possibile, esto unitas. Et quoniā est sicut α ad ϐ, sic est εζ, ad η, & sicut igitur (per 11 & 15 quinti) quod ex α ad id quod ex ϐ, sic qui ex εζ, ad eū qui ex η. Duplū aūt est id quod ex α, eius quod ex ϐ. Duplus igitur & qui ex εζ, eius qui ex η. Et η unitas est. Igitur εζ binarius est quadratus. Quod est impossibile. Igitur η non est unitas, numerus igitur. Et quoniā est sicut quod ex α ad id quod ex ϐ, sic qui ex εζ, ad eum qui ex η, & rursus sicut quod ex ϐ, ad id quod ex α, sic qui ex η ad eū qui ex εζ, metitur aūt quod ex β, id quod ex α, metitur igitur & qui ex η quadratus eū qui ex εζ, quare & latus idem η ipsum εζ metitur, metitur autem & seipsum η, igitur η ipsos εζ, η, metitur qui primi sunt adinuicem. Quod est impossibile. Igitur α, ipsi ϐ non est commensurabilis, incommensurabilis igitur. Quod ostendere oportuit.

ζ . . . . θ . . . .

η . . .



Priorum dilucidior explanatio.

Sit quadratum a b c d, dimetiēs uero ipsius sit a c. Manifestū est quod isoceles est triāgulū c d a. æquum habēs d a ipsi d c. similiterq; triāgulum isoceles est a b c. Sit igitur d a unitatū 4 siue pedum: sicq; & c d, quatuor, quare manifestum est quod ex d a quadratum est unitatū siue pedū 16 sic etiā & quod ex c d, 16 est unitatū siue pedū. At quoniā id quod ex a c æquū est eis quæ sunt ex d a, c d, quēadmodū ex 47 primi perspicuū est, manifeстūst est quod id q ex a c est duplū eius quod ex d a. At id quod ex d a, est unitatū 16, id igitur quod ex dimetiente, 32 erit, in dupla, quidem: At quoniam longitudine commensurabiles lineæ sunt quas aliqua magnitudo metitur earūq; quadrata rationē habent quam numerus quadratus ad numerū quadratū, at efficiēs 32 per latus aliqua magnitudo non metitur, neque quæ ex eis quadrata sunt rationē habēt quam numerus quadratus ad numerū quadratū (nullum enim quadratum alterius quadratū duplū est) incōmēsurabilis igitur est longitudine dimetiēs lateri, efficiens enim 32 siue latus est unitatum 5 & minutorum 39, quæ 5, 39: ac 4, nulllam habent communem mensuram 32 ad 16 sicut dictum est rationē nō habet qualem quadratus



dratus numerus ad quadratum numerum.

Inuentis iam longitudine incommensurabilibus rectis ut α,β, & plures aliæ magnitudines ex binis * *diuisionibus comperiuntur (plana intelligo) adinuicem incommensurabiles. Quoniam si ipsarum α,β, linearum rectarum mediam proportionalem susceperimus γ, erit igitur sicut α ad β, sic quæ ex α species ad eam quæ ex γ similē similiterq; descriptam* * *speciem, siue quadrata, siue aliæ rectilineæ similes descriptæ fuerint, siue etiam circuli circa dimetientes α γ, quippe quoniam circuli adinuicem sunt sicut ea quæ ex dimetientibus sunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incommensurabiles. Cum ostenderimus quod ex binis interuallis diuersæ areolæ incōmensurabiles, ostendemus eas quæ ex solidis speculationes, qualiter sunt solida commensurabilia & incōmensurabilia adinuicē. Si enim in ijs quæ ex α,β, quadratis aut eis æqualibus rectilineis figuris cōstituamus altitudine æqualia solida parallelepipeda, uel pyramides, uel prismata, erūt ipsa cōstituta adinuicem sicut bases & si quidem bases sint commensurabiles, commensurabilia erunt ipsa solida. Si uero incommensurabiles, incommensurabilia. Sed & si duobus expositis circulis α β, ipsis conos uel cylindros altitudine æquales describemus, erūt adinuicē sicut bases hoc est sicut ipsi circuli. Et si ipsi circuli sunt cōmensurabiles & ipsi coni & cylindri cōmensurabiles erunt. Si uero ipsi circuli erūt incommensurabiles, ipsi coni & cylindri erūt incōmensurabiles, Et nobis fit manifestū, quod non solū in lineis & superficiebus sunt cōmensurabile & incommensurabile sed in solidis quoq; figuris hoc reperitur.*

** διαστάσεων interuallis*

** εἶδος figura*



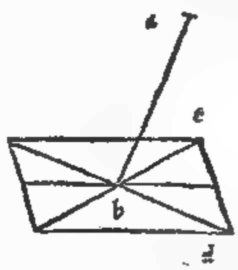
DECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER VNDECIMVS,

Eucli. ex Campano — *Diffinitiones.*

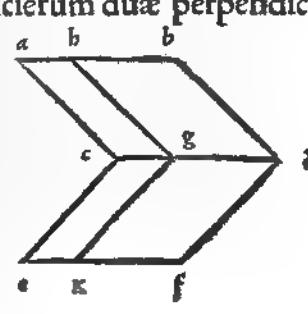
Corpus, est quod longitudinem latitudinem, & altitudinem habet. Cuius termini, sunt superficies.

Linea erecta supra superficiem, est quæ cum singulis sibi conterminalibus lineis in ea superficie expassis angulos rectos facit. Linea autem hæc supra eam superficiem perpendicularis esse, & ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.



Intelligatur enim linea a b exurgere supra planū, ita quod pūctus a imaginetur in aëre, & b in plano, & à puncto b ducantur plures lineæ in eodē plano: ut b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit quod linea a b cum linea b c, & cum linea b d, & cum qualibet alia linea protracta a puncto b in plano illo angulum rectum contineat, ipsa dicetur esse perpēdicularis ad illā superficiem in qua protractæ sunt hæ lineæ, uidelicet b c & b d, & aliæ cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

Superficies autem erecta super superficiem est, quoties puncto uno eodē lineæ quæ est communis terminus illarum superficierum duæ perpendiculares conterminales superstant, quæ rectum continentes angulum in eisdē superficiebus sitæ sunt.



Verbi gratia, imaginemur superficiē a b c d exurgere, superficiem uero c d e f iacere, & intelligamus lineam c d esse cōmunem terminum ambarum. In ea itaq; signetur punctus g, a quo ad lineā c d extrahantur duæ lineæ perpendiculares, una uidelicet in superficie c d e f, quæ sit g k & alia in superficie a b c d quæ sit g h. Si igitur angulus quem

quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares uidelicet g h & g k, erit rectus: superficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta super superficiem c d e f.

4 Superficies æquidistantes sunt quæ in utramlibet partem protractæ nō concurrent, etsi in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes, quod omnes planæ superficies, aut sunt æquidistantes abinuicem, aut in omnem partem protractæ concurrent alicubi & super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas nō est necessariū uel esse æquidistantes uel in utrāque partem protractas concurrere, quippe quæ in eadem superficie non sunt nec æquidistant ab inuicem, nec tamen quantumlibet protractæ concurrent.

5 Aequa corpora sunt atque similia, quorum terminales superficies numero ac quantitate æquales unius creationis sint atque similes.

6 Similia corpora, sunt quæ similibus superficiebus numero æqualibus cōtinentur.

Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus & similibus, non intelligis, ad diffinitionem similium superficierum positam in principio sexti recurre.

7 Corpus serratile, dicitur quod quinque superficiebus quarum tres parallelogrammæ sunt, duæ uero triangulæ, continetur.

Domui quatuor parietes æquidistantes habenti, tectū unico fastigio supremis duorum parietum lateribus æquali & æquidistanti superpositū, serratilis corporis expressam similitudinem gerit.

8 Sphæra, est transitus arcus circunferētiæ dimidij circuli quoties sumpto uel supremo semicirculo lineáque diametri fixa donec ad locum suum redeat, arcus ipse circunducitur.

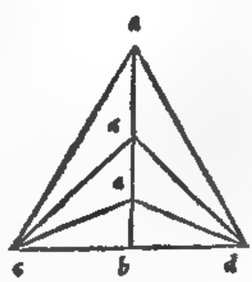
Super quamlibet lineam semicirculo descripto, si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circunducatur, corpus quod describitur, sphæra nominatur. Cuius centrū, constat esse centrum semicirculi circunducti.

9 Pyramis laterata, est figura corporea quam continent superficies à quarum una reliquæ sunt ad unum oppositum punctum sursum erectæ.

In omni laterata pyramide cunctæ superficies ipsam ambiētes, ab ipsius basi ad unū punctum subleuantur, qui conus pyramidis dicitur: suntque oēs hæ laterales superficies, triangulæ, basis uero frequenter non est triangula.

10 Pyramis rotunda, est figura solida, estq́ transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continentium fixo, donec usq́ ad locum unde moueri cœpit redeat triangulo ipso circūducto. Si igitur latus fixum lateri circunducto fuerit æquale, erit figura rectangula. Si autem longius, acutiangula. Si uero breuius, obtusiangula erit. Axis autem ipsius figuræ, est latus fixū. Basisq́ sua, circulus. Dicitur autē figura hæc pyramis columnæ rotundæ.

Sit trigonus a b c, rectum angulum habēs qui sit b, figaturq́ alterū duorū laterum ambiētiū rectū angulū b, sitq́ latus quod figitur, a b, quo fixo, circunducatur trigonus quousq́ ad locū unde moueri cœperit redeat. Corporea ergo figura quæ huius trigoni motu describitur, rotunda pyramis appellatur. Cuius tres sunt differentiæ. Alia enim est rectangula, alia acutiangula, tertia obtusiangula. Et prima quidem est, quando latus a b lateri b c fuerit æquale. Esto enim ut linea b c, quum rotatu trigoni peruenerit ad sitū lineæ b d, ita q̄ punctus c cadat super punctū d, fiat linea una, hoc est ut ipsa tūc cōiūgatur situ à quo mo-



mouerl cœpit secundum rectitudinem, eritq́ linea hæc quasi b c d. Et quia (ex 32 primi & 5 eiusdem) angulus c a b est medietas recti, erit angulus c a d rectus, ideoq́ pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b sit lõgius latere b c, erit acutiãgula. Erit enim tũc (ex 32 primi & 19) eiusdẽ angulus c a b, minor medietate recti, ideoq́ totus angulus c a d, est minor recto & acutus, quare pyramis acutiãgula. Quod si latus a b fuerit breuius latere b c, erit angulus c a d maior medietate recti (ex 32 primi & 19 eiusdẽ) & totus c a d, qui est duplus ad ipsum c a b, maior recto & obtusus, igitur & pyramis conuenienter tunc dicitur obtusiangula. Axis autẽ huius pyramidis, dicitur linea a b Basis uero eius, circulus quem describit linea c b super cẽtrum b. Dicitur quoque hæc pyramis columnæ rotundæ, illius uidelicet quam motu suo describeret parallelogrãmum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

11 Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus & crassitudine id est altitudine æquales, est transitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulum continente fixo, ipsá que superficie donec ad locum suum redeat circunducta. Diciturq́ hæc figura columna rotunda. Columnæ itaque rotundæ atque sphæræ circulíque, unum atque idem est centrum.

Sit parallelogrammum rectãgulum a b c d, figaturque latus a b, & eo fixo totum parallelogrammũ quousq́ ad locũ suũ cadat uel redeat circũducatur. Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu descripta, rotũda colũna nominatur, cuius bases sunt duo circuli, & est unus eorum. circulus quem describit motu suo linea b c, cuius circuli centrum est punctus b. alter uero est, quem motu suo designat linea d a & eius centrum est punctus a. Axis autem huius columnæ, dicitur linea a b quæ manet fixa in motu parallelogrãmi. Quod si imaginati fuerimus parallelogrammũ a b c d cum peruenerit rotatu suo ad situm a b e f, coniungi situi à quo moueri cœpit secũdum continuitatem superficiei planæ, ut scilicet totum sit unum parallelogrãmum d c, e f, & protraxerimus in eo diametrum d e, erit quoque diameter d e diameter columnæ. Quod autem dicitur columnæ & sphæræ & circuli idẽ esse centrum, intelligi debet cum horũ una est eadẽq́ diameter. Verbi gratia, diximus enim quod d e est diameter istius colũnæ. Sphærã igitur atque circulũ quorũ diameter est linea d e, necesse est idem centrũ habere cum centro propositæ columnæ. Sit enim ut linea d e secet lineã a b in puncto g, eritq́ g centrum colũnæ. diuidit enim axẽ colũnæ per æqualia, quod patet per 29 primi, nã anguli qui sunt ad g sũt æquales ex 15 primi, & anguli qui sũt ad a & b. recti ex hypothesi, linea quoq́ a d, est æqualis lineæ b e, itaq́ d g est æqualis e g, & a g æqualis g b. Cunque anguli c & f sint recti, si super punctum g secundũ spatium d g, ac super lineã d e circulus describatur, transibit ex conuersa primæ partis 30 tertij per puncta c & f. itaque punctum g est centrum circuli cuius diameter est diameter colũnæ ideoq́ & sphæræ. Quare manifestum est omni parallelogrammo rectangulo circulum, omnique columnæ rotundæ sphæram esse circumscriptibiles. Sicq́ patet quod uoluit istud theorema.





12 Angulus corporeus siue solidus, est quem cõtinent anguli plani plures quàm duo, qui haudquaquam in una superficie siti ad unum punctum angulatem conueniunt.

Duo anguli plani angulum solidũ perficere nequeũt: sicut nec duæ rectæ lineæ neq́ unt superficiem claudere. Angulos quoque planos solidum angulum continentes in eadem superficie non cõuenit esse sitos, sed in diuersis, quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum, non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

Similes

13 Similes sunt figuræ corporeæ rotundæ, siue sint colūnæ siue earū pyramides, quarū axes diametris suarum basium sunt proportionales.

Propositis enim duabus pyramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis. si fuerit proportio axis unius earū ad diametrum suæ basis sicut axis alterius ad diame suæ basis, illæ duæ columnæ aut pyramides similes adinuicem esse dicuntur.

Ex Translatione Zamberti. Diffinitiones

SOlidum, est quod lōgitudinem, latitudinem, & crassitudinem habet. Solidi uero terminus, superficies est. 2 Recta linea ad planum recta est, quando ad omnes contingētes ipsam rectas lineas & in subiecto plano existentes, rectos efficit angulos. 3 Planum ad planum rectū est, quando communi segmento ipsorū planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno ipsorū planorū, reliquo plano ad angulos rectos fuerint. Rectæ lineę ad planū inclinatio est, quādo à termino sublimi rectæ lineæ in planū ducta perpēdiculari, à signo facto & à termino lineæ in plano, recta cōiūcta fuerit, angulus acutus qui sub ducta linea & stante cōtinetur. 4 Plani ad planū inclinatio, est angulus acutus comprehensus sub ijs quæ ad angulos rectos cōmuni segmento ducuntur ad idē signum in utroque ipsorum planorū. 5 Planum ad planum similiter inclinari dicitur & alterum ad alterum, quādo prædicti inclinationum anguli sibi inuicem æquales fuerint. 6 Parallella plana, sunt quæ contactum non admittūt. 7 Similes solidæ figuræ, sunt quæ sub similibus planis, æqualibus multitudine comprehēdūtur.

8 Similes solidæ figuræ & æquales, sunt quæ sub simílibus planis multitudine & magnitudine æqualibus, cōprehēduntur, 9 Angulus solidus est sub pluribus duabus lineis sese adinuicē tangentibus & nō existentibus in eadem superficie ad omnes lineas inclinatio. Aliter

Solidus angulus, est qui sub pluribus duobus planis angulis comprehenditur non existentibus in eodem plano ad unum signum constitutis.

10 Pyramis, est figura solida planis comprehensa ab uno plano ad unum signum constituta. 11 Prisma, est figura solida planis comprehensa, quorū duo quæ ex opposito æqualia & similia & parallela sunt, reliqua uero parallelogrāma. 12 Sphæra, est quando semicirculi manente dimetiente circūductus semicirculus in seipsum rursus reuoluitur unde incepit, circumassumpta figura. 13 Axis sphæræ, est manens recta linea quā circum semicirculus uertitur. 14 Centrum sphæræ, est illud quod & semicirculi. 15 Dimetiens sphæræ, est recta quædam linea per centrum acta & terminata ex utraque parte sub ipsius sphæræ superficie.

16 Conus, est quando rectanguli trianguli manente uno eorū quæ circa rectum angulum latere, circūductū triangulum in idem rursus unde sumpserat exordium circunuoluitur, ea assumpta figura. Et si manens

recta

recta linea æqua fuerit reliquæ quæ circum rectum circumductæ, rectangulus erit conus. Si uero minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius.

17 Axis coni, est manens quædam recta linea quam circum triangulũ uertitur. Basis autem, est circulus sub circumducta recta linea descriptus.

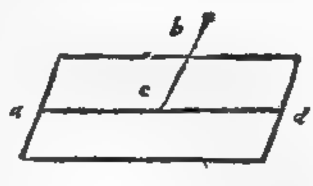
18 Cylindrus, est quando rectanguli parallelogrammi manente uno eorum quæ circum rectum angulum latere circumductum parallelogrammum in idem unde sumpsit exordium steterit, ea assumpta figura.

19 Axis cylindri, est manens quædam recta linea quam circum parallelogrammũ uertitur. Basis autem, circuli qui sub ijs quæ ex opposito circum ductis lateribus sunt descripti. 20 Similes coni & cylindri, sunt quorũ axes & dimetientes basium, sunt proportionales. 21 Cubus, est figura solida sub sex quadratis contenta lateribus. 22 Octaedrum, est figura solida sub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis. 23 Dodecaedrum, est figura solida sub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehensa. 24 Icosaedrum, est figura solida sub uiginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehensa.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 LIneæ rectæ partem esse in plano & partem in sublimi, est impossibile.

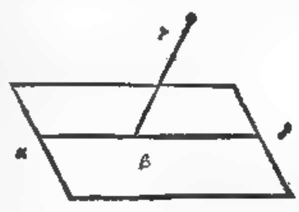
CAMPANVS. Sit linea a b recta. Dico quod non est possibile, ut pars eius sit in plano, & pars sursum eleuata. Si enim est possibile, sit pars eius quæ est a c sita in plano, & pars eius quæ est c b in sublimi posita, & protrahatur directe a c in plano in quo ipsa sita est, usque ad d, eritque ut uni eidemque lineæ quæ est linea a c, duæ lineæ penitus diuersæ quæ sunt lineæ c b & c d ex eadem parte directe adijciantur. Quod est impossibile ex 11 primi.



Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propositio 1

1 Rectæ lineæ partem in subiecto plano, partem uero in sublimi esse, est impossibile.

THEON ex Zamberto. *Si enim poßibile, rectæ lineæ α β γ, pars quidem α β esto in plano, pars autem β γ esto in sublimi, erit iam quædam ipsi α β continua recta linea in rectum in supposito plano, sit β δ. Igitur binis datis rectis lineis α β γ, α β δ, commune segmentum est α β, quod est impoßibile. Recta linea namque cum recta linea non concurrit in pluribus signis uno, si adinuicem ipsæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partem in subiecto plano, partem autem in sublimi esse, est impoßibile. Quod fuerat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 2

2 OMnes lineæ duæ quarum altera alteram secat, in una superficie sitæ sunt, omnisque triangulus, in una superficie totus consistit. CAMPANVS. Sint duæ lineæ rectæ a b & c d, se inuicẽ secantes in puncto c. Dico eas esse in superficie una, & omnem triangulũ dico esse in superficie una totum. Signetur enim punctus f, in linea c d, & punctus g, in linea

 a b, &

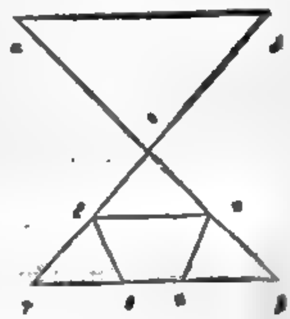
a b, & ducatur linea f g. Quia igitur impossibile est partē trianguli e f g esse in plano & partem in sublimi, quinetiā suarum terminalium linearum unius aut plurium pars similiter sit in plano & pars similiter in sublimi, cum de lineis hoc sit impossibile per præmissam, erit quoque impossibile de triangulo. Itaque totus triāgulus e f g, est in superficie una. Ex hac igitur secunda parte & præmissa, constat prima pars huius secundæ propositionis.



Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

2 Si binæ rectæ lineæ se adinuicē secuerint, in uno sunt plano, & omne triangulū in uno plano est.

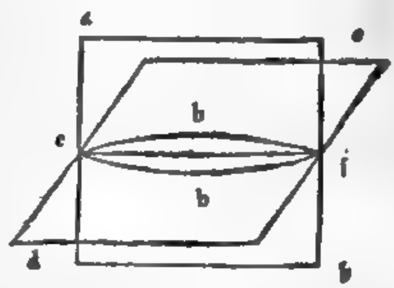
THEON ex Zamberto. *Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, se adinuicem secent in signo ε. Dico quod ipsæ α β, γ δ, in uno consistunt plano, & omne triangulū in uno est plano. Assumantur in ipsis ε γ, ε β, signa utcunque, sintque ζ, η, connectanturque β γ, ζ η, extendaturque ζ θ, η κ, dico primum quod triangulum ε β γ in uno est plano. Si ipsius namque trianguli ε γ β pars, aut ζ γ θ, aut η β κ in subiecto plano est, reliquum uero in alio, erit etiam unius ipsarum ε γ, ε β, rectarum linearum pars in subiecto plano, pars autem in alio. Si autem ipsius ε γ β trianguli, ζ γ β η, pars fuerit in subiecto plano, reliquum uero in alio, erit & ambarum ε γ, ε β, rectarum linearum pars quidem in subiecto plano, & pars in alio, quod (per 1 undecimi) impossibile esse ostensum est. Igitur triangulum β γ ε in uno est plano. In quo enim est triangulum β γ ε, in eo est & utraque ipsarum ε γ, ε β. In quo autem est utraque ipsarū ε γ, ε β, in eodem sunt & α β, γ δ, (per eandem.) Ipsæ igitur α β, γ δ, rectæ lineæ, in uno existunt plano, & omne triangulū in uno est plano, quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 3.

3 OMnium duarum superficierū seinuicem secantium, communis sectio est linea recta.

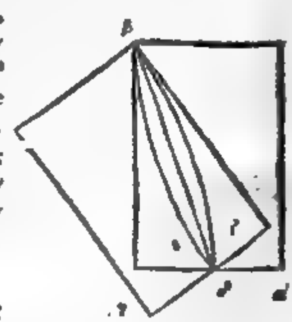
CAMPANVS. De planis superficiebus intellige, & uerum erit quod dicitur. Sint itaque duæ superficies planæ a b & c d, seinuicē secantes. Dico quod earum cōmunis sectio, erit linea recta. Esto enim duo puncta e & f termini cōmunis sectionis earum quæ continētur per lineam rectam quæ sit e f. Si igitur linea e f est in utraque duarum superficierū a b & c d, constat propositum. At uero si in neutra, aut si non in altera, cum ambo puncta e & f sint in utraque superficierū a b & c d, in ea superficie in qua ipsa non fuerit, protrahatur linea recta quæ sit e h f erunt igitur duæ rectæ lineæ e f & e h f, habētes duos terminos cōmunes. Quod est impossibile. Sic enim duæ rectæ lineæ includerent superficiem, quod est contra petitionem ultimā primi libri.



Eucli ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

3 Si bina plana se adinuicē secuerint, cōmunis eorū sectio recta linea est.

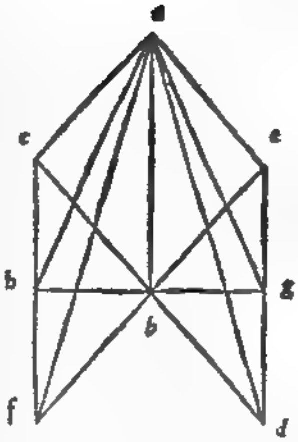
THEON ex Zamb. *Bina etenim plana α β, β γ, se adinuicem dispescant, cōmunis autem sectio sit linea δ β. Dico quod δ β linea recta est. Si autē non, connectantur δ β in ipso α β plano, recta linea δ ε β, & in ipso β γ plano, recta linea δ ζ β, erunt nempe duarum rectarum linearum δ ε β, δ ζ β, ijdem fines, & perinde areolam cōprehendent, quod (per ultimam cōmunem sententiam) est impossibile. Ipsæ igitur δ ε β, δ ζ β, rectæ lineæ nō sunt. Similiter quoque ostendemus, quod neque ulla alia ex δ in β ducta recta linea est, præter ipsam δ β cōmunem sectionem ipsorum α β, β γ, planorū. Si bina igitur plana se adinuicem secuerint, ipsorū communis sectio recta linea est. Quod erat ostendendum.*



Eucli ex Camp. Propositio 4

4 SI fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta interfecantiū se, ipsa ad earundem superficiem

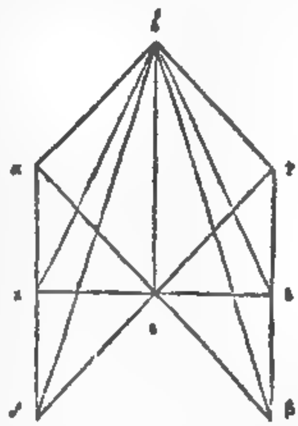
perficiem perpendicularis erit.



CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super incisionē duarum linearū c d & e f secantiū se in puncto b, de quibus constat per ante præmissam ꝙ ipsæ sunt sitæ in una superficie. Dico ꝙ linea a b. perpendicularis est ad ipsarū superficiem. Sint enim c b & b d, æquales, at uero f b & b e æquales, & protrahantur lineæ e d & c f, quæ erunt æquales per 4 primi, & æquidistãtes per 27 eiusdem. Signato itaq; puncto aliquo in linea e d, qui sit g, ducatur linea g b h, eritq; ex 26 primi e g, æqualis f h, igitur a pūcto a, uel quouis puncto lineæ a b, demittantur hypothenusaliter lineæ a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d & a e æqualis a f. Itemq; per 8 eiusdē æqualis erit angulus a e d, æqualis angulo a f c, ergo per 4 ipsius erit a g æqualis a h, & ideo per 8 eiusdē erit angulus a b g, æqualis angulo a b h, quare ex diffinitiōe uterq; est rectus, & linea a b perpendicularis ad lineam g h. Simili quoq; modo probabis eandem esse perpendicularē ad omnes lineas protractas à puncto b in superficie duarum lienarū c d & e f, igitur ex diffinitione constat, lineam a b esse perpendicularē ad superficiē in qua sitæ sunt duæ lineæ c d & e f seinuicem secantes. Quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si recta linea duabus rectis lineis se adinuicē dispescentibus in cõmuni sectione ad rectos angulos steterit, & ad earūdem planū ad angulos rectos erit.

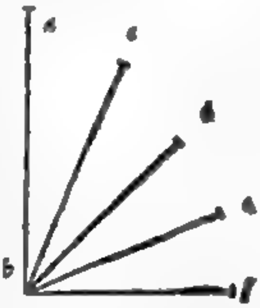


THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædam ε ζ, duabus rectis lineis α β, γ δ, seinuicem dispescentibus in ε signo, ex ε ad angulos rectos constituatur. Dico quod ε ζ etiam ad ipsarū α β γ δ planum ad angulos est rectos. Assumantur nanq; ipsæ α ε, ε β, γ ε, ε δ, sibi inuicem æquales. Extendaturq; quædam recta linea per ε utcunq;, sitq; η ε θ, cõnectanturq; ipsæ ζ α, ζ η, ζ δ, ζ γ, ζ θ, ζ β. Et quoniam binæ α ε, ε δ, duabus γ ε, ε β, sunt æquales, & æquales comprehendunt angulos (per 15 primi) igitur (per 4 primi) basis α δ æqualis est basi γ β, & triangulū α ε δ ipsi γ ε β triangulo æquū est, quare & angulus qui sub δ α ε angulo qui sub ε β γ est æqualis. Est autē & qui sub α ε η angulus, ei qui sub β ε θ æqualis: bina igitur sunt triangula (per 26 primi) α η ε, β ε θ, binos angulos binis angulis æqualia habentia alterū alteri, & unum latus uni lateri æquū ad æquos angulos, α ε ipsi ε β, & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt: æqualis igitur est η ε ipsi ε θ, & α η ipsi β θ. Et quoniā æqualis est α ε ipsi ε β, cõmunis autem & ad angulos rectos ζ ε, basis igitur ζ α (per 4 primi) basi ζ β, est æqualis. Id propterea & ζ γ ipsi ζ δ est æqualis. Et quoniā æqualis est α δ ipsi γ β, est autem & ζ α ipsi ζ β æqualis, duæ igitur ζ α, α δ, duabus ζ β, γ β, æquales sunt altera alteri, & basis ζ δ, basi ζ γ est æqualis: & angulus igitur qui sub ζ α δ, angulo qui sub ζ β γ est æqualis. Et quoniā rursus ostensum quod α η ipsi β θ est æqualis, sed ζ α ipsi ζ β est æqualis, binæ iam ζ α, α η, duabus ζ β, β θ, sunt æquales, & angulus qui sub ζ α η, ostensus est æqualis ei qui sub ζ β θ, basis igitur ζ η (per 4 primi) basi ζ θ est æqualis. Et quoniā rursus æqua est ostensa η ε ipsi ε θ, cõmunis autem ε ζ, duæ igitur η ε, ε ζ, duabus θ ε, ε ζ sunt æquales & basis ζ θ, basi ζ η est æqualis: angulus igitur qui sub η ε ζ, angulo qui sub θ ε ζ est æqualis, uterq; igitur ipsorū η ε ζ, θ ε ζ, angulorū, rectus est. Ipsa igitur ζ ε, ad ipsam η θ contingēter per ε ductam, recta est. Similiter iam demōstrabimus, quod ζ ε ad omnes eam tangētes rectas lineas & in subiecto existentes plano, rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planū (per 2 diffinitionē 11) recta est, quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem existentes plano, rectos efficit angulos. Igitur ipsa ζ ε in subiecto plano, est ad angulos rectos. Subiectū autem planū, est quod fit per ipsas α β, γ δ, rectas lineas. Ipsa igitur ζ ε ad angulos rectos est ei quod per α β, γ δ, est plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 SI super tres lineas conterminales cõmuni earum termino erecta linea quædam orthogonaliter insistat, eædem tres lineæ in una superficie sitæ erunt. CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super cõmunem terminū trium linearū b c, b d, b e, angulariter se contingentiū in puncto b, quarū nulla alij directe applicetur, quod idem est ac si seinuicem secent in

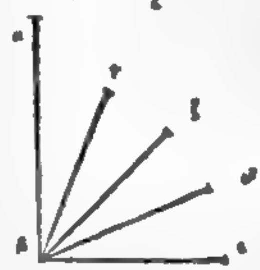
puncto e, protractæ eni se secabūt. Dico φ tres lineæ b c, b d, b e sunt in una sup̄ficie sitæ. Constat autē de quibusq; earū duabus φ ipsæ sunt in una sup̄ficie sitæ, per 2 huius uel per primā partē secundæ huius. Si igitur linea b d non fuerit in sup̄ficie duarū linearū b c & b e, sed illæ duæ in plano, hæc autē in sublimi, erit ut hæc sup̄ficies in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & b d, si ꝓtrahatur & per illud q̄d notū est super quartā, secet illam in qua sitæ sunt b c & b e, eritq; per 3 huius cōmunis earū sectio linea recta, & ipsa sit b f. Quia igitur ex præmissa, linea a b est perpēdicularis ad superficiē duarū linearū b c & b e, sequtur ex diffinitiōe ut ipsa sit perpēdicularis ad lineā b f. quare angulus a b f, est rectus. Cūq; etiā angulus a b d sit rectus ex hypothesi, sequitur impossibile, uidelicet partē suo toti esse æqualē.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 5* *Propositio 5*

5 **Si recta linea tribus rectis lineis se adinuicē tangentibus, ad angulos rectos in cōmuni contactu extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano.**

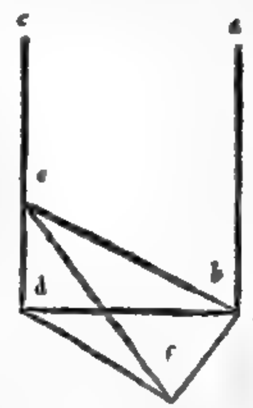
THEON ex Zamb *Recta enim linea quædam α β, tribus rectis lineis β γ, β δ, β ε, ad rectos angulos cōmuni contactu β constituatur. Dico quod ipsæ β γ, β δ, β ε, in uno sunt plano. Non enim, sed si possibile est, sint ipsæ quidē β δ, β ε, in subiecto plano, ipsa autē β γ in sublimi, protendaturq; per ipsas α β, β γ, planū. Cōmunem sectionem, inquam, faciet in subiecto plano, & rectam efficiet lineā (per 3 undecimi) β ζ. In uno igitur sunt plano deducto per ipsas α β, β γ, ipsæ tres rectæ lineæ α β, β γ, β ζ. Et quoniam α β recta est ad utranq; ipsarū β δ, β ε, & ei igitur quod per β δ, β ε, plano recta est ipsa α β. Subiectū autem planū, id est quod per β δ, β ε. Ipsa igitur α β, recta est ad subiectū planū, quare (per 3 diffinitionē undecimi) ad omnes eam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes, rectos efficit angulos ipsa α β. Tangit autē ipsam β ζ existens in subiecto plano. Angulus igitur qui sub α β ζ, rectus est. Supponitur autē qui sub α β γ, rectus, æqualis igitur est & qui sub α β ζ, angulus, ei qui sub α β γ, & in uno sunt plano. Quod est impossibile. Ipsa igitur β γ recta linea in aliori plano non est. Tres igitur rectæ lineæ β γ, β δ, β ε, in uno sunt plano (per 2 undecimi.) Si recta linea igitur tribus rectis lineis sese adinuicē tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano. Quod erat ostendendū.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 6*

6 **Si fuerint duæ lineæ super unam superficiē perpendiculares, eas æquedistantes esse necesse est.**

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, perpendiculares ad unā superficiē. Dico eas esse æquidistantes. Protrahatur eni linea b d, eruntq; ex diffinitione duo anguli a b d & c d b, recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d sint in sup̄ficie una, ipsæ sunt æquidistantes per secūdam partē 28 primi. Ipsas aūt esse in superficie una, sic collige. A puncto b, super lineā b d, in plano cui perpēdiculariter insistūt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineā b f, & ex linea c d, sume d e æqualē b f, & protrahe lineas e b & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, triāguli e d b, æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d, & angulus e d b æqualis angulo f b d, cū uterq; sit rectus, itaq; per 4 primi linea b e, est æqualis lineæ d f. Itemq; cū duo latera e b & b f triāguli e b f sint æqualia duobus lateribus f d & d e triāguli f d e, & basis e f cōmunis, erit (per 8 primi) angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e est rectus ex diffinitione, erit etiā angulus e b f rectus, itaq; linea f b, perpēdiculariter est erecta super cōmunem terminū trium linearū b a, b d, b e, se contingentiū angulariter in pūcto b, quare per præmissam ipsæ sunt in superficie una. Cum igitur ex secūda parte secundæ huius linea c d sit in eadem superficie cum utraq; linearū e b & b d, sequitur a b & c d esse in sup̄ficie una. Constat ergo propositū.

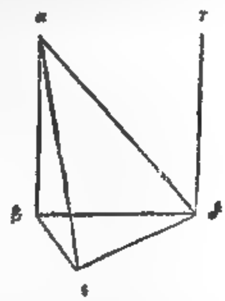


Eucli. ex Zamb. *Theorema 6* *Propositio 6*

6 **Si binæ rectæ lineæ eidem plano ad angulos rectos fuerint, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ.**

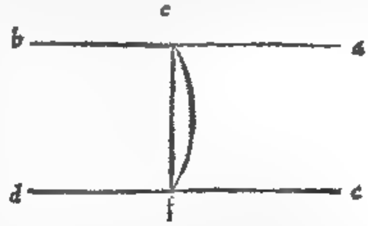
THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, subiecto cuidā plano sint ad angulos rectos. Dico quod parallelus est α β, ipsi γ δ. Concurrāt enim in signis subiecto plano β, δ, connectanturq; β, δ. Et (per 11 primi) ipsi β δ ad angulos rectos in subiecto plano excitetur δ ε, ponaturq; (per 3 primi) ipsi α β æqualis δ ε, cōnectanturq; β ε, α ε, α δ. Et quoniā recta α β linea est ad subiectū planū, & ad omnes igitur eam tangentes*

tangentes rectas lineas (per 2 diffinitionẽ undecimi) & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos ipsa α β. Tangit autẽ ipsam α β, utraq; ipsarũ β δ, β ε, existens in subiecto plano, rectus igitur est uterq; ipsorũ angulorũ α β δ, α β ε, id propterea etiã uterq; ipsorũ γ δ β, γ δ ε, rectus est. Et quoniã α β ipsi δ ε est æqualis, cõmunis autem β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, sunt æquales, & rectos cõprehendũt angulos: basis igitur α δ (per 4 primi) basi β ε est æqualis. Et quoniã æqualis est α β ipsi δ ε, sed & α δ ipsi β ε, duæ igitur α β, β ε, duabus ε δ, δ α, sunt æquales, & ipsorũ cõmunis basis est α ε, angulus igitur qui sub α β ε (per 8 primi) angulo qui sub ε δ α est æqualis: rectus autem qui sub α β ε, rectus igitur & qui sub ε δ α. Igitur ε δ, ad ipsam δ α, recta est, est autẽ & ad utranq; ipsarũ β δ, δ γ, recta. Igitur ε δ, tribus rectis lineis β δ, δ α, δ γ, ad angulos rectos in contactu stetit. Igitur ipsæ tres rectæ lineæ β δ, δ α, δ γ, (per 5 decimi) in uno sunt plano, & in quo sunt ipsæ β δ, δ α, in eodem & α β: omne enim triangulum in uno est plano (per 2 undecimi.) Ipsæ igitur α β, β δ, δ γ, rectæ lineæ, in uno sunt plano. Et uterq; ipsorũ α β δ, β δ γ, angulorũ, rectus est: parallelus igitur est α β, ipsi γ δ (per 28 primi.) Si duæ igitur rectæ lineæ eidem plano ad angulos fuerint rectos, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ. Quod ostendendũ fuerat.



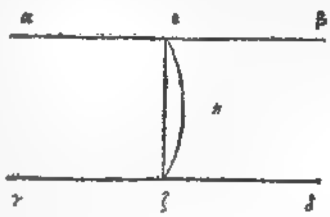
Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI in duabus lineis æquedistantibus, duobus punctis signatis, ab altero ad alterum recta linea ducatur, in qua superficie illæ duæ lineæ sitæ sunt, eam quoq; in eandem sitam esse necessario comprobatur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & d c æquidistantes, de quibus constat per diffinitionẽ q ipsæ sunt in sup̃ficie una, in eis autẽ signentur duo puncta e & f, & p̃ducatur linea recta e f. Dico itaq; lineã e f, esse sitam in superficie linearũ a b & c d. Sin autẽ sit e f in alia sup̃ficie ut in sublimi, depẽdens quoq; sup̃ficies si p̃trahatur, secabit necessario superficiẽ in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & c d, eritq; per 3 huius, cõmunis sectio earum, linea recta eisdem punctis terminata. Quod est impossibile. sic enim duæ rectæ lineæ concluderẽt superficiem. Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

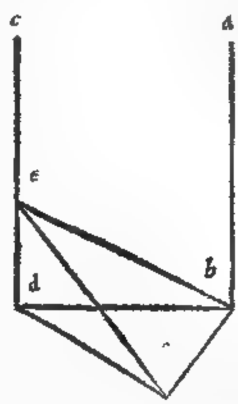
7 Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, assumãturq; in ipsarũ utraq; contingentia signa, ad ipsa signa connexa recta linea in eodem est plano cum ipsis parallelis. THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, sumanturq; in ipsarũ utraq; utcunq; signa ε, ζ. Dico quod ad ipsa ε, ζ, signa, *adiecta recta linea, in eodẽ est plano cum ipsis parallelis. Non enim, sed si possibile, esto in sublimiori sicut ε η ζ. * exciteturq; per ε η ζ, planũ, sectionẽ iam faciet in supposito plano rectam lineã, efficiat (per 3 undecimi) ε ζ. Binæ igitur rectæ lineæ ε η ζ, ε ζ, areolã cõprehendũt. Quod est impossibile (per ultimã cõmunem sententiã.) Igitur quæ ex ε in ζ adiecta recta linea, in sublimiori plano nõ est. In eo igitur (in quo & α β & γ δ parallelæ) est plano, quæ ex ε in ζ adiũcta est recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ, assumãturq; in ipsarũ utraq; utcunq; signa, ad ipsa signa adiecta recta linea, in eodẽ est cum ipsis parallelis plano. Quod ostẽdere oportebat.*



ἐπιζευγνυ,
ἀνήχθω

Eucli. ex Cãp. Propositio 8

8 SI in idẽ planũ duæ rectę lineę æquedistanter erigãtur, altera uero earũ orthogonaliter sistat, reliquã quoq; ad idẽ planũ perpendicularẽ esse cõueniet.



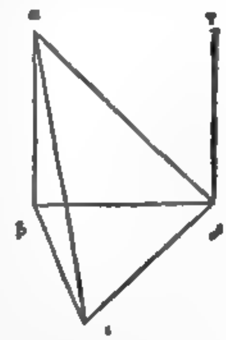
CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa sextæ. Sint enim duæ lineæ a b & c d æquidistantes, & sit earũ altera ut c d erecta perpẽdiculariter super sup̃ficiem quãlibet. Dico reliquã earũ quæ est a b, esse perpendicularẽ ad eandem superficiẽ. Fiat enĩ prorsus eadẽ dispositio quæ est sexta, eritq; ut ibi uterq; duorũ angulorũ f b e, & f d e, erectus: primus quidẽ, per positionẽ, secũdus autẽ, per 8 primi, quare per 4 huius, linea f b, est perpẽdiculariter erecta super superficiẽ in qua sunt duæ lineæ b d & b e. Cumq; per præmissam duæ lineæ a b & c d sint in eadem superficie cum duabus lineis b d & b e, sequitur lineã f b esse perpen

dicularīter erectā ſupra ſuperficiē in qua eſt linea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a, rectus. Et quia etiam angulus d b a eſt rectus per ultimā pertem 19 primi, ſequitur per 4 huius, lineā a b eſſe perpendicularē ad ſuperficiē in qua ſitæ ſunt duæ lineæ b d & b f. Quare conſtat propoſitū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propoſitio 8

8 Si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera autē ipſarū plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.

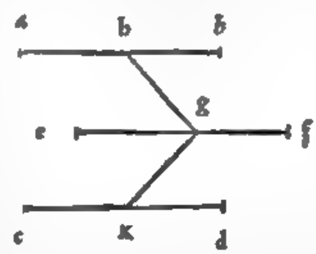
THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ parallelæ α β, γ δ, altera autē ipſarū, hoc eſt α β, in ſubiecto plano ad angulos ſit rectos. Dico quod reliqua γ δ, eidem plano ad angulos rectos erit. Concurrāt enim ipſæ α β, γ δ, in ſubiecto plano in ſignis β, δ, connectanturq́; (per primū poſtulatū) β, δ. Igitur ipſæ α β, γ d, β δ, in uno ſunt plano. Exciteturq́; (per 11 primi) ipſi β δ ad angulos rectos in ſubiecto plano δ ε, ponaturq́; (per 2 primi) ipſi α β æqualis δ ε, cōnectanturq́; β ε, α δ. Et quoniā α β recta eſt ad ſubiectū planū, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtentes (per 2 undecimi diffinitionē) recta eſt ipſa α ε. Igitur uterq́; ipſorū α ε δ, α ε ε, angulorū rectus eſt. Et quoniam in parallelos α β, γ δ, recta linea incidit β δ, igitur ipſi anguli α β δ, γ δ β, duobus rectis ſunt æquales (per 19 primi) rectus autem eſt qui ſub α β δ, rectus igitur & qui ſub γ δ β, igitur γ δ, ad β δ recta eſt. Et quoniā α β ipſi δ ε eſt æqualis, cōmunis autē β δ, duæ igitur α β, β δ, duabus ε δ, δ β, ſunt æquales, & angulus qui ſub α β δ, angulo qui ſub ε δ α eſt æqualis, rectus enim uterq́;: baſis igitur α δ (per 4 primi) baſi ε ε eſt æqualis. Et quoniā α β ipſi δ ε eſt æqualis, & ε ε ipſi α δ, binæ igitur α ε, ε ε, binis α δ, δ ε, ſunt æquales altera alteri, & cōmunis ipſarū baſis α ε. Angulus igitur qui ſub α ε ε, angulo qui ſub ε δ α eſt æqualis (per 8 primi.) Rectus autē eſt qui ſub α ε ε, rectus igitur & qui ſub ε δ α. Igitur ε δ, ad α δ recta eſt, ſed recta eſt etiam ad ipſam δ β, igitur ε δ, ad id quod per β δ, δ α, planū recta eſt, & ad omnes igitur eam tangētes rectas lineas & exiſtentes in eo quod per β δ, α β, plano, rectos efficiet angulos ipſa ε δ (per 2 undecimi diffinitionē.) In eo autē quod per ε δ, δ α, plano eſt ipſa δ γ. Quoniā igitur in eo quod per ε δ, δ α, plano ſunt ipſæ α β, β δ, in quo autē ipſæ α ε, ε δ, in eodem eſt & δ ε, igitur ε δ ipſi δ γ ad angulos eſt rectos. Quare & γ δ, ipſi δ ε ad rectos angulos eſt. Eſt autē & γ δ ipſi δ β ad angulos rectos. Igitur ipſa γ δ, duabus rectis lineis ſe adinuicē diſpeſcentibus δ ε, δ β, ab ipſa δ ſectione ad angulos rectos ſtetit. Quare ipſa γ δ, in eo quod per δ ε, δ β, plano ad angulos rectos eſt (per 4 undecimi.) Subiectū autē planū eſt, quod per δ ε, δ β. Igitur ipſa γ δ in ſubiecto plano ad angulos eſt rectos. Si igitur fuerint duæ rectæ lineæ parallelæ, altera autē ipſarū plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidē plano ad angulos rectos erit. Quod oſtendiſſe oportuit.*



Eucli. ex Camp. Propoſitio 9

9 SI duæ lineæ uni non in una ſuperficie æquidiſtant, eas quoq; ſibi inuicem æquidiſtare neceſſe eſt.

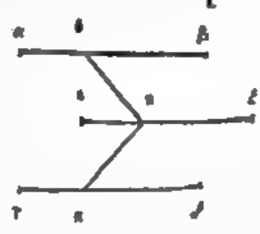
CAMPANVS. Sit utraq; duarū linearū a b & c d æquidiſtans lineæ e f, nec ſint omnes in ſuperficie una. Dico q̄ eædem quoq; ſibi inuicē ſunt æquidiſtātes. De ījs quidē quæ ſunt omnes in ſuperficie una, probatū eſt per 30 primi. At uero de ījs quæ in una ſuperficie non ſunt, ut eſt hic e f quæ intelligatur ſurſum erecta in ſublimi, reſtat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus g, à quo educantur duæ perpendiculares ad duas lineas a b & c d, quæ ſint g h & g k, eritq́; per 4 huius linea e f, perpēdicularis ad ſuperficiē, uidelicet, illam in qua ſunt ſitæ duæ lineæ g h & g k. Itaq; per præmiſſam bis aſſumptā utraq; illarū duarū linearū a b & c d, perpendicularis eſt ad eandē ſuperficiē uidelicet ad illam in qua ſitæ ſunt dictæ duæ lineæ g h & g k, per 6 huius igitur ipſæ ſunt ſibi inuicē æquidiſtātes. Quod eſt propoſitū.



Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 9

9 Quæ eidem rectæ lineæ parallelæ nec eidem in eodem exiſtentes plano, adinuicem ſunt parallelæ.

THEON ex Zamb. *Sit enim utraq; ipſarū α β, γ δ, ipſi ε ζ parallelus, nō exiſtēs eidem in eodē plano. Dico quod parallelus eſt α β ipſi γ δ. Sumatur enim in ipſa ε ζ, utcūq; ſignū η. Et ab ipſo η, ipſi ε ζ in eo quod per ε ζ, α β, plano ad angulos recto excitetur η θ (per 11 primi) in eo autē quod per ζ ε, γ δ, ipſi ε ζ rurſus ad angulos excitetur rectos η κ. Et quoniā ε ζ ad utranq; ipſarū η θ, η κ, recta eſt, igitur (per 4 undecimi) ε ζ ad id quod per η θ, η κ, planū ad angulos eſt rectos, & ε ζ ipſi α β parallelus eſt, & α β igitur ei quod per η θ, η κ, plano ad angulos eſt rectos. Et id propterea ipſa γ δ, ei quod per η θ, η κ, plano, ad angulos eſt rectos. Vtraq; igitur ipſarū α β, γ δ, ei quod per*

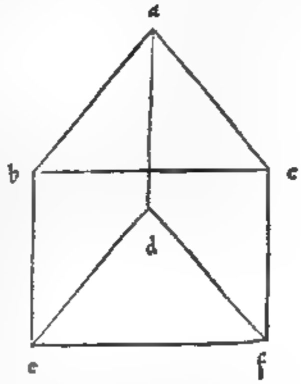


η θ, η κ,

ε ζ η θ, plano ad angulos est rectos. Si autẽ binæ rectæ lineæ eidem plano ad rectos fuerint angulos, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ (per 6 undecimi.) Parallelus igitur est α β ipsi γ δ. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 10

10 SI duæ lineæ se angulariter contingẽtes, duabus alijs se contingentibus eis oppositus æquidistantes fuerint, non autem in superficie una, qui ab eis fiunt duo anguli æqui sibi inuicem esse comprobantur.



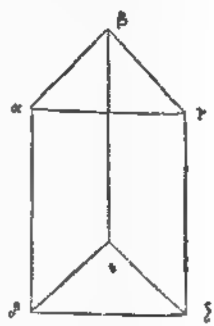
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter contingentes in puncto a, æquidistantes alijs duabus quæ sunt d e & d f, se quoq; angulariter contingentibus in puncto d, nec sint cum eis in superficie una. Dico angulũ a, esse æqualẽ angulo d. Esto enĩ linea d e æqualis lineæ a b, cui ipsa posita est esse æquidistans, & d f æqualis a c, cui etiam ipsa æquidistare ponitur, & ducantur lineæ d a & e b & f c, eritq; ex 33 primi bis assumpta, utraq; duarum linearũ b e & c f, æqualis & æquidistans lineæ a d: per conceptionẽ igitur & præmissam, eædem sunt æquales & æquidistãtes sibi inuicẽ, & itaq; per 33 primi denuo repetitã duæ lineæ b c & e f, sunt etiam æquales & æquidistantes. Igitur per 8 primi constat propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Si binæ rectæ lineæ sese inuicem tangentes, ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes parallelæ, in eodem non fuerint plano, æquales angulos comprehendent.

THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ sese inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas δ ε, ε ζ, sese inuicẽ tangentes parallelæ sint, non tamen in eodem plano. Dico quod angulus qui sub α β γ, æquais est angulo δ ε ζ.* Suscipiantur enim ipsæ β α, β γ, ε δ, ε ζ, sibi inuicem æquales, cõnectanturq; α δ, γ ζ, β ε, α γ, δ ζ. Et quoniam β α ipsi ε δ æqualis & parallelus est, & α δ igitur ipsi β ε æqualis & parallelus est. Idq; propterea ipsa γ ζ, ipsi β ε est æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipsarũ α δ, γ ζ ipsi ε β est æqualis & parallelus (per 33 primi.) Quæ autem eidem rectæ lineæ parallelæ, & in eodem plano non existentes, & adinuicẽ sunt parallelæ (per 9 undecimi,) parallelus igitur est α δ ipsi γ ζ, & æquales eidem. Et ipsas connectant, ipsæ α γ, δ ζ. Igitur (per 33 primi) & α γ ipsi δ ζ est æqualis, & parallelus. Et quoniã binæ α β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, sunt æquales, & basis etiã α γ basi δ ζ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ, (per 8 primi) angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Si igitur duæ rectæ lineæ inuicem sese tangentes, fuerint ad binas rectas lineas inuicem sese tangentes parallelæ, non in eodem plano, æquos angulos comprehendent. Quod erat ostendendum.*

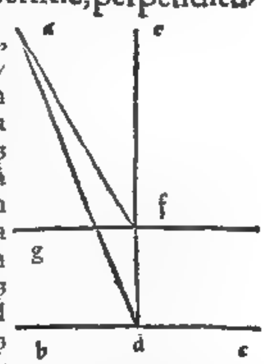
* ἀπειλήφθωσαν



Eucli ex Camp. Propositio 11

11 PVncto in aëre assignato, ab eo ad datam superficiẽ, perpendicularem ducere.

CAMPANVS. Sit punctus a, sursum in aere, à quo uolumus ad superficiem subiacentem, perpendicularẽ ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c utcunq; cõtigerit, ad quam ab ipso puncto a ducatur perpẽdicularis a d, secundũ doctrinã 12 primi. Rursusq; à puncto d, in plano illo ad quod ducenda est perpendicularis à puncto a, extrahatur linea d e quæ sit perpẽdicularis ad lineam b c, ut docet 11 primi. Ad hãc quoq; lineam d e, ducatur alia linea perpẽdicularis à puncto a, quæ sit a f. Hanc dico esse eam quam intendimus. Sit enĩ linea f g æquidistans lineæ b c. Et quia uterq; duorũ angulorũ b d a & b d e est rectus, erit ex 4 huius, linea b d perpẽdicularis ad superficiem in qua est triangulus a d f, ideoq; etiam per 8 huius erit linea g f perpẽdicularis ad eandem superficiem. Igitur à diffinitione erit angulus g f a, rectus. Cumq; etiã angulus d f a, sit rectus, sequitur ex 4 huius, lineam a f esse perpendicularẽ ad superficiẽ in qua sunt duæ lineæ d f & f g. Quod est propositũ.

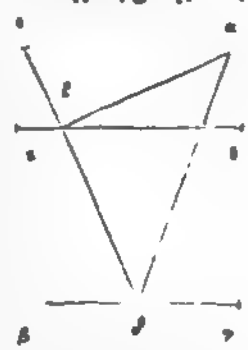


Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 11

11 A dato signo in sublimi, ad subiectũ planũ perpendicularẽ lineã ducere.

THEON ex Zamb. *Sit datum quidem signū in sublimi α, datū autem planū suppositū. Oportet iam ab ipso α signo, in subiectū planū perpendicularē rectā lineam ducere.* Extendatur enim quædā in subiecto plano recta linea utcunq;, sitq; β γ, excitetur q; (per 12 primi) ab ipso α signo, in ipsam β γ, perpendicularis α δ. Si igitur α δ perpendicularis est ad subiectū planū, factū iam est quod quæritur. Si autē non, excitetur (per 11 primi) ab ipso δ signo ipsi β γ in subiecto plano ad angulos rectos δ ε. Excitetur q; (per 12 primi) ab ipso α, in ipsam δ ε, perpendicularis α ζ, & per ζ signum ipsi β γ parallelus excitetur (per 31 primi) ζ θ. Et quoniā β γ utriq; ipsarū δ α, δ ε, ad angulos est rectos, igitur (per 4 undecimi) β γ ad id quod per ε δ α planū ad angulos est rectos. Et ei parallelus est η θ. Si autē fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, altera uero ipsarū plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua ad idem planū ad angulos erit rectos (per 8 undecimi) linea igitur η θ ei quod per ε δ, δ α, plano ad angulos est rectos, & ad omnes rectas lineas eam tangentes, & in eo quod per ε δ, δ α, plano existentes, ipsa η θ recta est (per conuersionē diffinitionis 2 undecimi.) Tangit autē ipsam, ipsa α ζ existens in eo quod per ε δ, δ α, plano. Igitur η θ, ad ipsam ζ α recta est (per 2 undecimi.) Quare & ζ α, recta est ad ipsam η θ. Est autē & α ζ ad ipsam δ ε recta, igitur α ζ ad utrāq; ipsarū θ η, δ ε, recta est. Si autē recta linea (per 4 undecimi) duabus rectis lineis mutuò se tangētibus in contactu ad angulos rectos steterit, & ad id quod per ipsa planū ad angulos rectos erit. Igitur ζ α ad id quod sub ε δ, η θ, planū ad angulos rectos est. Quod autē per ε δ, η θ, planū est subiectū. Ipsa igitur α ζ, ipsi subiecto plano ad angulos rectos est. A dato igitur signo in sublimi α, in subiectum planū perpendicularis recta linea acta est. Quod facere oportebat.*

διήχθω



Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 SVperficie proposita, punctoq; in ea assignato, ab eo puncto ad datam superficiem, lineam orthogonaliter erigere.

CAMPANVS. Cum à pūcto quolibet in superficie proposita assignato, perpendicularē educere libuerit, à quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito, ad eandem superficiē perpendicularē (quemadmodū præmissa docuit) demitte, quæ si assignatū punctū ceciderit, ipsa est quā quæris. Sin autē, ab ipsa assignato pūcto ad demissam perpendicularē, æquidistantē ducito, eamq; per 8 huius probabis esse quam quæris.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 12

12 Ad datū planū, à dato in eo signo, ad angulos rectos rectā lineā constituere.

THEON ex Zamb. *Sit datū planū suppositū, signū autē in eo sit α. Oportet ab ipso α signo, ipsi supposito plano ad angulos rectos rectam lineā constituere. Intelligatur signū quoddā in sublimi, sitq; β & ab ipso β (per 11 undecimi) ad subiectum planū perpendicularis excitetur β γ, excitetur q; (per 31 primi) ab ipso α signo, ad angulos rectos α δ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ parallelæ sunt α δ, γ β, altera autem ipsarū β γ ad subiectū planū ad rectos est angulos, reliqua igitur α δ ad subiectū ad angulos est rectos (per 8 undecimi) ad datum igitur planū, à signo in eo dato α, ad rectos angulos constituta est α δ. Quod facere oportebat.*



Eucli. ex Camp. Propositio 13

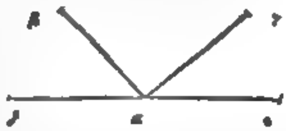
13 DVas lineas super punctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, impossibile est.

CAMPANVS. Si enim possibile est ut duæ lineæ uni eidemq; superficiei super punctū unum perpēdiculariter insistant, superficies in qua ipsæ perpēdiculares sitæ sunt intelligatur produci quousq; secet in superficiē, cui dictæ lineæ perpēdiculariter insistunt, eritq; per 3 huius, cōmunis earū sectio linea recta. Et quia ex diffinitione utraq; illarū duarū perpendicularū cum cōmuni sectione continet angulum rectū, sequitur ut angulus rectus sit pars anguli recti. Quod est impossibile. Quemadmodū autem demonstratū est impossibile esse ab uno eodemq; puncto extra superficiem duas lineas super punctū unū ad eandem superficiē esse perpēdiculares, ita etiam demōstrabimus impossibile esse duas lineas ab uno eodemq; puncto extra superficiē signato ad eandem superficiē protractas ad ipsam esse perpēdiculares. Si enim hoc fuerit, ipsæ erunt æquidistātes ex 6 huius. Quod est impossibile ex diffinitiōe linearū æquidistantiū. Constat igitur ex hac, quod si aliqua superficies plana aliam planā superficiē orthogonaliter secet, & ab aliquo puncto secantis supficiei ad superficiē sectam perpēdicularis ducatur, in cōmuni earū sectione eam cadere necesse est. Alioqui ab eodem pūcto secātis superficiei ad cōmunem earū sectionē perpēdicularis protrahatur, ut docet 12 primi, & a puncto in quo incidit cum cōmuni sectione, alia perpēdicularis ad eandem cōmunē sectionē in superficie secta educatur ut docet 11 primi. Eritq; ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continent hæ duæ lineæ perpēdiculares, rectus: quare per 4 huius prima harum duarū perpendicularū

etiam

etiā est perpendicularis ad superficiē sectam. Ergo ab uno puncto protractæ sunt duæ lineæ perpēdiculares ad eandem superficiē, quod est impossibile, relinquitur itaq; propositū nostrum. Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Ab eodem signo, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes.



THEON ex Zamb. *Si enim possibile, ab eodem signo α, ad idem planum binæ rectæ lineæ α β, α γ, ad angulos rectos constituātur ad easdē partes. *Extendaturq; per β α, α γ, planū. Quod iam efficiet sectionē per α in subiecto plano lineam rectam, efficiat lineā δ α ε. Ipsæ igitur α β, α γ, δ α ε, in uno sunt plano (per 3 undecimi.) Et quoniam γ α ad subiectū planum ad angulos rectos est, & ad omnes igitur rectas lineas eam tangentes & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos (per 1 undecimi diffinitionē.) Ipsam autē tangit δ α ε in subiecto existēs plano. Igitur angulus qui sub γ α ε, rectus est, & id propterea angulus qui sub β α ε, rectus est. Aequalis igitur est angulus qui sub γ α ε ei qui sub β α ε, & in uno sunt plano. Quod est impossibile. Ab eodem igitur signo, ad idem planū binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituūtur ad easdem partes. Quod demonstrasse oportuit.* Eucli. ex Camp. Propositio 14

ἐπίπεδον

14 SI linea una super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat, illæ duæ superficies si etiam in infinitū in quamcunq; partem protrahantur, nunquam concurrent.

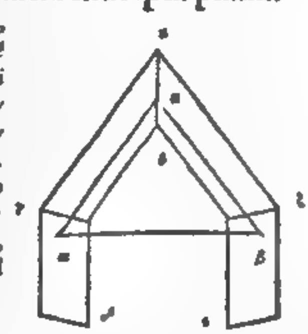
CAMPANVS. Posita enim una linea duabus supficiebus orthogonaliter insistere, si impossibile est supficies illas cōcurrere, in earū cōmuni sectione quæ per 3 huius, erit linea recta, pūctus quocūq; modo signetur, à quo duæ lineæ in illis duabus supficiebus ad lineā illā quæ ipsis perpēdiculariter superstat protrahatur, eritq; cōstitutus triāgulus ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; triāguli uterq; duorū angulorū q super perpendicularē consistūt, est rectus, ut patet ex diffinitione lineæ sup superficiē perpēdiculariter stantis, hoc aūt est impossibile per 32 primi. Econuerso quoq;, uidelicet.

Si super duas superficies æquidistātes linea recta ceciderit quæ ad alterā earum perpendicularis sit, ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquam.

Positis enim duabus superficiebus æquidistātibus, intelligatur linea recta ambas penetrās quæ alteri earū perpēdiculariter superstat. Dico q eadem linea reliquæ superficiei perpēdiculariter superstat. Sit enim superficies una secans positas supficies æquidistantes, super lineā eas penetrantē, eritq; cōmunis sectio huius superficiei & alterius sectarū uidelicet illius cui linea penetrās ponitur perpēdiculariter insistere, continēs angulū rectū cum ipsa linea penetrāte ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad superficiē. Si igitur alia cōmunis sectio ipsius supficiei secantis & reliquæ duarū sectarū cum eadē linea penetrāte non contineat angulū rectū, erit ex ultima petitione primi, ut illæ duæ cōmunes sectiones in alterutrā partem protractæ necessario concurrāt, quare & supficies quæ positæ sunt æquidistantes, necessario concurrēt. Et qa hoc est impossibile, erit ille angulus rectus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie easdē supficies æquidistantes secante super eandē lineā, igitur ex quarta huius & ex ista 14, constat uerū esse quod diximus. Eucli ex Zamb. Theorema 11 Propositio 14

14 Ad quæ plana eadem recta linea recta est, parallela sunt ipsa plana.

THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea α ϐ, ad utrunq; γ δ, ε ζ, planorū, isto ad angulos rectos. Dico quod parallela sunt ipsa plana. Si autē non, * extensa concurrunt. Concurrant. Efficient iam cōmunem sectionem lineam rectam, efficiant η θ (per 3 undecimi,) assumaturq; in ipsa η θ, utcunq; signū κ, cōnectāturq; α κ, ϐ κ. Et quoniā α ϐ recta est ad ipsum ε ζ planū, & ad ipsam igitur ϐ κ rectā lineā existentē in ipso ε ζ extenso plano, recta est ipsa α ϐ. Igitur angulus qui sub α ϐ κ, rectus est. Et id propterea etiā angulus qui sub ϐ α κ, rectus est. Triāguli igitur α ϐ κ, anguli qui sub α ϐ κ, ϐ α κ, duobus rectis sunt æquales. Quod est impossibile (per 17 primi.) Igitur ipsa γ δ, ε ζ, plana, extensa nō concurrūt, parallela igitur sunt ipsa γ δ, ε ζ, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta est, parallela sunt. Quod oportebat demōstrare.*



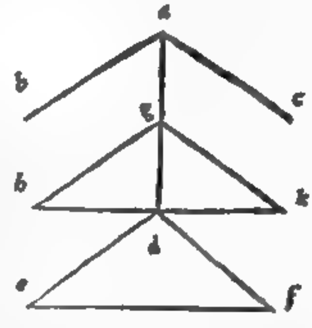
ἐκβαλλόμενα

Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 SI fuerint duæ lineæ se contingentes angulariter, æquidistantes alijs duabus se contingentibus, non autem in superficie una, ab

eisdem

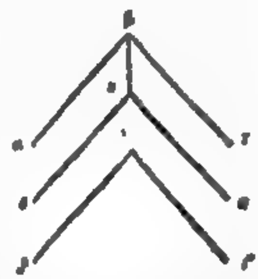
eiſdem lineis contentæ duæ ſuperficies in nulla parte quantumcunq; producantur poſſunt concurrere.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, ſe angulariter contingentes in puncto a, æquidiſtantes duabus lineis d e & d f, ſe angulariter contingẽtibus in puncto d, & nõ ſint in ſuperficie una, dico earũ ſuperficies in quãcunq; partem & quantũcunq; protrahãtur, nunq̃ concurrere. Protrahatur etenim à pũcto d, prout docet 11 huius, perpẽdicularis ad ſuperficiẽ duarum linearũ a b & a c, ſitq; d g, & à puncto g, ducatur g h æquidiſtãs a b, & g k, æquidiſtãs a c, eritq; ex diffinitione uterq; duorũ angulorũ d g h, d g k, rectus, & per 9 erit linea d f æquidiſtans lineæ g k, & linea d e æquidiſtans lineæ g h, quare per ultimã partem 29 primi, uterq; duorũ angulorũ e d g, f d g erit rectus, ideoq; per 4 huius linea d g, erit perpendicularis ad ſuperficiem duarum linearũ d e & d f. Cumq; ipſa eadem ſit etiam ex hypotheſi perpendicularis ad ſuperficiẽ duarum linearũ a b & a c, ex præmiſſa liquet quod eſt propoſitum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propoſitio 15

15 Si binæ rectæ lineæ ſeinuicem tangentes ad binas rectas lineas ſeinuicẽ tangentes fuerint parallelæ, non tamen in eodem plano exiſtentes, parallela ſunt quæ per ipſas plana.



THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ ſeſe inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes δ ε, ε ζ, ſint parallelæ, ſed non in eodem exiſtentes plano. Dico quod * educta quæ per α β, β γ & δ ε, ε ζ, plana, non concurrunt adinuicem. Excitetur, inquam, (per 11 undecimi) ab ipſo β ſigno, in id quod per δ ε, ε ζ, planum perpendicularis β η, & * extendatur in planũ per η ſignũ. Et per η, ipſi quidem ε δ parallelus excitetur (per 31 primi) η θ, ipſi autẽ ε ζ, ipſa η κ. Et quoniam β η ad id quod per δ ε, ε ζ, planũ recta eſt, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas (per 2 undecimi diffinitionẽ) & in eodem quod per δ ε, ε ζ, plano exiſtentes, rectos efficiet angulos. Tangit autem ipſam utraq; ipſarũ η θ, η κ, exiſtens in eo quod per δ ε, ε ζ, plano, rectus igitur eſt (per 4 undecimi) uterq; ipſorũ qui ſub β η θ, β η κ angulorũ. Et quoniam parallelus eſt β α ipſi η θ, ipſi igitur ſub η β α, β η θ, anguli (per 29 primi) duobus rectis ſunt æquales, ſed rectus eſt qui ſub β η θ, rectus igitur eſt qui ſub η β α, igitur ipſa η β, ipſi β α ad angulos rectos eſt. Id propterea etiam β η, ipſi β γ ad angulos rectos eſt. Quoniã igitur recta linea β η duabus rectis lineis β α, β γ, ſeſe inuicem tangentibus ad angulos rectos ſtetit, igitur (per 4 undecimi) β η & ad id quod per β α, β γ, planũ ad rectos angulos eſt. Eſt autem & ei quod per η θ, η κ, plano recta quod uero per η θ, η κ planũ, id eſt quod per δ ε, ε ζ, ipſa igitur β η ei quod per δ ε, ε ζ plano recta eſt. Igitur β η ad utrunq; eorũ quæ per α β γ, δ ε ζ, planorũ, recta eſt. Plana autẽ ad quæ eadem recta linea recta eſt, parallela ſunt (per 14 undecimi.) Parallelũ igitur eſt quod per α β, β γ, planum, ad id quod per δ ε, ε ζ. Si binæ igitur rectæ lineæ ſeſe inuicẽ tangentes, ad binas rectas lineas ſeſe inuicem tangentes fuerint parallelæ, ſed non in eodem plano, parallela ſunt quæ per ipſas plana. Quod oſtendendum erat.*

ἐκβαλλόμενα

συμβαλεῖται

Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

16 SI duas ſuperficies æquidiſtantes una ſuperficies ſecet, cõmunes earum ſectiones æquidiſtantes erunt.

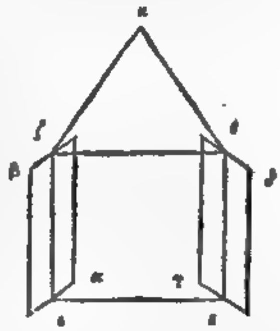
CAMPANVS. Conſtat equidẽ ex tertia, q; una ſuperficie quaſcũq; duas ſuperficies æquidiſtantes ſecante, cõmunes earum ſectiones erunt duæ lineæ rectæ. Quæ cum ſint ambæ ſitæ in ſuperficie ſecante, ſi ipſæ non fuerint æquidiſtantes, ponãtur ad quodlibet unum punctũ concurrere, erit itaq; ut unus atq; idem punctus ſit in utraq; illarũ duarũ ſectionũ cõmunium. Cumq; una illarũ cõmunium ſectionum ſit in una duarũ ſuperficierũ ſectarũ & reliqua in altera, ſequitur ſuperficies illas quæ poſitæ ſunt eſſe æquidiſtantes concurrere, hoc autem impoſſibile eſt. Erunt igitur cõmunes earum ſectiones æquidiſtantes. Quod eſt propoſitum.

CAMPANVS. Ex hac & præmiſſa potes elicere concluſionẽ unam ſimilem 30 primi, uidelicet iſtam. Si fuerint duæ ſuperficies uni æquidiſtantes, ipſæ quoq; erunt adinuicẽ æquidiſtantes. Poſitis enim tribus ſuperficiebus quarum utraq; duarum extremarũ æquidiſtat mediæ, dico q; neceſſe eſt ipſas extremas æquidiſtare adinuicem. Secentur omnes illæ tres ſuperficies duabus ſuperficiebus ſe quoq; inuicem ſecantibus, eruntq; ex hac

ex hac 16 cõmunes sectiones duarum extremarū superficierū, æquidistātes sectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipsæ etiam sectiones duarum extremarū superficierū, erunt æquidistantes adinuicem. Et quia ipsæ contingunt se in cõmuni sectione duarū superficierū tres positas superficies secantium, ex præmissa euidenter constat quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 16

16 **Si bina plana parallela à plano aliquo dissecta fuerint, cõmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt.**



THEON ex Zamb. *Bina, inquam, plana parallela αβ, γδ, à plano εζηθ secentur, cõmunes autem ipsorum sectiones, sint εζ, ηθ. Dico quod parallelus est εζ, ipsi ηθ. Si autē non, productæ ipsæ εζ, ηθ, uel ad partes ζθ, uel ad εη concurrunt. Producantur primum ad ζθ partes, & concurrant in κ. Et quoniam εζκ est in plano αβ, & omnia igitur quæ in ipsa εζκ signa in ipso αβ sunt plano (per 1 undecimi.) Vnum autem eorum quæ in εζκ recta linea signorū, est κ, igitur κ, in ipso est αβ plano, & id propterea etiam κ, in ipso γδ est plano. Igitur αβ, γδ, plana, producta concurrunt. Non concurrunt autem per hypothesin, quoniam parallela supponuntur. Igitur ipsæ εζ, ηθ, rectæ lineæ productæ ad partes ζθ, non concurrunt. Simuliter quoq; ostendemus, quod ipsæ εζ, ηθ, rectæ lineæ neq; ad partes εη productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrunt (per ultimam diffinitionem primi) parallelæ sunt: parallelus igitur est εζ, ipsi ηθ. Si bina igitur plana, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*

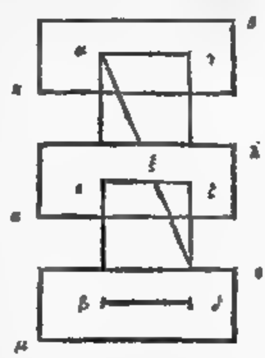
Eucli. ex Camp. Propositio 17

17 **SI superficies tres uel plures æquidistantes duas rectas lineas seinuicem contingētes uel æquidistantes secent, illarum linearū portiones proportionales esse probantur.**

CAMPANVS. Intelligantur enim duæ rectæ lineæ penetrantes qualitercunq; contigerit tres superficies æquidistantes, aut etiam plures tribus: dico itaq; duas portiones illarum linearū inter quaslibet duas superficies interceptas, proportionales esse quibusq; duabus inter alias duas ex illis æquidistantibus superficiebus interceptis. Coniungantur enim duæ extremitates illarum duarum linearū, ducta inter eas linea una diagonaliter, eritq; hæc diagonalis, cum utraq; illarū duarum linearū penetrantiū superficies propositas, in superficie una illas æquidistantes superficies positas secante. Si ergo harum superficierū communes sectiones quæ per præmissam erunt æquidistantes, cogitatione protraxeris, ex prima parte secundæ sexti constabit propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 15 Propositio 17

17 **Si binæ rectæ lineæ à planis parallelis secentur, in easdem rationes secabuntur.**



THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ αβ, γδ, à planis parallelis ηθ, κλ, μν, secētur in α, ε, β, γ, ζ, δ, signis. Dico quod est sicut αε recta linea ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Connectantur αγ, βδ, αδ, & concurrat αδ ipsi κλ plano in ξ signo, cõnectanturq; εξ, ξζ. Et quoniam bina plana parallela κλ, μν, à plano εβδξ, secantur, ipsorum cõmunes sectiones εξ, βδ, parallelæ sunt (per 16 undecimi.) Idq; propterea quoniam bina plana parallela ηθ, κλ, à plano αξζγ, secantur, cõmunes ipsorum sectiones αγ, ξζ, parallelæ sunt (per 16 undecimi.) Et quoniam lateri βδ trianguli αβδ, recta linea parallelus ducta est εξ, proportionaliter igitur sicut αε ad εβ, sic est αξ ad ξδ. Rursus quoniam lateri αγ trianguli αδγ, recta linea parallelus ducta est ξζ, proportionaliter igitur sicut αξ ad ξδ, sic γζ ad ζδ, patuit autē & sicut αξ ad ξδ, sic αε ad εβ, & sicut igitur (per 11 quinti) αε ad εβ, sic γζ ad ζδ. Si binæ igitur rectæ lineæ à planis parallelis secentur, & reliqua. Quod erat ostendendū.*

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 **SI in superficie assignata orthogonaliter steterit linea, omnis superficies à linea illa quorsumlibet ducta, ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.**

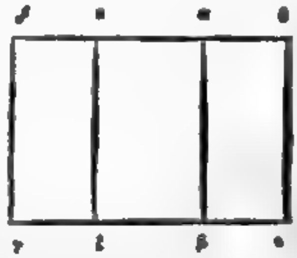
CAMPANVS. Sit enim linea a b erecta perpendiculariter super assignatam superficiem, & à linea a b producatur superficies quorsum libuerit. Quam dico super propositam superficiem esse perendiculariter erectam. Cum enim ipsa secet superficiem

ciem assignatã, erit earũ cõmunis sectio linea recta ex 3 huius, sitq́ b d. In hac ergo communi sectione signato puncto quolibet qui sit d, extrahatur ab eo in superficie quæ producta est à linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ sit d c. Eritq́ ex secunda parte 28 primi, linea c d, æquidistans lineæ a b, ideoq́ ex 8 huius, linea c d, est etiam perpendicularis ad superficiem propositam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter à quolibet puncto lineæ b d, ad ipsam lineã b d, in ipsa superficie quæ producta est à linea a b, est perpendicularis ad propositam superficiem, ex diffinitione superficiei supra superficiẽ orthogonaliter erectæ, constat uerum esse quod propositũ est.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 16* *Propositio 18*

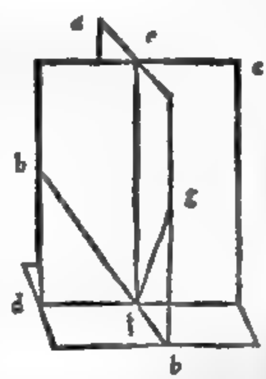
18 Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt.



THEON *ex Zamber. Recta enim linea α β, subiecto plano ad angulos rectos esto. Dico quod & omnia quæ per α β plana, ad subiectum planum ad angulos rectos sunt. Extendatur, inquam, per α β, planũ δ ε, sitq́ (per 3 undecimi) communis sectio ipsius δ ε lineæ plani, & subiecti, γ ε, & sumatur in γ ε, contingens signum ζ, & ab ipso ζ, (per 11 undecimi) ipsi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipsa ζ η. Et quoniam α β ad subiectum planum recta est, & ad omnes igitur ipsam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes recta est ipsa α β (per 2 undecimi diffinitionem,) quare & ad γ ε recta est. Igitur angulus qui sub α β ζ, rectus, est autem qui sub η ζ β, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipsi ζ η parallelus est. ipsa autẽ α β, ad subiectum planum ad angulos rectos est. & ζ η igitur ad subiectum planum ad angulos rectos est. Et quoniam (per 3 diffinitionẽ undecimi) planum ad planum rectum est quando quæ communi sectioni planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquũ planum ad angulos fuerint rectos. & ipsi γ ε sectioni planorum cõmuni, in uno planorum δ ε scilicet ad angulos rectos acta ζ η, ostensa est supposito plano ad angulos rectos esse, igitur planum δ ε rectum est ad suppositum planum. Similiter iam ostendetur quod omnia quæ per α β plana, recta sunt ad subiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. Quod oportuit demonstrasse.*

Eucli. ex Camp. *Propositio 19*

19 SI duæ superficies seinuicem secantes, supra unam superficiem erectæ fuerint orthogonaliter, cõmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.



CAMPANVS. Sint duæ superficies a b & c d seinuicem secantes, erectæ orthogonaliter super assignatam superficiem, sitq́ cõmunis earum sectio linea recta e f. Hanc dico esse perpẽdicularem ad assignatam superficiem. Alioqui à puncto f qui est communis terminus sectionum duarum superficierũ secantium & tertiæ superficiei sectæ, producatur una linea recta quæ sit f g, in superficie a b, perpendicularis ad superficiem assignatam, itemq́ ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem, quæ sita sit in superficiẽ c d, & ipsa sit f h, eruntq́ duæ lineæ f g & f h, orthogonaliter insistentes super punctum unum ad superficiem assignatã. Hoc autẽ impossibile est per 13 huius. Tales autem lineas posse protrahi à puncto f in utraque duarum superficierũ a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis sectio superficiei a b & superficiei assignatæ, & linea f d, superficiei c d & superficiei assignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq́ duarum linearũ f b & f d, ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autẽ ad neutram, sit f g perpendicularis ad f b, & f h perpendicularis ad f d. Deinde à puncto f protrahe in superficie assignata unam lineam perpendicularẽ ad lineam f b,

quæ ex

quæ ex diffinitione superficiei super aliam superficiē orthogonaliter erectæ,cum linea f g continebit angulum rectum: per quartā igitur huius erit linea f g,perpendicularis ad superficiem assignatā. Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto f in superficie assignata,quæ sit perpendicularis ad lineam f d, sequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h esse perpendicularem ad superficiem assignatam. quod est impossibile per 13 huius. Quod si confiteare lineam e f esse perpendicularē ad lineam f b, sed non ad lineam f d, sequetur modo consimili duas lineas e f & f h esse perpendiculares ad superficiem assignatam. Quod nihil minus est impossibile.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 17* *Propositio 19*

19 Si bina plana sese inuicem dispescentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint,& ipsorū cōmunis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.

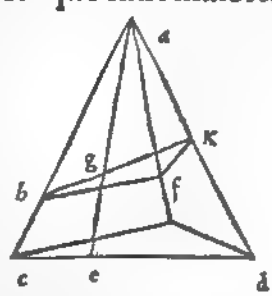
THEON ex Zamber. *Bina etenim plana α β,β γ,subiecto plano ad angulos sint rectos, communis autem ipsorum sectio sit β δ. Dico quod ipsa β δ,ad subiectum planum ad angulos est rectos. Non sit. Et excitentur (per 12 undecimi) ab ipso δ signo in plano quidē α β,ipsi α δ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipsa δ ε, in plano autem β γ,ipsi γ δ ad angulos rectos δ ζ. Et quoniam planum α β ad subiectum planum rectum est,& cōmuni ipsorū sectioni α δ ad angulos rectos α δ in ipso α β plano excitatur δ ε,igitur δ ε ad subiectum planum recta est. Similiter iam demōstrabimus, quod & δ ζ ad subiectum planum recta est. Ab eodem igitur signo δ,ad subiectum planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos constitutæ sunt ad easdem partes. Quod est impossibile. Igitur ad subiectum planum, a signo δ ad angulos rectos non constituetur alia, præter δ β communem sectionem, ipsorum β α, β γ, planorū. Si bina igitur plana inuicem sese dispescentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipsorum sectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod ostendere oportebat.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 20*

20 SI tres anguli superficiales solidum angulum contineāt, illorum trium angulorū quiq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.

CAMPANVS. Sint tres lineæ a b,a c,a d,pyramidaliter erectæ supra superficiem b c d,continentes tres superficiales angulos,ex quibus solidus perficitur angulus in puncto a. Dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto a constituentibus, pariter acceptos, tertio esse maiores. Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem æquales,aut si duo tantū æquales existente tertio minore utrolibet duorum æqualium, constat per communem scientiam uerum esse quod dicitur. Quod si eorum unus utrolibet duorum reliquorū maior fuerit siue illi duo ponantur æquales siue non æquales, adhuc constat illum maiorem & utrumlibet duorum reliquorū pariter acceptos,tertio esse maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur,esse maiores,sic collige. Esto enim trium propositorū angulorum superficialiū angulus c a d, maior utrolibet reliquorū duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum e a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et sumam ex hac linea a e,lineam a g,& ex linea a b,lineam a f,quas ponam esse æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in superficie duarum linearū a c & a d,quousq; secet a c in puncto h,& a d in puncto k,& ipsa sit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum sit igitur a f æqualis a g,posita a k cōmuni,erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k sunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideoq; per 25 primi cum sit linea a f æqualis lineæ a g,erit angulus f a l,maior angulo h a g. Per conceptionem igitur constat duos angulos h a f,f a k,pariter acceptos,esse maiores angulo h a k. Quod erat demonstrandum.

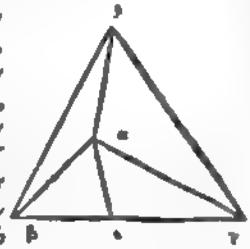


Eucli. ex Zamb. *Theorema 18* *Propositio 20*

20 Si solidus angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, quiuis duo reliquo maiores sunt quomodocunq; suscepti.

THEON ex Zamb. *Solidus angulus qui ad α,sub tribus planis,hoc est β α γ,γ α δ,δ α β,comprehendatur. Dico quod bini quomodocunq; suscepti, reliquo sunt maiores. Si quidem ipsi qui sub β α γ, γ α δ, δ α β, anguli sunt*

inuicem aequales, manifestū est quod bini reliquo, quomodocunque suscepti sunt maiores. Si autem non, sit maior qui sub β α γ, constituaturque (per 23 primi) ad α β rectam lineam, & ad signum in ea α, angulo qui sub δ α β, in eo quod per β α γ plano, aequalis angulus β α ε, ponaturque (per 2 primi) ipsi α δ aequalis α ε, & per ε signū ducta β ε γ linea, dissecet ipsas α β, α γ, rectas lineas in signis β, γ, connectanturque δ β, δ γ. Et quoniā δ α ipsi α ε est aequalis, cōmunis autem α β, duae δ α, α ζ duabus δ α, α ε, sunt aequales, & angulus qui sub δ α ζ, angulo qui sub ζ α ε est aequalis: basis igitur δ β (per 4 primi) basi β ε est aequalis. Et quoniam duae δ β, δ γ, ipsa β γ sunt maiores, quarum δ β ipsi β ε ostensa est aequalis, reliqua igitur δ γ, reliqua ε γ maior est. Et quoniam ipsa δ α ipsi α ε aequalis, communis autem α γ. & basis δ γ basi ε γ maior est, angulus igitur qui sub δ α γ, angulo qui sub ε α γ maior est. Ostensum autem est, quod & qui sub δ α β, est aequalis ei qui sub β α ε. Ipsi igitur qui sub δ α β, δ α γ, eo qui sub β α γ sunt maiores. Si solidus igitur angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocunque assumpti sunt maiores reliquo. Quod erat ostendendum.

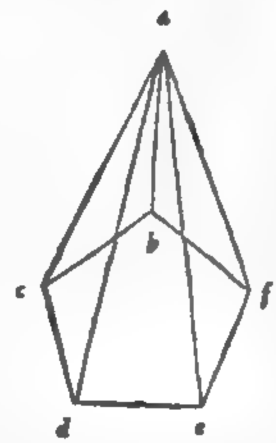


Eucli. ex Camp. *Propositio 21*

21 Omnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur. CAMPANVS. Anguli solidi quantitas, ex angulorū superficialium ipsum solidum continentiū quantitate determinatur. Hac ergo 21 propositione id etiam proponitur, quoslibet superficiales angulos solidum quēlibet continētes pariter acceptos, quatuor rectis angulis esse minores. Sit enī triāgula pyramis a b c d, cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorū, hic tamen sit a, de quo dico, quod tres superficiales anguli ipsum a continentes, sunt minores quatuor rectis. Constat enī ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorū hanc pyramidem circumstantium (& ipsi sunt a b c, a c d, a d b) esse aequales sex angulis rectis, de tribus autem angulis basis eius quae est triangulus b c d, constat quoque per eandem, quod ipsi sunt aequales duobus rectis. Cum igitur sex anguli trium triangulorū praedictorū hanc nostram pyramidem (de cuius supremo angulo disputamus) circundantium, qui inquam sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent, sint ex praemissa ter assumpta maiores tribus angulis basis, sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorū pyramidem circundantiū his sex angulis demptis erunt ex cōmuni scientia reliqui tres (& ipsi sunt qui constituūt solidum angulum a) minores 4 rectis.



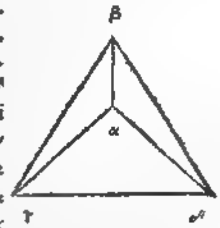
Si autē angulus a supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quàm tribus cōtineatur quod erit secundum multitudinē angulorū suae basis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorū ipsam pyramdem circundantiū pariter accepti sint ex 32 primi, tot rectis angulis aequales quantus est numerus angulorū suae basis duplicatus eo quod tot necesse est esse triangulos pyramidem circumdantes quot fuerint anguli suae basis, cumque omnes anguli suae basis sint tot rectis angulis aequales quantus est numerus angulorū suorū duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonstratum est, cumque igitur omnes anguli triangulorū pyramidem circūdantiū qui super latera basis ipsius pyramidis consistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis, ut euidenter constat ex praemissa toties quot angulos basis habuerit repetita, adhuc necessario sequitur ex communi scientia superficiales angulos solidum angulum a continentes pariter acceptos esse minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorū pyramidem circūdantium qui super latera basis statutae pyramidis consistunt, excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.



Eucli. ex Zamb. *Theorema 19* *Propositio 21*

21 Omnis solidus angulus, sub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis cōprehenditur. THEON ex Zamb. *Sit solidus angulus qui ad α, comprehensus sub planis*

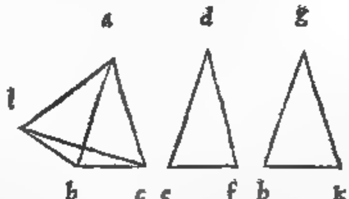
planis angulis qui ſub β α γ, δ α γ, δ α β. Dico quod ipſi β α γ, δ α γ, δ α β, anguli, quatuor rectis ſunt minores. Aſſumãtur, inquam, in unaquaq; ipſarũ α γ, α β, α δ, rectarũ linearũ ſigna utcunq;, ſintq; β, γ, δ, cõnectanturq; ε γ, γ δ, δ ε. Et quoniã ſolidus angulus eſt qui ad ε ſub tribus enim planis angulis cõprehenditur, hoc eſt ſub ijs qui ſub γ ε α, α β δ & γ β δ (per 20 undecimi) bini utcũq; ſumpti reliquo ſunt maiores. Igitur qui ſub γ ε α, α β δ, eo qui ſub γ β δ ſunt maiores. Et id propterea qui ſub β γ α, α γ δ, eo qui ſub β γ δ ſunt maiores, & inſuper qui ſub γ δ α, α δ β, eo qui ſub γ δ β ſunt maiores. Igitur ſex anguli γ ε α, α β δ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, tribus, hoc eſt eis qui ſub γ β δ, β γ δ, γ δ β, ſunt maiores. Sed ipſi tres qui ſub γ β δ, β δ γ, β γ δ, duobus rectis ſunt æquales, igitur qui ſub γ ε α, α β δ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores. Et quoniã uniuſcuiuſq; ipſorũ α ε γ, α β δ, α γ δ, triangulorũ tres anguli duobus rectis ſunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorũ anguli nouem qui ſub γ β α, α γ β, β α γ, α γ δ, δ α γ, γ δ α, α δ ε, δ ε α, ε α δ, ſex rectis ſunt æquales. Quorũ qui ſub α β γ, β γ α, α γ δ, γ δ α, α δ β, δ β α, ſex anguli, duobus rectis ſunt maiores: reliqui igitur qui ſub β α γ, γ α δ, δ α β, tres anguli, cõprehendentes ſolidum angulum, quatuor rectis ſunt minores. Omnis igitur ſolidus angulus ſub minus quatuor rectis angulis planis cõprehenditur. Quod erat oſtendendũ.



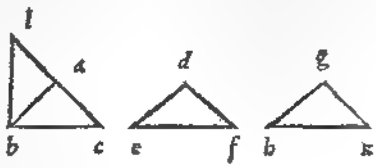
Eucli. ex Camp. Propoſitio 22

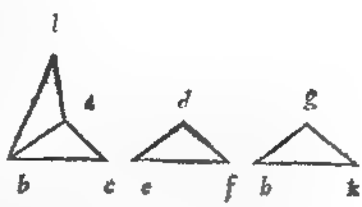
22 SI tres anguli ſuperficiales quorũ quiq; duo pariter accepti tertio ſint maiores, cunctis ſibi inuicem æquis lineis contineãtur, de tribus baſibus angulos illos ab ipſarũ linearũ æqualium terminis ſubtendentibus, triangulũ ſubſtitui uel conſtitui poſſibile eſt.

CAMPANVS. Sint tres ſuperficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quiq; duo eorũ tertio ſint maiores, ſintq; ſex latera eos cõtinentia, æqualia, quæ ſint a b, a c, d e, d f, g h, g k, & ſubtendantur eis tres baſes quæ ſint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus baſibus, triangulũ aio conſtitui poſſe. Eſto enĩ angulus b a l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahãtur l b, l c, eritq; ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypotheſi uero conſtat, totalem angulũ a eſſe maiorẽ angulo g, erant enim quiq; duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k eſt maior. Cumq; ſint ex 20 primi duæ lineæ l b & b c maiores linea l c, ſequitur duas lineas l b & b c eſſe multo fortius maiores linea h k.



Quia igitur l b eſt æqualis e f, erũt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Cõſtat itaq; hoc modo, quaſque duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, eſſe longiores tertia. Igitur ex 22 primi conſtat uerum eſſe quod dicitur. Hoc dũtaxat addito, q̃ ſi duo anguli b a c & d pariter accepti ſint æquales duobus rectis, erũt duæ lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quæ cũ ſit æqualis ex hypotheſi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores ſunt linea h k, cumq; ex eadem lineæ duæ l b & b c ſint lõgiores linea l c, ſequitur ut prius b c & e f pariter acceptas eſſe longiores h k. At uero ſi duo prædicti anguli ſunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duab. quæ ſunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ ſunt longiores linea h k.



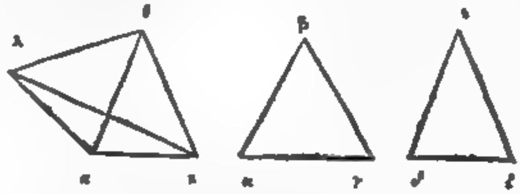


Eucli. ex Zamb. Theorema 20 Propoſitio 22

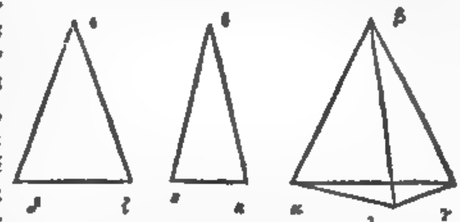
22 Si fuerint tres anguli plani quorũ bini reliquo ſint maiores quomodocunq; aſſumpti, comprehendant autem ipſos æquales rectæ lineæ, ex connectentibus æquales rectas lineas triangulũ conſtitui eſt poſſibile.

THEON ex Zamb. Sint tres anguli plani qui ſub α β γ, δ ε ζ, & η θ κ, quorũ bini reliquo ſint maiores quomodocunq; ſumpti, hoc eſt α β γ, δ ε ζ, ipſo η θ κ, ipſi autẽ qui ſub δ ε ζ, η θ κ, ipſo α β γ, & inſuper qui ſub η θ κ, α β γ, eo qui ſub δ ε ζ, ſintq; æquales α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, rectæ lineæ, cõnectanturq; α γ, δ ζ, η κ. Dico quod ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ conſtituere eſt poſſibile, hoc eſt quod ipſarũ α γ, δ ζ, η κ, binæ quomodocũq; ſumptæ reliqua ſunt maiores. Siquidem qui ſub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, anguli inuicem ſunt æquales, manifeſtũ quod & ipſis α γ, δ ζ, η κ, æqualibus adinuicẽ factis, eſt poſſibile ex æqualibus ipſis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ conſtrui. Si autẽ non, ſint inæquales. Conſtituaturq;

turq́; (per 23 primi) ad ipsam θκ rectã lineã, & ad signũ in ea θ, angulo qui sub αβγ, æqualis angulus qui sub κθλ, & ponatur (per 2 primi) uni ipsarũ αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, æqualis θλ, cõnectanturq́; κλ, ηλ. Et quoniã binæ αβ, βγ, duabus κθ, θλ, sunt æquales, & angulus qui ad β angulo q sub κθλ est æqualis, basis igitur αγ (per 4 primi) basi κλ est æqualis. Et quoniã qui sub αβγ, ηθκ eo qui sub δεζ sunt maiores, æqualis autẽ qui sub κθλ eis qui sub αβγ, & ηθκ, qui igitur sub ηθλ eo qui sub δεζ maior est. Et quoniã duæ ηθ, θλ, duab. δε, εζ sunt æquales, & angulus qui sub ηθλ angulo qui sub δεζ maior est, basis igitur ηλ (per 24 primi) basi δζ maior est. Sed ipsæ ηκ, κλ, ipsa ηλ sunt maiores, multo magis igitur ηκ, κλ, ipsa δζ sunt maiores. Aequalis autẽ est κλ, ipsi αγ: ipsæ igitur αγ, ηκ, reliqua δζ sunt maiores. Similiter iam ostẽdemus, qđ & ipsæ quidẽ αγ, δζ, ipsa ηκ sunt maiores, & ηκ, δζ, ipsa αγ. Possibile igitur est, ex æqualibus ipsis αγ, δζ, ηκ, triangulũ confici. Quod ostẽdendũ erat.



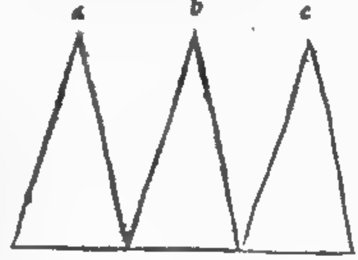
ALITER. Sint dati tres anguli plani qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, quorũ duo reliquo sint maiores quomodocũq; assumpti. Cõprehendãt autẽ ipsos æquales rectæ lineæ αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ. Cõnectanturq́; ipsæ αγ, δζ, ηκ. Dico qđ ex æqualibus ipsis αγ, δζ, ηκ, triangulũ construi est possibile, hoc est rursus quod duæ reliquæ sunt maiores quomodocũq; assumptæ. Siquidem rursus qui ad β, ε, θ, signa anguli sunt æquales, erunt quoq; ipsæ αγ, δζ, ηκ æquales, & duæ reliqua erunt maiores. Si autẽ non, sint inæquales qui ad ipsa β, ε, θ, signa anguli, sitq; maior angulus qui ad β, utroq; ipsorũ ε, θ: maior igitur est (per 24 primi) & αγ recta linea, utraq; ipsarũ δζ, ηκ. & manifestũ, quod αγ cũ utraq; ipsarũ δζ, ηκ, reliqua maior est. Dico quod & δζ, ηκ, reliqua αγ sunt maiores. Constituatur (per 23 primi) ad αβ rectã lineã ad signumq́; in ea β, ei qui sub ηθκ angulo æquus qui sub αβλ, ponaturq́; (per 2 primi) uni ipsarũ αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, æqualis βλ: cõnectanturq́; αλ, λγ. Et quoniã duæ αβ, βλ, duabus ηθ, θκ, sunt æquales altera alteri, & æquos angulos cõprehendũt: basis igitur αλ (per 4 primi) basi ηκ est æqualis. Et quoniã qui ad ε, θ, signa anguli, eo qui sub αβγ sunt maiores, quorũ qui sub ηθκ, ei qui sub αβλ est æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus, eo qui sub λβγ maior est, & quoniã duæ λβ, βγ, duabus δε, εζ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub δεζ angulo qui sub λβγ maior est, basis igitur δζ (per 24 primi) basi λγ maior est. Ostensum autẽ est qđ æqualis est ηκ ipsi αλ. Ipsæ igitur δζ, ηκ, ipsis αλ, λγ, sunt maiores, Sed ipsæ αλ, λγ, ipsa αγ sunt maiores, multo magis igitur δζ & ηκ, ipsa αγ sunt maiores. Ipsarũ igitur αγ, δζ, ηκ, rectarũ linearũ duæ reliqua sunt maiores, quõcunq; assumptæ. Possibile igitur est ex æqualibus ipsis αγ, δζ, ηκ, triangulũ confici. Quod oportuit ostendere.



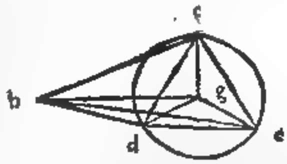
Eucli. ex Camp. Propositio 23

23 TRibus angulis superficialibus propositis, quorũ quiq; duo pariter accepti tertio sunt maiores omes, & tres simul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualescunq; sint, solidum angulum constituere.

CAMPANVS. Sint propositi tres anguli supficiales qui sunt a, b, c, de tribus illis æqualibus uolumus unũ solidum angulũ cõstituere. Oportet igitur ex 20 huius, ut quiq; duo eorũ pariter accepti tertio sint maiores, & ex 21 huius, ut omnes pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores. Ex ipsis itaq; sint hæc posita. Latera uero eos continẽtia cuncta adinuicẽ sint æqualia, eisq́; subtendantur tres bases, & ipsæ sint d e, e f, & f d, eritq́; ex præmissa possibile, de tribus lineis his basibus æqualibus triangulũ cõstitui. Sit igitur ex eis secundũ doctrinã 22 primi, triãgulus d e f, cõstitutus, cui sicut docuit 5 quarti, circũscribatur circulus d e f supra centrũ g, & ptrahatur g d, g e, g f. Quæ cum sint adinuicẽ æquales ex diffinitiõe circuli, lateraq́; tres propositos angulos ambiẽtia æqualia ex hypothesi, necesse est ut earũ quælibet quolibet illorũ laterũ sit minor, æqualẽ autẽ aut maiorẽ esse est impossibile. Si enim linea exiens à centro g, circũferentiã circuli d e f esset æqualis alicui laterũ a d, a e, b e, b f, c f, c d, sequeretur propter ea quæ posita sunt, annuente 8 primi, tres angulos a, b, c, propositos, esse æquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cumq́; hi tres sint æquales quatuor rectis angulis, ut facile patet ex 15 primi, protracta paulisper una linearũ exeuntiũ a cẽtro ad circũferentiã in continuũ & directũ, essent etiã tres anguli a, b, c, æquales etiã quatuor rectis. Quod

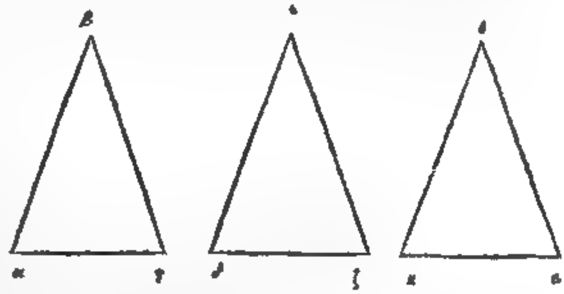


Quod est contra posita. Quod si esset maior superpositis tribus triangulis quorũ sunt anguli a,b,c, tribus triãgulis diuidẽtibus triangulũ d e f unoquoq; illi cum quo cõmunicat in basi, ita ꝙ bases superponãtur basibus æquales uidelicet æqualibus, & anguli a b c cadant ad partẽ puncti g, sequeretur ex 21 primi tres angulos a,b,c, esse maiores tribus qui sunt d g e, e f g, f g d. Essent itaq; maiores quatuor rectis. Quod est amplius contrariũ positis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex sex lateribus tres propositos angulos ambiẽtibus, maius esse linea egrediente à centro g, ad circumferentiã d e f, ideoq; etiam potentius.

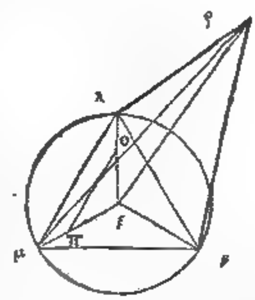


Sit igitur potẽtius in linea g h, quæ sit secundũ 12 huius orthogonaliter erecta super superficiẽ anguli uel circuli d e f, demittãturq; tres hypothenusæ h d, h e, h f, quas dico cõtinere angulos tres sup̃ficiales æquales tribus p̃positis, constituentes angulũ solidũ in pũcto h. Cum enim quadratũ lineæ a d sit æquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypothesi, at quadratũ lineæ d h sit æquale eisdẽ ex penultima primi, necesse est lineã a d esse æqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum bases etiã sint æquales, erit ãgulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis augulo e h f, & angulus c æqualis angulo f h d. Quare constat factũ esse q̃d facere disposuimus. Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 23

23 Ex tribus angulis planis quorũ duo quomodocũq; sumpti sint reliquo maiores, solidum angulũ conficere, oportet uero ipsos tres, quatuor rectis esse minores.



THEON ex Zamb. *Sint dati tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorũ duo quomodocũq; assumpti reliquo sint maiores, insupq; ipsi tres quatuor rectis minores, oportet iam ex æqualibus eis qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, solidũ cõstituere angulũ. Assumãtur æquales α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, cõnectanturq; α γ, δ ζ, η κ. Igitur (per 22 undecimi) ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ confici est poßibile. Construatur sitq; λ μ ν, sic ut α γ æqua sit ipsi λ μ, & δ ζ ipsi μ ν, & η κ ipsi λ ν. Circumscribatur autem (per 5 quarti) ipsi λ μ ν triangulo, circulus λ μ ν, sumaturq; (per 1 tertij) ipsius centrum, quod quidem erit aut intra triangulum λ μ ν, aut in uno laterum ipsius, aut extra, sit prius intra triangulum, sitq; ξ, connectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod α β, ipsa λ ξ maior est. Si autem non, aut α β ipsi λ ξ est æqualis, aut ea minor. Sit primum æqualis. Et quoniam α β ipsi λ ξ est æqualis, sed α β ipsi β γ est æqualis, igitur λ ξ ipsi β γ est æqualis. Ipsa autem λ ξ ipsi ξ μ (per 15 diffinitionem primi.) Duæ iam α β, β γ, duabus λ ξ, ξ μ, sunt æquales altera alteri, & basis α β, basi λ μ supponitur æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub λ ξ μ est æqualis. Id propterea etiam & qui sub δ ε ζ, ei qui sub μ ξ ν est æqualis, & præterea qui sub η θ κ, ipsi qui sub ν ξ λ. Ipsi igitur qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, anguli, ipsis tribus qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, sunt æquales. Sed tres qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis sunt æquales, & tres igitur qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis sunt æquales. Supponũtur & quatuor rectis minores. Quod est impoßibile. Igitur α β ipsi λ ξ æqualis non est. Dico etiam quod nec minor est α β, ipsa λ ξ. Si enim poßibile, esto, ponaturq; (per 2 primi) ipsi α β æqualis ξ ο, ipsi autẽ β γ æqualis ξ π, connectaturq; ο π. Et quoniã æqualis est α β ipsi β γ, æqualis est & ξ ο ipsi ξ π: quare & reliqua ο λ, reliquæ π μ est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λ μ ipsi ο π, & æquiangulũ est λ μ ξ ipsi ο π ξ, quemadmodũ igitur ξ λ ad ipsam λ μ, sic est ξ ο ad ο π: uicißim igitur (per 16 quinti) sicut λ ξ ad ξ ο, sic λ μ ad ο π. Maior autẽ est λ ξ ipsa ξ ο, maior igitur est & λ μ, ipsa ο π. Sed ipsa λ μ, posita est ipsi α γ æqualis, & α γ igitur, ipsa ο π maior est. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, sunt æquales, & basis α β basi ο π maior est, angulus igitur qui sub α β γ, angulo qui sub ο ξ π maior est (per 25 primi.) Similiter iam ostendemus, quod & qui sub δ ε ζ, eo qui sub μ ξ ν maior est, & qui sub η θ κ eo qui sub ν ξ λ. Ipsi igitur tres anguli qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, tribus qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ sunt maiores. Sed qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis supponũtur minores: multo igitur magis qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis sunt minores. Sed & æquales. Quod est impoßibile. Nõ igitur α β minor est quàm λ ξ. Ostensum autẽ est, quod neq; æqualis, maior igitur est α β quàm λ ξ.*

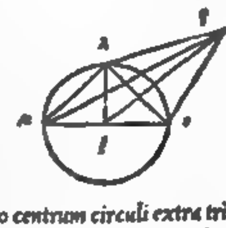


Constituatur iam à signo ξ ipsius λ μ ν circuli plano ad angulos rectos ξ ρ (per 12 undecimi.) Et quo maius est quadratũ quod ex α β, eo quod ex λ ξ, ei æquum esto quod ex ξ ρ, cõnectanturq; ρ λ, ρ μ, ρ ν. Et quoniam ρ ξ recta est, & ad

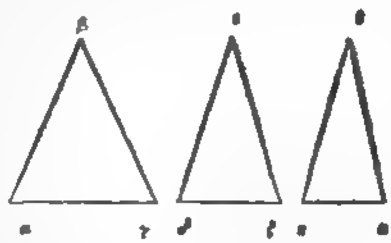
ipsius λ μ ν circuli planum, & ad unamquamq; igitur ipsarũ λ ξ, μ ξ, ν ξ (per conuersionẽ 3 diffinitionis undecimi) recta est ipsa ρ ξ. Et quoniam æqualis est λ ξ ipsi ξ μ, cõmunis autem & ad angulos rectos est ξ ρ, basis igitur ρ λ (per 4 primi) basi ρ μ est æqualis. Iam id propterea & ρ ν, utriq; ipsarũ ρ λ, ρ μ, est æqualis. Ipsæ igitur tres ρ λ, ρ μ, ρ ν, sibi inuicem sunt æquales. Et quoniam quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, et supponitur æquum quod ex ξ ρ, quod ex α β igitur æquũ est eis quæ ex λ ξ, ρ ξ. Eis autem quæ ex λ ξ, ξ ρ, æquum est (per 47 primi) quod ex λ ρ, rectus enim est qui sub λ ξ ρ. Quod igitur ex α β, æquũ est ei quod ex ρ λ. Aequalis igitur est α β ipsi ρ λ. Sed ipsi quidem α β, æqualis est unaquæq; ipsarũ β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, ipsi autem ρ λ, æqualis est utraq; ipsarũ ρ μ, ρ ν. Vnaquæq; igitur ipsarũ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, uni cuiq; ipsarũ ρ λ, ρ μ, ρ ν, est æqualis. Et quoniam

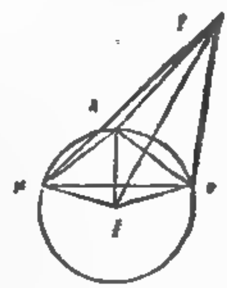


duæ λ ρ, ρ μ, duabus α β, β γ, sunt æquales, & basis λ μ basi α γ supponitur æqualis, angulus igitur qui sub λ ρ μ (per 8 primi) et qui sub α β γ est æqualis. Id propterea & qui sub μ ρ ν, ei qui sub δ ε ζ est æqualis, & qui sub λ ρ ν, ei qui sub η θ κ. Ex tribus igitur angulis planis qui sub λ ρ μ, μ ρ ν, λ ρ ν, qui sunt æquales tribus datis scilicet eis qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, solidus angulus cõstruitur qui ad ρ, cõprehensus sub λ ρ μ, μ ρ ν, & λ ρ ν angulis. Quod facere oportebat. Sed iam esto centrũ circuli in uno laterum trianguli, sitq; in μ ν, estoq; ξ. Connectaturq; λ ξ. Dico rursus quod maior est α β quàm λ ξ. Si autẽ non, aut α β est æqualis ipsi λ ξ, aut ea minor. Sit primum æqualis. Duæ iam α β, β γ, hoc est δ ε, ε ζ duabus μ ξ, ξ λ, hoc est ipsi μ ν sunt æquales. Sed ipsa quidẽ μ ν, ipsi δ ζ supponitur æqualis, & ipsæ igitur δ ε, ε ζ, ipsi δ ζ sunt æquales. Quod est impoßibile. Igitur α β, ipsi λ ξ, æqualis non est. Similiter iam ostendemus, quod neq; minor, igitur ipsa α β, maior est quàm λ ξ. Et si similiter quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, ei æquũ & ad angulos rectos ad circuli planum constituemus sicut quod ex ρ ξ, cõstituetur problema.

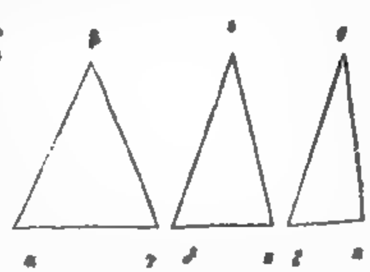


Sed iam esto centrum circuli extra triangulum λ μ ν, sitq; ξ. Connectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod & sic maior est α β quàm λ ξ. Si autem non, aut æqualis est aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur α β, β γ, duabus μ ξ, ξ λ, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi μ λ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub μ ξ λ est æqualis. Idq; propterea etiã qui sub η θ κ, ei qui sub λ ξ ν est æqualis. Totus igitur qui sub μ ξ ν, duobus qui sub α β γ, η θ κ, est æqualis. Sed qui sub α β γ, η θ κ, ipso qui sub δ ε ζ sunt maiores. Et qui sub μ ξ ν igitur, eo qui sub δ ε ζ maior est. Et quoniã duæ δ ε, ε ζ, duabus μ ξ, ν ξ, sunt æquales, & basis δ ζ basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub μ ξ ν (per 8 primi) ei qui sub δ ε ζ est æqualis. Patuit autem quod & maior. Quod est absurdũ. Igitur α β, ipsi λ ξ non est æqualis. Itidemq; ostendemus quod neq; minor. Igitur ipsa α β, maior est quàm λ ξ. Et si etiam ad angulos rectos in circul. plano rursus constituamus ipsam ξ ρ, & ipsi æqualem ponamus eam quæ potest id quo maius est quod ex α β eo quod ex λ ξ, constituetur problema.



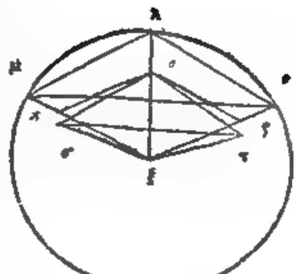


Dico insuper quod α β non est minor quàm λ ξ. Si enim poßibile, esto. Ponaturq; (per 3 primi) ipsi quidem α β æqualis ξ ο, ipsi autem β γ æqualis ξ π. Connectaturq; ο π. Et quoniam æqualis est α β ipsi β γ, æqualis est ξ ο ipsi ξ π, quare & reliqua ο λ, reliquæ μ π, est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λ μ ipsi π ο, & æquiangulũ est triangulũ λ ξ μ ipsi triangulo π ξ ο. Est igitur (per 6 sexti) sicut λ ξ ad λ μ, sic ξ ο ad ο π, & uicißim (per 16 quinti) sicut λ ξ ad ξ ο, sic λ μ ad ο π. Maior autem est λ ξ, quàm ξ ο, maior igitur est & λ μ, quàm ο π. Sed λ μ, ipsi α γ est æqualis, igitur & α γ, quàm ο π maior est (per 14 quinti) Quoniã igitur duæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, sunt æquales altera alteri, & basis α γ basi ο π maior est, angulus igitur qui sub α β γ (per 25 primi) angulo qui sub ο ξ π maior est. Similiter iam & si ipsam ξ ρ æqualem utriq; ipsarũ ξ ο, ξ π, assumamus, & connectamus ipsam ο ρ, ostendemus quod & qui sub η θ κ angulus eo qui ο ξ ρ maior est. Constituatur iam (per 23 primi) ad ipsam λ ξ rectam lineam, ad signumq; in ea ξ, ei quidem qui sub α β γ angulo æquus angulus qui sub λ ξ σ, ei autem qui sub η θ κ æqualis qui sub λ ξ τ, ponaturq; (per 3 primi) utraq; ipsarũ ξ σ, ξ τ, ipsi ο ξ æqualis, & connectantur ο σ, ο τ, σ τ. Et quoniam binæ α β, β γ, binis ο ξ, ξ σ, sunt æquales, & angulus qui sub α β γ angulo qui sub ο ξ σ est æqualis, basis igitur α γ (per 4 primi) hoc est λ μ, basi ο σ est æqualis. Idq; propterea etiam λ ν, ipsi ο τ est æqualis. Et quoniã duæ λ μ, λ ν, duabus σ ο, ο τ, sunt æquales, & angulus qui sub μ λ ν angulo qui sub σ ο τ maior est, basis igitur μ ν (per 25 primi) basi σ τ maior est. Sed ipsa quidẽ μ ν, ipsi δ ζ est æqualis: & ipsa igitur δ ζ quàm σ τ maior est. Quoniam igitur duæ δ ε, ε ζ, duabus σ ξ, ξ τ, sunt æquales, & basis δ ζ basi σ τ maior



est, angulus

est, angulus igitur qui sub δ ι ζ (per 25 primi) angulo qui sub σ ξ τ maior est. Aequalis autē est qui sub σ ξ τ, eis qui sub α β γ, ε θ κ. Igitur qui sub δ ι ζ, eis qui sub α β γ, ε θ κ, maior est. Sed & minor. Quod est impossibile. Quomodo autem id quod ex ρ ξ, æquum sumatur ei quo quod ex α β maius est eo quod ex λ ξ, sic ostendemus. Exponantur α β & λ ξ rectæ lineæ, sitq; maior α β, describaturq; super ipsa semicirculus α γ β, & in semicirculo α γ β * annectatur ipsi λ ξ rectæ lineæ æqualis ipsa α γ, connectanturq; γ β. Quoniam igitur in semicirculo α γ β angulus est qui sub α γ β, rectus igitur est qui sub α γ β (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum est eis quæ ex α γ, γ β, quare id quod ex α β, maius est eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem est α γ ipsi λ ξ: quod igitur ex α β, maius est eo quod ex λ ξ, eo quod ex γ β. Si ipsi igitur γ β æqualem ξ ρ assumamus, quod ex α β maius est quàm id quod ex λ ξ, eo quod ex ξ ρ. Quod facere proposueramus.

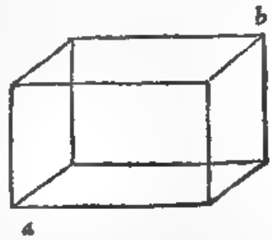




Eucli. ex Camp. Propositio 24

24 Si superficiebus æquidistātibus solidum contineatur, eius oppositæ superficies sibi inuicē æquales sunt & æquidistantium laterum.

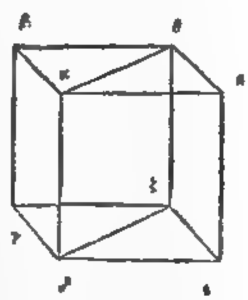
CAMPANVS. Quicquid dicant alij, solidum æquidistantibus superficiebus contentum, superficiebus paribus necesse est contineri, quæ sicut esse non possunt pauciores sex, ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat enim columnā hexagonam, posse octo superficiebus quæ binæ & binæ oppositæ sibi inuicē æquidistant, contineri. Sic quoq; octogonam 10, & decagonam 12, & ad istarum similitudinem, in infinitum. Sed horum omnium solidorū æquidistantibus superficiebus contentorum quæ infinita esse pronuntio, solum illud dicitur parallelogrammū, cuius omnes superficies ipsum ambiētes parallelogrāmæ sunt, & istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq; quod sex tantum superficiebus ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale solidū, corpus a b, cuius omnino superficies fac ut solido habitu mente cōprehendas, patebitq; tibi unamquāq; earum quatuor ex reliquis secare eius quatuor latera, cum sint communes sectiones ipsius secantis & quatuor sectarum. Sint autem illæ quatuor sectæ binæ & binæ secundum quod adinuicem opponuntur, æquidistantes ex hypothesi, sequitur ex 10 bis assumpta, ut quatuor latera huius superficiei secantis & quatuor sectarum sint adinuicem bina & bina æquidistantia. Constat itaq; secundum. At uero ex 34 primi manifestum est, omnia latera opposita istarū sex superficierū esse æqualia, erunt igitur bina latera angulum planum continētia cuiusq; earum, æqualia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita continentibus, anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, æquales per 10 huius. Igitur ex conuersa penultimæ cōmunis scientiæ in primo libro positæ, necesse est quasque duas superficies in solido a b oppositas, esse sibi inuicem æquales. Quod est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 24

24 Si solidum sub parallelis planis cōprehendatur, quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt.

THEON ex Zamb. Solidum, inquam, γ δ ε θ, sub parallelis planis α γ, ε ζ, α θ, δ ζ, ζ β, α ι, cōprehendatur. Dico quod quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc est β ε, γ ι, à plano α γ secantur, cōmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per 16 undecimi,) parallelus igitur est α ϐ, ipsi γ δ. Rursus quoniam planum α γ dispescit plana bina parallela β ζ, α ι, cōmunes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per eandem,) parallelus igitur est α δ, ipsi β γ. Patuit autē quod & α β ipsi δ γ est parallelus: parallelogrammū igitur est α γ. Similiter iam ostendemus, quod & unumquodq; ipsorū δ ζ, ζ κ, κ ϐ, ϐ ζ, α ι, parallelogrammū est. Connectantur α θ, δ ζ. Et quoniam parallelus est α β ipsi δ γ, & ϐ θ ipsi γ ζ, binæ iam α β, ϐ θ, sese inuicē tangentes, binis rectis lineis δ γ, γ ζ, sese inuicē tangentibus parallelæ sunt, nō tamen in eodē plano, igitur æquales cōprehendūt angulos (per 10 undecimi.) Angulus igitur qui sub α ϐ θ, angulo q sub δ γ ζ, est æqualis.

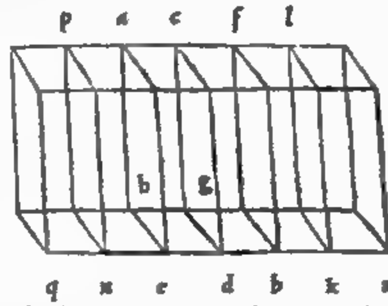


Et quoniā binæ α β, β ε, duabus δ γ, γ ζ, sunt æquales, & angulus qui sub α β ε, angulo qui sub δ γ ζ est æqualis, basis igitur α ε (per 4 primi) basi δ ζ, est æqualis, & triangulū α β ε triãgulo δ γ ζ est æquale. Et quoniā ipsius quidē α β ε, duplum (per 41 primi) est β η parallelogrammū, ipsius uero δ γ ζ duplū est ipsum γ θ parallelogrammū, æquū igitur est parallelogrammū β η, parallelogrãmo θ γ. Similiter iam ostendemus, quod & α γ ipsi ε ζ est æquale, & α η ipsi β ζ. Si planū igitur sub parallelis planis cōprehendatur, quæ ex opposito eius plana, æqualia & parallelogrãma sunt. Quod est propositum.

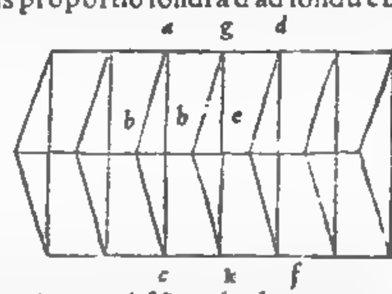
Eucli. ex Camp. *Propositio 25*

25 SI superficies quædam secet solidū parallelogrammū æquidistanter duabus ipsius solidi sup̃ficiebus oppositis, duo partialia corpora quæ ad illam secantem superficiem uelut ad cōmunem terminum copulantur, suis basibus sunt proportionalia.

CAMPANVS. Sit corpus a b, solidū parallelogrammū, & secet ipsum sup̃ficies c d æquidistãter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a e & f b. Et sit superficies g b basis ipsius solidi a b, de qua constat per præmissam ꝙ ipsa sit æquidistantiū laterū. Et sit cōmunis sectio duarū superficierū c d & g b, linea h d, de qua cōstat per 3 huius, ꝙ ipsa sit linea recta, & per 16 huius, ꝙ ipsa sit æquidistãs g e. Ideoq; sunt duæ superficies g d & h b æquidistantiū laterū, & ipsæ sunt bases duorū partialiū corporū in quæ sup̃ficies c d diuidit solidum a b.



Dico itaq; ꝙ ꝓportio solidi a d ad solidū b c, est sicut basis g d ad basin h b. Protrahantur enim utrinq; quantū libuerit, quatuor lineæ penetrãtes superficiē c d super eius angulos. & ipsæ sunt a f & e b cum duabus reliquis sibi æquidistãtibus. Sumãturq; ex eis omnibus portiones ex parte puncti b, quot libuerit, quæ ponãtur singulæ æquales lineæ b d, & ex parte puncti e, aliæ similiter quot libuerit, quæ ponantur æquales lineæ e d. Super quas utrinq; constituantur solida parallelogrãma secūdum longitudinū exigentiã, sintq; ex parte puncti b, solida f k & l m, & ex parte pūcti e, solida a n & p q. Eritq; ex diffinitiōe corporū æqualiū atq; similiū, unūquodq; solidorū f k & l m æquale solido c d, & unūquodq; a n & p q æquale a d. Fiat igitur argumentū quemadmodū in prima sexti. Est enim solidū c m ita multiplex solidi b c, sicut basis h m, basis h b, & solidū q c ita multiplex solidi a d, sicut basis q h, basis g d. Et si basis h m est æqualis basi q h, solidum c m est æquale solido q c ex diffinitione corporū æqualiū atq; similiū, & si basis est minor basi, & solidū est minus solido, & si maior, maius, quod patet ex diffinitiōe eadē, resecata maiori basi ad æqualitatē minoris, & descripto super eam solido parallelogrãmo. Itaq; ex diffinitione incōtinuæ ꝓportionalitatis proportio solidi a d ad solidū c b, sicut basis g d ad basin h b. Quod est propositū.

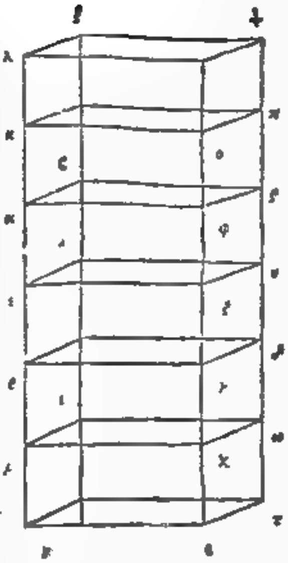


CAMPANVS. Quod si superficies aliqua secet corpus serratile æquidistãter duobus eius triangularibus superficiebus oppositis, duo partialia corpora quæ ad illam secantē superficiē uelut ad cōmunem terminū copulantur, suis basibus erūt ꝓportionalia. Sit enim a f corpus serratile, cuius sint duæ trigonæ superficies a b c, d e f. Constat igitur ex diffinitione serratilis, unãquamq; trium superficierū quæ sunt a b d e, b c e f, a c d f, esse parallelogrammū. Secet igitur superficies g h k, istud serratile æquidistãter duabus eius oppositis superficiebus quæ sunt a b c, d e f. Dico ꝙ proportio serratilis a k ad serratile g f, est sicut basis a k ad basin g f. Quod sicut de solidis parallelogrãmis, ꝓbatur. Protractis enim in utranq; partē lineis a d, b e, c f, factisq; inter eas ex parte pūcti e serratilibus æqualibus serratili g f, & ex parte pūcti b aliis æqualibus serratili a k utrinq; quolibet numero, ex diffinitione incōtinuæ ꝓportionalitatis (si cuncta uigili mente perlustres) nō erit tibi difficile cōcludere q̃d diximus. Eu. li. ex Zamb. Theorema 21 Propositio 25

25 Si solidum parallelepipedū plano secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, erit sicut basis ad basin sic solidum ad solidum.

THEON ex Zãb. *Solidū, inquã, parallelepipedū α β γ δ secetur à plano ε ι parallelo existēte eis quæ ex opposito planis scilicet ipsis ρ α & δ β. Dico q̃d est sicut α ε ζ φ basis ad ε θ γ ζ basin, sic est α β ζ ε solidū ad ε ι γ δ solidū.*

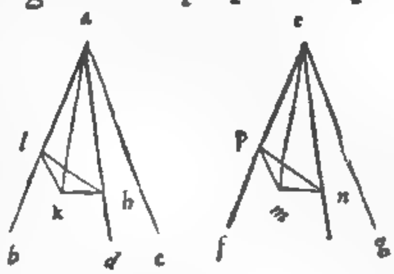
Extendatur



Extēdatur enī α θ ex utraq; parte, ponātur\'q; ipsi qdē ι θ æquales quotcūq;, θ μ, μ ν, ipsi aūt α ι æquales, α κ, κ λ, cōpleanturq; ipsa λ ο, κ φ, θ χ, μ σ, parallelogrāma, & ipsa λ π, κ ρ, δ μ, μ τ, solida. Et quoniā ipsæ λ κ, κ α, μ ν, rectæ lineæ inuicē sunt æquales, æqualia quoq; sunt ipsa λ ο, κ φ, α ξ, parallelogrāma sibyinuicē (per 1 sexti,) & ipsa quoq; κ ξ, κ ζ, α ε, sibi inuicē (p eandē) sunt æqualia. Et similiter ipsa λ ψ, κ π, α ρ, sibi inuicē (per 24 undecimi) sunt æqualia, ex opposito enim. Idq; propterea etiā ipsa quidem ι γ, θ χ, μ σ, parallelogrāma adinuicē sunt æqualia (per 1 sexti,) ipsa quoq; θ ε, θ ι, ι ν, sibi inuicem (per eandē) sunt æqualia. Et insuper ipsa δ θ, μ ω, ν τ, (per 24 undecimi) sunt æqualia (ex opposito enim.) Tria igitur plana ipsorū λ π, κ ρ, α ν, solidorū, tribus reliquorū planis sunt æqualia (idq; propterea & ipsorū ι δ, δ μ, μ τ, solidorū) Sed tria, tribus quæ ex opposito (per 24 undecimi) sunt æqualia. Ipsa igitur tria solida λ π, κ ρ, α ν, inuicē sunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionē) id propterea etiā tria solida ι δ, δ μ, μ θ, inuicē sunt æqualia. Quotuplex igitur est λ ζ basis ipsius α ζ basis, totuplex est & λ ν solidū ipsius α ν solidi, & iam id propterea quotuplex est ν ζ basis ipsius ζ θ basis, totuplex est & ν ν solidū ipsius θ ν solidi, & si æqualis est λ ζ basis ipsi ν ζ basi, æquū est & λ ν solidū ipsi ν ν solido, & si excedit λ ζ basis ipsam ν ζ basin, excedit quoq; ipsum λ ν solidū ipsum ν ν solidū, & si deficit, deficit (per 1 & 14 quinti.) Quatuor iam existentibus magnitudinibus, binis quidē basibus α ζ, ζ θ, duobus autē solidis α ν, ν θ, assumūtur æque multiplicia, ipsius quidē α ζ basis & α ν solidi, ipsa λ ζ basis & λ ν solidū, ipsius autē θ ζ basis & θ ν solidi, ipsa ν ζ basis & ipsum ν ν solidū. Ostēsumq; est, quod si λ ζ basis excedit basin ν ζ, excedit quoq; & λ ν solidū, ipsum ν ν solidum, & si æquale, æquale, & si deficit, deficit (per diffinitionē 6 quinti.) In eadē autē ratione magnitudines esse dicūtur, & reliqua. Est igitur sicut α ζ basis ad ζ θ basin, sic est α ν solidum ad θ ν solidum. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 26

26 SVper datum punctū datæ lineæ, angulo solido proposito æqualem angulū solidum constituere.

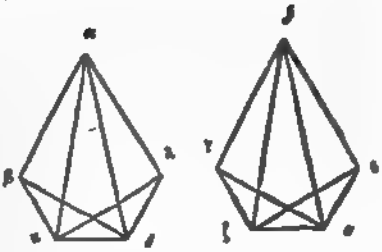


CAMPANVS. Solidus angulus propositus sit a, qui contineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres superficiales angulos ipsum solidum perficientes continētibus, cui super punctū e lineæ e f propositæ quæ ad libitū proponentis iaceat aut in sublimi consurgat, iubemur æqualē angulum solidum constituere. Qualiscunq; sit situs lineæ e f, à puncto g ubicunq; uolueris signato, producito lineā g e, eruntq; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e, in superficie una. In hac itaq; superficie super punctū e datū in assignata linea secundum consiliū 23 primi constitue angulū æqualē angulo b a c, & ipsæ sit f e g, dehinc ex linea a d abscinde lineā a h sicut uolueris, & à pūcto h producito perpendicularē h k ad superficiē in qua sunt duæ lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendum sit, 11 huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de puncto k. Nihil enim refert, utrum perpēdicularis h k occurrat superficiei in qua sunt duæ lineæ a b & a c, inter ipsas lineas, aut extra aut in earū altera, ducito tamen lineā a k. Positoq; puncto in linea a b ubicunq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulū f e m in superficie linearū e f & e g, æqualē angulo b a k, & lineā e m æqualē lineæ a k, & ex linea e f, sume lineā e p æqualē lineæ a l, & a puncto m educ lineā m n perpendicularē ad superficiē in qua sunt duæ lineæ e f & e g, & pone eam æqualē h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, continere angulū solidū in pūcto e, æqualē angulo a proposito. Cum sint enim ex hypothesi duo latera a k & k h, trianguli a k h æqualia duobus lateribus e m & m n trianguli e m n, & anguli qui sunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpēdiculariter erectæ supra superficiē, erunt ex 4 primi duæ lineæ a h & e n, æquales, per eandem quoq; erunt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq; etiā per eandē h l & n p æquales, cum sint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p, recti: per 8 igitur primi, erit angulus n e p, æqualis angulo h a l. Simili quoq; modo pbabis angulū g e n esse æqualē angulo c a d. Constat itaq; nos effecisse quod uolumus. Huic si studiosus institeris, quotcunq; lateribus solidus angulus propositus cōtineatur, quod a te petitur sine offendiculo perficere poteris.

Eucli. ex Zamb. Problema 4 Propositio 26

26 Ad datam rectam lineam, ad signumq; in ea, dato solido angulo æquū solidum angulum constituere.

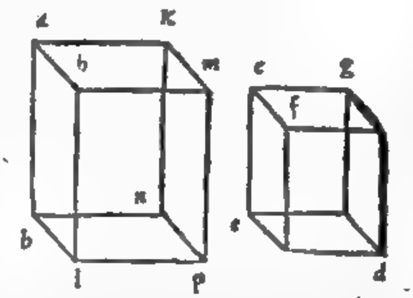
THEON ex Zamb. *Sit quidẽ data recta linea α β, datumq́ in ea signũ sit α, datus angulus solidus sit qui ad δ, cõprehẽsus sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis planis. Oportet iam ad ipsam α β rectã lineã, & ad signũ in ea α, ei q ad δ solido angulo æquũ solidũ angulũ cõstituere. Sumatur in ipsa δ ζ, cõtingens signũ ζ, excitetuŕq; (per 14 undecimi) ab ipso ζ, ad id quod per ε δ, δ γ, planũ perpẽdicularis ζ η, & occurrat plano in η, cõnectatuŕq; δ η, cõstituatuŕq; (per 23 primi) ad ipsam α β, & ad signũ in ea α, ei qui sub ε δ γ angulo æqualis angulus qui sub β α λ, ei aũt qui sub ε δ η, æqualis qui sub β α κ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi δ η æqualis α κ, constituatuŕq; (per 19 undecimi) ab ipso κ signo, ei quod per β α λ plano ad angulos rectos κ θ, ponatuŕq; (per 2 primi) κ θ ipsi η ζ æqualis, cõnectatuŕq; θ α. Dico quod angulus solidus qui ad α, cõprehensus sub β α λ, β α θ, θ α λ, angulis, æquus est ei qui ad δ solido angulo, cõprehenso sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis. Auferantur enim æquales α β, δ ε, cõnectantuŕq; θ β, κ β, ζ ε, η ε. Et quoniã ζ η recta est ad subiectũ planũ, & (per 3 diffinitionẽ undecimi) ad omnes igitur tangẽtes eã rectas lineas & in subiecto existẽtes plano rectos efficit angulos. Rectus est igitur uterq; ipsorũ qui sub ζ η δ, ζ η ε, angulorũ, & iam id propterea uterq; ipsorũ θ κ α, θ κ β, angulorũ, rectus est. Et quoniã binæ κ α, κ β, duabus η δ, δ ε, sunt æquales altera alteri, & æquales cõprehendunt angulos, basis igitur κ β (per 4 primi) basi η ε est æqualis. Est autẽ & κ θ ipsi η ζ æqualis, & rectos cõprehendunt angulos: æqualis igitur est & β θ, ipsi ζ ε. Rursus quoniã duæ α κ, κ θ, duabus δ η, η ζ, sunt æquales, & rectos angulos cõprehendunt, basis igitur α θ (per 4 primi) ipsi δ ζ est æqualis. Est aũt & α β, ipsi δ ε æqualis, binæ igitur θ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, sunt æquales, & basis θ β, ipsi ζ ε est æqualis. Angulus igitur qui sub β α θ, (per 8 primi) angulo qui sub ε δ ζ est æqualis. Iam id propterea & qui sub θ α λ ei qui sub ζ δ γ est æqualis. Quoniã si assumamus æquales α λ, δ γ, cõnectamusq́; ipsas κ λ, θ λ, η γ, ζ γ, quoniã totus qui sub β α λ, toti qui sub ε δ γ est æqualis, quorũ qui sub β α κ, ei qui sub ε δ η supponitur æqualis, reliquus igitur qui sub κ α λ, reliquo qui sub η δ γ est æqualis. Et quoniã binæ κ α, α λ, duabus η δ, δ γ, sunt æquales, & rectos cõprehendunt angulos, basis igitur κ λ (per 4 primi) basi η γ est æqualis. Est aũt & κ θ, ipsi η ζ æqualis, binæ iam λ κ, κ θ, binis γ η, η ζ, sunt æquales, & angulos rectos cõprehendunt: basis igitur θ λ (per 4 primi) basi ζ γ est æqualis. Et quoniã binæ θ α, α λ, duabus ζ δ, δ γ, sunt æquales, & basis θ λ basi ζ γ est æqualis, & angulus igitur qui sub θ α λ (per 8 primi) angulo qui sub ζ δ γ est æqualis. Est autẽ & qui sub β α λ, ei qui sub ε δ γ æqualis. Ad datam igitur rectã lineã α β, ad datumq́ in ea signum α, dato angulo solido qui ad δ æqualis angulus solidus constitutus est. Quod erat agendum.*



Eucli ex Camp. Propositio 27

27 SVper assignatam lineam, dato solido æquidistantiũ superficierũ simile solidum constituere.

CAMPANVS. Sit assignata linea a b, de cuius situ utrũ in plano iaceat uel sursum exurgat, nil curetur, sitq́ assignatũ parallelogrammũ solidum, corpus c d. cui super lineam a b, iubemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres lineæ continentes sup̃ficiales angulos, ex q̃bus cõponitur solidus angulus c, inscriptæ literis c e, c f, c g. At secundũ præcepta præmissæ super punctũ a lineæ a b, cõstituatur angulus solidus æqualis c, quem contineãt tres lineæ a b, a h, a k, & auxilio 12 sexti fit proportio c e ad a b, & c f ad a h, & g c ad a k, proportio una. Dehinc à tribus punctis b, h, k, p̃trahantur sex lineæ h l æquidistãtes lineæ a b, & h m æquidistans lineæ a k, iterũ b l æquidistãs lineæ a h, & b n æquidistãs lineæ a k rursus quoq; k n æquidistãs a b, & k m æquidistans a h, amplius autem protrahãtur, m p æquidistãs h l, & p l æquidistans h m, protrahatur quoq; & linea p n. Eritq́ completũ solidum parallelogrammũ a p, quod dico esse simile solido c d. Hoc autem ex diffinitione similium superficierũ & diffinitione similium corporũ si earum memineris, facile concludes.

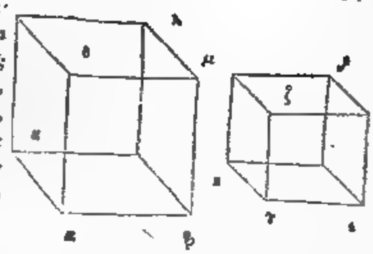


Eucli. ex Zamb. Problema 5 Propositio 27

27 Ex data recta linea, dato solido parallelepipedo simile & similiter positum solidum parallelepipedum describere.

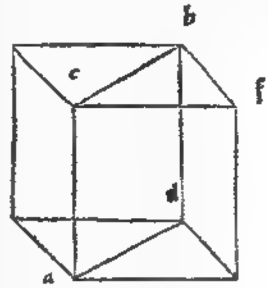
THEON ex Zamb. *Esto quidem data recta linea α β, datum autem solidum parallelepipedũ esto γ δ. Oportet iam ex data recta linea α β, ipsi γ δ solido parallelepipedo dato simile similiterq́ positũ solidũ parallelepipedũ describere. Constituatur enim (per 26 undecimi) ad ipsam α β rectam lineã, ad signumq́ in ea α, ei qui ad γ solido angulo æqualis qui sub β α θ, θ α κ, κ α β, cõprehẽditur ut æqualis sit qui sub β α θ ei qui sub ε γ ζ, qui uero sub θ α κ ei qui sub ε γ η, & insuper qui sub κ α β ei qui sub η γ ζ. Fiatq́ sicut ε γ ad γ η, sic β α ad α κ, sicut aũt η γ ad γ ζ, sic κ α ad α θ, & ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut ε γ ad γ ζ, sic β α ad α θ. Cõpleaturq́; ipsum θ β parallelogrammũ, & ipsum α λ solidum. Et*

dum. Et quoniã est sicut ι γ ad γ κ, sic β α ad α κ, & quæ circũ æquos angulos qui sub ι γ κ, β α ι, latera sunt proportionalia, igitur parallelogrammum κ ι ipsi κ ε parallelogrammo est simile (per diffinitionẽ sexti) Idq; propterea & κ θ parallelogrammũ ipsi κ ζ parallelogrammo est simile, & insuper ipsum ζ ι ipsi θ ε. Tria igitur parallelogrãma ipsius γ δ solidi, tribus parallelogrãmis ipsius α λ solidi sunt similia. Sed tria, tribus quæ ex opposito æqualia & similia sunt. Totum igitur γ δ solidum, toti α λ solido simile est. A data igitur recta linea α β, dato solido parallelepipedo γ δ simile & similiter positum descriptũ est α λ. Quod fecisse oportuit.



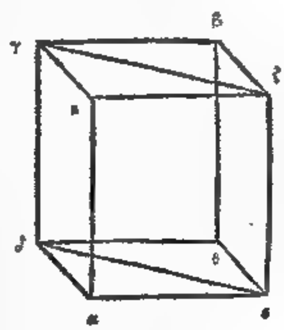
Eucli. ex Camp. Propositio 28

28 SI superficies aliqua solidum parallelogrammũ super duas quaslibet oppositas superficies eius terminales & super earum duas diametros secet, eandem superficiem corpus illud per æqualia secare necesse est. CAMPANVS. Sit corpus a b solidum parallelogrammũ, de quo sit positum ꝙ superficies a b c d secet ipsum super diametros duarum superficierũ oppositarũ ipsum terminantiũ quæ sint a d & c b. Dico quod ipsa diuidit istud solidum propositũ, per æqualia. Constat enim ꝙ ipsa diuidit illud solidum in duo serratilia, quorũ superficies quadrilateras binas & binas adinuicẽ relatas secũdum ꝙ ipsæ sunt opposita latera solidi propositi manifestum est ex 24 huius esse æquales, cum solidum de quo loquimur, positum sit esse parallelogrammũ. Ex eadem quoq; & 41 primi constat, trilateras sũperficies dictorũ serratiliũ esse æquales. Igitur à diffinitiõe solidorũ æqualiũ, liquet q̃d ꝓpositũ est.



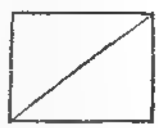
Eucli. ex Zamb. Problema 23 Propositio 28

28 Si solidum parallelepipedum plano secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorũ, ipsum solidum secabitur ab ipso plano bifariam.



THEON *ex Zamberto. Solidum enim parallelepipedum α β, plano γ δ ι ζ secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorum γ ζ, δ ι. Dico quod ipsum α β solidum, ab ipso γ δ ι ζ plano bifariam secabitur. Quoniam enim (per 34 primi) γ κ ζ triangulum æquum est triangulo γ β ζ, & triangulum α δ ι ipsi δ ι θ, est autem γ α parallelogrammum ipsi β ι æquale, ex opposito enim, ipsum autem κ ι ipsi γ θ, & (per 21 undecimi) prisma igitur comprehensum sub duobus triangulis γ κ ζ, α δ ι, & tribus parallelogrammis, hoc est κ ι, α γ, γ ι, æquum est prismati comprehenso sub duobus triangulis γ ζ β, δ ι θ, & tribus parallelogrammis, hoc est γ θ, β ι, γ ι. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum α β solidum bifariam scinditur ab ipso γ δ, ι ζ, plano. Quod erat ostendendum.*

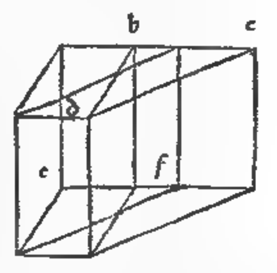
ZAMBERTVS. *Diagonius, linea recta est quæ in figuris angularibus ab uno angulo insurgit, & sese in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.*

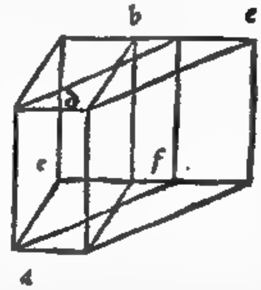


Eucli. ex Camp. Propositio 29

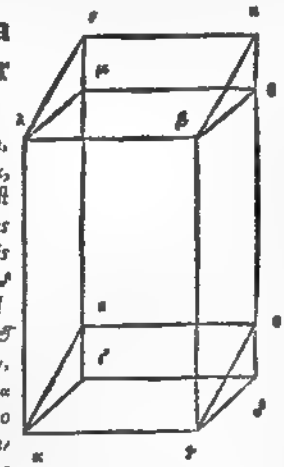
29 CVncta solida æquidistantiũ superficierũ æque alta atq; in eadem basi super unam lineam cõstituta, probãtur esse æqualia.

CAMPANVS. Verum est quod solida æquidistantiũ laterum æque alta, siue inter superficies æquidistantes super unam & eadem basin constituta sunt adinuicem æqualia, sicut de superficiebus æquidistantium laterum super unam basin & inter lineas æquidistantes constitutis in 35 primi demonstratum est. Sed talium solidorũ quædam dicũtur constitui super lineam unam, & sunt illa quorum supremarũ superficierum duo opposita latera sunt secundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 proponit demon-





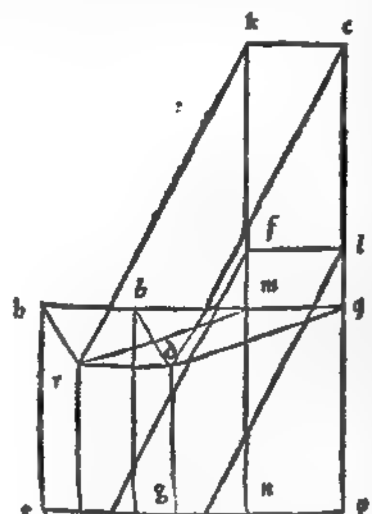
demonſtrandum, ipſa omnia eſſe æqualia adinuicem. Sunt autem eorũ alia quæ non dicũtur conſtituta ſuper lineam unam, & ſunt illa quorum ſupremarũ ſuperficierũ duo latera oppoſita quæcunq; ſumantur ſecũdum rectitudinem protracta, non ſunt linea una, & de talibus ſequens demonſtrandum proponet, ipſa quoq; omnia eſſe adinuicẽ æqualia. Sint itaq; duo ſolida parallelogrãma æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes a b & a c, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, quorũ ſupremæ ſuperficies ſunt e b & b c, ſintq; harum ſupremarũ ſuperficierũ duo latera oppoſita, cum ſecundum rectitudinẽ protrahantur, linea una, & ipſa ſunt c f & b c. Dico itaq; quod ſolida a b & a c, ſunt æqualia. Hoc autem (ſi figura eius ſecundum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodũ in 35 primi proceſſeris, idem faciens hic de ſerratilibus quod ibi de triangulis) facile cõcludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuerſitates in ſolidis, quæ ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti. *Eucli. ex Zamb.* Theorema 24. Propoſitio 29



19 Super eadem baſi & ſub eadem altitudine ſolida parallellepipeda conſiſtentia, quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, inuicem ſunt æqualia.

THEON *ex Zamb. Sint ſuper eadem baſi α β, ſolida parallelepipeda γ μ, γ ν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes, hoc eſt α ζ, α η, λ μ, λ ν, γ δ, γ ι, β θ, & β κ, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi ζ ν δ κ plano. Dico quod ſolidum γ μ, æquum eſt ipſi γ ν ſolido. Quoniam enim parallelogrammũ eſt utrunq; ipſorũ γ θ, γ κ, æqualis eſt (per 34 primi) γ β utriq; ipſarũ δ θ, ι κ. Quare & δ θ, ipſi ι κ eſt æqualis. Cõmunis auferatur ι θ, reliqua igitur δ ι, reliquæ θ κ eſt æqualis. Quare & ipſum quidem δ γ ι triangulũ ipſi θ κ β triangulo eſt æquale, & δ η parallelogrammũ ipſi θ ν parallelogrãmo, & id propterea triangulũ α η ζ, triangulo μ λ ν eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidẽ γ ζ parallelogrammũ, ipſi β μ parallelogrãmo æquum, & γ η, ipſi β ν, ex oppoſito nanq;. Igitur & priſma cõprehenſum ſub duobus quidem triãgulis ζ α η, δ γ ι, tribusq; parallelogrãmis α δ, δ η, γ η, æquũ eſt priſmati cõprehenſo ſub duobus quidẽ triangulis μ λ ν, θ β κ, & tribus parallelogrãmis, hoc eſt β μ, ν θ, β ν. Commune apponatur ſolidũ, cuius baſis quidem ſit parallelogrammũ α β, ex oppoſito autẽ η ι θ μ. Totum igitur γ μ ſolidum parallelepipedũ, toti γ ν ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadem igitur baſi exiſtẽtia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorũ ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, ſunt inuicẽ æqualia. Quod oportuit oſtendere.* *Eucli. ex Camp.* *Propoſitio* 30

20 CVncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierũ æque alta, quæ in eadem baſi non autem ſuper unam lineam fuerint cõſtituta, probantur eſſe æqualia.



CAMPANVS. Sint nũc duo ſolida parallelogrãma æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes, ſintq; ſuper unam & eandem baſin, ſed non ſuper lineã unam conſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enim duo ſolida parallelogrãma a b & a c æque alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtantes, cõſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, ſed non ſuper unam lineam, ſintq; eorũ ſupremæ ſuperficies e b & f c, quarum oppoſita latera ſecundum rectitudinem protracta, non erunt linea una. Cumq; ipſa ex hypotheſi ſint in una ſupficie eo q́ ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes, neceſſe eſt ut duo latera unius earum protracta ſecundum

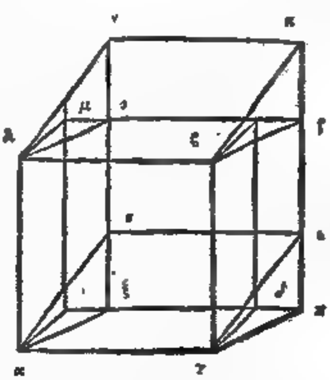
secundum rectitudinem, secent duo alterius earum protracta secũdum rectitudinem. Protrahantur itaque duo opposita latera superficiei e b, quæ sint e g & h b, & duo opposita superficiei f c, quæ sint k f & c l, & secent super quatuor puncta m, n, p, q, eritque superficies m n p q, æquidistantium laterum æqualis unicuique trium superficierum, quarum una est basis propositis solidis communis, & ipsa est a d, & duæ reliquæ sunt supremæ superficies eorundem solidorum, & ipsæ sunt e b & c f. Ductis itaq; lineis à quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos basis a d sibi secundũ directam habitudinem relatos, quæ sit n a, m r, p s, q d, perfectum erit solidum parallelogrammũ a q in eadem basi cum utroq; duorũ priorũ, & æque altum, & super lineã unã cũ utroque ipsorum. Per præmissam igitur utrunlibet duorum solidorum propositorũ quæ sunt a b & a c, est æquale solido a q, per conceptionem ergo est solidum a b, æquale solido a c. Quare cõstat propositum.

CAMPANVS Potes quoque cõuersas huius & præmissæ probare si libet, ducendo ad impossibile. Pones enim quælibet duo solida parallelogramma esse æqualia & constituta super eandem basin æquidistantia, & demonstrabis ea esse æque alta. Eruntq; hæc & præmissa, tuæ demonstrationis medium. Impossibile autem ad quod duces, erit partem suo toti esse æqualem. Quod euidenter patebit, si de illo solido (quod altius esse mentitur aduersarius, cum tamen ambo posita sint æqualia & super eandem basin constituta) unum solidum parallelogrammum æque altum demissiori abscideris. Hoc aũt abscisum æquale esse demissiori cõuinces ex hac & præmissa, ideoq; & toti illi a quo ipsum abscideris ex communi scientia.

Eucli. ex Zamb. Theorema 25 Propositio 30

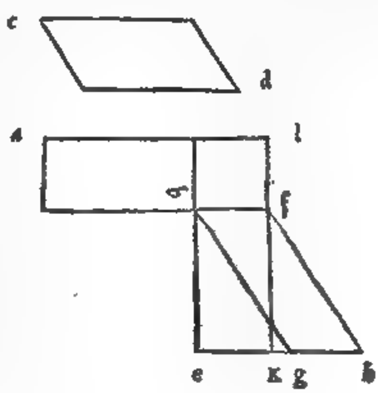
30 Super eadem basi existentia solida parallelepipeda & sub eadẽ altitudine, quorũ stantes nõ sunt super eisdẽ rectis lineis, inuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamb. *Sint super eadem basi α β solida parallelepipeda γ μ, γ ν, sub eadẽ altitudine, quorũ stantes α ζ, α η, λ μ, λ ν, γ δ, γ ε, β θ, β κ, non sint super eisdẽ rectis lineis. Dico quod solidum γ μ, æquũ est ipsi γ ν solido. Extendãtur, inquam, ipsæ ν η, κ ε, insuper & ipsæ μ θ, ζ δ, concurrantq; adinuicẽ in ο, ρ, π, ξ, signis, connectanturq; α ξ, λ ο, γ π, β ρ. Aequum iam est (per 29 undecimi) ipsum γ μ solidum, cuius basis est α γ β λ, parallelogrammum: ex opposito uero ζ δ θ μ, ipsi γ ο solido, cuius quidem basis α γ β λ, parallelogrammum, ex opposito autem ξ π ρ ο, super eadem enim basi sunt α γ β λ, quorum stantes α ζ, α ξ, λ μ, λ ο, γ δ, γ π, β θ, β ρ, super eisdem sunt rectis lineis ζ π, μ ρ. Sed solidum γ ο, cuius basis quidem est α γ β λ parallelogrammũ, ex opposito autem ξ π ρ ο, æquum est ipsi γ ν solido, cuius basis quidem α γ β λ, parallelogrammum, ex opposito autem η ε κ ν, super enim eadem sunt basi α γ β λ, & ipsorum stantes α η, α ξ, γ ε, γ π, λ ν, λ ο, β κ, β ρ, super eisdem sunt rectis lineis ν ξ, π κ. Quare & γ μ solidum, æquum est ipsi γ ν solido. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadẽ altitudine quorum stantes non sunt super eisdem rectis lineis, sunt inuicem æqualia. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. Propositio 31

31 SOlida æquidistantium superficierum in basibus æquis constituta, si fuerint æque alta, lineæq; eorum angulares supra bases orthogonaliter steterint, erunt æqualia.



CAMPANVS Et hoc quoq; uerum est qđ omnia solida parallelogramma in æquis basibus atq; inter superficies æquidistãtes, siue æque alta cõstituta sunt adinuicem æqualia, sicut de superficiebus æquidistantium laterũ super æquales bases & inter lineas æquidistantes constitutis in 36 primi probatum est. At talium solidorum, alia sunt quorum angulares lineæ super suas bases orthogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit demonstrãdum esse ea esse æqualia. Alia uero sunt quorum angulares lineæ super suas bases nõ sunt orthogonaliter erectæ, de quibus sequẽs

demonstrandum proponit ea esse æqualia, intelligantur itaq; super duas bases a b & c d, quæ sint æquales & æquidistantiũ laterum nõ tamẽ unius creationis, sed sit a b tetragonus lõgus & c d dissimile helmuayn, duo solida æquidistantium laterum constituta æque alta, sintq; lineæ erectæ super angulos propositarum basium, perpẽdiculares ad ipsas. Dico hæc duo solida adinuicẽ esse æqualia. Protrahantur itaque duo latera basis a b, & sint illa quæ cõtinent angulũ b, usque ad f & e, & fiat angulus f b g, æqualis angulo c basis c d & sumãtur duæ lineæ b f & b g, æquales duobus lateribus basis, quæ cõtinent, angulũ c & perficiatur superficies æquidistãtiũ laterũ b h, quæ erit æqualis & similis basi c d. Dehinc protrahatur h e æquidistans b f, & f k æquidistans b e, eritq; quadrilatera superficies b k æquidistãtiũ laterum, æqualis b h ex 5 primi. Cũq; b h sit æqualis c d, erit per conceptionẽ b k æqualis a b. Cõpleatur itaq; superficies æquidistantiũ laterũ b l, protracta linea k f quousq; concurrat cum uno ex lateribus continentibus angulũ a in puncto l. Age ergo super tres superficies æquidistantium laterũ quæ sunt b h, b k, b l, cõstituãtur æque alta solida solido cõstituto super basin a b, sintq; lineæ omnium solidorũ istorum erectæ super bases perpẽdicularis ad ipsas & appellẽtur bases, & solida super eas constituta eisdem nominibus. Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum æqualiũ atq; similiũ, quod duo solida b h & c d, æqualia atq; similia sunt, de solidis autem b h & b k, cõstat ex 29 quod ipsa sunt æqualia, sunt enim eque alta & constituta super unam & eandẽ basin & ipsa est superficies erecta super lineam b f & super lineam unã, est autem per 25 proportio solidi a b ad solidum b l, sicut basis a b ad basin b l, & per eandem solidi b k, ad solidum b l, sicut basis b k ad basin b l. Cumq; sit utriusq; duarũ basiũ a b & b k ad basin b l una proportio (ex prĩa parte 7 q̃nti) erit utriusq; duorum solidorũ a b & b k ad solidũ b l proportio una, igitur ex prima parte nonæ quinti erunt duo solida a b & b k æqualia. At quia solidum b k est æquale solido b h, solidũq; b h solido c d, sequitur ex communi scientia solidum a b esse æquale solido c d. Quod est propositum.

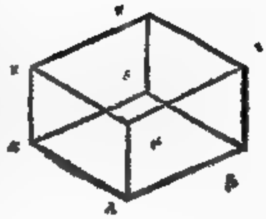
32 SI solida æquidistantium superficierũ in æquis basibus constituta æque alta fuerint, lineæ autem angulares supra bases orthogonaliter non steterint, ipsa esse æqualia necesse est.

CAMPANVS Fabricatis duobus corporibus, ut proponitur, uidelicet quæ sint æquidistantium terminorum & æque alta & super bases æquas perpendiculariter, nõ autẽ super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata, si autem a quatuor angulis supremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur quæ ex sexta erunt singulæ æquidistantes & etiam ex hypothesi singulæ singulis æquales (ipsæ enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt) & si inter eas solida æquidistantium laterum perficiantur, constabit ex præmissa hæc duo solida ultimo cõstituta esse adinuicem æqualia. Cũq; duorum priorũ & duorũ posteriorũ sint eædẽ bases, uidelicet eorum superficies supremæ, cõstat ex 29 uel 30 & hac cõmuni scientia, quæcũq; æqualibus sunt æqualia sibi inuicem sunt æqualia, uerum esse quod propositum est. Ex his potes cõuersas huius & præmissæ eisdem mediantibus indirecte demonstrare si libet, eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentiũ deducendo. pones enim duo solida parallelogramma esse æqualia & super æquales bases, & conuinces ea esse æque alta, uel pones ea esse ea æque alta & æqualia, & conuinces ea esse super bases æquales.

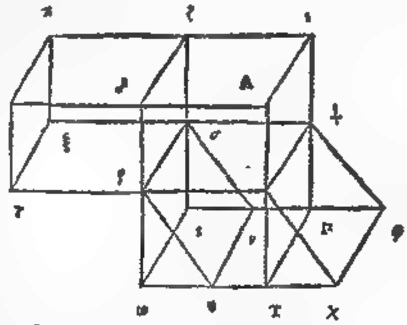
Eucli. ex Zãb. Theorema 26 Propositio 31

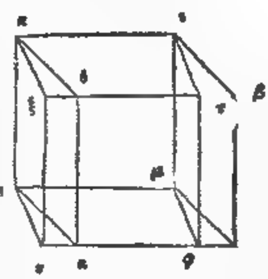
31 Super æqualibus basibus solida parallelepida existentia, & sub eadem altitudine, inuicem sunt æqualia.

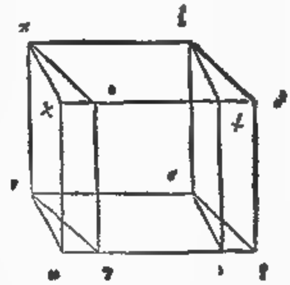
THEON ex Zãb. *Sint super æqualibus basibus α ϐ, γ δ, solida parallelepipeda α ι, & γ ζ, sub eodem fastigio. Dico quod solidũ α ι, æquũ est ipsi γ ζ. solido. Sint primum stantes ipsæ ι κ, ϐ ι, α ε, λ μ, ο π, δ ζ, γ ξ, & ρ σ, ad angulos rectos ipsis α ϐ, γ δ, basibus, & angulus qui sub α λ ϐ, æqualis non sit angulo qui sub γ ρ δ. Extendaturq; in rectam lineam γ ρ, ipsi ρ τ. Constituaturq; (per 23 primi) ad ipsam ρ τ rectã lineam, ad signumq; in ea ρ, ipsi α λ ϐ, angulo æqualis angulus qui sub τ ρ υ, ponaturq; (per 3 primi,) ipsi quidem α λ, æqualis ρ τ. ipsi autẽ λ ϐ æqualis ρ υ, (per 31 primi.) ipsi ρ τ parallelus excitetur χ υ, compleaturq; basis ρ χ, & solidũ ψ υ. Et quoniam binæ τ ρ, ρ υ, binis α λ, λ ϐ, sunt æquales, & æquos angulos comprehendunt, æquum igitur est & simile ρ χ, parallelogrãmũ ipsi α ϐ, parallelogrã mo. Et quoniam rursus æqualis est α λ, quidem ipsi ρ τ, λ μ, uero ipsi ρ σ, & angulos rectos comprehẽdunt, æquum igitur*



tur & simile est ρ ψ parallelogrammũ ipsi κ μ parallelogrãmo. Iam idq; propterea & λ ι, ipsi σ υ, est æquale & simile. Tria igitur parallelogrãma ipsius α ι, solidi, tribus parallelogrãmis ipsius ψ υ, solidi æqua sunt & similia. Sed tria, tribus ijs quæ ex opposito æqua sunt & similia. Totũ igitur solidũ α ι parallelepipedũ, toti ψ υ, solido parallelepipedo æquum est. Extendãtur (per 2 postulatum) ipsæ δ ρ & χ υ, quæ ueniant in congressum in ω, & per τ (per 31 primi) ipsi ρ ω parallelus excitetur τ T, extendaturq; τ T & α δ quæ ueniãt in congressum in Λ, cõpleanturq; ipsa ω ψ, & ρ ι, solida. Aequũ iam est ψ ω, solidum cuius basis quidem est ρ ψ, parallelogrammũ, ex opposito uero ω π, ipsi ψ υ, solido cuius quidem basis est ρ ψ parallelogrammũ ex opposito uero υ φ. In eadem siquidem sunt basi ρ ψ, sub eodẽq; fastigio, & stantes ρ ω, ρ υ, τ T, τ χ, σ ι, σ υ, ψ π, & ψ φ, super eisdem sunt rectis lineis ω χ, & ι φ. Sed solidum ψ φ, ipsi α ι, solido æquũ est, & solidũ igitur ψ ω, ipsi α ι solido æquũ est. Quoniã autẽ ipsum ρ υ, χ τ, parallelogrammũ ipsi ω τ parallelogrãmo (per 35 primi) æquũ est, æquũ est autẽ & α β, parallelogrammum ipsi ρ χ. parallelogrammo, æquũ igitur est & ω T ipsi α β. Aequũ autẽ est & γ δ ipsi α β, æquũ igitur est & ω τ ipsi γ δ. Est autẽ aliud δ τ, est igitur (per 7 quinti,) sicut γ δ, basis ad δ τ basin, sic ω τ basis ad δ τ basin. Et quoniã parallelepipedum γ ι, plano ρ ξ secatur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, est igitur sicut γ δ basis ad δ τ basin, sic γ ξ, solidum ad ρ ι solidum. Idque propterea iam quoniã solidum parallelepipedum ω ι, plano ρ ψ, secatur parallelo existente eis quæ ex opposito planis: est igitur sicut ω τ basis ad Λ τ, basin, sic ω ψ solidũ ad ρ ι solidum. Sed sicut γ δ basis ad δ τ basin, sic ω τ. ad τ δ & sicut igitur (per 11 quinti,) γ ξ, solidũ ad ρ ι solidũ, sic ω ψ solidũ ad ρ ι. Vtrũq; igitur ipsorũ γ ξ, ω ψ, solidorũ, ad ρ ι solidũ eandẽ habet rationẽ. Aequũ igitur est γ ξ solidũ, ipsi ω ψ solido. Sed ostensum est, quod ω ψ, ipsi α ι, æquũ est, & γ ξ, igitur ipsi α ι æquũ est. Non sint iam stantes α η, θ κ, ε ι, λ μ, γ ν, ο π, δ ξ, ρ σ, ad angulos rectos, ipsis α β, γ δ, basibus. Dico quod rursus solidum α ι, æquum est ipsi γ ξ, solido. Excitentur (per 11 undecimi) ab ipsis κ ε, η μ, π ξ, ν σ, signis, ad suppositum planum, κ ξ, ι τ, υ μ φ, π χ, ξ ψ, ν ω, σ ι, perpendiculares, & connectantur ξ τ, υ φ, ξ υ, τ φ, χ ψ, χ ω, ω ι, ψ ι. Aequũ iam est (per 31 undecimi) κ φ, solidũ ipsi π ι solido, in æqualibus siquidẽ sunt basibus κ μ, π σ, & sub eodẽ fastigio quorum stantes ad angulos rectos sunt ipsis basibus. Sed ipsum quidẽ κ φ solidũ, ipsi α ι, solido (per 30 undecimi) est æquale, & π ι ipsi γ ξ, in eadẽ siquidẽ sunt basi & sub eodem fastigio, quorum stantes non sunt in eisdem rectis lineis. Et α ι solidum igitur, ipsi γ ξ solido æquum est. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eodem fastigio, inuicem sunt æqualia. Quod demonstrare oportebat.





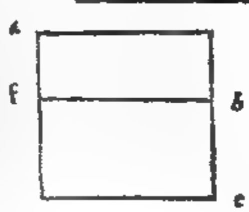


Eucl. ex Camp. Propositio 33

33 Omnia solida æquidistãtium superficierũ. æque alta suis basibus sunt ꝓportiõalia.

CAMPANVS Sint duo solida æquidistantiũ superficierũ æque alta, cõstituta super duas bases a b & c d. Dico quod proportio illorũ duorũ solidorum unius ad alterũ, est sicut proportio suarũ basiũ quæ sunt a b & c d. unius ad alterã. Constat quidẽ ex 24, utrãq; harũ duarũ basium esse æquidistãtium laterũ, duo igitur latera opposita & æquidistantia, in superficie a b protrahantur, & inter ea fiat superficies æquidistantiũ laterum quæ sit f e, æqualis c d. Dehinc supra superficiẽ f e, cõpleatur solidũ parallelogrammũ æque altũ ei quod cõstitutũ est super basin a b. sitq; amborũ cõmunis terminis illa superficies quæ exurgit super lineam b f, hæc autem solida & suæ bases, eisdem nũcupentur nominibus. Quia igitur basis f e est æqualis basi c d. erit ex 31 uel 32 solidũ f e æquale solido c d. At quia totale solidũ a e secat superficies, exur-



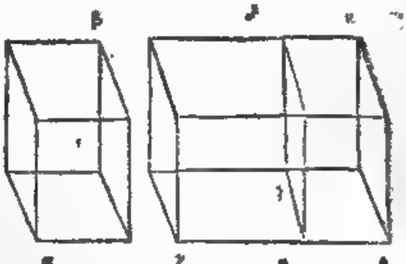


gēs super lineā b f æquidistāter duobus lateribus oppositis, erit ex 25 proportio solidi f e ad solidū a b, sicut basis f e ad basin a b. Cūq; sint c d & f e tam bases quam solida æqualia. bases quidem ex hypothesi, solida aūt ex 31 uel 30, sequitur ex 7 quinti bis assumpta semel pro basibus & semel pro solidis, q solidorū a b & c d basiumq; a b & c d sit proportio una Quod demōstrare uolumus. Huius quoq; conuersam ipsa eadē mediāte demonstrare quemadmodū cōuersas præcedentiū, non est difficile. Pones enim duo solida parallelogrāma esse suis basibus proportionalia, & conuinces ea esse æque alta. Abscisoq; ab eo quod altius mentietur aduersarius uno solido parallelogrāmo æque alto demissiori. erunt abscisum & demissius suis basibus proportionalia ex hypothesi & ex hac 32. Cumq; etiā essent totale altius a quo partiale abscidisti, & ipsum demissius eisdē basibus proportionalia ex hypothesi, sequitur (ex prima parte 9 quinti) totale aduersarius dicit altius, & partiale quod ab eo abscidisti, esse æqualia.

Eucl. ex Zamb. *Theorema 27* *Propositio 32*

32 Sub eadem altitudine existentia solida parallelepipeda, adinuicem sunt sicut bases.

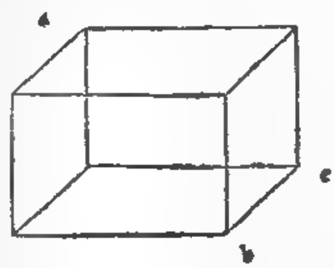
THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine solida parallelepipeda, αβ, γδ. Dico quod ipsa αβ, γδ, solida parallelepipeda adinuicē sunt sicut bases hoc est quod sicut αε, basis ad γζ, basin, sic est αβ solidum ad γδ solidum. Prætendatur enim (per 45 primi) ad ipsam ζη, ipsi αε æquū ζθ, & à basi quidē ζθ, altitudine autē ipsius γδ, solidū parallelepipedū compleatur κη. Aequum igitur est (per 31 undecimi) αβ solidū, ipsi κη solido, in æqualibus enim sunt basibus αε, ζθ, & sub eadem altitudine. Et quoniam solidum parallelepipedum γκ, à plano δθ, secatur parallelo existenti eis quæ ex opposito planis, est igitur (per 25 undecimi) sicut θζ, basis ad ζγ, basin, sic est βδ, ad ipsum κδ, solidum. Aequalis uero est ipsa quidem ζθ, basis ipsi αε basi, & κη solidum ipsi αβ solido, est igitur & sicut αε basis ad γζ, basin, sic αβ solidum ad γδ solidum. Sub eadem igitur altitudine existentia solida parallelepipeda, & reliqua ut supra, quod erat ostendendum.*

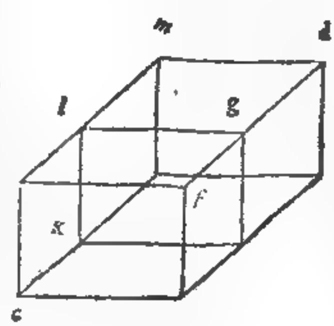


Eucl. ex Camp. Propositio 34

34 Si duo solida æquidistantium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint æqualia. eorum bases eorundem altitudinibus mutuas esse Si uero fuerint duæ bases suis altitudinibus mutuæ, ipsa solida sibi inuicem æqualia esse necesse est.

CAMPANVS. Quæcunque sint duo solida æquidistantium superficierum æqualia. eorum bases & altitudines necesse est esse mutekesias, & e conuerso, quēadmodū de superficiebus æquidistātium laterū æquiangulis 15 sexti proposuit. Attamē hac 34 istud demonstrādum proponitur de illis solidis parallelogrāmis. in quibus lineæ altitudinum suis basibus parallelogrāmis orthogonaliter insistūt, ea uero quæ sequitur, proponit idē de cæteris. Sint ergo nūc duo solida parallelogrāma a b & c d æqualia, quorū bases sint a e & c f. lineæq; altitudinum ipsorum sint super has bases orthogonaliter erectæ, & sit altitudo solidi a b. linea e b, & solidi c d linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinātes ipsorum solidorū altitudines, æquales adinuicem, cū ipsa quoque solida sint ex hypothesi æqualia, erūt ex conuersa 31 bases eorum quæ sunt a e & c f, æquales, ideoq; bases & altitudines erunt mutuæ, sicq; cōstabit propositi prima pars. E conuerso cōstabit secunda. Vt si altitudines & bases sint mutuæ, ponantur altitudines æquales, erunt quoq; bases æquales: ideoq; per 31 & solida æqualia & sic constat secunda pars. At uero si lineæ



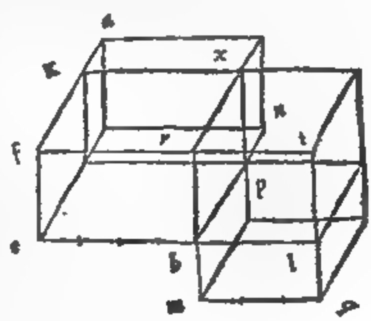


neæ b & f d nõ fuerint æquales, sit f d maior, ex ea resecetur f g ad æqualitatẽ e b, tribusque cæteris lineis quæ sunt altitudinis solidi c d ad eandẽ mẽsurã in pũctis b, k, l, resectis perficiatur solidum parallelogrammum c g æque altum solido a b, eritq́ ex præmissa, a b ad c g, sicut a e ad c f. Cum itaq; c d sit æquale a b, erit (ex prima parte 7 quinti) c d ad c g, sicut a e ad c f. Per præmissam autem est proportio c d ad c g, sicut m f ad f l, quod patet, si una ex lateralibus superficiebus solidi c d (& ipsa sit f m) intelligatur basis ipsius. At (per primã sexti) f m ad f l, sicut d f ad f g, ideoq́ per 7 quinti sicut d f ad b e. Igitur a e a d e f, sicut d f ad b e. Cõstat itaq; prima pars. Secundã partem cũ sit cõuersa primæ, cõuerso modo probabis. sit enim eadẽ dispositiõe manẽte, proportio a e ad c f, sicut d f ad e b. Dico tũc solida a b & c d esse æqualia. Erit enim ex 7 quinti d f ad f g, sicut a e ad c f. Sed ex præmissa est a b ad c g, sicut a e ad c f. Igitur est a b ad c g, sicut d f ad f g. ex prima aũt sexti est d f ad f g, sicut m f, ad f l, & ex præmissa c d ad c g sicut m f ad f l. Itaque c d ad g c, sicut a b ad c g. igitur ex 9 quinti a b & c d sunt æqualia, quod est propositum. *Eucli. ex Camp.* *Propositio 35*

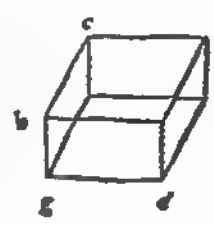
35 SI duo solida æquidistantiũ terminorum fuerint æqualia, eorũ bases eorundem altitudinibus erunt mutuæ. Si uero bases suæ altitudinibus suis mutuæ fuerint, quælibet duo corpora æquidistantium superficierum probantur esse æqualia.

CAMPANVS Quod præmia proposuit de solidis parallelogrãmis quorũ lineæ altitudinũ sup bases suas orthogonaliter exurgũt, hæc 35 pponit indistincte de omnibus. Demõstrare aũt cõuenit hãc ex præmissa, queãdmodũ demõstrauimus 31 & 33. Fabricatis enim duobus solidis æquidistãtiũ laterũ quibuscũq;, si lineæ altitudinum suis basibus orthogonaliter insistunt, cõstat uerũ esse qđ dicitur ex præmissa. Sin autẽ à quatuor angularibus punctis supremarũ superficierũ in utroq; solido quaternæ lineæ demittantur perpendiculariter ad bases, uel à pũctis angularibus infimarum superficierum quaternæ erigantur, inter quas duo solida parallelogramma perficiantur æque alta solidis prioribus, erũtq́ ex 29 & 30 hæc duo solida duobus prioribus solidis æqualia. Cum igitur horum & eorum sint eædem bases & eædẽ altitudines, sit autem ex præmissa de posterioribus uerum quod hæc 35 proponit, uerum erit idem etiam de prioribus. *Eucl. ex Camp.* *Propositio 36*

36 SI duo solida æquidistantium superficierũ fuerint similia, proportio erit utriusq; ad alterum tanquã cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.



CAMPANVS Sint enim duo solida a b & c d parallelogrãma & similia. Dico q̃ pportio unius eorum ad alterũ est sicut unius lateris eius ad unũ latus alterius quod sibi refertur, proportio duplicata, queãdmodũ duarum superficierum similium proportio est sicut suorum relatiuorũ proportio duplicata, ut in 18 sexti demõstratum est. Nã si solida a b & c d fuerint æqualia, cũ ponantur similia erunt ex diffinitionibus similium corporum & similium superficierum cuncta latera unius æqualia suis relatiuis lateribus alterius. Ideoque cum duarum quãtitatũ æqualium proportio triplicata aut quotieslibet sumpta nõ efficiat nisi æqualitatis proportionẽ, cõstat in hoc casu uerum esse quod proponitur. Si autẽ inæqualia, sit a b maius, cuius lõgitudo sit b e, latitudo e f, altitudo f a, basis e r, & suprema superficies a n, solidi uero c d, sit longitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Constat itaq; ex diffinitiõibus similium corporum & similium superficierum & præsenti hypothesi quod proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b, ad g d, sit proportio una. Sumatur igitur ex linea a f quã manifestum esse maiorem c h, linea f k, æqualis h c, cæteræq́ tres determinantes altitudinem solidi a b, resecentur ad qualitatem eius et



inter eas cōpleatur solidū parallelogrāmū k b æque altū solido c d. Et ꝑtrahātur duæ lineæ basis e b, usq; ad l, & r b usq; ad m, sitq; b l æqualis g d, & b m æqualis h g & pficiatur supficies æqdistātiū laterū m l, quæ erit æqualis & similis h d. Sup eā igitur erigatur solidū parallelogrāmū p q secundū altitudinē præscisam ex altitudine solidi a b, eritq; p q æquale & simile solido c d. Rursusq; inter lineas r b & b l perficiatur superficies æquidistātiū laterū b t, super quā quoq; erigatur solidū parallelogrāmū x l æque altū utriq; duorū solidorū k b & p q, replēdo alterutrū duorū angulorū hiātū inter e a. Cum aūt duo solida a b, p q, sint similia, eo q͛ ambo posita sint similia solido c d, corpora uero uni & eidē corpori similia inter se sunt similia, ut patet ex diffinitione similiū corporū & 20 sexti, manifestū est ex 11 ter assumpta ꝙ inter duo solida a b & p q, secūdum cōtinuā proportionālitatē cadūt duo solida k b & x l. Opportune ergo cōstituta uel cōstructa figura hypothesibusq; memoriæ firme cōmendatis, ex prima sexti facile cōcludes propositū. Excute torporē & diligēter attende scies; ex 25 huius proportionē solidi a b ad solidū k b esse sicut superficiei a r ad superficiē k r, ideoq; ex prima sexti sicut lineæ a f ad lineā k f, & ꝓportionē solidi k b ad solidū x l sicut superficiei k r ad superficiē x t, ideoq; sicut lineæ f r ad lineā r t, & proportionē solidi x l ad solidū p q, sicut superficiei r l ad superficiem l m, ideoq; sicut r b ad lineā b m. Ex hypothesi uero liquet, quod proportio lineæ f r ad lineā r t, & lineæ r b ad lineā b m, est sicut lineæ a f ad lineā k f. Itaq; ex diffinitione proportiōis triplicatæ posita in proœmio quinti, cōstat quod proportio solidi a b ad solidū p q, ideoq; etiā ad solidum c d, est sicut lineæ a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f posita est æqualis lineæ c a, patet uerum esse quod dicitur

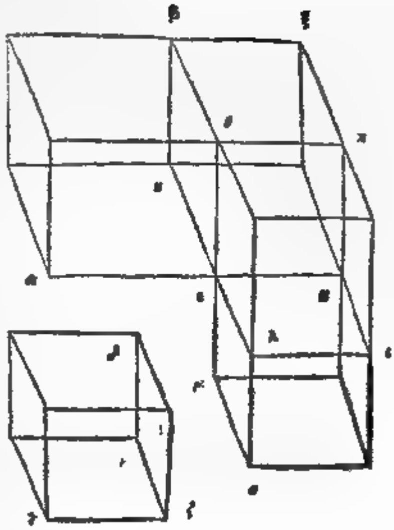
CAMPANVS Scire aūt oportet, quod quicquid per hāc 36 & per septē eā cōtinue præcedētes demōstratū est de solidis parallelogrāmis, idē quoq; uerū est de seratilibus quorū bases cōmuniter sunt trigonæ aut cōmuniter tetragonæ. Hoc autē ex 28 & hac 36 & septē eā cōtinue præcedētibus cōstabit ingenioso inspectori. Si enim fuerint seratilia quælibet æquæ alta super eādē basin uel super bases æquales, cōiter tñ trigonas aut cōiter tetragonas, cū ipsa sint dimidia solidorū parallelogrāmorū suarū altitudinū ex 28, ipsa erūt æqualia ex 29 & tribus eā sequētibus, ex his enim cōstat, solida parallelogrāma ipsis seratilibus dupla, esse æqualia. Similiter quoq; si fuerint duo seratilia super bases cōiter trigonas aut cōiter tetragonas æque alta, ipsa erunt suis basibus proportionalia quēadmodū de solidis parallelogrāmis ex 33 habetur. Ipsa enim sūt ex 28 dimidia solidorū parallelogrāmorū suæ altitudinis, solidorū aūt parallelogrāmorū suæ altitudinis suarūq; basiū est una ꝓportio ex 33. Cū itaq; sit solidorū parallelogrāmorū proportio sicut seratiliū (quia sicut simplū ad simplum, sic duplū ad duplū ex 15 quinti, atque basium solidorū parallelogrāmorū est proportio sicut basiū seratiliū (Aut enim eædem erūt bases seratiliū & solidorū parallelogrāmorū, & hoc quidē erit cū bases seratiliū fuerint tetragonæ, tūc enim ex seratilibus super easdē bases erūt solida parallelogrāma cōplenda. Aut bases seratiliū erunt sub duplæ ad bases solidorū parallelogrāmorū, & hoc quidē erit cum bases seratiliū fuerit cōiter trigonæ, tūc enim erūt ex seratilibus solida parallelogrāma cōplēda adiūctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis, ut fiant bases seratiliū cū trigonis adiunctis superficiebus, superficies æquidistātiū laterū) sequetur ut sit proportio seratiliū sicut suarum basiū. Eodēq; modo si seratilia fuerint æqualia, fuerintq; cōiter super bases trigonas uel cōiter super bases eorum altitudinibus ipsorum mutuæ erunt. Quod si bases eorū suis altitudinibus fuerint mutuæ, ipsa seratilia erunt æqualia quēadmodum de solidis parallelogrammis 34 & 35 proponunt. Hoc autē facile patet ex ijs quæ dicta sunt in 33. Si uero seratilia fuerit adinuicē similia, erit proportio unius ad alterum sicut proportio lateris unius ad suū reliquū latus alterius ꝓportio triplicata, quēadmodum de solidis parallelogrāmis 36 ꝓponit. Quod ex eadē 36 facile tibi patebit, si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogrāmis cōpletis solida ipsa probaueris esse similia. Quod ex diffinitiōe similiū corporum & similium superficierum, & hoc quod seratilia ponuntur adinuicem similia, ex 24 primi leue est negociari. *Eucli. ex Zamb.* *Theorema 28* *Propositio 33*

33 Si sīa solida parallelepipeda, adiuicē in triplici rōne sūt eiusdē rōnis laterū

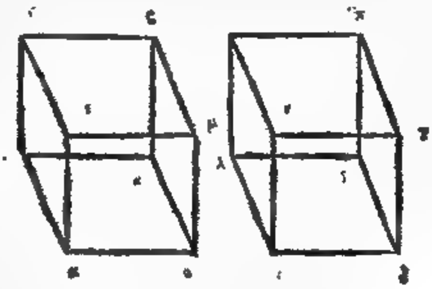
THEON ex Zāb. *Sint similia solida parallelepipeda a b, γ δ, similis aūt rōnis esto a e ipsi γ ζ. Dico quod solidū a b ad γ δ solidū triplicē habet rōnē, quā a e ad γ ζ. Extendātur enim in rectas lineas ipsis a e, [illegible] ipsæ [illegible] ponaturq; (per 2 prim.) ipsi quidē γ ζ æqualis [illegible], ipsi aūt ζ [illegible] æqualis [illegible], & insuper ipsi [illegible] ipsa [illegible]. & cōpleatur [illegible] parallelogrāmū, & [illegible] solidū. Et quoniā duæ [illegible], duabus γ ζ, ζ [illegible], sūt æquales, sed & angulus qui sub [illegible] ipsi qui sub γ ζ [illegible], est æqualis, quoniā & q sub a e ζ, et qui sub γ ζ [illegible], est æqualis propter similitudinē ipsorū a b, γ δ, solidorū, æquū igitur est & simile (per 14 sexti,) ipsum [illegible] parallelogrāmū ipsi γ [illegible] parallelogrāmo, & id ad propterea & [illegible] parallelogrāmū*

æquum

æquū est & simile ipsi γ ρ parallelogrāmo, & insuper ο ι, ipsi ζ δ. Tria igitur parallelogrāma ipsius κ ο solidi, tribus parallelogrāmis ipsius γ δ solidi similia & æqualia sūt, sed ipsa quidē tria tribus ijs quæ ex opposito, sūt æqualia & similia. totū igitur κ ο solidū, toti γ δ solido simile est & æquale (per diffinitionē undecimi.) Cōpleatur η κ parallelogrāmū, & à basibus quidē η κ, κ λ, parallelogrāmis, altitudine aūt ipsius α ϐ, solida cōpleantur ε ξ, λ π. Et quoniā propter ipsorū α ϐ, γ δ, solidorū similitudinē est sicut α ε ad γ ζ sic ε η ad ζ ν, & ε θ, ad ζ ρ, æqualis aūt est γ ζ, ipsi ε κ, & ζ ν, ipsi ε λ, & ζ ρ ipsi ε μ, est igitur (per cōuersionē diffinitionis secundæ) sicut α ε ad ε κ, sic est η ε, ad ε λ, & θ ε, ad ε μ. Sed sicut quidē α ε, ad ε κ, sic est α η parallelogrammū ad η κ. parallelogrammum, sicut aūt η ε ad ε λ, sic η κ, ad κ λ, sicut uero (per 1 sexti) θ ε ad ε μ, sic π ε ad κ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) α η, parallelogrāmū ad η κ, parallelogrammum sic η κ, ad κ λ, & π ε, ad κ μ. Sed sicut quidē α η ad η κ, sic est α ϐ solidū ad ε ξ, solidū, sicut autē η κ ad κ λ, sic ξ ε, solidū ad π λ solidū, sicutq; π ε, ad κ μ, sicut π λ, solidū ad κ ο solidum. Et sicut igitur α ϐ solidum ad ε ξ, solidum, sic ε ξ, ad π λ, & π λ ad κ ο. Si uero quatuor magnitudines cōtinue fuerint proportionales, prima ad quartā (per 10 diffinitionē quinti) triplicē rationē habet quā ad secundā. Igitur α ϐ solidū ad κ ο solidū triplicem rōnē habet, quā α β ad ε ξ. Sed sicut α ϐ ad ε ξ, sic est α η, parallelogrāmū ad η κ, & α ε, recta linea ad ε κ, quare & α β solidū ad κ ο, solidū triplicē rōnē habet, quā α ε ad ε κ. Aequū aūt est ipsum quidē κ ο solidū ipsi γ δ solido, & ε κ recta linea ipsi γ ζ, & α ϐ igitur solidū ad γ δ solidū triplicē rationē habet, quàm similis rationis latus hoc est α ε, ad similis rationis latus hoc est ad γ ζ. Similia igitur solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione similis rationis laterū Quod ostendere oportebat.

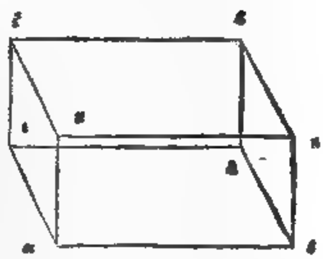


CORRELARIVM. Ex hoc, inquā, manifestū est, φ si quatuor rectæ lineæ proportiōales fuerint, erit sicut prima ad quartā, sic quod ex prima solidū parallelepipedū ad id quod ex secūda simile similiterq; descriptū, quādoquidem prima ad quartā triplicem rationē habet, quàm ad secundam.

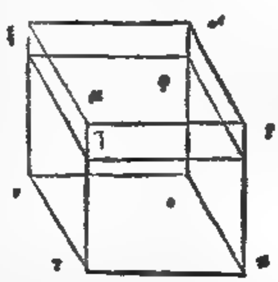


Eucl. ex Zamb. Theorema 29 Propositio 34.

34 Aequaliū solidorū parallelepipedorū, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et solida parallelepipeda quorum bases altitudinibus sunt reciprocæ, sunt æqualia.

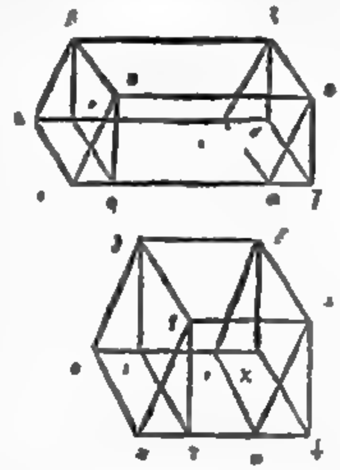


THEON ex Zāb. Sint æqualia solida parallelepipeda, α ϐ, γ δ. Dico φ ipsorū α ϐ, γ δ, solidorū parallelepipedorū reciprocæ sūt bases altitudinibꝰ estq; sicut ε ϐ, basis ad ν π basin, sic est ipsius γ δ, solidi altitudo ad ipsius α ϐ solidi altitudinē. Sint enim primū stātes α η, ε ζ, λ ϐ, θ κ, γ μ, ν ξ, ο δ, π ρ, in ipsis basibus ad angulos rectos. Dico φ est sicut ε θ basis ad ν π basin, sic est γ μ ad α η. Si quidē igitur æqualis est ε θ basis ipsi ν π basi, est aūt & α ϐ solidū æquū ipsi γ δ solido, & γ μ ipsi α η est æqualis. Si enim ipsis ε θ, ν π, basibus æqualibus existētibus, æquales nō fuerint ipsæ α η, γ μ, altitudines, neq; igitur solidū α β, æquū erit ipsi γ δ, supponitur aūt æquale. Igitur altitudo γ μ altitudini α η inæqualis nō est, æqualis igitur. Eritq; sicut basis ε θ ad basin ν π, sic γ μ ad α η, & manifestū, φ ipsorū α ϐ, γ δ, solidorū parallelepipedorū reciprocæ sūt bases ipsis altitudinibus. Nō sit iā æqualis ε θ basis ipsi ν π, basi, sed esto maior ε θ. Est aūt solidū α ϐ, ipsi γ δ solido æquū, maior igitur est & γ μ, ipsa α η, Si aūt nō, neq; igitur rursus ipsa α β, γ δ, solida sūt æqualia, supponūtur aūt æqualia. Ponatur igitur (per 2 primi) ipsi α η, æqualis γ τ, cōpleaturq; ex basi quidē ν π, altitudine aūt γ τ, solidū parallelepipedū γ φ Et quoniā solidū α β æquū est ipsi γ δ solido, aliud aūt est ipsum φ γ, ad idē aūt æqualia eādē rōnē habēt (per 7 quinti,) est igitur sicut α ϐ solidū ad γ φ solidū, sic est γ δ solidū, ad γ φ solidū. Sed sicut quidē solidum α ϐ ad solidū γ φ, sic ε θ basis ad ν π, basin (per 32 undecimi,) sub æquali enim sunt altitudine, ipsa α ϐ, γ φ, solida. Sicut aūt solidum γ δ ad solidum γ φ, sic est μ π, basis ad π τ basin, & μ γ ad γ τ, & sicut igitur (per 11 quinti,) ε θ, basis ad ν π basin, sic μ γ ad γ τ. Aequalis aūt est γ τ, ipsi α η, &



sicut igitur (per 9 quinti) ε θ basis ad ι κ basin, sic μ γ ad α ς. ipsorũ igitur α β, γ δ, solidorũ parallelepipedorum reciprocæ sunt bases altitudinibus. *Rursus ipsorum α ς, γ δ solidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ sint bases altitudinibus, sitq; sicut ε θ basis ad ι κ basin, sic ipsius γ δ solidi altitudo ad ipsius α β solidi altitudinẽ. Dico quod solidũ α ς, æquum est ipsi γ δ solido.* *Sint enim rursus stantes, ad angulos rectos ipsis basibus. Et si quidem æqualis est ε θ basis ipsi ι κ, basi estq; sicut ε θ basis ad ι κ basin sic ipsius γ δ solidi altitudo ad ipsius α β solidi altitudinem, æqua igitur est ipsius γ δ solidi altitudo, altitudini ipsius α ς solidi. Super æqualibus autem basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, inuicem sunt æqualia (per 31 undecimi. Igitur solidũ α β, æquũ est ipsi γ δ solido.*

Non sit iam ε θ basis ipsi ι κ basi æqualis, sed esto maior ε θ. maior igitur est & ipsius γ δ, solidi altitudo, ipsius α ς solidi altitudine, hoc est γ μ. maior quàm α ς. Ponatur (per 2 primi,) ipsi α ς, rursus æqualis γ τ. & cõpleatur γ φ solidum. Quoniã est sicut ε θ basis ad ι κ basin, sic μ γ ad α ς, æqualis autẽ est α ς ipsi γ τ, est igitur sicut ε θ basis ad ι κ basin sic γ μ ad γ τ, reciproca enim supponuntur. Sed sicut quidẽ ε θ basis ad ι κ basin, sic (per 32 undecimi,) α β solidũ ad γ φ solidũ, sub æquali enim sunt altitudine, ipsa α ς, γ φ solida. Sicut autem γ μ ad γ τ, sic (per 1 sexti) μ κ, basis ad κ τ basin & (per 32 undecimi) γ δ solidũ ad γ φ solidũ, & sicut igitur (per 11 & 9 quinti) α ς solidũ ad γ φ solidũ, sic γ δ solidũ ad γ φ solidũ. Vtrũq; igitur ipsorum α ς, γ δ, ad ipsum γ φ eandem rationẽ habet. Aequũ igitur est (per cõuersionem 7 quinti) α ς, solidũ, ipsi γ δ solido. Quod oportuit ostendere. *Non sint autẽ stantes ζ ε, ς λ, β α, θ κ, ι ξ, δ ο, μ γ, ρ π, ad angulos rectos basibus eorum, excitenturq; (per 12 undecimi) ab ipsis ζ, η, ς, κ, ξ, μ, δ, ρ. signis, in ipsorum ε θ. ι κ, basium planis, perpendiculares, cõcurrãtq; planis ad signa σ τ, υ, φ, χ, ψ, ω, ι, compleanturq; ipsa ζ φ, ξ ω solida. Dico quod & sic æqualibus existentibus ipsis α β, γ δ, solidis, reciprocæ sunt bases ipsis altitudinibus, estq; sicut ε θ, basis ad ι κ basin, sic est ipsius γ δ solidi altitudo, ad ipsius α ς, solidi altitudinẽ. Quoniã enim α ς solidũ æquũ est ipsi γ δ solido, sed α ς. quidem ipsi β τ (per 31 undecimi) est æquale (super eadẽ enim sunt basi ζ κ. & sub eadem altitudine, quorum stantes non sunt super eisdem rectis lineis) at γ δ solidum (per 31 undecimi) ipsi δ ψ solido est æquale (super eadem namq; sunt basi ξ ρ, & sub eadẽ altitudine, quorum stantes non sunt super eisdẽ rectis lineis) igitur solidũ ς τ ipsi δ ψ solido æquũ est. Aequaliũ autem solidorũ parallelepipedorũ quorũ altitudines ad angulos rectos ipsis eorũ basibus sũt reciprocæ sunt bases ipsis altitudinibus. Est igitur sicut ζ κ, basis ad ξ ρ basin, sic ipsius δ ψ solidi altitudo ad ipsius ς τ solidi altitudinem. Aequalis autẽ est ζ κ basis ipsi ε θ basi, & ξ ρ basis ipsi ι κ basi. est igitur sicut ε θ basis ad ι κ basin, sic est ipsius δ ψ solidi altitudo ad ipsius β τ solidi altitudinẽ. Eædẽ uero altitudines sunt, ipsorũ δ ψ & β τ solidorum. & ipsorũ δ γ & β α. Est igitur sicut ε θ basis ad ι κ basin, sic ipsius γ δ, solidi altitudo ad ipsius α ς, solidi altitudinẽ. Ipsorũ igitur α ς, γ δ, solidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ sũt bases altitudinibus.* *Rursus iam ipsorũ α ς, γ δ, solidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ sint bases altitudinibus, sitq; sicut ε θ, basis ad ι κ basin, sic ipsius γ δ solidi altitudo ad ipsius α ς solidi altitudinẽ. Dico quod solidum α ς, æquũ est ipsi γ δ solido. Eisdẽ nãq; dispositis, quoniã est sicut ε θ basis ad ι κ basin, sic ipsius γ δ solidi altitudo ad ipsius α ς solidi altitudinem, æqualis aũt est basis ε θ, ipsi ζ κ & ι κ, ipsi ξ ρ, est igitur sicut ζ κ basis ad ξ ρ basin, sic ipsius γ δ solidi altitudo ad ipsius α ς, solidi altitudinem. Eædẽ autẽ ipsorũ α ς, γ δ, & ς τ, δ ψ. solidorũ, sunt altitudines. Est igitur sicut ζ κ basis ad ξ ρ basin, sic ipsius δ ψ solidi altitudo ad ipsius ς τ solidi altitudinẽ. Ipsorũ igitur ς τ, δ ψ. solidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Solida uero parallelepipeda quorũ altitudines ad angulos rectos sunt basibus eorum, & reciprocæ sunt bases altitudinibus, æqualia sunt (per 31 undecimi. Igitur solidũ β τ, æquũ est ipsi δ ψ solido. Sed ipsum quidẽ ς τ, ipsi ς α, æquũ est (per 29 undecimi, super eadem namq; sunt basi ζ κ, & sub eadem altitudine, quorũ stãtes sunt super eisdem rectis lineis. Solidũ autẽ δ ψ. ipsi δ γ, solido æquum est, super eadẽ namque sunt basi ξ ρ, & sub eadẽ altitudine, quorum stantes sunt super eisdem rectis lineis. Igitur & α ς solidũ, ipsi γ δ, solido æquũ est. Quod demonstrare oportebat*

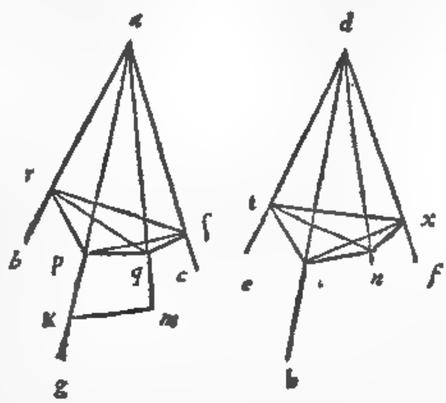


Eucli. ex Camp. Propositio 37

37 SI fuerint duo anguli plani æquales super quos duæ hypothenusæ in aere statuantur cũ lateribus angulorũ subiacẽtiũ singulos singulis æquos angulos cõtinentes, atque in illis hypothenusis duo pũcta signẽtur à quibus pũctis duæ perpẽdiculares ad superficies angulorũ propositorũ demittant̃, à pũctis aũt super quæ ꝑpendiculares ceciderint ad eosdẽ duos angulos planos duæ rectæ lineæ ducant̃, duo anguli q ab illis duab⁹ lineis atq; duab⁹ hypothenusis cõtinent̃, æqui sibi iuicẽ eẽ ꝓbant̃

CAMPANVS Sint duo anguli plani a & d æquales contẽti lineis a b & a c & d e & d f &

d f & super eos erigantur duæ lineæ hypothenusaliter a g & d b. sitque angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenusis a g & d h, signentur quomodolibet duo puncta k & l, a quibus secundum præcepta 11 huius demittantur ad superficies angulorum a & d, duæ perpendiculares quæ sint k, m & l n, & protrahantur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, esse æqualem angulo h d n. Si linea a k est æqualis d l, bene quidẽ. Sin autẽ, ex linea a d sumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpendicularis ad superficiẽ anguli a, linea quæ sit p. Manifestum est igitur, punctum, quod q est in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidistantium quas necesse esse in superficie una, facile cõstat studiose intuenti. Dehinc à pũcto q ducantur ppẽdiculares duæ, una ad lineã a b quæ sit q r, & alia ad lineã a c quæ sit q s. Similiter quoq; à pũcto n ducantur duæ aliæ perpendiculares, una ad lineã d e quæ sit n t & alia ad lineã d e quæ sit n x, & ptrahãtur r s & t x. Iterũq; a pũctis p & l, demittãtur hypothenusæ p q, p r, p s. & l n, l t, l x. His itaq; positis, figuraq; prudẽter disposita, demõstrationẽ propositi sic collige. Cõstat ex penultima primi quod quadratũ lineæ a p est æquale quadratis duarum linearũ a q, & p q, ac ex eadem quod quadratũ a q est æquale quadratis duarũ linearũ a s & s q, itaq; quadratũ a p, est æquale quadratũ triũ linearũ a s, s q, & q p. Sed ex eadẽ, quadratũ s p, est æquale quadratis duarũ linearũ s q & p q, ergo quadratum a p, est æquale quadratis duarum linearum a s & s p, ideoq; ex ultima primi angulus a s p est rectus. Similiq; modo probabis, unũquenq; triũ angulorũ d x l, a r d, p t l, esse rectũ. Cũ igitur ex hypothesi sit angulus s a p æqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l, erit ex 26 primi linea d x æqualis a s, & x l æqualis s p. Eodẽ quoq; modo cũ ex hypothesi sit angulus r a p æqualis angulo e d l, erit ex eadẽ linea a r æqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r s erit æqualis lineæ t x & angulus a r s æqualis angulo d t x, & angulus a s r angulo d x t, est enim ex hypothesi angulus a, æqualis angulo d. A conceptione igitur erit angulus s r q æqualis angulo x t n, & angulus r s q angulo t x n, sunt enim residui duorum rectorũ demptis æqualibus. Necesse est itaq; ex 26 primi, ut linea r q sit æqualis t n, & q s æqualis n x. Cũq; ex penultima primi quadratũ lineæ r p sit æquale quadratis duarũ linearũ r q & q p, & quadratũ lineæ t l æquale quadratis duarũ linearũ t n & l n, sint aũt duæ lineæ r p & t l æquales, duæ quoq; quæ sũt r q & t n æquales sequitur ex cõi sciẽtia duas quæ sunt p q & l n esse æquales. Eodẽ modo cũ quadratũ lineæ a p sit æquale quadratis duarũ linearũ quæ sunt a q & q p, similiter quadratum lineæ d l quadratis duarũ linearũ quæ sunt d n & n l, sit autẽ a p æqualis d l, & p q æqualis l n, sequitur ex cõi scientia a q esse æqualem d n. Ex 8 igitur primi concludo propositũ, uidelicet, angulũ p a m esse æqualẽ angulo l n d.

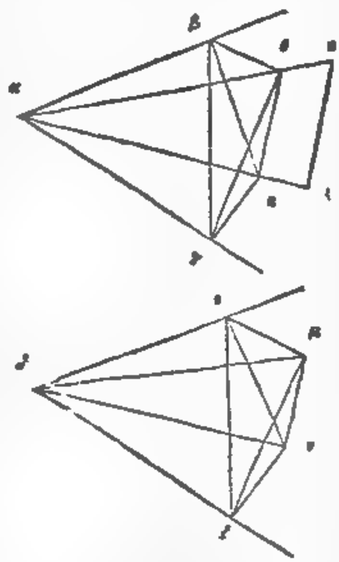


Eucl. ex Zamb. *Theorema 56* *Propositio 35*

35 Si fuerint bini anguli plani æquales, super quorum uerticibus sublimes rectæ lineæ steterint, æquales angulos comprehendentes cũ ijs quæ in principio rectis lineis, alterum alteri, in sublimibus autem sumpta fuerint contingentia signa, & ab eisdem ad plana in quibus sunt qui in principio anguli, perpendiculares actæ fuerint à signis autẽ quæ in planis à perpendicularibus fiunt ad eos qui in principio angulos coniunctæ fuerint rectæ lineæ æquos angulos cum sublimibus comprehendent.

THEON ex Zãb. *Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui sub β α γ, ε δ ζ, à signis autem α, δ, sublimes excitentur rectæ lineæ α η, δ μ, æquos comprehendentes angulos cũ ijs quæ in principio rectis lineis alterũ alteri, hoc est angulũ μ δ ε angulo ei qui sub η α β, eum autem qui sub μ δ ζ, ei qui sub η α γ, sumanturq; in ipsis α η, δ μ, contingẽtia*

Camp. 31 tia signa ε, κ, excitenturq; (per 11 undecimi) ab ipsis κ, μ, signis ad ea quæ per β α γ, δ ε ζ, plana perpendiculares κ λ, μ ν, coincidantq; ipsis planis in ν λ, cōnectanturq; ipsæ λ α, ν δ, Dico quod angulus qui sub κ α λ, æquus est angulo μ δ ν. Ponatur (per 3 primi) ipsi δ μ æqualis α θ, exciteturq; (per 31 primi (per signū θ, ipsi κ λ parallelus θ κ. At κ λ, perpēdicularis est ad id quod per β α γ planum. Igitur & θ κ, perpēdicularis est ad id quod per β α γ, planū. Excitentur (per 12 primi) ab ipsis κ ν, signis ad ipsas α β, α γ, δ ζ, δ ε, rectas lineas, perpendiculares κ γ, ν ζ, κ β, ν ε, connectanturque ipsæ θ γ, γ β, μ ζ, ζ ε. Et quoniam quod ex θ α. (per 47 primi.) æquum est eis quæ ex θ κ, κ α, ei autem quod ex κ α æqualia sunt quæ ex κ γ, γ α, igitur quod ex θ α æquum est eis quæ ex θ κ, κ γ, γ α, eis uero quæ ex θ κ, κ γ, æquum est id quod ex θ γ, quod igitur ex θ α. (per 47 primi) æquum est eis quæ ex θ γ, γ α. rectus est igitur qui sub θ γ α, angulus. Idq; propterea & qui sub δ ζ μ angulus, rectus est. æqualis igitur est qui sub θ γ α angulus, ei qui sub δ ζ μ angulo. Est autem & qui sub α γ θ, æqualis ei qui sub δ ζ μ. Bina igitur triangula sunt δ ζ μ & θ α γ, duos angulos duobus angulis æquos habentia alterū alteri & unum latus uni lateri æquum, quod unum æqualium angulorum subtendit, hoc est, θ α, ipsi δ μ, & reliqua igitur latera, (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterum alteri. æqualis igitur est α γ ipsi δ ζ. Similiter ostendemus, quod & α β ipsi δ ε est æqualis. Connectantur θ β, & μ ε. Et quoniā quod ex α β. (per 47 primi) æquū est eis quæ ex α κ, κ θ, ei autem quod ex α κ (per eandem) æqua sunt quæ ex α β, β κ, quæ igitur ex α β, β κ, κ θ, sunt æqualia ei quod ex α θ. Sed eis quæ ex β κ, κ θ, æquum est id quod ex β θ, rectus enim est qui sub θ κ β angulus, quoniam θ κ perpendicularis est ad subiectum planum, igitur quod ex α θ, æquum est eis quæ ex α β, β θ, rectus igitur est qui sub α β θ angulus, & id propterea qui sub ε δ μ angulus, rectus est. Est autē & qui sub β α θ, angulus, ei qui sub ε δ μ æqualis: supponitur namq; estq; ipsa α θ, ipsi δ μ æqualis, æqualis igitur est (per 26 primi,) α β, ipsi δ ε. Quoniā igitur æqualis est α γ, ipsi δ ζ, & α β, ipsi δ ε, binæ igitur γ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, sunt æquales, sed & angulus qui sub γ α β, ei qui sub ζ δ ε, est æqualis. Basis igitur β γ, (per 4 primi,) basi ε ζ, est æqualis, & triangulum triangulo. & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis est igitur qui sub α γ β angulus, ei qui sub δ ζ ε. Rectus autem & qui sub α γ κ, recto qui sub δ ζ ν est æqualis, & reliquus igitur qui sub β γ κ, reliquo qui sub ε ζ ν est æqualis. Et id propterea qui sub γ β κ, ei qui sub ζ ε ν, est æqualis. Bina igitur triāgula sūt (per 26 primi) β γ κ, ε ζ ν, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum, quod ad æquos angulos, hoc est β γ ipsi ε ζ & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est γ κ, ipsi ζ ν est autem & α γ, ipsi δ ζ æqualis. Binæ igitur α γ, γ κ, duabus δ ζ, ζ ν, sunt æquales, & æquos comprehēdunt angulos, basis igitur α κ, (per 4 primi) basi δ ν est æqualis. Et quoniam æqualis est α θ, ipsi δ μ, æquum est quod ex α θ ei quod ex δ μ. (per 47 primi) æqualia sunt quæ ex α κ, κ θ, rectus enim est qui sub α κ θ. Ei autē quod ex δ μ, æqua sunt quæ ex δ ν, ν μ, rectus enim est qui sub δ ν μ. Igitur quæ ex α κ, κ θ, sūt eis æqualia quæ ex δ ν, ν μ, quorū quod ex α κ, æquū est ei quod ex δ ν. Reliquum igitur quod ex κ θ, æquum est ei quod ex ν μ. Aequalis igitur est θ κ, ipsi μ ν. Et quoniam binæ θ α, α κ, duabus μ δ, δ ν, sunt æquales altera alteri, & basis θ κ, basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub θ α κ, (per 8 primi) angulo qui sub μ δ ν est æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportebat.



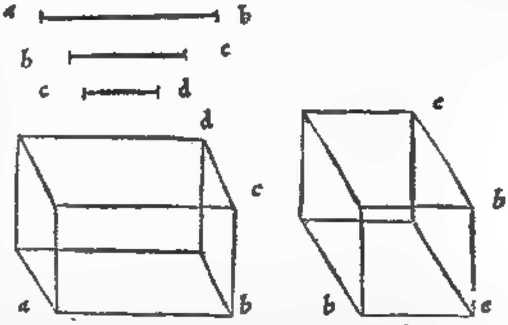
CORRELARIVM. Ex hoc nempe manifestū, quod si fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, steterintq; super ipsis sublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos cōprehendentes, cum ijs quæ in principio rectis lineis alteram alteri, quæ ex ipsis perpendiculares ductæ ad plana in quibus sunt qui principio anguli, sunt æquales.

Eucli ex Camp. Propositio 35

38 SOlidum tribus lineis proportionalibus contentum, æquum erit solido quod à mediæ lineæ æquis lateribus continetur, si anguli sui amborum sibi inuicem æquales fuerint.

CAMPANVS De solidis parallelogrāmis intelligatur. de his enim qualiacunq; sint dum tamen æquiangula, uerum est, quod contentum à tribus lineis proportionalibus æquale est ei quod à media earū continetur, quēadmodū de superficiebus rectangulis probatū est in 16 sexti, & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte 15 eiusdem. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, cōtinue proportionales, fiatq; ex eis unus angulus solidus ad libitum, & perficiatur solidū æquidistantiū laterū cuius linea a b sit longitudo. b c uero altitudo, sed c d latitudo, & ipsum solidum dicatur e d. Sūpta quoq; alia linea qualibet æquali b c quæ etiam uocetur b c, super ipsius extremitatē quæ est b con

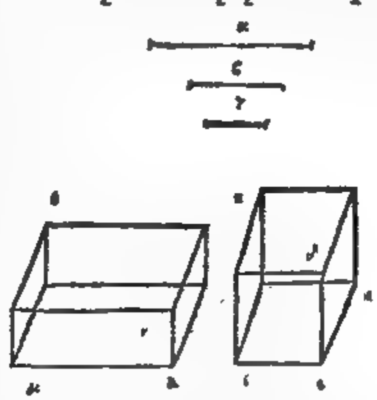
cōstituatur angulus solidus æqualis angulo solido a, secundū quod docet 26 lineæq; cæteræ solidū angulum b cōtinentes resecētur ad æqualitatem lineæ b c, & perficiatur solidum æquidistātiū superficierū cuius lōgitudo, latitudo, & altitudo sit linea b c, & ipsum appelletur b c. Dico itaque duo solida a d & b c esse æqualia. Manifestū est enim, quod cūctæ superficies unius sunt æquiāgulæ suis relatiuis superficiebus alterius. Quod ex 34 primi patere potest, nā cū solidus angulus b ponatur æqualis solido angulo a, necesse est ut unus angulus uniuscuiusque superficiei solidi a d sit æqualis uni angulo suæ relatiuæ superficiei in solido b c, itaque per 34 primi eorū oppositi, erūt æquales. At quia uniuscuiusque superficiei quadrilateræ omnes anguli sūt æquales quatuor relictis ex 32 primi, necesse est duos reliquos unius esse æquales duobus reliquis suæ relatiuæ. Cūq; ipsi duo reliqui in qualibet sint etiā adinuicē æquales, conuincitur necessario ut unaquæq; ex superficiebus solidi a d sit æquiangula suæ relatiuæ in solido b c, quare ex secunda parte 11 sexti bases duorū solidū propositorū erunt æquales: sunt enim æquiāgulæ & laterū mutuorū. Si itaque lineæ altitudinum super bases ipsorū orthogonaliter



insistunt, constat ex 31 ipsa esse æqualia, cum enim hæ lineæ sint æquales & ipsæ determinent altitudinē solidorū, erunt solida æque alta. At si lineæ altitudinum ipsorum non insistunt suis basibus orthogonaliter, ab ipsarum summitatibus ad bases perpendicularibus demissis, erūt ex præmissa hæ perpendiculares adinuicem æquales, ipsæ enim erunt, sicut erant & in præmissæ demonstratiōis figura duæ lineæ p q & l n, quas demōstrauimus oportere esse æquales. Quia igitur omnium solidorū altitudo ex perpendicularibus à sūmitatibus ipsorū ad suas bases descēdentibus diffinitur, erūt ex 31 duo solida a d & c b æqualia. Conuersam quoq; huius possumus, si delectat, cōuerso modo probare. Vt si parallelogrāmū corpus a d sit æquale & æquiangulū corpori parallelogrāmo b c, & corpus b c cōtineatur à media triū linearū cōtinentiū corpus a d, erunt tres lineæ cōtinentes corpus a b cōtinue proportionales. Cum enim duo solida parallelogramma a d & c b sint æqualia & æque alta, ex hypothesi ipsa erunt super bases æquales per conuersas 31 & 32. Et quia ipsæ bases eorum sunt æquiāgulæ, sequitur ex prima parte 11 sexti quod ipsæ sunt mutuorum laterum. Itaque proportio a b ad b c, sicut b c ad c d. Quare constat propositum.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 31* *Propositio 36*

36 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipsis tribus rectis lineis solidū parallelepipedū æquū est ei qđ ex media fit solido parallelepipedo æquilatero quidem, æquiangulo autē prædicto.



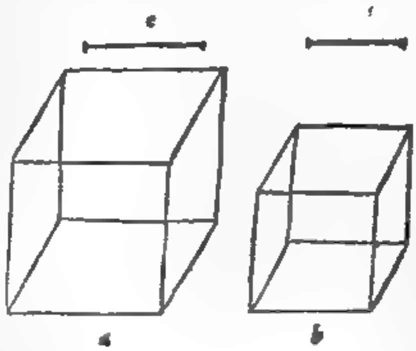
THEON ex Zamb. *Sint tres rectæ lineæ proportionales α, β, γ sicut α, ad β, sic β ad γ. Dico quod ex α, β, γ, solidum, æquū est ei quod ex β solido æquilatero quidē æquiangulo autē præd.cto. Exponatur (per 23 undecimi) solidus angulus qui ad ι, comprehensus sub tribus angulis planis hoc est δ ι κ, κ ι ξ, ξ ι δ, ponaturq; (per 2 primi,) ipsi quidē β, æqualis unaquæq; ipsarum δ ι, κ ι, ι ξ, compleaturq; ipsum ι κ, solidum. Ipsi autē α, æqualis esto (per eandem λ μ), cōstituaturq; (per 26 undecimi) ad ipsam λ μ rectam lineam ad signūq; in ea λ, ipsi qui ad ι solido angulo æquus comprehensus sub ν λ ξ, ξ λ μ, ν λ μ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidem β æqualis λ ξ, ipsi autē γ æqualis λ ν. Et quoniam est sicut α ad β, sic est β ad γ, æqualis autem est α ipsi λ μ, & β unicuiq; ipsarū λ ξ, ι ξ, ι κ, ι δ, & γ ipsi λ ν, est igitur λ μ ad ι ξ sic est δ ι ad λ ν, & circū æquos angulos qui sub μ λ ν δ ι ξ, latera sunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν, æquum est ipsi δ ξ, parallelogrammo (per 14 sexti. Et quoniā bini anguli plani rectilinei æquales sunt, qui sub δ ι ξ, ν λ μ, super ipsis sublimes rectæ lineæ sunt cōstitutæ λ ξ, ι κ, inuicē æquales (per præcedentē,) æquos angulos cōprehēdentes.*

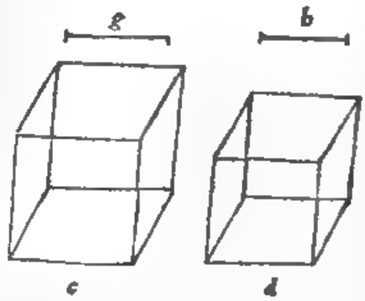
tes cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri. ipsæ igitur quæ ex ι, ζ. signis perpendiculares ductæ ad ea quæ per ι λ μ, δ ι ζ, plana, (per corollariũ præcedentis) inuicem sunt æquales. Quare λ θ, ι κ, solida, sub eadem sunt altitudine. Super æqualibus autẽ basibus & sub eisdẽ altitudinis constituta solida parallelepipeda, inuicem sunt æqualia (per 31 undecimi.) Igitur solidum θ λ, solido ι κ est æquale. At λ θ, solidũ, est ex ipsis α. β, γ. & ι κ, solidũ est ex β. igitur quod ex α, β γ, solidum parallelepipedum, æquum est ei quod ex β solido æquilatero quidem, sed æquiangulo prædicto. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 39

39 SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, solida quoque sua æquidistantium atque similium uniuscuiusque creationis superficierũ erunt proportionalia. Si uero solida æquidistantium atque similium uniuscuiusque creationis superficierum fuerint proportionalia, lineæ quoque à quibus ipsa solida continentur, erunt proportionales.

CAMPANVS Simile proponit uigesima prima sexti de superficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a, b, & c, d, proportionales, & super has fabricentur quatuor solida parallelogramma eisdẽ nominibus dicta, quæ sint expresse similia, duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas a & c, cætera secũdum præcepta 27 constituenda erũt. Dico hæc 4 solida esse proportionalia. Et econuerso. Subiũgantur enim duabus lineis a & b: in cõtinua proportiõe duæ quæ sunt e & f, quemadmodũ docet 10 sexti, & duabus lineis c & d, aliæ duæ quæ sint g & h. Cõstat igitur ex 33 & ex diffinitione proportionis triplicatæ quæ posita est in principio quinti. & ex hac hypothesi q; solida a & b sibi inuicẽ & solida c & d sibi adinuicẽ sunt expresse similia: q; proportio solidi a ad solidum b est sicut proportio lineæ a ad lineã f. solidi quoq; c ad solidũ d, sicut lineæ c ad lineã h. Et quia per 11 quinti proportio lineæ a ad lineã f est sicut lineæ c ad lineã h, erit ex 11 quinti solidũ a ad solidũ b, sicut solidũ c ad solidũ d. Cõstat igitur prima pars. Secunda sic. Sint duo solida a & b sibi adinuicẽ, duoq; alia quæ sint c & d, sibi adinuicẽ expresse similia, sintq; cuncta parallelogramma, & ponantur proportionalia. Dico quod lineæ a, b, & c, d, super quas sunt constituta, sunt proportionales. Sit enim ex 10 sexti sicut linea a ad lineã b, ita linea c ad lineam k. Et fiat secundũ 27 huius super lineam K solidum expresse simile solido d, quod etiã dicatur k. Eritq; ex diffinitionibus similiũ corporũ & similium superficierum, & 20 sexti, corpus K expresse simile corpori c, ideoq; per primam partem huius 39 iam probatam erit proportio solidi a ad solidũ b, sicut solidi c ad solidũ K. Et quia eadẽ erat solidi c ad solidũ d, erit ex secunda parte nonæ quinti solidũ K æquale solido d. Cũq; esset sibi expresse simile, sequitur lineã k esse æqualem lineæ d. Aequalitas enim nõ producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali. Igitur ex secunda parte 7 quinti constat etiã huiusmodi pars secunda. Deciperis autẽ si arbitraris oportere unumquodq; quatuor solidorũ a, b, c, d, esse simile cuilibet aliorũ. Necesse est enim duo solida a & b sibi adinuicem, itẽq; duo c & d sibi adinuicem esse similia. solida autem c & d solidis a & b esse similia contingens est, necessariũ autem non. Idem ex hac 39 de serratilibus facile poteris concludere.



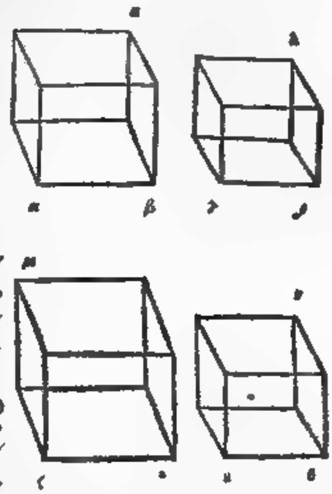




Eucli. ex Zamb. Theorema 32 Propositio 37

37 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia erunt. Et si quæ ex ipsis

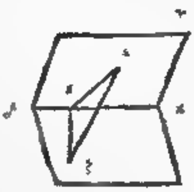
ipsis solida parallelepipeda similia similiterq́ descripta proportionalia fuerint, & ipsæ quoq́ rectæ lineæ proportionales erunt.



THEON ex Zamb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales αβ, γδ, εζ, ηθ, sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ, & describantur ab ipsis αβ, γδ, εζ, ηθ, similia similiterq́ iacentia solida parallelepipeda κα, λγ, μι, νη. Dico quod est sicut κα ad λγ, sic est μι ad νη. Quoniam enim solidum κα parallelepipedum ipsi λγ simile est, igitur (per 33 undecimi) κα ad λγ triplicem rationem habet quam αβ ad γδ, & id propterea μι ad νη triplam habet rationem quam εζ ad ηθ. Et sicut igitur (per 11 quinti) κα ad λγ, sic μι ad νη. Sed iam esto sicut κα solidum ad λγ solidum, sic μι solidum ad νη solidum. Dico quod est sicut αβ recta linea ad ipsam γδ, sic est εζ ad ηθ. Quoniam enim rursus κα ad λγ triplam rationem habet quam αβ ad γδ, habet autem & μι ad νη triplam rationem quam εζ ad ηθ, estq́ sicut κα ad λγ, sic μι ad νη, & sicut igitur αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ sequũtur reliqua. Quod erat ostendendũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 33 Propositio 38

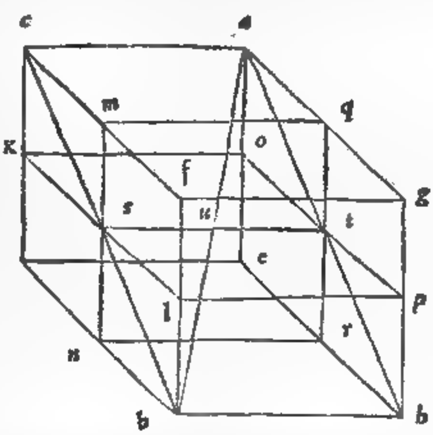
38 Si planum ad planum rectum fuerit, à signo autem in altero planorũ existente in alterum planum perpẽdicularis ducta fuerit, in cõmunem ipsorum planorum sectionem cadit ipsa perpendicularis.



THEON ex Zamb. Planum enim γδ, ad planum αβ, rectum esto, cõmunis autem ipsorũ sectio sit δα, sumaturq́ in ipso γδ plano, contingens signum ε. Dico quod ab ipso ε in αβ planũ perpẽdicularis ducta, in ipsam δα cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat extra sicut εζ, & concurrat ipsi αβ plano in ζ signo, & ab ipso ζ, in ipsam δα, in plano αβ (per 11 undecimi) perpendicularis excitetur ζη, quæ & ipsi γδ plano ad angulos rectos est. Connectanturq́ εη. Quoniam igitur ζη ipsi γδ plano ad angulos rectos est, tangit autem ipsam ipsa εη existens in ipso γδ plano, igitur angulus qui sub ζηε, rectus est. Sed & εζ, ipsi αβ plano ad angulos est rectos: angulus igitur qui sub εζη, rectus est. Trianguli iam ipsius εζη bini anguli, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi) est impossibile. Igitur ab ε in αβ planum perpẽdicularis ducta, non cadit extra ipsam δα, in ipsam igitur αδ cadit. Quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 40

40 SI inscisa fuerint latera duarum oppositarum superficierum cubi unumquodq́ in duo media, exierintq́ à punctis sectionũ duæ superficies se uicissim secantes & cubum, cõmunem earum sectionem diametrum cubi per æqualia secare, & ab ipsa diametro uersa uice per æqualia secari necesse est.



CAMPANVS. Statue cubum qui sit a b, de quo constat per diffinitionẽ quod omnes lineæ ipsum continẽtes sint æquales, & eius superficies rectangulæ, tale enim corpus, cubũ dicimus. Huius igitur basis sit eius supficies a c d e, superficies uero eius suprema b f g h, dextra uero eius superficies sit a e g h, sinistra autem superficies b f c d, citerior quoq́ sit d e b h, sed ulterior a, c g f, eiusq́ diameter sit a b. Diuidantur itaq́ omnia latera duarum quarumlibet superficierũ oppositarum eius per æqualia, & sint nunc superficies quarũ latera diuidantur, dextra atq́ sinistra. Diuidantur, inquam, quatuor latera dextræ quidẽ super quatuor puncta quæ sunt o, p, q, r, sinistræ uero super quatuor quæ sint k, l, m, n, & coniungantur puncta in his superficiebus opposita, ductis lineis o p & q r quæ secent se in pũcto t, itemq́ k l & m n quæ secent se in puncto s, & perficiãtur duæ superficies secantes se inuicem & cubum, protractis item lineis

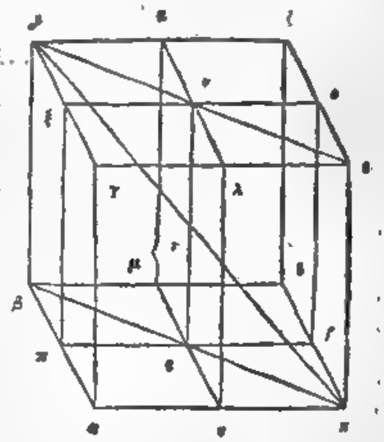
o k & p l,q m & r n,sitq́ harum duarum superficierum communis sectio linea s t. Dico igitur quod linea s t diuidit diametrum a b, & diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet,utraq; enim earum transit per centrum cubi.

ALITER uero conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim duæ lineæ t a & t h,& item duæ s c,s b. eritq́ ex 4 primi a t æqualis t h,& s c æqualis s b. Constat autem ex prima parte 29 primi, quod angulus p t q est æqualis angulo a q t,& ex 4 primi angulus h t p est æqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cum angulo q t a, ualet duos rectos. quare ex 14 primi linea a h erit linea una, similiter quoq; linea a b erit linea una. At quia ex nona huius linea a c est æquidistans lineæ b h (utraq; enim est æquidistans lineæ d e) cumq́ ipsæ sint æquales quia latera cubi, sequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b esse æquales & æquidistantes: ideoq́ per conceptionem,earum medietates quæ sunt a t & b s, erunt æquales. Ex 7 autem huius manifestũ est, quod linea s c est in superficie duarum linearũ a h & b c, & ex eadem, linea a b quæ est diameter cubi,est etiam diameter superficiei parallelogrammæ a c b h. Itaq; linea s t secat diametrum a b. Secet ergo ipsam in puncto u. Dico ergo lineam s u esse æqualem lineæ u t,& lineam etiam a u lineæ u b. Intelligantur duo trianguli a t u, b s u, quorum anguli qui sunt ad t & s sunt æquales adinuicẽ,similiter anguli eorundem qui sunt ad a & b æquales adinuicem ex prima parte 29 primi, propter id quod linea a t æquidistat lineæ s b. Et quia etiam ipsæ sunt adinuicem æquales,sequitur ex 26 primi,quod propositum est. Idem quoq; eodem modo concluditur, & si solidum a b non sit cubus, sed solidum corpus parallelogrammum siue æqualibus lineis siue non æqualibus contentum fuerit, siue quoque super basin orthogonaliter erectum siue etiam & super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi,ad omnes figuras parallelogrammas solidas.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 34* *Propositio 39*

39 Si solidi parallelepipedi eorũ quæ ex opposito planorũ latera bifariam secta fuerint,extẽsaq; fuerint per sectiones plana, cõmunis ipsorũ planorũ sectio,& solidi parallelepipedi dimetiens bifariam se adinuicẽ dispescent.

ALITER. Si cubi eorum quæ ex opposito planorũ latera, & reliqua quæ sequuntur ut supra.

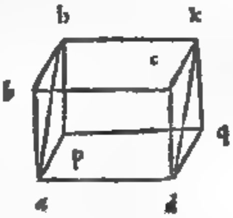


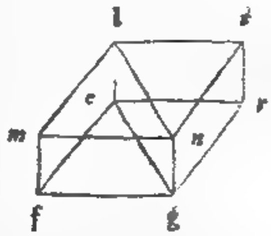
THEON ex Zamb. *Solidi,inquam,parallelepipedi α ζ,eorum quæ ex opposito planorũ γ ζ,α θ,latera bifariã dispescantur per κ λ,μ,ν,& ξ,π,ο,ρ,signis, & per sectiones protendantur plana κ ν,ξ ρ. cõmunis autem planorũ ipsorum sectio esto υ σ, ipsius autem α ζ solidi parallelepipedi diagonius esto δ η. Dico iam quod & ipsæ υ σ,δ η,sese inuicem dispescũt,hoc est quod υ τ ipsi τ σ est æqualis,& δ τ ipsi τ η. Cõnectantur enim δ υ,υ ε,β σ,σ η. Et quoniam δ ξ parallelus est ipsi ο ε,anguli alternatim positi (per 29 primi) qui sub δ ξ υ,υ ο ε,inuicem sunt æquales. Et quoniam æqualis est δ ξ ipsi ο ε, & ξ υ ipsi υ ο, & æquos angulos comprebendunt, basis igitur δ υ (per 4 primi) ipsi υ ε est æqualis, & triangulum δ ξ υ ipsi υ ο ε triãgulo est æquale,& reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulus qui sub ξ υ δ,æquus est ei qui sub ο υ ε angulo,ac per hoc recta linea est ipsa δ υ ε, & per eadem etiã β σ η recta linea est, est & æqualis β σ ipsi σ η. Et quoniã γ α ipsi δ β est æqualis & est parallela,sed γ α ipsi η ε est æqualis & parallela,& δ β igitur ipsi η ε est æqualis & parallela (per primam cõmunem sententiam) & ipsas connectunt rectæ lineæ δ ε,β η. parallelus igitur est (per 33 primi) δ ε,ipsi β η,& suscipiuntur in utrisq; contingentia signa,hoc est δ,υ,η,σ,cõnectanturq; δ η,υ σ. in uno igitur sunt plano (per 17 undecimi) ipsæ δ η,υ σ. Et quoniam parallela est δ ε ipsi β η,æqualis igitur est (per 29 primi) qui sub ε δ τ angulus ei qui sub β η τ angulo: uicißim enim & qui sub δ τ υ ei qui sub η τ σ. Bina iam triangula sunt, hoc est δ τ υ & η τ σ,duos angulos duobus angulis æquos habentia,& unum latus uni lateri æquum,quod subtendit autem æqualium angulorum,hoc est δ υ ipsi η σ,dimidiæ nanq; ipsarum δ ε,β η,& reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est δ τ ipsi τ η,& υ τ ipsi τ σ. Si solidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex opposito planorum latera bifariam secta fuerint, extensaq; fuerint per sectiones plana, cõmunis ipsorum planorum sectio & solidi parallelepipedi demetiens bifariam se adinuicem dispescent. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex

Eucli. ex Camp. Propositio 41

41 **SI duo corpora feratilia quorũ alterũ basin triangulam, alterũ uero basin habeat æquidistantiũ laterũ ipsi basi triãgulæ duplam, æque alta fuerint, illa duo corpora necesse est esse æqualia.**

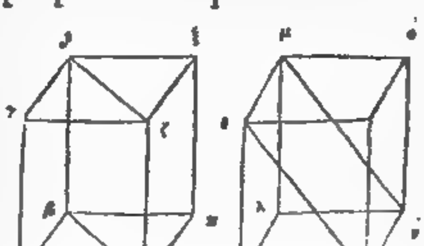




CAMPANVS. Sit superficies a b d æquidistantiũ laterum dupla trilateræ superficiei e f g, & super has duas superficies fiant duo corpora feratilia æque alta. Sitq́ feratile quod est supra basin quadrãgulam a b c d, a b h d c k, cuius basis est superficies æquidistantiũ laterum proposita a b c d, alia eius superficies æquidistantiũ laterum est a h d k, tertia uero est b h c k, duæ autem sunt eius triangulares superficies, sunt altera quidem triãgulus a b h, reliqua uero triangulus d c k. Seratile autem quod est super basin triãgulam e f g, sit e f g l m n, cuius altera duarum trilaterarũ superficierũ est basis prædicta, reliqua uero triangulus l m n, trium autem superficierũ eius æquidistantium laterum prima quidem est e f l m, secunda uero e g l n, tertia uero f g m n. Dico itaq; hæc duo feratilia proposita, esse adinuicẽ æqualia. Perficiantur enim duo solida parallelogramma, adiungendo utriq; duorum propositorũ feratilium aliud feratile sibi æquale. Primo quidem feratili super eandem basin sit adiunctũ feratile a p h d q k, cuius duæ trilateræ superficies sint a p h, d q k, tres autem quadrilateræ, prima quidem a h d k quæ est terminus communis sibi & ei cui adiungitur, secunda uero a d p q, tertia quoq; p q h k. Secundo autẽ feratili adiungatur aliud feratile sibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r, ita quod tota superficies e f g r sit æquidistantiũ laterum, & super hunc triangulum fiat feratile e g l r n s, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrammum huius feratilis adiuncti, duæ trilateræ superficies sunt e g r, l n s, tres autem parallelogrammæ sunt, prima quidem e l r s, secunda e l g n quæ est cõmunis terminus sibi & ei cui adiungitur, tertia uero g r n s. Manifestum igitur ex diffinitione solidorũ æqualium atq; similium, q duo feratilia parallelogrammũ componentia solidum a k, sibi inuicem, itemq́ cõponentia solidum parallelogrammũ e n, sibi adinuicem sunt æqualia. At uero ex 31 uel ex 32 huius, duo solida a k & e n sunt sibi inuicem æqualia. Quia ergo horum solidorũ medietates sunt feratilia proposita, per cõmunem scientiam constat ea esse æqualia, quæcũq; enim fuerint æqualia, eorum medietates necesse est esse æquales. Liquet itaq; quod propositum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 35 Propositio 40

40 **Si fuerint bina prismata sub æquis altitudinibus, & alterũ quidem basin parallelogrammũ habuerit, alterum autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipsius trianguli, ipsa prismata æqualia erunt.**



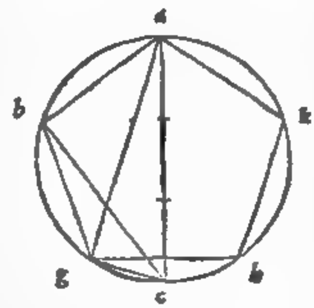
THEON ex Zamber. *Sint bina prismata α β γ δ ε ζ, η θ κ λ μ ν, & alterũ quidem habeat basin α ζ parallelogrammũ, alterũ uero η θ κ triangulum, duplum uero sit α ζ parallelogrãmum, ipsius η θ κ trianguli. Dico quod prisma α β γ δ ε ζ, æquũ est ipsi θ η κ λ μ ν prismati. Cõpleantur, inquam, ipsa α ξ, γ ο, solida. Et quoniam α ζ parallelogrammũ ipsius η θ κ triãguli duplum est, estq́; θ κ parallelogrammũ (per 41 primi) duplum ipsius η θ κ trianguli, æquũ igitur est α ζ parallelogrammũ ipsi θ κ parallelogrãmo. Super æqualibus autem basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, inuicẽ sunt æqualia (per 31 undecimi.) Igitur solidũ α ξ, æquũ est ipsi π ο solido & ipsius quidem α ξ solidi, dimidiũ est ipsum α β γ δ ε ζ prisma, ipsius autẽ π ο solidi, dimidiũ est ipsum η θ κ λ μ ν prisma. Igitur prisma α β γ δ ε ζ, ipsi η θ κ λ μ ν prismati est æquũ. Si fuerint igitur bina prismata sub æquali altitudine, & alterũ quidem habuerit basin parallelogrammũ, alterũ autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipsius trianguli, æqualia sunt ipsa prismata. Quod erat ostendendũ.*

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER DVODECIMVS,

Eucli. ex Camp. *Propositio 1*

1 OMnium duarum superficierum similium multiangularũ inter duos circulos descriptarũ est proportio alterius ad alteram, tanquam proportio quadratorũ quæ ex diametris circulorum eas circunscribentium proueniunt.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inscribantur duæ quælibet figuræ polygoniæ quæ ponantur adinuicem similes, sintq́ nunc pentagonæ inscriptæ ut docet 11 quarti, & ipsæ sint a b g h k, d e l m n, diametri quoq; circulorũ sint a c & d f. Dico itaq; quod proportio pentagoni a b g h k ad pentagonũ d e l m n, est sicut quadratũ diametri a c ad quadratũ diametri d f. Protrahãtur enim in utroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri, ad extremitatẽ unius lateris pentagoni diametro non cõterminalis, seinuicem cancellantes infra ipsum pentagonum: in hoc quidem, a g & c b, in illo autem d l & f e. Eritq́ ex 6 sexti triangulus a b g, æquiangulus trĩagulo d e l. Nam cum pentagoni ponantur ad inuicem similes, erunt ex diffinitione similium superficierũ angulus a b g æqualis angulo d e l, & latera ipsos continẽtia proportionalia, uidelicet, proportio a b ad d e, sicut b g ad e l. Cum sint autem ex 20 tertij duo anguli a c g & a g b sibi inuicẽ æquales, itemq́ duo alij d f e & d l e sibi inuicem æquales, erunt duo qui sunt c & f adinuicẽ æquales ex hac communi sciẽtia, quæ æqualibus sunt æqualia, sibi quoq; æqua esse necesse est. Et quia ex prima parte 30 tertij uterq; duorũ angulorum a b c, d e f, est rectus, sequitur ex 32 primi duos trĩagulos a b c, d e f, esse æquiangulos. Quare per 4 sexti proportio diametri a c ad diametrũ d f, est sicut lateris a b ad latus d e. Cum itaq; ex secunda parte 19 sexti, proportio duorũ pentagonorũ est sicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, & per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratũ diametri d f, sit sicut diametri a c ad diametrũ d f duplicata, per hanc cõmunem scientiam quorũ dimidia sunt æqualia, ipsa quoq; adinuicem esse æqualia, manifestum est quod propositum est.



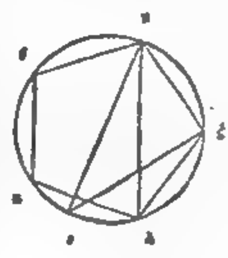


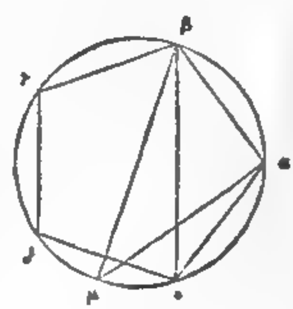
Eucli. ex Zamb. *Theorema 1* *Propositio 1*

1 QVæ in circulis similes multangulæ figuræ, adinuicem se habent sicut quæ ex dimetientibus quadrata.

THEON *ex Zamb.*

Sint circuli α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, & in eis sint similes figuræ multangulæ α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, dimetientes autem circulorũ, sint β μ, η ν. Dico q̃d est sicut quadratũ quod ex β μ ad id quod ex η ν quadratum, sic est multangulũ α β γ δ ε ad multangulũ ζ η θ κ λ. Connectantur enim β ε, α μ, η λ, ζ ν. Et quoniã multangulum α β γ δ ε ipsi ζ η θ κ λ multangulo simile est, æquus est & qui sub β α ε angulus ei qui sub η ζ λ, estq́ sicut β α ad α ε, sic η ζ ad ζ λ. Bina iam triangula sunt β α ε & η ζ λ, unum angulũ uni angulo

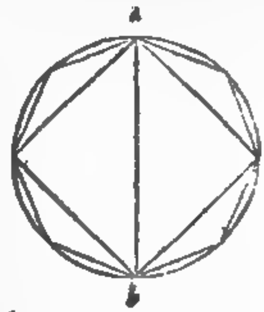




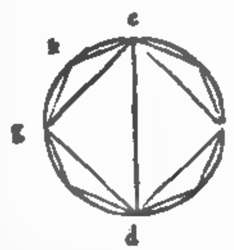
æquum

æquā habentia, qui sub β α ε et qui sub ε ζ λ, circa autē æquos angulos latera proportionalia: æquiangulū igitur est (per 1 diffinitionē sexti) α ε ε triangulū, ipsi ζ ε λ triangulo: æqualis igitur est angulus qui sub α ε ε, et qui sub ζ λ ε. Sed qui (per 21 tertij) sub α ε ε et qui sub α μ β est æqualis (in eandem nanq; circūferentiam terunt) qui autē sub ζ λ ε et qui sub ζ ν ε, & qui sub α μ β igitur et qui sub ζ ν ε est æqualis. Est autē & rectus qui sub β α μ, et qui sub ε ζ ν recto (per 4 postulatū) æqualis: reliquus igitur, reliquo est æqualis (per 3 cōmunem sententiā.) Aequiangulū igitur est triangulū α μ β, ipsi ζ ε ν triangulo. Proportionaliter igitur est sicut β μ ad ε ν, sic β α ad ε ζ. Sed ipsius quidē β μ ad ε ν rationis, dupla est ea quæ ipsius β μ quadrati ad id quod ex ε ν quadratū. Ipsius autē β α ad ε ζ, dupla est ipsius α β γ δ ε multanguli ratio ad ipsum ζ ε θ κ λ multangulū: & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex β μ quadratū ad id quod ex ε ν quadratū, sic est multangulū α ε γ δ ε ad multangulū ζ ε θ κ λ. In circulis igitur simi lia multangula, s. se adinuicem habēt sicut quæ ex dimetiētibus quadrata. Quod erat ostendendū. Eucli. ex Camp. Propositio 2

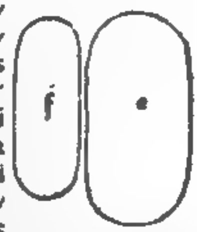
Omnium duorū circulorū est proportio alterius ad alterū, tanq̃ proportio quadrati suæ diametri ad quadratū diametri alterius.



CAMPANVS. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoq; dicātur a b & c d. Dico itaq; q̃ porportio circuli a b ad circulum c d, est sicut quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d. Manifestū enim est ex hac cōmuni sciētia, scilicet, quanta est quælibet magnitudo ad aliquā secundā, tantam necesse est esse quālibet tertiam ad aliquā quartā, q̃ proportio quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, est sicut circuli a b ad superficiē aliquā quæ sit e, cuiuscūq; figuræ aut formæ ponatur. Hanc autē impossibile est maiorem esse aut minorem circulo c d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo c d, sit itaq; minor in superficie f. Itaq; circulus c d, sit æqualis duabus supficiebus e & f pariter acceptis. Constat igitur ex 1 decimi, q̃ toties possit ex circulo c d, suisq; residuis subtrahi maius dimidio, quousq; reliquatur quātitas aliqua minor f. Inscribatur ergo sibi ut docet 6 quarti, quadratū c d g h, de quo constat q̃ ipsum sit maius medietate circuli: quadratū enim quod est duplum ad ipsum, est circulum circūscribens, ut patet ex penultima primi & 7 quarti.



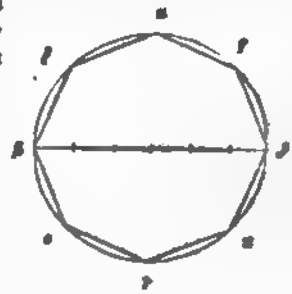
Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter acceptæ, fuerint minus superficie f, sufficit. Sin autē quatuor arcus existētes super dicta latera per æqualia diuidantur, & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatib. laterū continuētur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k, & protrahātur lineæ k c, k g, sicq; de cæteris. Eritq; quilibet triangulorū descriptorū super latera quadrati, maior medietate portionis in qua existit, eo q̃ omnis triangulus isosceles est medietas parallelogrāmi suæ basis per 41 primi, quodquidem parallelogrammū maius erit superficie ipso arcu chordaq; contenta. Sint itaq; portiones existentes super latera octogoni inscripti pariter acceptæ, minus superficie f. Si enim nondū hoc esset, nō cessarem diuidere arcus (quorū latera ultimæ descriptæ figuræ sunt chordæ) per æqualia, & inscribere figurā æquilaterā duplo plurium laterū primæ, semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus, maius dimidio, quousq; per 1 decimi, portiones super latera alicuius talis figuræ circulo inscriptæ existentes pariter acceptæ, erunt minus superficie f. Sint ergo nunc quæ dictæ sunt, eritq; ex cōceptione octogonū c d, maius supficie e. In circulo igitur a b, eadē uia inscribatur simile octogonū quod dicatur a b, sitq; ex præmissa porportio octogoni a b ad octogonū c d, sicut quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, ideoq; per 11 quinti sicut proportio circuli a b ad superficiem e, itaq; pmutatim polygonū a b ad circulū a b, sicut polygonij c d ad superficiē e. Cumq; sit polygonū c d maius supficie e, erit polygonū a b maius circulo a b, hoc autem impossibile. Non est ergo superficies e, minor circulo c d. Sed nec maior. Esto enim si possibile sit. Cum igitur sit proportio quadrati diametri a b ad quadratū diametri c d, sicut circuli a b ad superficiē e, erit econuerso quadrati diametri c d ad quadratū diametri a b, sicut superficiei e ad circulū a b. Et constat ex cōmuni sciētia in principio huius demōstrationis posita, q̃ eadem est circuli c d ad aliquā superficiē quæ sit f, eritq; ex 14 quinti superficies f, minor circulo a b. Itaq; proportio quadrati diametri c d ad qua-



dratū diametri a b. erit ſicut circuli c d ad ſuperficiē f minorē circulo a b. Sed ex hoc demonſtrauimus pauloante ſequi impoſſibile, uidelicet, polygoniū inſcriptū circulo maius eſſe circulo. Sicut ergo ſuperficies e non poteſt eſſe minor circulo c d, ita nec maior, erit ergo neceſſario æqualis. Quare per ſecūdam partem 7 quinti, liquet quod propoſitum eſt.

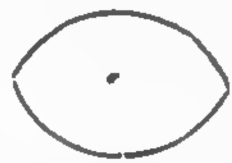
Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

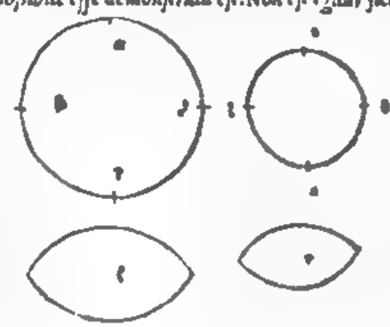
Circuli ſeſe adinuicem habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata.



THEON ex Zamb. *Sint circuli α β γ δ, ε ζ η θ, dimetientes autem eorum ſint δ β, ζ θ. Dico quod eſt ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratum, ſic eſt α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū. Si enim nō eſt ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū, erit ſicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, ſic α β γ δ circulus uel ad minorem ipſo ε ζ η θ circulo aream, uel ad maiorē. Sit prius ad minorē σ. Deſcribaturq́ (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratū ε ζ η θ iam deſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidium ipſius ε ζ η θ circuli, quoniam ſi per ſigna ε, ζ, η, θ, tangentes circulum rectas lineas ducamus, circū circulum deſcripti quadrati dimidium eſt ε ζ η θ quadratum, ipſo autem circūſcripto quadrato minor eſt circulus, quare ε ζ η θ inſcriptū quadratū, maius eſt quàm dimidiū ipſius ε ζ η θ circuli. Secentur bifariam ipſæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circūferentiæ in ſignis κ, λ, μ, ν, cōnectanturq́ ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε. Et unumquodq́ igitur ipſorū ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorū, maius eſt quàm dimidiū eius quod circum ipſum eſt circuli ſegmenti: quoniam ſi per κ, λ, μ, ν, ſigna circulum tangentes ducamus, & cōpleamus quæ in ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, rectis lineis parallelogrāma, unumquodq́ ipſorū ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorū, dimidium eſt eius quod circum ipſum parallelogrāmi, ſed circum ipſum ſegmentum, minus eſt parallelogrāmo, quare unumquodq́ ipſorum ε κ ζ, ζ λ η, η μ θ, θ ν ε, triangulorū, maius eſt dimidio eius quod circum ſeipſum ſegmēti circuli. Diſpeſcentes iam (per 30 tertij) reliquas circūferentias bifariam, cōnectentesq́ rectas lineas, & hoc ſemper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quædam circuli ſegmenta quæ minora erunt exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ, aream σ. Oſtenſum etenim eſt in primo decimi uoluminis theoremate, quod binis magnitudinibus inæqualibus expoſitis, ſi à maiori auferatur maius q̃ dimidium, & reliquæ maius q̃ dimidium, hocq́ ſemper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine expoſita, minor erit. Relinquantur igitur, ſintq́ quæ in ipſis ε κ, κ ζ, ζ λ, λ η, η μ, μ θ, θ ν, ν ε, ſegmenta ipſius ε ζ η θ circuli, minora exceſſu quo excedit circulus ε ζ η θ ipſam σ aream. Reliquū igitur ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū, maius eſt ipſa area σ. Inſcribatur in circulum α β γ δ, ipſi ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo ſimile multangulū α ξ β ο γ π δ ρ. Eſt igitur (per præcedentem) ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic eſt multangulū α ξ β ο γ π δ ρ ad ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū. Sed ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α β γ δ ad aream σ: & ſicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ circulus ad σ aream, ſic multangulum α ξ β ο γ π δ ρ ad ipſum ε κ ζ λ η μ θ ν multangulū. Vicißim igitur (per 16 quinti) ſicut circulus α β γ δ ad id quod in ipſo multangulū, ſic σ area ad multangulū ε κ ζ λ η μ θ ν. Maior autem eſt α β γ δ circulus, eo quod in ſe eſt multangulo: maior igitur eſt & area σ, ipſo ε κ ζ λ η μ θ ν multangulo, ſed & minor, quod eſt impoßibile. Non eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α β γ δ ad aliquā aream ipſo ε ζ η θ circulo minorem. Similiter iam demonſtrabimus, quod neq́ ſicut quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, ſic circulus ε ζ η θ ad aliquā aream minorem ipſo α β γ δ circulo. Dico nempe quod neq́ ſicut quod ex β δ ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ δ ad aliquam aream maiorem ipſo ε ζ η θ circulo. Si enim poßibile, ſit ad maiorem σ. Conuerſim igitur eſt ſicut quod ex ζ θ quadratū ad id quod ex β δ, ſic eſt σ area ad α β γ δ circulum. Sed ſicut σ area ad α β γ δ circulū, ſic eſt circulus ε ζ η θ ad aliquam aream minorem ipſo α β γ δ circulo, & ſicut igitur (per 11 quinti) quod ex ζ θ ad id quod ex β δ, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquā aream minorem ipſo α β γ δ circulo, quod impoßibile eſſe demonſtratū eſt. Non eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ, ſic circulus α β γ δ ad maiorem aliquam aream ipſo ε ζ η θ circulo. Oſtenſum autem eſt, quod neq́ ad minorem. Eſt igitur ſicut quod ex β δ quadratū ad id quod ex ζ θ quadratū, ſic circulus α β γ δ ad circulū ε ζ η θ. Circuli ergo adinuicem ſeſe habent, ſicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat oſtendendum. Dico iam quod σ area maiore ſubſiſtente ipſo ε ζ η θ circulo, eſt ſicut area σ ad α β γ δ circulū, ſic ε ζ η θ circulus ad aliquam aream minorē ipſo α β γ δ circulo. Fiat enim ſicut σ area ad α β γ δ circulū, ſic ε ζ η θ circulus ad aream τ. Dico quod area τ, minor eſt ipſo α β γ δ circulo. Quoniam enim eſt ſicut σ area ad α β γ δ circulū, ſic eſt ε ζ η θ circulus ad aream τ, uicißim (per 16 quinti) eſt ſicut*



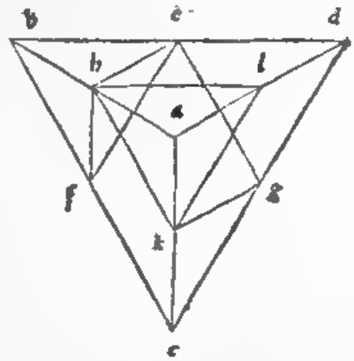




est sicut σ area ad ε ζ η θ circulum, sic est α β γ δ circulus ad τ aream. Maior autem est σ area ipso ε ζ η θ circulo, maior igitur est & α β γ δ circulus, ipsa area τ, quare est sicut σ area ad α β γ δ circulum, sic est ε ζ η θ circulus ad minorem aliquam aream ipso α β γ δ circulo, quod oportuit demonstrasse.

Eucli. ex Camp. *Propositio 3*

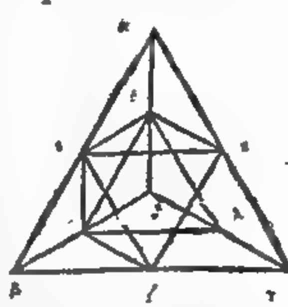
3 OMnis pyramis cuius basis triangula, scindi potest in duas æquas pyramides sibi inuicem totiq́ pyramidi similes, unaq́ in duo seratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis necesse est esse maiora.



CAMPANVS. Sit pyramis a b c d super basin triangulam b c d, eiusq́ uertex solidus angulus a, à quo demittãtur tres hypothenusæ a b, a c, a d, ad tres angulos basis, & diuidãtur omnia latera basis per æqualia in tribus punctis e, f, g, tres quoq́ hypothenusæ per æqualia in tribus punctis h, k, l, & protrahãtur in basi duæ lineæ e f & e g. Eritq́ basis eius diuisa in tres superficies, quarum duæ sunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex secunda parte 2 sexti, & diffinitiõe similium superficierũ constat esse similes sibi inuicem & toti basi, & æquales adinuicẽ ex 8 primi, tertia est tetragona parallelogrammã & ipsa est e f g c, quam constat esse duplam ad triãgulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittãtur ergo rursus à puncto h duæ hypothenusæ h e, h f, & à puncto k l hypothenusa k g, & protrahãtur lineæ h k, k l & l h. Diuisa est itaq́ tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ sint h b e f & a h k l, & duo seratilia quorũ unum est e h f g k c & est super basin quadrangulã c f g e. & aliud est e g d h k l & est super basin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, quod ipsæ sunt æquales adinuicem, sibiq́ & toti pyramidi a b c d similes, constat ex diffinitione corporum æqualium & similium & ex 10 undecimi & ex secunda parte 2 sexti. De duobus autem seratilibus quod ipsa sint æqualia, constat ex ultima undecimi. Quod uero ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifestum est quod utrunq́ illorũ diuisibile est in duas pyramides quarũ altera triangula æqualis uni duarum, in quas & seratilia totalis pyramis diuiditur: altera uero quadrangula, quæ dupla est ad reliquã, quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis pyramidis diuisæ. Ac proportionẽ si scire desideras, sextam huius duodecimi consule. Sed sufficit tibi scire (quantũ ad propositũ) illa duo seratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & seratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantalibet quantitate excedere.

Eucli. ex Zamb. *Theorema 3* *Propositio 3*

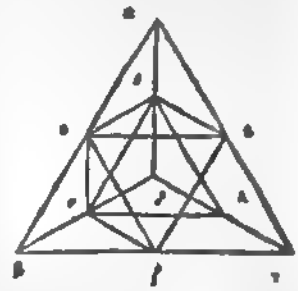
3 Omnis pyramis triangularẽ basin habẽs, diuiditur in binas pyramides æquas & similes inuicem, triãgulares bases habẽtes, & similes toti, & in bina prismata æqualia, & ipsa bina prismata maiora sunt quàm dimidium totius pyramidis.



THEON ex Zamb. *Sit pyramis cuius basis quidem sit triangulũ α β γ, fastigium uero sit signum δ. Dico quod pyramis α β γ δ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares bases habẽtes & toti similes, & in bina prismata æqualia, & bina prismata maiora sunt quàm totius pyramidis dimidiũ. Secentur (per 10 primi) α β, β γ, γ α, α δ, δ β, δ γ, bifariam in signis ε, ζ η, θ, κ, λ, cõnectanturq́; ε θ, ε η, η θ, θ κ, κ λ, λ θ, ε κ, κ ζ, ζ η. Et quoniã α ε est æqualis ipsi ε β, & α θ ipsi θ δ, parallelus igitur est ε θ ipsi δ β. Idq́ propterea etiam θ κ, ipsi α β parallelus est: parallelogrammũ igitur est θ ε κ β, æqualis igitur est ipsa θ κ ipsi ε β. Sed ε β ipsi α ε est æqualis, & α ε igitur ipsi θ κ est æqualis. Est autẽ & α θ ipsi θ δ æqualis. Duæ iam α ε, α θ, duabus κ θ, θ δ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub ε α θ (per 29 primi) ei qui sub κ θ δ est æqualis: basis igitur ε θ (per 4 primi) basi κ δ est æqualis. Igitur triangulũ α ε θ, æquum & simile est ipsi θ κ δ triangulo. Et id propterea etiam triangulũ α θ η, ipsi θ λ δ triangulo æquũ & simile est. Et quoniã binæ rectæ tangentes se adinuicem ε θ, θ η, *ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes κ δ, δ λ, sunt, non tamen in eodem plano existentes, æquos angulos cõprehendunt: æqualis igitur est (per 10 undecimi) angulus qui sub ε θ η, ei qui sub κ δ λ angulo. Et quoniã binæ*

**æquæ δὲ paralelli*

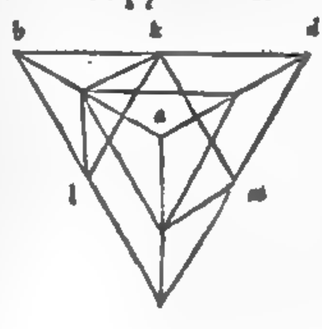
rectæ lineæ ι ε, ε κ duabus α δ, δ λ, sunt æquales altera alteri. & angulus qui sub ι ε κ (per 10 undecimi) angulo qui sub α δ λ, est æqualis. basis igitur ι κ (per 4 primi) basi α λ est æqualis. Triangulũ igitur ι ε κ, æquum est ei triangulo quod sub α δ λ & simile, & id propterea triangulũ α ι κ, ipsi ε κ λ triangulo æquum & simile est. Pyramis igitur cuius basis α ι κ triangulũ, fastigium autem ε signum, æqualis & similis est pyramidi cuius basis quidem est ε κ λ triangulũ & uertex δ signum. Et quoniam triãguli α δ β (per 2 sexti)* ad unum latus α β, excitata est ε κ, æquiangulũ est α δ β triangulũ ipsi δ α ε triangulo, & latera habent proportionalia, igitur triangulũ α δ β, simile est ipsi triangulo δ ε κ. idq́ propterea & triangulũ quidẽ δ β γ simile est ipsi triãgulo δ κ λ. & δ γ triangulũ ipsi δ ε λ triangulo. Et quoniã (per 10 undecimi) binæ rectæ lineæ sese inuicẽ tangẽtes β α, α γ. *ad binas rectas lineas sese inuicem tangentes κ ε, ε λ, sunt, non tamen in eodem plano, æquos cõprehendunt angulos. Angulus igitur q sub β α γ, æquus est ipsi angulo q sub κ ε λ. Est q sicut ϛ α ad α γ, sic κ ε ad ε λ. Triangulũ igitur α ϛ γ, ipsi β κ λ triãgulo simile est. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ α β γ, uertex autem δ signũ, similis est pyramidi cuius basis quidem est ε κ λ triangulũ, uertex autẽ δ signũ. Sed pyramis cuius basis est triangulũ ε κ λ, uertex autem δ signum, ostensa est similis pyramidi cuius basis quidem est α ι κ triangulum uertex uero ε signum.



Quare & pyramis cuius quidem basis est triangulũ α ϛ γ, uertex uero δ signum, similis est pyramidi cuius basis quidem est α ι κ triangulũ, & uertex ε signum: utraq; igitur ipsarũ α ι κ ε, ε κ λ δ, pyramidũ, similis est toti α β γ δ pyramidi. Et quoniam β ζ æqualis est ipsi ζ γ, parallelogrammũ ι ϛ ζ κ, ipsius κ ζ γ trianguli duplum est (per 41 primi.) Et quoniam si fuerint bina prismata æque alta, & alterũ quidem habuerit basin parallelogrammũ, alterũ autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammũ ipsius triangul, ipsa prismata sunt æqualia (per 40 undecimi) prisma igitur comprehensum sub binis triangulis β κ ζ, ι ε κ, tribusq; parallelogrãmis ι β ζ κ, ι ϛ κ ε, κ ε ζ κ, prismati comprehenso sub binis triangulis κ ζ γ, ε κ λ, tribusq; parallelogrãmis κ ζ γ λ, λ γ κ ε, ε κ ζ κ, est æquale. Manifestum autẽ quod utrunq; ipsorũ prismatũ cuius basis ι ϛ ζ κ parallelogrammũ, ex opposito autem ε κ recta linea, & cuius basis κ ζ γ triangulũ, ex opposito autem κ λ ε triangulũ, maius est utraq; ipsarũ pyramidum quarũ bases quidem sunt triangula α ι κ & ε κ λ, uertices autem ε, δ, signa. Quoniam si cõnectamus ι ζ, κ κ, rectas lineas, prisma cuius basis ι ϛ ζ κ parallelogrammũ, ex opposito autem κ ε recta linea, maius est pyramide cuius basis ι β ζ triangulũ, & uertex κ signũ. Sed pyramis cuius basis ι ϛ ζ triangulũ, uertex autem est κ signũ, æqua est pyramidi cuius basis est α ι κ triangulũ, & uertex est ε signũ sub æquis enim & similibus planis cõprehenduntur. Quare & prisma cuius basis quidem ι ϛ ζ κ parallelogrammũ, ex opposito autem ε κ recta linea, maius est pyramide cuius basis α ι κ triangulũ, uertex autem ε signum. Prisma uero cuius basis ι ϛ ζ κ parallelogrammũ, ex opposito autem ε κ recta linea, æquũ est prismati cuius basis κ ζ γ triangulũ, ex opposito autem triangulũ ε κ λ. Pyramis autẽ cuius basis quidem α ι κ triangulũ, uertex autem signũ ε, æqua est pyramidi cuius basis ε κ λ triangulũ, uertex autem est δ signũ. Prædicta igitur bina prismata, maiora sunt prædictis duabus pyramidibus quarũ bases sunt ipsa α ι κ, ε κ λ, triangula, uertices autem sunt ε, δ, signa. Tota igitur pyramis cuius basis est triangulũ α ϛ γ, uertex autẽ signũ δ, diuiditur in binas pyramides sibi inuicẽ æquas & similes toti, & in bina prismata æqualia, & bina prismata maiora sunt quàm totius pyramidis dimidium. Quod erat ostendendum.

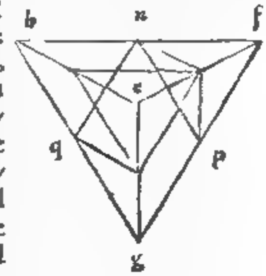
Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 SI duæ pyramides æque altæ quarum bases triangulæ singulæ in binas pyramides æquales sibi inuicem ac toti similes, binaq́; seratilia æqualia diuidantur, erit proportio basis unius ad basin alterius tanq̃ proportio duorũ seratiliũ suorũ ad duo seratilia alterius. Eritq́; palàm, omnia seratilia quæ fuerint in utralibet illarum pyramidum pariter accepta ad cuncta seratilia quæ in altera pyramide fuerint, eandem habere proportionẽ quam basis eius pyramidis ad basin alterius pyramidis.



CAMPANVS. Sint duæ pyramides quarũ bases triangulæ, æque altæ: hæc quidẽ a b c d, cuius conus punctus a, basis triãgulus b c d, hypothenusæ a b, a c, a d. illa uero e f g h cuius conus punctus e, basis triãgulus f g h, hypothenusæ e f, e g, e h: hæ autẽ duæ pyramides diuidantur, sicut in præmissa. Sintq́; bases earũ diuisæ. Hæc quidẽ, protractis lineis latera basis ipsius per æqualia diuidentibus, quæ sint k l & k m. illa uero protractis lineis quæ sint n p, n q. Dico ergo q proportio basis b c d ad basin f g h, est sicut duorũ seratiliũ pyramidis a pariter acceptorũ ad duo seratilia pyramidis e pariter accepta. Manifestũ est autẽ ex 11 sexti parte secũda, q pro-

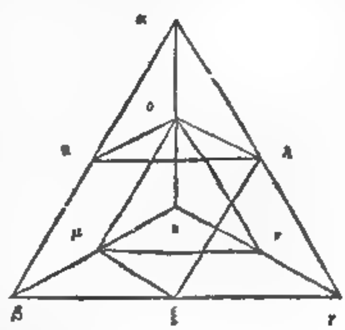
portio trianguli b c d ad triangulũ κ m d, est sicut lineæ b d ad lineam κ d duplicata, per eandem quoq; est proportio trianguli f g h ad triangulũ n q h, sicut lineæ f h ad lineam n h duplicata. Cumq; sit linea b d ad lineam κ d, sicut linea f h ad lineam n h (utrobiq; enim est dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulũ κ m d, sicut triãgulus f g h ad triangulũ n q h, & permutatim triangulus b c d ad triangulũ f g h, sicut triangulus k m d ad triangulum n q h. Triangulus autem κ m d ad triangulum n q h, est sicut seratile existens super ipsum ad seratile existens super illum per 33 undecimi. Huius quoq; seratilis ad illud, est sicut amborũ seratiliũ pyramidis a pariter acceptorũ ad ambo seratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti: necesse est enim ut sit duplum ad duplum, quemadmodũ simplum ad simplum. Itaq; conclude ex 11 quinti, quod propositũ est. Dormitas autẽ si dubitas seratilia unius harum pyramidũ, æque alta esse seratilibus pyramidis alterius. Cũ enim sint pyramides æque altæ, sit quoq; utraq; earũ diuisa in duas pyramides æquales sibi totiq; similes & in duo seratilia æqualia, & sint duæ partiales pyramides æque altæ, eo q; similes & æquales (q̃d facile patebit demissis à uerticibus partialiũ pyramidũ perpẽdicularibus ad bases ipsarũ, de quibus perpẽdicularibus ex 37 undecimi constat esse æquales) cumq; altitudines harũ partialiũ pyramidũ pariter acceptæ cõponunt altitudinẽ totalis pyramidis diuisæ, sintq; ambo seratilia æque alta uni partialiũ pyramidũ ei, uidelicet, quæ super partialẽ triangulũ basis totalis pyramidis cõponitur, non est fas ambigere seratilia unius earũ pyramidũ esse æque alta seratilibus alterius earũ. Correlariũ uero ex eo manifestũ est, q; similiter bases partialiũ pyramidũ sic se habeant adinuicẽ, sicut bina seratilia unius ad bina seratilia alterius. Et quia bases partialiũ sic se habent adinuicẽ, sicut bases totaliũ ex secũda parte 15 sexti, & permutata proportione, constat ex 11 quinti uerum esse quod correlariũ proponit.



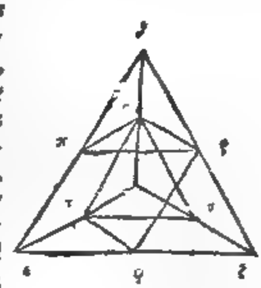
Eucli. ex Zamb. *Theorema 4* *Propositio 4*

4 Si fuerint binæ pyramides sub eadem altitudine, triangulares bases habentes, diuisa uero fuerit utraq; ipsarũ in binas pyramides adinuicẽ æquales & similes toti & in bina prismata æqualia, & in utraq; factarum pyramidum is modus semper seruetur, erit sicut unius pyramidis basis ad alterius pyramidis basin, sic quæ in una pyramide prismata omnia ad ea quæ in altera pyramide prismata * æque multiplicia.

*ἰσοπλασίων, id est pari multitudine sumpta.



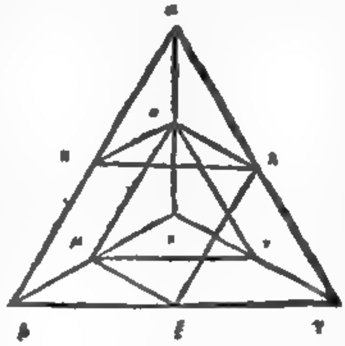
Sint binæ pyramides sub eadem altitudine, triãgulares bases habentes, hoc est α β γ, δ ε ζ, & fastigia κ, θ, signa. Diuidaturq; ipsarũ utraq;, in binas pyramides inuicẽ æquas & toti similes, & in bina prismata æqualia. Ipsarumq; factarum pyramidum utraq;, itidem intelligatur diuisa, & hoc semper fiat. Dico quod est sicut α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic sunt omnia prismata quæ in ipsa α β γ κ pyramide, ad ea quæ in δ ε ζ θ pyramide prismata æque multiplicia. Quoniam enim β ξ ipsi ξ γ, & α λ ipsi λ γ est æqualis, parallelus igitur est ξ λ ipsi α β, & α β γ triangulum ipsi λ ξ γ triangulo simile est, & id propterea iam triãgulum δ ε ζ, simile est ipsi ρ φ ζ triangulo. Et quoniam β γ ipsius γ ξ dupla est, & ε ζ ipsius ζ φ, est igitur sicut β γ ad γ ξ, sic est ε ζ ad ζ φ. Descriptæq; sunt ab ipsis quidem β γ, γ ξ, similes similiterq; positæ rectilineæ figuræ α β γ, λ ξ γ, ab ipsis autem ε ζ, ζ φ, similes similiterq; positæ rectilineæ figuræ δ ε ζ, ρ φ ζ. Si autem quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipsis rectilineæ figuræ similes similiterq; positæ, proportionales erunt. Est igitur sicut α β γ triangulũ ad λ ξ γ triangulũ, sic est δ ε ζ triangulum ad ρ φ ζ triangulũ, uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut α β γ triangulum ad δ ε ζ triangulum, sic est λ ξ γ triangulum ad ρ φ ζ triangulum. Sed sicut λ ξ γ triangulum ad ρ φ ζ triangulum, sic prisma cuius basis quidem est λ ξ γ triangulũ, ex opposito autem ο μ ν, ad prisma cuius basis est quidem ρ φ ζ triangulum, ex opposito autem ς τ υ, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ triangulum ad δ ε ζ triangulum, sic est prisma cuius basis quidem est λ ξ γ triangulũ, ex opposito uero ο μ ν, ad prisma cuius basis est ρ φ ζ triangulum, ex opposito autem σ τ υ. Et quoniam bina

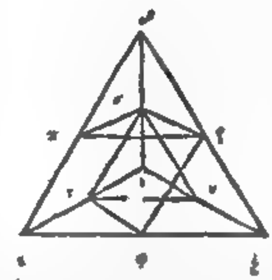


prismata

*prismata existentia in ipsa α β γ η pyramide inuicem sunt æqualia, & quia bina prismata existentia in ipsa δ ε ζ θ pyramide inuicem sunt æqualia, est igitur sicut prisma cuius basis est β κ λ ξ parallelogrammū, ex opposito uero μ ο recta linea, ad prisma cuius basis est λ ξ γ triangulum ex opposito autem ο μ ν sic prisma cuius basis π ε ρ φ, ex opposito uero σ τ, ad prisma cuius basis ρ φ ζ, ex opposito autem σ τ υ. Componendo igitur (per 15 quinti) est sicut κ β ξ λ μ ο, λ ξ γ μ ν ο prismata, ad λ ξ γ μ ν ο prisma, sic π ε φ ρ σ τ, ρ φ ζ σ τ υ, prismata ad ρ φ ζ σ τ υ prisma: uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut κ β ξ λ ο μ, λ ξ γ ο μ ν, ad ipsa π ε φ ρ σ τ, ρ φ ζ σ τ υ prismata, sic prisma λ ξ γ μ ν ο ad ρ φ ζ σ τ υ prisma. Sicut autē λ ξ γ μ ν ο prisma ad ρ φ ζ σ τ υ prisma, sic ostensum est esse basin λ ξ γ ad ipsam ρ φ ζ, & basin α β γ ad basin δ ε ζ, & sicut igitur (per 11 quinti) triangulū α β γ ad triangulū δ ε ζ, sic bina prismata quæ sunt in α β γ η pyramide ad ea bina prismata quæ sunt in δ ε ζ θ pyramide. Similiter uero si & reliquas pyramides eodem modo * trahemus, uidelicet ο μ ν η, σ τ υ θ, erit sicut basis ο μ ν ad σ τ υ basin, sic bina prismata existentia in ipsa ο μ ν η pyramide ad bina prismata existentia in σ τ υ θ pyramide. Sed sicut ο μ ν basis ad σ τ υ basin, sic α β γ basis ad δ ε ζ basin, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ basis ad δ ε ζ basin, sic & omnia prismata existentia in ipsa α β γ η pyramide ad bina prismata existētia in δ ε ζ θ pyramide, & bina prismata existētia in ο μ ν η pyramide ad bina prismata existentia in ipsa σ τ υ θ pyramide, & quatuor ad quatuor. Et eadem quoque ostendentur in prismatibus factis ex ipsarū α κ λ ο & δ π ρ σ pyramidum diuisione, & omnium simpliciter æque multiplicium.* Quod autem sit sicut λ ξ γ triangulum ad ρ φ ζ triangulum, sic prisma cuius basis λ ξ γ triangulum, ex opposito autem ο μ ν, ad prisma cuius basis quidem est ρ φ ζ triangulum, ex opposito σ τ υ, sic ostendendum est in eadem enim descriptione intelligantur ab ipsis η, θ perpendiculares in ipsa α β γ, δ ε ζ, triangula plana, æquales autem ipsæ erunt, quoniam æque sublimes ipsæ supponuntur pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ η γ & quæ ex η perpendicularis, à paralelis planis, hoc est α β γ, ο μ ν, secantur in eisdem rationibus secabuntur (per 17 undecimi) & η γ bifariam secatur à plano ο μ ν, in signo ν, & perpendicularis igitur quæ ex η, in triangulum α β γ planum bifariam secatur à plano ο μ ν, & id propterea & perpendicularis quæ ex θ in δ ε ζ planum, bifariam secabitur ab ipso σ τ υ plano. Et ipsæ quæ ex η, θ, perpendiculares in ipsa α β γ, δ ε ζ, plana, sunt æquales. Igitur & quæ ex ο μ ν, σ τ υ, triangulis in ipsa α β γ, δ ε ζ, plana perpendiculares, sunt æquales. Prismata igitur quorum bases sunt λ ξ γ & ρ φ ζ triangula, ex opposito autem ο μ ν, σ τ υ, æque sunt alta. Quare & solida parallelepipeda quæ à prædictis prismatibus describantur æque alta, adinuicem sunt sicut bases, & dimidia igitur erunt sicut λ ξ γ basis ad ρ φ ζ basin, sic prædicta prismata adinuicem. Si binæ igitur pyramides sub eadem fuerint altitudine, & quæ sequūtur reliqua. Quod erat ostendendum.

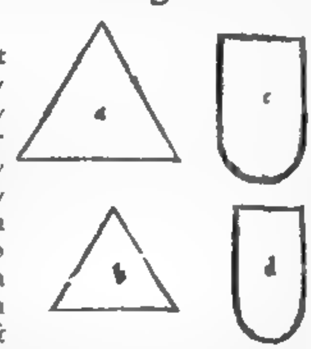
** trahamus diuiserimus*





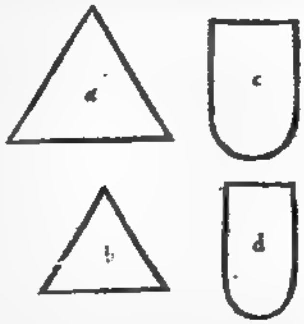
Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 **OMnes duæ pyramides æque altæ quarū bases triangulæ, suis basibus sunt proportionales.**



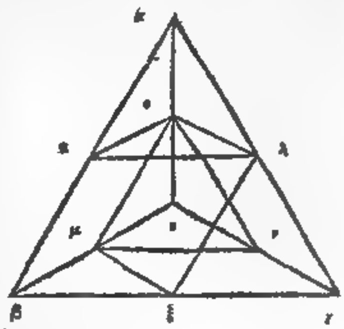
CAMPANVS. Quod 11 undecimi proposuit de solidis parallelogrāmis & in fine 16 undecimi uerum esse demōstrauimus de seratilibus, hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulis. Intelligantur enim duæ pyramides æque altæ, quarū bases sunt duo trigoni a & b, dico quod proportio pyramidis a ad pyramidem b, est sicut basis a ad basin b, quod eodem demonstrationis uel argumētationis genere demōstrandum est, quo secundam huius demōstrauimus. Sit enim ut basis a ad basin b, ita pyramis a ad corpus c, de quo dico, quod ipsum nō erit minus neque maius pyramide b. Nam si possibile est ut sit minus, esto minus in solido d, ut pyramis b sit æqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuisa itaque pyramide b ut proponit 4 huius, detrahantur ab ea duo seratilia quæ ex præmissa sunt maius medietate pyramidis ipsius, itemque ex utraque duarū partialium residuarū pyramidum, duo earum prædicto modo diuisarū seratilia demantur, & fiat hoc toties, quousque ex pyramide b cogatur aduersarius per 1 decimi confiteri relinqui minus solido d, eruntque ex cōmuni scientia, seratilia detracta, maius c. Fiat igitur à pyramide a, similis seratilium detractio, & intelligamus

telligamus tot feratilia detracta esse ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b, eritq; ex correlario præmissæ sicut basis a ad basin b, ita feratilia detracta à pyramide a ad feratilia detracta à pyramide b, sed sic erat pyramis a ad corpus c, itaq; feratilia pyramidis a ad feratilia pyramidis b, sicut pyramis a ad corpus c, & permutatim feratilia pyramidis a ad pyramidē a, sicut feratilia pyramidis b ad corpus c. Cumq; sint feratilia pyramidis b, maius corpore c, erūt feratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc est impossibile, non erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim posito, cum sit proportio basis a ad basin b, sicut pyramidis a ad corpus c, erit econuerso basis b ad basin a, sicut corporis c ad pyramidē a, eritq; eadem ex cōmuni scientia, pyramidis b ad aliq̄d corpus quod sit d, sequeturq; ex 14 quinti, quod corpus d sit minus pyramide a, eo q̄d pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur basis b ad basin a, sicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile, uidelicet feratilia detracta ab aliqua pyramide, maius esse ea pyramide a qua detrahuntur. Ideoq; relinquitur corpus c esse æquale pyramidi b, cum nec minus ea possit esse nec maius, & proportionem pyramidis a ad pyramidem b esse sicut basis a ad basin b. Hoc autem erat demonstrandum.

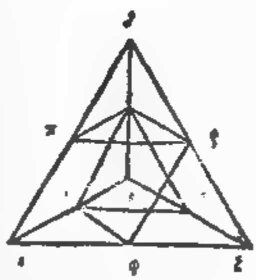


Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5

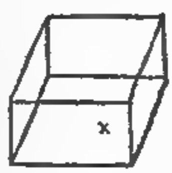
5 Sub eodem fastigio pyramides subsistentes, triāgularesq; bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.



THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine pyramides, quarū bases quidem sint αβγ, δεζ, triāgula, fastigia uero ε, θ, signa. Dico quod est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic est αβγε pyramis ad δεζθ pyramida. Si autem non est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγε pyramis ad δεζθ pyramida, erit sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγε pyramis uel ad solidum aliquod minus ipsa δεζθ pyramide, uel ad maius. Sitq; prius ad minus aliquod, sitq; χ. Diuidaturq; (per 3 duodecimi) ipsa δεζθ pyramis, in binas pyramides æquas & toti similes, & in bina prismata æqualia: iam bina prismata, maiora sunt quàm totius pyramidis dimidium, & rursus (per eandem) quæ fiunt ex diuisione pyramides, similiter diuidantur, & hoc semper fiat, quo ad amplius non supersint aliquæ pyramides ex ipsa δεζθ pyramide, quin sint minores excessu quo excedit δεζθ pyramis ipsum χ solidum. Accipiantur, sintq; * rationis causa, ipsæ δπρσ & στυθ, reliqua igitur prismata existentia in ipsa δεζθ pyramide, maiora sunt ipso χ solido. Diuidaturq; (per præcedentem) ipsa αβγε pyramis, similiter & æque multipliciter ipsi δεζθ pyramidi. Est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic (per præcedentē) quæ in αβγε pyramide prismata ad ea quæ in δεζθ pyramide prismata. Sed & sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγε pyramis ad χ solidū. Et sicut igitur (per 11 quinti) αβγε pyramis ad χ solidum, sic prismata quæ in αβγε pyramide ad ea prismata quæ in δεζθ pyramide: uicißim igitur (per 16 quinti) sicut αβγε pyramis ad ea quæ in ipsa prismata, sic est χ solidum ad ea quæ in δεζθ pyramide prismata. Maior autem est pyramis αβγε, eis quæ in seipsa prismatibus. Igitur & solidū χ, maius est eis quæ in pyramide δεζθ sunt prismatibus, sed & minus. Quod est impoßibile. Igitur non est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγε pyramis ad aliquod ipsa δεζθ pyramide solidum minus. Similiter iam ostendetur, quod neq; sicut basis δεζ ad basin αβγ, sic δεζθ pyramis ad minus aliquod solidū ipsa αβγε pyramide. Dico iam, quod neq; est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγε pyramis ad maius aliquod solidum ipsa δεζθ pyramide. Si enim poßibile, esto ad maius χ solidum. Conuersim igitur est sicut δεζ basis ad αβγ basin, sic χ solidum ad αβγε pyramidē. Sed sicut χ solidū ad αβγε pyramidem, sic δεζθ pyramis ad minus aliquod ipsa αβγε pyramide, sicut ante ostensum est. Et sicut igitur (per 11 quinti) basis δεζ ad basin αβγ, sic δεζθ pyramis ad minus aliquod ipsa αβγε pyramide, quod absurdum esse patuit. Non est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγε pyramis ad maius aliquod solidum ipsa pyramide δεζθ. Patuit autem quod neq; ad minus. Est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγε pyramis ad δεζθ pyramidē. Sub eodem igitur fastigio, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.*



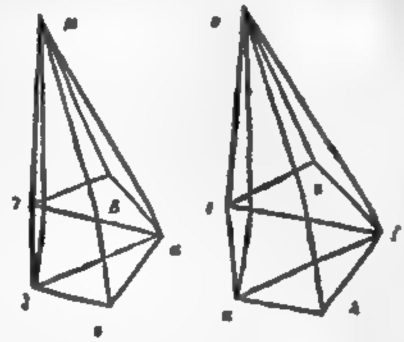
λόγου ἕνεκα
uerbi causa



Eucli. ex

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

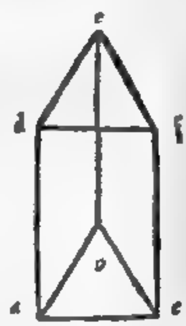
Sub eadem altitudine pyramides existentes, multangulasq́ bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.



THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine pyramides, multangulas bases habentes, hoc est α β γ δ ε, ζ η θ κ λ, fastigia uero μ, ν, signa. Dico quod est sicut α β γ δ ε basis ad ζ η θ κ λ basin, sic est α β γ δ ε μ, pyramis ad ζ η θ κ ν pyramida. Diuidatur enim ipsa α β γ δ ε basis in triangula α β γ, α γ δ, α δ ε, & ζ η θ κ λ in ζ η θ, ζ θ κ, ζ κ λ triangula. intelligantuŕq; ab unoquoq; triangulo, pyramides æquæ altæ eis quæ in principio pyramidibus. Et quoniã est sicut α β γ triangulum ad α γ δ triangulũ, sic est α β γ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, & componendo (per 18 quinti) sicut α β γ δ trapezeum ad α γ δ triangulum, sic α β γ δ μ pyramis ad α γ δ μ pyramida, sed & sicut α γ δ triangulum ad α δ ε triangulum sic α γ δ μ pyramis ad α δ ε μ pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α β γ δ basis ad α δ ε basin, sic α β γ δ μ pyramis ad ipsam α δ ε μ pyramida: & cõponendo rursus (per 18 quinti) sicut α β γ δ ε basis ad ipsam α δ ε, sic α β γ ε μ pyramis ad α δ ε μ pyramida. Idq́; propterea etiam sicut ζ η θ κ λ basis ad ζ κ λ basin, sic & ζ η θ κ λ ν pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Et quoniã binæ pyramides sunt α δ ε μ, ζ κ λ ν, triangulas habẽtes bases ac sub eadem altitudine, est igitur (per 5 duodecimi) sicut α δ ε basis ad ζ κ λ basin, sic α δ ε μ pyramis ad ipsam ζ κ λ ν pyramida. Quoniam igitur sicut α β γ δ ε basis ad α δ ε basin, sic α β γ δ ε μ pyramis ad α δ ε μ pyramida, sicut autẽ α δ ε basis ad ζ κ λ basin, sic α δ ε μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) & sicut α β γ δ ε basis ad ζ κ λ basin, sic α β γ δ ε μ pyramis ad ζ κ λ ν pyramida. Sed & sicut ζ κ λ basis ad ζ η θ κ λ basin, sic erat & ζ κ λ ν pyramis ad ζ η θ κ λ ν pyramida: & ex æquali rursus (per 2 quinti) est sicut α β γ δ ε basis ad ζ η θ κ λ basin, sic α β γ δ μ pyramis ad ζ η θ κ λ pyramida. Sub eadem altitudine igitur, & quæ sequuntur reliqua. Quod erat ostendendum.*

Eucli. ex Camp. Propositio 6

OMne corpus seratile, in tres pyramides æquales basesq́ triangulas habentes est diuisibile.



CAMPANVS. Sit seratile a b c d e f, ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas æquales, protrahatur enim in unaquaq; suarũ trium superficierũ parallelogrammarũ linea diagonalis, ita quod una earum diagonalium sit cõterminalis reliquis duabus. Vt si protrahas lineas b d, b f, & f a, quas propter confusionem protrahere contempsi, eritq; totum seratile in tres triangulas pyramides diuisum, quas ex præmissa bis assumpta facile constat esse æquales.

CAMPANI additiones. Quoniam autem Euclides nihil demonstrandum proponit de pyramidibus lateratis, exceptis solis quarũ sunt bases triangulæ, ut omnium cognitionem ex elementis quæ ponit sufficienter elicere possimus, quædam arbitramur non inutile demonstrationibus hic positis adiungere. Solis enim elementis contentus Euclides, multa prætermisit, quæ quamuis ex eis consequantur, non tamen sine difficultate patent studentibus. Horum primum est hoc.

Si duo solida (quorum alterum seratile, alterũ uero pyramis cuius basis triãgula) super eandem basin aut super æquales trigonas, aut seratile super quadrangulam, pyramis uero super trigonam quæ quadrangulæ basis seratilis sit dimidiam, constituta fuerint æque alta, seratile pyramidi triplum esse conueniet.

Si seratile propositũ fuerit super basin trigonam, tunc ex pyramide proposita super propriã basin perficiatur seratile pyramidi propositæ æque altum. Si uero seratile fuerit super basin quadrangulã, tunc basi pyramidis adijciatur triangulus, ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies æquidistantiũ laterum, super quam ex ipsa pyramide cõpleatur seratile pyramidi æque altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est æque altum, & utrorumq; bases sunt æquales ex hypothesi, sequitur ipsa esse æqualia, hoc enim demonstratum est in 36 undecimi. At quoniam ex 6 huius seratile secundum

triplum

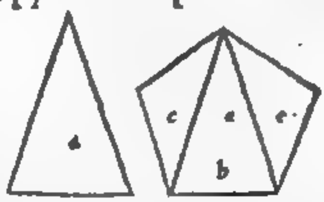
triplum est ad pyramidem propositã, nam ipsa est una ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur, erit quoq; per communem scientiam propositum seratile triplum ad propositam pyramidem.

2 Si quodlibet pyramides quarũ bases triangulæ, super unam eandemq; basin siue super æquales constitutæ fuerint æque altæ, eas esse adinuicem æquales necesse est.

Fabricato enim uero seratili, æque alto pyramidibus propositis, super basin triangulam æqualem basibus propositarum pyramidum, aut super basin quadrangulam duplam basibus earũdem, erit ipsum seratile triplum ad pyramides singulas: hoc enim constat ex præmissa addita siue interposita. Igitur ex communi scientia cunctæ propositæ pyramides, sunt, ut diximus, adinuicem æquales.

3 Omnes pyramides quarũ bases triangulæ, æque altæ, suis basibus sunt proportionales. Fiant super bases propositarum pyramidum, aut super alias trigonas æquales, aut super parallelogrammas duplas, seratilia ipsis pyramidibus æque alta, erunt ob hoc seratilia sibi adinuicem æque alta. Et quia ipsa seratilia suis basibus sunt proportionalia ut probatũ est in 35 undecimi 33 ipsius mediante, cumq; ex prima harum additarũ manifestũ sit hæc seratilia tripla esse ad propositas pyramides, unumquodq;, uidelicet, ad suam relatiuam, basesq; ipsorum æquales, aut duplas esse basibus ipsarũ, sicut autẽ ex 15 quinti, triplum ad triplum ita simplum ad simplum, erunt quoq; propositæ pyramides suis basibus proportionales.

4 Si fuerint duæ qualibet pyramides æque altæ, fueritq; alterius basis trigona, reliquæ autem tetragona aut plurilatera, pyramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.



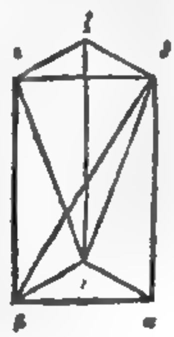
Exempli gratia. Intelligantur duæ pyramides æque altæ, super duas bases a & b, sitq; basis a triãgula, b uero pentagona. Et dicantur hæ pyramides, a & b. Itaq; dico proportionẽ pyramidum a & b, esse sicut basium a & b. Distinguatur quidem pentagonus b, in tres triangulos c, d, e, eritq; tota pyramis b, distincta in tres pyramides æque altas, quarum bases sunt trianguli c, d, e, quæ etiam dicantur nominibus suarum basium. Quia igitur ex præmissa interposita, proportio pyramidis c ad pyramidem a, est sicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidem a, sicut trigoni d ad trigonum a, itemq; pyramis e ad pyramidem a, sicut trigoni e ad trigonum a. ex 24 quinti bis assumpta, sequitur quod sit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c, d, e, (& ipsum est pyramis b) ad pyramidem a, sicut aggregati ex omnibus trigonis c, d, e, (& ipsum est pentagonns b) ad trigonum a. Constat igitur quod uolumus.

5 Omnes laterataæ pyramides æque altæ, suis basibus proportionales esse probantur. Zamb. 6

Si altera earum fuerit super basin trigonam, ex præmissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis utriusque fuerit polygonia, utralibet ipsarum basium resoluta in triangulos, & ipsa pyramide in pyramides triãgulas, erit ex præmissa interposita proportio uniuscuiusq; harum triangularũ pyramidũ, in quas altera propositarũ diuiditur, ad reliquã, sicut suæ basis ad basin alterius. Itaq; per 24 quinti quotiens oportet assumptam, constat uerum esse quod diximus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

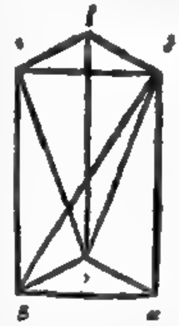
7 Omne prisma triangularẽ basin habens, diuiditur in tres pyramides sibiinuicem æquas, triãgulares bases habentes.



THEON ex Zamb. *Sit prisma α β γ δ ε ζ, cuius quidem basis sit α β γ triangulum, ex opposito autem δ ε ζ. Dico quod ipsum α β γ δ ε ζ prisma, diuiditur in tres pyramides sibi inuicem æquas, triãgulares bases habentes. Connectantur enim β δ, ε γ, γ δ. Et quoniam α β ε δ parallelogrammũ est, eius autem dimetiens est β δ, triangulũ igitur α β δ ipsi ε δ β triangulo æquũ est, & pyramis igitur cuius basis quidem est α β δ triangulũ, fastigium autem γ signũ, æqualis est pyramidi cuius basis est triangulũ ε δ β, & uertex est signũ γ. Sed pyramis cuius basis quidem est ε δ β triangulũ, uertex autem γ signum, eadem est ipsi pyramidi cuius basis*

L quidem

quidem est triangulũ ε β γ, & uertex δ signum, ab eisdem enim planis cõprehenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ α ζ δ, fastigiũ autem signum γ, æqualis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est α ζ γ triangulũ, fastigium autem δ signũ. Rursus quoniam ζ γ ζ ε parallelogrammũ est, dimetiens uero ipsius est ε γ, triangulũ ε γ ζ æquum est ipsi γ ζ ε triangulo, & pyramis igitur cuius basis quidem est triangulũ β ε γ, fastigium autem δ signum, est æqualis pyramidi cuius basis quidem est triangulũ ε γ ζ, uertex uero δ signum. Pyramis autẽ cuius basis quidem est β ε γ triangulũ, uertex autem δ signum, ostensa est æqualis pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulũ, uertex autem signum γ, & pyramis igitur cuius quidem basis est γ ε ζ triangulũ, uertex autẽ δ signũ æqua est pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulũ, uertex autem γ signum. Igitur α β γ δ ε ζ prisma, in tres pyramides æquas sibi inuicem diuisum est, triãgulares bases habentes. Et quoniã pyramis cuius basis quidem est triangulũ α β δ, fastigium autẽ γ signũ, eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulũ γ α β, uertex autẽ signum δ (sub eisdem namq; planis cõprehenduntur) pyramis autem cuius basis est triangulũ α β δ, uertex autẽ signum γ, tertiũ esse prismatis ostensum est cuius basis est triangulũ α ζ γ, ex opposito autẽ δ ε ζ, & pyramis igitur cuius basis est α ζ γ triangulũ, uertex autẽ δ signũ, tertium est prismatis cuius basis est triangulũ α ζ γ, ex opposito autẽ δ ε ζ. Omne igitur prisma, & quæ sequũtur reliqua. Quod oportebat demõstrare.

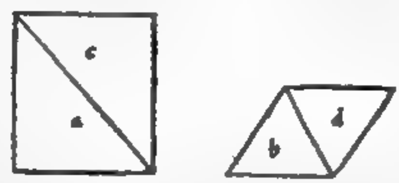


CORRELARIVM. *Ex hoc iam est manifestũ, quod omnis pyramis, tertia pars est prismatis eandem eidem basin habentis & altitudinem æquam. Quoniam & si aliam quampiam figuram rectilineam habuerit basis prismatis & eandem ex opposito diuiditur in prismata triangulares bases habentia, & ea quæ ex opposito.*

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 SI duæ pyramides triangularũ basium fuerint æquales, earũ bases earundẽ altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases & altitudines fuerint mutuæ, easdem pyramides sibi inuicem esse æquales necesse est.

CAMPANVS. Quod 34 & 35 undecimi proposuerũt de solidis parallelogrammis, & nos in 36 eiusdem demonstrauimus de seratilibus, hæc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habentibus bases triangulas. Intelligantur enim duæ pyramides æquales super duos trigonos uel triangulos a & b, quæ dicantur a & b. Dico itaq; q proportio basis a ad basin b, est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a. Et si hoc fuerit, dico pyramides a & b esse æquales. Adhibeantur quidem duobus trigonis a & b, duo alij qui sunt c & d ut fiant ambæ superficies a c & b d æquidistantiũ laterũ, & ex ipsis pyramidibus super bases a c & b d, cõpleantur solida parallelogrãma pyramidibus propositis æque alta quæ similiter dicãtur a c & b d. Manifestũ igitur est ex sexta huius n, q pyramis a est sexta pars solidi a c, & pyramis b sexta solidi b d. Itaq; ex 35 undecimi argue propositũ, primam quidem partem ex prima, secũdam autem ex secunda.



CAMPANI additio.

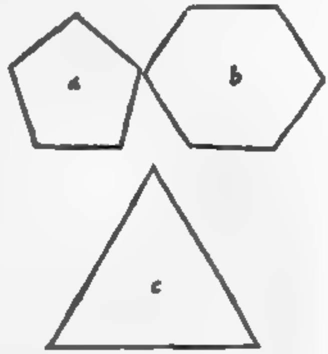
Quod si duæ qualibet pyramides lateratæ fuerint æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases earum altitudinibus ipsarum mutuæ fuerint, eadem pyramides æquales esse oportet.

Si bases utrarũq; fuerint triãgulæ, demostratũ est uerum esse qd diximus. Si altera tantum, sit igitur a, basisq; alterius pyramidis sit b, & sumatur trigonus c æqualis polygonio b, fiatq; super c, pyramis æque alta pyramidi quæ est super b, & sint a, b, c, æquiuoca nomina pyramidum & basium. Quia igitur ex hypothesi duæ pyramides a & b sunt æquales, & ex ultima interpositarũ ad sextam huius duæ pyramides b & c sunt æquales, ideoq; ex cõmuni scientia duæ pyramides a & c æquales, igitur bases earũ sunt mutuæ ad altitudines earum ex prima parte 7 huius. Cumq; bases b & c sint æquales, altitudines quoq; pyramidum b & c æquales erunt, ex prima parte & secunda 7 quinti, bases a & b mutuæ altitudinibus pyramidum a & b.



Secunda pars conuerso modo probatur. Nam si fuerit basis a ad basin b, ut altitudo pyramidis b ad altitudinẽ pyramidis a, erit ex secunda parte & prima 7 quinti, basis a ad basin

ad basin c,sicut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a,itaq; ex secunda parte huius 7 duæ pyramides a & c,sunt æquales, quare per cōmunem scientiam duæ quoq; pyramides a & b, sunt æquales.



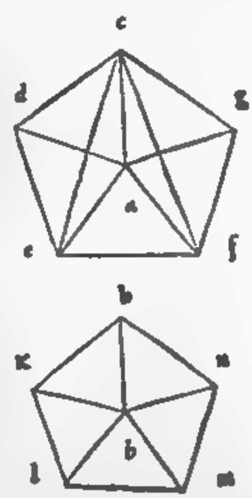
Si uero neutra propositarū pyramidum fuerit trigona,sed utraq; polygonia (uerbi gratia altera pentagona,altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b, sumatur similiter triāgulus c æqualis hexagono b,super quē fiat pyramis æque alta pyramidi b, eritq; duæ pyramides b & c æquales, ideoq; duæ quæ sunt a & c etiā per conceptionē æquales,quare basis a ad basin c,sicut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, hoc eni nuper demonstratū est. Est ergo ex 7 quinti basis a ad basin b, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a. Conuersa conuerso modo patet. Si enim basis a ad basin b fuerit, ut altitudo pyramidis b ad altitudinē pyramidis a, erit quoq; ex 7 quinti basis a ad basin c, ut altitudo pyramidis c ad altitudinē pyramidis a,ideoq;(ut patet ex prioribus)erunt duæ pyramides a & c æquales,quare ex communi scientia & duæ quæ sunt a & b,erunt etiam æquales. Et hoc est propositū.

Eucli. ex Camp. *Propositio 8*

8 OMnium duarum pyramidum similium quarum bases triangulæ,est proportio alterius ad alteram, tanquā lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

CAMPANVS. Propositis duabus pyramidibus similibus bases triangulas habentibus,ex ipsis perfice duo solida parallelogrāma,quemadmodū dictum est in demōstratione præmissæ, eruntq; hæc duo solida parallelogramma similia, eo ꝙ pyramides ponuntur similes adinuicē,nam duo solidi anguli qui sunt cōmunes pyramidibus & solidis parallelogrāmis, superficialibus angulis numero & quantitate æqualibus cōtinentur, & latera quoq; illos angulos superficiales continētia,sunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres superficies solidorū parallelogrāmorū cōmunes angulos solidos constituētes,sunt æquiangulæ & laterū proportionaliū,ideoq; similes ex diffinitione similium superficierū: quare ex 24 & 11 quinti cunctæ sex superficies horum duorū solidorū parallelogrāmorū,sunt similes adinuicē. Igitur a diffinitione corporū similium, erunt ipsa solida similia. Quare cū proportio solidorū & pyramidū sit una ex 15 quinti (nam solida sunt sexcupla pyramidibus ex 6 huius) cumq; sit proportio solidorū una sicut suorū relatiuorū laterum triplicata ex 36 undecimi libri,sunt autem latera solidorū eadem lateribus pyramidum, erit quoq; ex 11 quinti proportio propositarū pyramidū sicut suorum relatiuorū laterum proportio triplicata,quod est propositum.

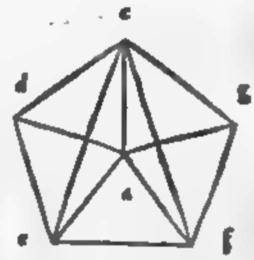
CAMPANI additiones.



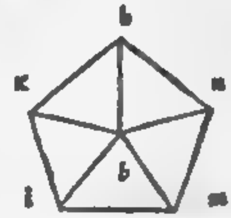
Quod si fuerint duæ qualibet pyramides lateratæ similes,erit proportio alterius ad alterā sicut sui lateris ad sibi relatiuū latus alterius proportio triplicata.

Sint duæ lateratæ pyramides, quarum coni a & b,similes, sintq; super bases pentagonas quæ sunt c d e f g,h k l m n. Dico quod proportio earum,est sicut suorū relatiuorū laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficierū & corporū, quod pentagoni qui sunt bases propositarū pyramidum,sibi adinuicē,cunctiq; relatiui trianguli ipsas ambientes sibi inuicē, sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarū in triāgulos similes & numero æquales prout 19 sexti proponit esse possibile,protractis in hac quidem lineis c e & c f,in illa uero h l & h m. Dico igitur istas pyramides esse diuisas in pyramides triāgulas similes & numero æquales. Conferātur enim adinuicē duæ pyramides a c d e,b h k l, quarū coni sunt a & b. Constat autem ex hypothesi triangulū c a d esse similem trian

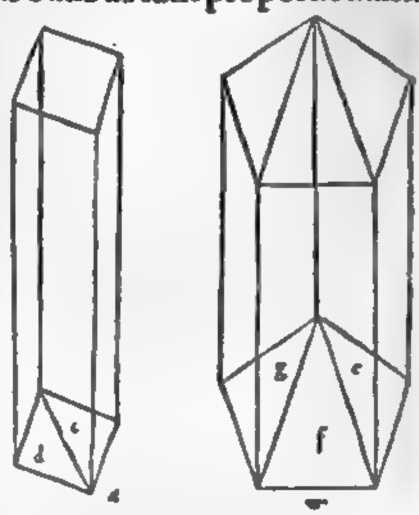
 gulo



gulo b h k,& triangulũ d a e triãgulo k b l. Et quia etiam ex hypothesi angulus d est æqualis angulo k,& latera c d & d e continẽtia angulũ d sunt proportionalia lateribus h k & k l continentibus angulum k, erunt ex 6 sexti duo triãguli c d e & h k l æquianguli, ideoq; per 4 sexti erit proportio c d ad h k,sicut c e ad k l. Cumq; ex hypothesi sit proportio c a ad h b, & etiam a e ad b l, sicut c d ad h k, erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, sicut c e ad h l. Igitur ex 5 sexti & diffinitione similium superficierũ, triangulus c a e erit similis triangulo h b l. Manifestũ est itaq; ex diffinitione similium corporũ, q pyramis a c d e est similis pyramidi b h k l, similiter quoq; constat pyramidẽ a c e f esse similem pyramidi b h l m,& pyramidẽ a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidẽ b h k l est sicut lateris c d ad latus h k triplicata, etiam pyramidis a c e f ad ad pyramidẽ b h l m,sicut e f ad l m triplicata ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidẽ b h m n,sicut c g ad h n triplicata,cũ sit ex hypothesi proportio e f ad l m,& c g ad h n, sicut c d ad h k,sequitur ex 11 quinti ut proportio totaliũ pyramidum a & b sit sicut unius harum partialiũ ad aliam unam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti constat uerum esse quod diximus.



Omnes columnæ lateratæ æque altæ, suis basibus sunt proportionales.



Verum est quod dicitur,super qualescũq; bases polygonias sint colũnæ. Columnas autẽ lateratas, uocamus solida corpora laterata quorũ bases & supficies supremæ sunt similes & æquales, cunctæ uero reliquæ supficies ipsa solida circunstãtes sunt æquidistantiũ laterũ. Talium autem solidorũ prima species est seratile, quando super unam suarũ trilaterarũ superficierũ intelligitur esse statutũ, secunda uero species est columna, cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus seratilibus necesse est esse compositã, & tertia est cuius basis est pentagona,& ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autem dico q omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui, in quot triãgulos sua basis. Intelligantur itaq; duæ colũnæ lateratæ a & b,constitutæ super duas bases a & b,æque altæ,dico q pportio columnarũ a & b,est sicut basium a & b Distinguãtur nanq; hæ bases in triãgulos,& hæ colũnæ in seratilia,basis quidem a quæ ponatur esse quadrãgula,in duos trigonos scilicet c & d,& columna a,in duo seratilia c & d,basis uero quæ sit pentagona,distinguatur in tres trigonos e,f,g,& colũna b in tria seratilia quæ similiter uocentur e,f,g. Manifestũ est igitur ex ĩis quæ in 16 undecimi dicta sunt,q proportio seratilis c ad seratile e,est sicut basis c ad basin e, & iterũ seratilis d ad seratile e sicut basis d ad basin e,quare per 24 quinti erit colũnæ a ad seratile e,sicut basis a ad basin e. Eadem ratione erit columna a ad seratile f,sicut basis a ad basin f. At rursus columnæ a ad seratile g,sicut basis a ad basin g. Igitur ex 24 quinti,quoties necesse fuerit assumpta facile cõcludes propositũ. Constat itaq; ex hoc, q omnes colũnæ lateratæ super eandem basin uel super æquales constitutæ si fuerint æque altæ, erunt æquales. Cum enim(ut proximo probatũ est)æque altæ columnæ lateratæ sint suis basibus proportionales,ponantur autem bases esse aut eædem aut æquales,necesse est ex 24 quinti ut etiam columnæ sint æquales. Constat quoq; quod si fuerint quælibet solida parallelogrãma seratilia & lateratæ columnæ æque alta, ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario cõprobantur. Omnia enim hæc,species sunt lateratarũ columnarum,de quibus paulo ante uniuersaliter probatum est uerum esse quod dicitur.

Omnis laterata columna, tripla est ad suam pyramidem.

Distinguatur basis columnæ in triangulos,& secundum numerũ triangulorũ illorũ distinguatur columna in seratilia,& pyramis colũnæ in pyramides habẽtes bases triangulas

gulas quæ, uidelicet, sunt bases feratiliū. Constat itaq; unūquodq; feratile ad eam pyramidē quæ super eandem basin cum ipso feratili consistit, triplum esse: hoc enim demonstratū est in 6 huius duodecimi libri. Igitur ex 11 quinti omnia feratilia pariter accepta, ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum. Cumq; ex omnibus feratilibus pariter acceptis columna, & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ perficiantur, constat ueram esse hanc nostram propositionem.

Si fuerint duæ qualibet columnæ lateratæ æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uero bases earū & altitudines mutuæ fuerint, easdem columnas æquales esse necesse est.

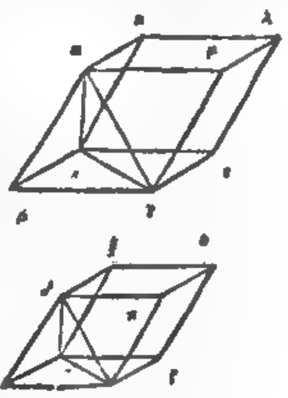
Si enim columnæ sint æquales, earū pyramides erunt æquales, eo q; omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidē. Si autem pyramides fuerint æquales, suæ bases suis altitudinibus mutuæ erūt. quemadmodū demonstratū est in 7 huius. Quia igitur columnarū suarumq; pyramidū eædem sunt bases, & altitudines sunt eædem, constat prima pars propositi. Sint igitur & altitudines propositarū columnarū lateratarū mutuæ. Dico q; colūnæ erunt æquales. Cum enim eædē sint bases eædemq; altitudines columnarū suarū pyramidū, erunt bases & altitudines pyramidū propositarū columnarū mutuæ. Si hoc ut positum est, uerum fuerit de columnis, erunt quoq; pyramides æquales, prout in 7 huius demonstratū est, igitur & columnæ æquales cum ipsæ triplæ sint ad suas pyramides. Quare patet secunda pars eius quod propositum est.

Omnium duarū columnarū lateratarū similium est proportio alterius ad alteram, tanq; lateris ad suum relatiuū latus proportio triplicata.

Si columnæ fuerint similes, erunt ex diffinitione similium corporū, bases earū cæteræq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earū in triāgulos similes & numero æquales. quemadmodū 11 sexti ponit esse possibile, & ipsæ colūnæ diuidantur in feratilia super hos triāgulos existentia. Stude igitur probare feratilia unius, suis relatiuis feratilibus alterius esse similia, quod facile probabis ex hypothesi & . & 4 & 5 sexti, & ex diffinitione similium superficierū & diffinitione similium corporū. Hoc autem probato, erit ex 36 undecimi proportio uniuscuiusq; feratilis unius ad suum relatiuū feratile alterius, sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omnium laterū est proportio una, cum cuncta feratilia unius sint similia suis relatiuis feratilibus alterius, sequitur ex 11 quinti ut cunctorū feratiliū unius ad sua relatiua feratilia alterius sit proportio una. Quare per 13 quinti quæ est proportio unius feratilis ad suū feratile relatiuū alterius, eadē est omniū pariter acceptorū ad omnia pariter accepta. Et quia utrobiq; omnia feratilia pariter accepta cōponunt columnas, & relatiua latera feratilium sunt relatiua latera columnarū, necesse est ex 11 quinti ut proportio columnarū sit sicut suorū relatiuorū laterum proportio triplicata. Quod est propositū.

Eucli. ex Zamb. Theorema 8 Propositio 8 Camp. 8

8 Similes pyramides, triāgulares bases habentes, in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum.

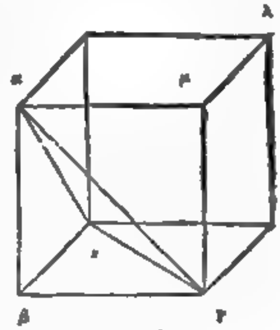


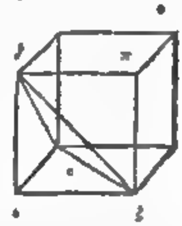
THEON ex Zamb. Sint similes & similiter positæ pyramides, quarū bases quidē sunt α β γ, δ ε ζ, triāgula, fastigia uero ipsarū sint η θ signa. Dico quod α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramidē, triplam habet rationē, q. β γ ad ε ζ. Cōpleantur enim β κ μ λ, ε θ π ο, solida parallelepipeda. Et quoniā pyramis α β γ η similis est ipsi δ ε ζ θ pyramidi, æqualis igitur est angulus qui sub α β γ ei qui sub δ ε ζ angulo, & qui sub η β γ ei qui sub θ ε ζ, & qui sub α β η ei qui sub δ ε θ, estq; sicut α β ad δ ε, sic est β γ ad ε ζ, & β η ad ε θ. Et quoniā est sicut α β ad δ ε, sic β γ ad ε ζ, & circū æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur β μ parallelogrammū ipsi ε π, simile est parallelogrāmo: & id propterea & β ν ipsi ε ρ simile est, & β κ ipsi ε ξ. Tria igitur β μ, κ β, β ν, tribus ε π, ε ξ, ε ρ, sunt similia. Sed tria quidē μ β, β κ, β ν, tribus quæ ex opposito æqualia sunt similia, & tria ε π, ε ξ, ε ρ, æqua & similia sunt tribus quæ ex opposito: ipsa igitur β κ μ λ, ε θ π ο, solida parallelepipeda, sub similibus planis æque multiplicibus cōprehenduntur. igitur β κ μ λ, ipsi ε θ π ο solido simile est. Similia autē solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione eiusdē rationis laterū (per 33 undecimi.) Igitur β κ μ λ solidū ad ε θ π ο solidū triplā habet rationē, q. eiusdē rationis latus β γ ad eiusdē rationis latus ε ζ. Sicut aūt β κ μ λ solidū ad ε θ π ο solidū, sic α β γ η pyramis ad δ ε ζ θ pyramida, quoniā pyramis sexta pars est solidi, eo quod & prisma dimidiū existens solidi parallelepipedi, triplū est ipsius pyramidis, & α β γ η igitur pyramis ad δ ε ζ θ pyramida triplam rationē habet, q. β γ ad ε ζ. Quod demōstrasse oportuit.

CORRELARIVM. Ex hoc nempe est manifestũ, quod & multangulas bases habẽtes similes pyramides, adinuicẽ in triplici sunt ratione eiusdẽ rationis laterũ. Diuisis enim ipsis in ipsas pyramides, triãgulares bases habentes (quia similia polygona basium in similia triangula diuiduntur, & in æque multiplicia, & eiusdem rationis totis) erit sicut in altera una pyramis triangularẽ habens basin ad unam basin triangularẽ habentem in altera pyramide, sic & omnes pyramides in altera pyramide triãgulares bases habẽtes, ad pyramides existentes in altera pyramide, & habentes triãgulares bases. Hoc est, Pyramis ipsa polygonã basin habens ad pyramida basin polygonã habentẽ. Pyramis autẽ triangularẽ basin habens ad pyramida triangularẽ basin habentẽ, in triplici est ratione eiusdẽ rationis laterũ. Et polygonã igitur basin habens, ad similem basin habentẽ, triplam habet rationẽ quàm latus ad latus.

Eucli. ex Zamb. Theorema 9 Propositio 9

9 Camp. 7 Aequalium pyramidum & triangulares bases habentiũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et pyramides triangulares bases habentes, quarũ reciprocæ sunt bases uerticibus, sunt æquales.





THEON ex Zamb. Sint enim æquæ pyramides αβγη, δεζθ, triãgulares bases habẽtes αβγ, δεζ, fastigia uero η, θ, signa. Dico quod ipsarũ αβγη, δεζθ, pyramidũ reciprocæ sunt bases altitudinibus, & est sicut basis αβγ ad basin δεζ, sic est ipsius δεζθ pyramidis altitudo ad ipsius αβγη pyramis altitudinẽ. Cõpleantur enim ipsa βημλ, εθπο, solida parallelepipeda. Et quoniã pyramis αβγη æqualis est ipsi δεζθ pyramidi, estq; ipsius quidẽ αβγη pyramidis sexcuplũ ipsum βημλ solidũ, ipsius autẽ δεζθ solidũ εθπο sexcuplũ est, igitur solidum βημλ, ipsi εθπο solido æquũ est. Aequaliũ autem solidorũ parallelepipedorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus (per 34 undecimi.) Est igitur sicut βμ basis ad επ basin, sic est ipsius εθπο solidi fastigium ad ipsius βημλ solidi fastigium. Sed sicut quidẽ βμ basis ad επ basin, sic αβγ triangulũ ad δεζ triangulum. Et sicut igitur (per 11 quinti) triangulũ αβγ ad triangulũ δεζ, sic ipsius εθπο solidi altitudo, ad ipsius βημλ solidi altitudinem. Sed ipsius εθπο solidi altitudo, eadem est ipsi ipsius δεζθ pyramidis altitudini, & ipsius βημλ solidi altitudo, eadem est ipsius αβγη pyramidis altitudini. Est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic ipsius δεζθ pyramidis altitudo ad ipsius αβγη pyramidis altitudinẽ. Ipsarũ igitur αβγη, δεζθ, pyramidũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus.

Sed iam ipsarũ αβγη, δεζθ, pyramidum reciprocæ sint bases altitudinibus, estoq; sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic ipsius δεζθ pyramidis fastigiũ ad ipsius αβγη pyramidis fastigiũ. Dico quod pyramis αβγη, æqualis est ipsi δεζθ pyramidi. Eisdem namq; dispositis, quoniã est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic est ipsius δεζθ pyramidis uertex ad ipsius αβγη pyramidis uerticem, sed sicut αβγ basis ad ipsam δεζ basin, sic βμ parallelogrammũ ad επ parallelogrammũ, & sicut igitur (per 11 quinti) βμ parallelogrammũ ad επ parallelogrammũ, sic est ipsius δεζθ pyramidis fastigiũ ad ipsius αβγη pyramidis fastigiũ. Sed ipsius quidẽ δεζθ, pyramidis uertex, est idem ipsius εθπο parallelepipedi uertici, & fastigiũ ipsius αβγη pyramidis, idem est ipsius βημλ parallelepipedi altitudini: est igitur sicut βμ basis ad επ basin, sic ipsius εθπο parallelepipedi altitudo ad ipsius βημλ parallelepipedi altitudinẽ. Solida uero parallelepipeda quorũ reciprocæ sunt bases altitudinibus, sunt æqualia (per 34 undecimi) Igitur solidum parallelepipedum βημλ ipsi εθπο solido parallelepipedo est æquale. Estq; ipsius quidẽ βημλ parallelepipedi, pyramis αβγη sexta pars, ipsius autẽ εθπο parallelepipedi sexta pars est pyramis δεζθ. Igitur pyramis αβγη, ipsi δεζθ pyramidi est æqualis. Aequalium igitur pyramidũ & triangulares bases habentiũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Et pyramides triangulares bases habentes quarũ bases uerticibus sunt reciprocæ, sunt æquales. Quod ostendendum fuerat.

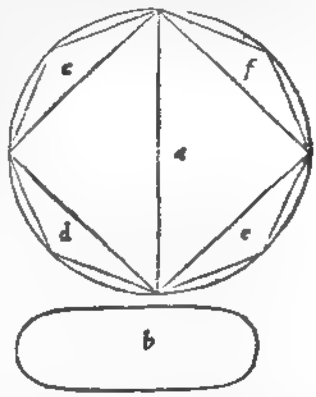
Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 Omnis columna rotunda, pyramidi suæ tripla esse cõprobatur.

CAMPANVS. Supra circulum a, intelligantur una columna & una pyramis, secũdum eandem suam altitudinẽ erectæ, dicanturq; æquiuoce ipsa pyramis & columna & circulus, nomine uno scilicet a. Dico itaq; quod columna a, est tripla ad pyramidẽ a. Cuius probatio est. Quia neq; maior neq; minor potest esse, quàm tripla. Sit enim primũ (si possibile est) maior quàm tripla, quantitate corporis b, ita quod si b corpus dematur de columna a erit residuũ eius triplum ad pyramidem a. Inscribatur ergo quadratũ circulo a, super quod erigantur duo seratilia æque alta columnæ a, de quibus duobus seratilibus pariter acceptis constat, quod ipsa sunt plus medietate columnæ a, quemadmodũ ipsum quadratũ cõstat esse plus medietate circuli a, si enim ex ipsis seratilibus perficiantur solida parallelogrãma, quorũ ipsa sunt medietates, erit ipsa columna pars ipsorũ duorum solidorũ pariter acceptorũ. Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triangulos duum æqualium laterũ in por

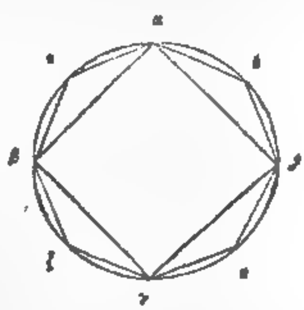
tionibus

tionibus circuli,quarũ portionũ latera quadrati sunt chordæ,diuisis arcubus illarum portionũ per æqualia,& sint illi trianguli c,d,e,f,super quos etiam erige seratilia ad altitudinẽ columnæ a. Et manifestũ est quod hæc seratilia sunt maius medietate portionũ columnæ super portiones circuli consistentiũ,quemadmodũ & ipsi trianguli sunt maius medietate portionũ circuli. Fiat autem hoc toties, quousq; per primam 10 cogatur aduersarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas esse minus corpore b. Erit igitur columna laterata octogona quam cõponunt omnia seratilia pariter accepta, quorũ bases sunt trianguli diuidentes polygonium inscriptum circulo a, maius triplo pyramidis rotũdæ a. Et quia ipsa laterata columna est tripla ad suam pyramidem, sicut demõstratum est in eis quæ præmissa sunt, sequitur ex secunda parte 10 quinti libri,ut rotunda pyramis a sit minor laterata pyramide lateratæ columnæ cuius basis est inscriptũ polygoniũ basi rotundæ pyramidis a,quod est impossibile: est enĩ pyramis laterata,pars ipsius pyramidis rotundæ. Non est igitur pyramis a,minus tertia parte suæ columnæ. Sed nec plus tertia. Si enim possibile est,sit pyramis a, plus tertia parte columnæ a,quantitate corporis b, ita q detracto corpore b de pyramide a, sit residuũ ipsius pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quemadmodũ prius ex pyramide a,intelligatur detrahi pyramis laterata sibi æque alta cuius basis sit quadratũ circulo a inscriptum,quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pyramidis rotundæ. Item de residuo pyramidis a,rursus intelligãtur detrahi pyramides æque altæ,statutæ super triangulos c,d,e,f,qui sunt in portionibus basis, & hoc toties fiat, ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inscripto polygonio superstans,quam componunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractæ,maius tertia parte rotundæ columnæ a. Et quia ut probatum est in præcedentibus, hæc pyramis laterata est tertia pars suæ columnæ lateratæ a, sequitur denuo ex secũda parte 10 quinti columnã rotundam a esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis, cuius basis est polygonium basi rotundæ pyramidis inscriptũ. Hoc autem impossibile,nam hæc columna laterata,pars est columnæ rotundæ. Cum igitur columna rotunda non possit esse minus triplo suæ pyramidis, neq; maius,erit necessario tripla ad eam. Quod demonstrare uolumus.

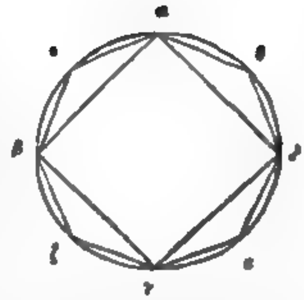


Eucli ex Zamb. *Theorema 10* *Propositio 10*

10 **Omnis conus,cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium.**

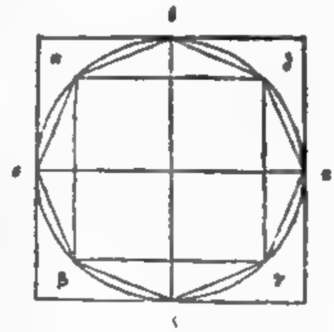


THEON *ex Zamb.* *Habeat enim conus,cylindro basin eandẽ, hoc est circulũ α β γ δ, & æquale fastigium. Dico qđ conus,cylindri tertia pars est,hoc est quod cylindrus, coni triplus est. Si autẽ cylindrus,coni non est triplus,erit cylindrus,cono aut maior q̃ triplus,aut minor. Sit prius maior q̃ triplus. Et describatur (per 6 quarti) in circulo α β γ δ,quadratũ α β γ δ. Iam quadratũ α β γ δ,maius est q̃ dimidiũ ipsius circuli α β γ δ. Constituatur ab ipso α β γ δ quadrato,prisma æque altũ ipsi cylindro. Iam constitutũ prisma,maius est q̃ ipsius cylindri dimidiũ, quoniam & si ipsi circulo α β γ δ,quadratũ circũscribamus, quadratũ in ipso orbe α β γ δ descriptũ,circũscripti dimidiũ est,& ab ipsis constituta sunt,æque alta solida parallelepipeda prismata: prismata igitur ipsa,adinuicẽ sunt sicut bases. Et prisma igitur stans in ipso α β γ δ quadrato,dimidium est eius prismatis quod cõstituitur à quadrato ipsi circulo α β γ δ circũscripto. Et cylindrus ipso prismate quod fit à quadrato circũscripto ipsi circulo α β γ δ, minor est. Igitur prisma à quadrato α β γ δ constitutũ, ipsi cylindro æque altũ,maius est dimidio ipsius cylindri. Secentur (per 30 tertij) ipsæ α β,β γ,γ δ,δ α,circũferentiæ bifariã in ε,ζ,η,θ,signis, & cõnectantur ipsæ α ε,ε β,β ζ,ζ γ,γ η,η δ,δ θ,θ α, & unũquodq; igitur ipsorũ α ε β,β ζ γ,γ η δ,δ θ α,triangulorũ,maius est q̃ dimidiũ eius quod circũ seipsum ipsius α β γ δ circuli segmenti,sicut ante ostendimus. Constituãtur ab unoquoq; ipsorũ α ε β,β ζ γ,γ η δ,δ θ α,triangulorũ,prismata æque alta ipsi cylindro, & unũquodq; igitur ipsorũ constitutorũ prismatũ,maius est q̃ dimidia pars circũ sese ipsius segmenti circuli,quoniã si per ε,ζ,η,θ,signa parallelos ipsis α β,β γ,γ δ,δ α,ducamus,cõpleamusq; quæ in ipsis α β,β γ,γ δ,δ α,parallelogrãma,& ab ipsis cõstituamus solida parallelepipeda ipsi cylindro æque alta,uniuscuiusq; constitutorũ dimidia sunt prismata quæ in α ε β,β ζ γ,γ η δ,δ θ α,triãgulis & sunt ipsius cylindri segmẽta,minores ipsis solidis parallelepipedis constitutis. Itaq; etiã quæ in α ε β,β ζ γ,γ η δ,δ θ α,triãgulis prismata,maiora sunt q̃ dimidiũ circũ sese cylindri segmentorũ. Dispescẽtes iam (per 30 tertij)*



tertij) relictas circũferentias diuidue, & cõnectentes rectas lineas, excitãtesq; ab unoquoq; ipsorũ triangulorũ prismata æqualis fastigij ipsi cylindro, & hoc semper efficiẽtes, relinquemus quasdã segmẽta ipsius cylindri quæ erunt minores excessu quo excedit cylindrus triplũ coni. Relinquãtur, sintq; α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α. Reliquũ igitur prisma cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multãgulũ, fastigiũ aũt idẽ cũ cylindro, maius est q̃ triplũ coni. Sed prisma cuius basis qdẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, fastigiũ autẽ idem cum cylindro, pyramidis triplũ est cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multãgulũ, fastigiũ uero idẽ quod & cono: & pyramis igitur cuius basis qdẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, uertex aũt idẽ q̃ cono, maior est cono habẽte basim circulũ α β γ δ. Sed & minor, cõprehẽditur etenim ab ipso. Quod est ĩpossibile. Nõ est igitur cylindrus, cono maior q̃ triplus.

Dico insuper quod neq; minor q̃ triplus est cylindrus cono. Si enim possibile, sit minor q̃ triplus, cylindrus cono. Cõuersim igitur conus cylindri maior est q̃ tertia pars. Describatur iam (per 6 quarti) in circulo α β γ δ, quadratũ α β γ δ. igitur quadratũ α β γ δ, maius est q̃ dimidiũ ipsius α β γ δ circuli. Cõstituatur ab ipso α β γ δ quadrato pyramis, idem ipsi cono habens fastigiũ. Igitur pyramis constituta, maior est q̃ dimidiũ coni, quoniã (sicut ante ostendimus) quãdo ipsi circulo quadratũ circũscribimus, quadratũ α β γ δ, circũscripti dimidiũ est, & si à quadratis solida parallelepipeda cõstituamus æque alta ipsi cono, quæ & prismata appellantur, erit constitutũ ab ipso α β γ δ quadrato, dimidiũ eius quod cõstituitur à circũscripto quadrato, adinuicẽ enim sunt ut bases. Quare & tertiæ partes. Et pyramis igitur, cuius basis α β γ δ quadratũ, dimidiũ est pyramidis constitutæ ad quadratũ ipsi orbi circũscriptũ, & pyramis cõstituta à circa circulũ quadrato, cono quem cõprehendit maior est. Pyramis igitur cuius basis α β γ δ quadratũ, fastigiũ autẽ idem quod & cono, maior est q̃ coni dimidiũ. Secentur (per 30 tertij) α β, β γ, γ δ, δ α, circũferentiæ bifariam in ε, ζ, η, θ, signis, & cõnectantur α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α. Vnumquodq; igitur ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triangulorũ, maius est q̃ pars dimidia circũ sese segmẽti circuli α β γ δ. Constituãtur nempe ab unoquoq; ipsorũ α ε β, β ζ γ, γ η δ, δ θ α, triangulorũ, pyramides idem ipsi cono habẽtes fastigiũ: & unaquæq; igitur constitutarũ pyramidũ eodem modo, maior est q̃ dimidia pars circũ sese segmenti ipsius coni. Secantes iam (per 30 tertij) relictas circũferentias diuidue, & cõnectentes rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triangulorũ pyramida idem ipsi cono fastigiũ habentẽ & hoc semper efficiẽtes, relinquemus quædã coni segmenta quæ erunt minora excessu quo excedit conus tertiã partem cylindri. Relinquãtur & sint



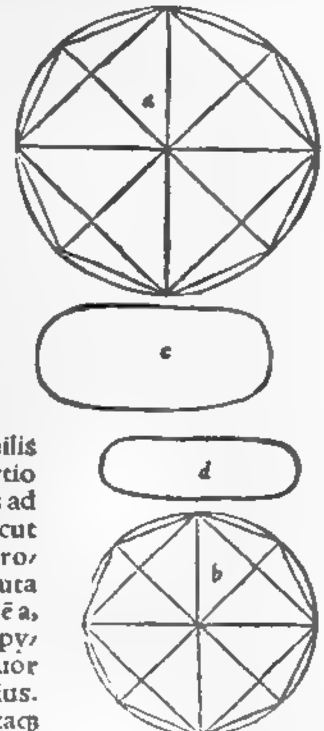
α ε, ε β, β ζ, ζ γ, γ η, η δ, δ θ, θ α. Reliqua igitur pyramis cuius quidẽ basis est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, uertex autẽ idem qui cono, maior est q̃ tertia pars cylindri. Sed pyramis cuius basis quidem est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, uertex autẽ idem qui cono, tertia est pars prismatis cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, fastigiũ autẽ idem quod & cylindro. Igitur prisma cuius basis quidẽ est α ε β ζ γ η δ θ multangulũ, fastigiũ autẽ idem ipsi cylindro, maius est cylindro cuius quidẽ basis est α β γ δ. Sed & minus, cõprehẽditur namq; ab eo, quod est impossibile. Cylindrus igitur cono minor nõ est q̃ triplus. Patuit autẽ quod neq; maior q̃ triplus: triplus igitur est cylindrus coni. Quare conus cylindri tertia pars est. Omnis igitur conus cylindri tertia pars est eandẽ eidem basim habentis & æquale fastigiũ. Quod fuerat ostendendum.

Eucli ex Camp. Propositio 10

10 OMnium duarũ rotundarũ pyramidũ similium, columnarumue rotundarũ similiũ est proportio alterius ad alterã, tanq̃ diametri suæ basis diametrũ basis alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo circuli a & b, super quos constituantur duæ rotundæ pyramides similes, duæq; columnæ rotundæ similes, & dicantur circuli & pyramides & columnæ & diametri circulorũ, his nominibus a & b æquiuoce. Dico itaq; q̃ proportio duarũ pyramidũ a & b, duarumq; columnarũ a & b, est sicut duarũ diametrorũ a & b proportio triplicata. Hoc autẽ si de pyramidibus constiterit, de columnis quoq; constabit ex 11 quinti, cum omnis columna rotũda sit ex præmissa, tripla ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit hac demõstratione ducente ad impossibile. Est enim per cõmunem scientiã positam in principio secundæ demonstrationis huius 11 libri, quæ proportio diametri a ad diametrũ b triplicata, eadẽ pyramidis a ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit c, de quo dico q̃ ipsum nõ potest esse minus neq; maius pyramide b. Sit primo minus (si fuerit possibile) quantitate corporis d, ita q̃ duo corpora c & d pariter accepta sint quantũ pyramis b. Itaq; quemadmodũ in secũda parte præmissæ ex pyramide b detrahatur laterata pyramis sibi æque alta, cuius basis sit quadratũ inscriptũ circulo b, & ex residuo eius detrahãtur pyramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionũ circuli b, fiat itaq; hoc toties quousq; cogẽte pri-

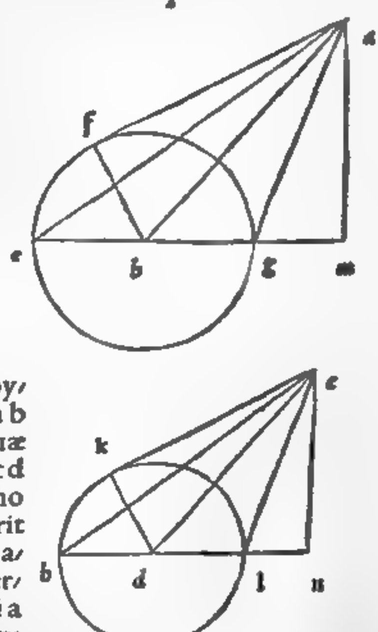
ma 10,sit residuũ pyramidis b minus corpore d,eritq; ex cõmuni scientia,laterata pyra mis detracta,quã componũt partiales pyramides detractæ,maius corpore c.Inscriba/ tur itaq; circulo a, polygoniũ simile illi, c,d est basis lateratæ pyramidis detractæ à py/ ramide b,& ad angulos huius polygonij inscripti circulo a,demitte lineas à cono pyra midis a,perficiens super illud polygoniũ,lateratã pyra midẽ æque altam rotundæ pyramidi a. Hanc igitur stu deas demõstrare esse similem lateratæ pyramidi detra/ ctæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. In utraq; pyramide eriges axem ipsius qui erit ex diffini/ tione linea cõtinuans uerticem pyramidis cum centro basis, & erit perpendicularis ad basin, de hinc à centris basium,protrahas in utroq; circulo semidiametros, ad omnes angulos utriusq; polygonij inscripti. Cumq; ex diffinitione similiũ pyramidũ rotundarũ sit proportio axis unius ad axem alterius. sicut diametri basis unius ad diametrũ basis alterius,ideo etiã ex 15 quinti & æqua proportionalitate,sicut semidiametri ad semidiametrũ, sint aũt utrobiq; omnes anguli quos axes cum semidia metris continẽt recti, necesse est ex 6 propositione sexti libri & 4 eiusdem & diffinitione similium superficierũ & similium corporũ diffinitiõe,ut laterata pyramis a sit similis lateratæ pyramidi b,quare per additã ad 8 huius,proportio lateratæ pyramidis a ad lateratã b, est sicut lateris unius ad suũ relatiuũ latus alterius ,ꝓportio triplicata, ideoq; & sicut diametri a, ad diametrũ b triplicata: igitur quoq; sicut ro/ tundæ pyramidis a,ad corpus c ex 11 quinti, quare permuta tim ꝓportio lateratæ pyramidis a ad rotũdam pyramidẽ a, sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata py/ ramis b, maior est corpore c, erit laterata pyramis a, maior rotũda pyramide a. Quod est impossibile,cum sit pars eius. Nõ est ergo corpus c,minus rotũda pyramide b. Restat itaq; probandũ, q; nec maius. Si enĩ aduersarius dicat ipsum esse maius, tunc arguatur ex conuersa proportionalitate proportionẽ diametri b ad dia/ metrũ a triplicatã esse,sicut corporis c ad rotundã pyramidẽ a. Sed ex conceptione,ea/ dem est rotũdæ pyramidis b,ad aliquod corpus aliud quod sit d. Et quia ex hypothesi corpus c maius est rotunda pyramide b,sequitur ex 14 quinti,q; rotunda pyramis a sit maior corpore d. Itaq; proportio rotundæ pyramidis b ad corpus quod est minus ro tunda pyramide a,uidelicet,ad d, est sicut suæ diametri b ad diametrũ alterius propor tio triplicata. Hoc autẽ est impossibile. Nam ex hoc demonstrauimus sequi,quod pars sit maior suo toto. Cũ ergo corpus c non possit minus esse neq; maius rotũda pyrami/ de b,erit necessario sibi æquale,ideoq; ex secunda parte 7 quinti constat propositũ.



CAMPANI annotatio. Non lateat autem nos,huius demonstrationis processum ad eas duntaxat columnas & pyramides rotundas coartari, quarũ axes suis basibus perpẽdiculariter insistunt,tales enim diffinitæ fuerunt in principio undecimi. Cum ta/ men passio hic demonstrata, cõmuniter conueniat omnibus columnis rotundis simi/ libus pyramidibusq; rotundis similibus siue earũ axes super bases suas fuerint ortho gonaliter erectæ,siue super eas fuerint inclinatæ(& appellentur differẽtiæ causa hæ ro/ tundæ columnæ & pyramides,quarũ basibus axes orthogonaliter superstant erectæ, reliquæ uero dicãtur inclinatæ) & quia in principio 11 non sunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ nisi illæ tantũ quas erectas uocamus, hæ quidem per motum pa/ rallelogrãmi rectanguli,illæ uero per motum trigoni rectanguli, ideo cõueniens arbi/ tramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus cõmuniter & uni/ uoce cõuenientibus erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotũdis. Cum igitur extra superficiẽ alicuius circuli descripti, signatur pũctus qui cum circũferentia ipsius circuli per lineam rectam cõtinuatur, si linea ipsa signato puncto manente fixo descri/ pto circulo quousque ad locum unde moueri inceperit circũducatur corpus, quod a curua superficie quam motu suo describit hæc linea,& ab ipso circulo cui circũducitur cõtinetur uoco pyramidẽ rotundam. Et circulũ cui linea hæc circũducitur,uoco basin ipsius pyramidis. Fixum autẽ punctũ extra circuli superficiẽ signatũ,uoco conum py/ ramidis

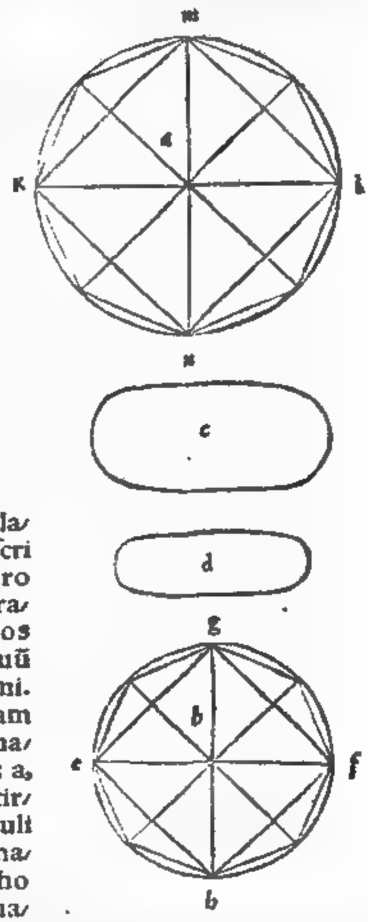
ramidis. Lineamq́; rectã continuantẽ centrũ basis cum cono pyramidis, appello axem seu sagittã pyramidis. Cumq́; hæc sagitta fuerit perpendicularis ad basin, dico pyramidem esse rectam. Cum uero inclinata, dico esse pyramidẽ inclinatã. Cum autem fuerint duo circuli æquales descripti in superficiebus æquidistantibus, quos una plana superficies per corũ centra transiens secuerit, fuerintq́; cõtinuatæ per lineã rectam duæ relatiuæ sectiones duarũ circũferentiarũ ipsorũ circulorũ, si linea hæc in circũferentijs ipsorũ circulorũ æquidistanter situi à quo moueri inceperit quousq; ad locum suum redeat circũducatur corpus quod à curua superficie quam motu suo describit hæc linea & à duobus propositis circulis cõtinetur, uoco columnã rotundam. Cum axis siue sagitta, est linea recta, centra duorũ circulorũ continuans. Et cum hæc sagitta fuerit perpendicularis ad superficiẽ utriusq; duorũ circulorũ, dico columnã esse erectã. Cum uero fuerit super basin inclinatæ, dico columnã esse inclinatã. Cumq́; fuerint duæ rotũdæ pyramides aut columnæ (à quarũ axibus egrediãtur duæ superficies super bases earũ orthogonaliter erectæ) fuerintq́; anguli (quos axes & cõmunes sectiones harũ superficierũ & basium continẽt) adinuicẽ æquales, & fuerit proportio axis unius ad axem alterius sicut semidiametri basis unius ad semidiametrũ basis alterius, tunc illas duas pyramides adinuicẽ, aut illas duas columnas adinuicẽ, dico similes esse. His diffinitiõibus positis, demonstrandũ est, q; omnium duarũ rotundarũ pyramidũ similium, columnarumúe rotundarũ similiũ, siue erectæ siue inclinatæ fuerint, est proportio unius ad alteram sicut diametri basis unius ad diametrũ basis alterius proportio triplicata. Quod de solis erectis demonstratũ est. Ad hoc autẽ præmittimus antecedens necessariũ.

Si fuerint duæ rotundæ pyramides adinuicem similes quarum utranq; duæ planæ superficies super axem secent, fueritq́; harum duarum superficierum altera in utraq; pyramide super basin eius orthogonaliter erecta, & arcus basium inter illas duas superficies contenti, similes, erũt anguli quos axes & cõmunes sectiones basium & earũ superficierũ quæ super bases nõ ponuntur orthogonaliter erectæ continent, adinuicem æquales.



Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarũ bases sunt circuli e f g & h k l, & axes duæ lineæ a b & c d, & diametri basium e g & h l, centra basium sunt duo puncta b & d, coni pyramidũ a & c, similes adinuicẽ, & ab earum conis ad superficiẽ basium protrahãtur ut docet 11 undecimi libri, duæ perpendiculares quæ sunt a m & c n, & continuẽtur puncta m & n cum centris basium, protractis lineis b m & d n, eritq́; ex 18 undecimi superficies a b m quæ egreditur ab axe a b, erecta super basin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo supficies c d n, quæ egreditur ab axe c d, erit erecta super basin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & k l, similes, & intelligantur duæ superficies a b f, c d k, egredi ab axibus, & secare pyramides a b & c d similes. Dico igitur duos angulos a b f, c d k, esse adinuicem æquales. Protrahãtur enim duæ lineæ f m & k n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d sunt similes, & duæ superficies a b m, c d n, stantes orthogonaliter super bases, egrediũtur ab earum axibus, erit ex diffinitiõe similium pyramidũ, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et qa ex diffinitione lineæ supra superficiẽ perpẽdiculariter erectæ, uterq; duorũ angulorũ a m b, c n d, est rectus, erũt ex 32 primi & 4 sexti, duo primi trianguli a b m & c d n, alterũ proportionaliũ. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d, sicut b m ad d n, & sicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione similium pyramidũ, proportio axis a b ad axem c d est sicut semidiametri b f ad semidiametrũ d k, erit ex 11 quinti, proportio b f ad d k sicut b m ad d n. Cumq́; sint duo anguli f b m & k d n æquales, eo q; duo arcus f g & k l sunt similes ex hypothesi, erit ex 6 & 4 sexti,

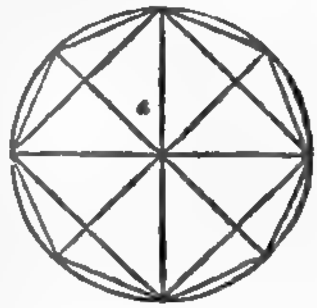
4 sexti, proportio f m ad k n, sicut b m ad d n, ideoq; sicut a m ad c n. Et quia iterũ ex diffinitione lineæ super superficiẽ perpendiculariter erectæ uterq; duorũ angulorũ a m f, c n k, est rectus, erit ex 6 & 4 sexti, proportio a f ad c k, sicut a m ad c n, ideo per 11 quinti, sicut a b ad c d, & sicut b f ad d k. Igitur ex 5 sexti, duo anguli a b f & c d k, sunt adinuicẽ æquales. Quod est propositũ. Idem probabis leuiter de rotundis colũnis similibus.



Hoc itaq; demonstrato, dico quod omnium duarũ rotundarũ pyramidũ similiũ quæcunq; fuerint siue erectæ siue inclinatæ est proportio unius earum ad alterã, sicut diametri suæ basis ad diametrũ alterius basis proportio triplicata. Sint enim ut prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarũ bases sunt circuli a & b, & horum circulorũ diametri sint etiam a & b, sitq; proportio pyramidis a ad corpus c, sicut diametri a ad diametrũ b proportio triplicata. Nõ erit igitur corpus c, minus neq; maius rotũda pyramide b. Sit enim primo (si possibile est) minus, quantitate corporis d, ita q duo corpora c & d pariter accepta sint quantũ rotũda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat superficies quæ sit orthogonaliter erecta super circulum b, sitq; cõmunis sectio huius sup̃ficiei & circuli b, linea e f transiens per centrum b, quæ erit diameter circuli b, & protrahatur in circulo b, alia diameter secans hanc orthogonaliter, quæ sit g h, sicq; inscribatur circulo b, quadratũ e g f h, & a rotunda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis, cuius basis est quadratũ circulo b inscriptum, quæ (ut probatũ est supra) maius erit dimidio rotundæ pyramidis, & ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis, consistentes super trigonos portionũ circuli b, fiatq; hoc totiens, quousq; residuũ rotundæ pyramidis b sit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione laterata pyramis detracta quam cõponunt lateratæ partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, superficies alia quæ sit orthogonaliter erecta super circulum a, & sit cõmunis sectio huius superficiei & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a, protrahatur autem in circulo a, alia diameter secans hanc orthogonaliter, quæ sit m n, sicq; inscribatur in circulo a, quadratũ k m l n, & diuidẽdo arcus portionũ circuli a per æqualia, perficiatur in circulo a, polygoniũ simile illi quod est inscriptũ circulo b, & ad singulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a, perficiens super illud polygoniũ lateratã pyramidẽ æque altam pyramidi a. Hanc autem lateratã pyramidẽ, probabis esse similem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. Duces axes cogitatiõe uel actu utriusq; in utrisq; pyramidibus a & b, & à centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorũ polygoniorũ. Erũtq; ex præmisso antecedẽte omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum singulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij sibi inscripti, æquales suis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis b, cum singulis lineis ductis a centro circuli b, ad angulos polygonij sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarũ pyramidũ similium, proportio axis pyramidis a ad axem pyramidis b, est sicut semidiametri circuli a ad semidiametrũ circuli b, sequitur ex 6 & 4 sexti & diffinitionibus similium superficierũ & similium corporũ q duæ lateratæ pyramides a & b sint similes. Cætera argue sicut prius in decima. Constat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus similibus, q proportio earũ sit sicut diametrorũ suarum basium triplicata. Et quia omnis columna rotunda est tripla ad suam pyramidem (hoc enim sufficienter est demonstratũ siue columnæ & suæ pyramides fuerint erectæ siue inclinatæ) sequitur ex 15 quinti ut etiam quarũlibet columnarũ rotundarũ similium sit proportio sicut suarum diametrorũ triplicata.

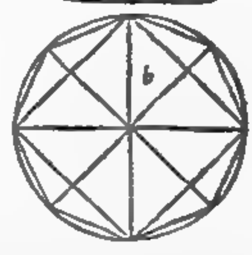
11 OMnes duas rotundas pyramides siue columnas, æque altas, suis basibus proportionales esse necesse est.

CAMPANVS. Supra duos circulos a & b, statuantur ut prius duæ rotundæ pyramides æquæ altæ quæ dicantur similiter a & b, & duæ rotundæ columnæ æque altæ eisdem literis ascriptæ a & b. Dico itaq; quod proportio duarū pyramidum a & b, duarumq; columnarum a & b, est sicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifestum erit, si hoc prius de pyramidibus demōstrabitur: omnis enim rotunda columna, tripla est ad suam pyramidem. De pyramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex cōmuni scientia, proportio rotundæ pyramidis a ad aliquod corpus, sicut circuli a. ad circulum b, illud corpus sit c. Dico itaq; q corpus c, nō potest esse maius neq; minus rotunda pyramide b. Sit enim primo minus, quantitate corporis d. Igitur circulo b inscribatur quadratū, & detrahatur a rotūda pyramide b, pyramis laterata, cuius sit basis quadratū circulo b inscriptū, & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides super trigonos portionū circuli consistentes, fiatq; hoc totiens, quousq; sit ex pyramide b, residuū minus corpore d, eritq; laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maior corpore c. Inscribatur ergo circulo a, polygoniū simile illi polygonio quod est basis lateratæ pyramidis b, & perficiatur super ipsum pyramis laterata ductis lineis à uertice pyramidis lateratæ a, ad āgulos polygonij inscripti. Eruntq; duæ lateratæ pyramides a & b, æque altæ. Hoc enim est propositū de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratā pyramidem b, est sicut basis eius ad basin illius, uidelicet, sicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demōstratum est in sexta huius. At uero polygonij a ad polygoniū b, est sicut circuli a ad circulum b, quod manifestū est ex prima & secunda huius. Itaq; lateratæ pyramidis a ad lateratā pyramidem b, sicut rotundæ pyramidis a ad corpus c. quare permutatim lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a, sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cumq; sit laterata pyramis b maior corpore c, sequitur lateratā pyramidem a esse maiorē rotunda pyramide a. Hoc autem impossibile, est enim pars eius. Non erit ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Si uero ponat aduersarius quod sit maius, demōstrabimus rursum idem impossibile consequi. Erit enim per conuersam proportionalitatē proportio corporis c ad rotundam pyramidem a, sicut circuli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus quod sit d. Cum igitur corpus c sit maius rotunda pyramide b per hypothesin, erit ex 14 quinti rotūda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli b ad circulum a, erit sicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus minus rotunda pyramide a. Sed hoc demonstratū est prius, esse impossibile, sic enim sequitur quod pars sit maior suo toto. Nō est igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b, sed tantum æquale. Itaq; ex secunda parte 7 quinti concludo propositū. Vt autem facilius inconcussiusq; demonstraretur quod sequitur, ad ipsam est antecedens utile præmittendum, quod est,









Zamb. 11 Si superficies quædam rotundam columnam æquidistanter basi eius secuerit, erunt duo partialia corpora quæ ad illam secantem superficiem terminantur, portionibus axis columnæ proportionalia.

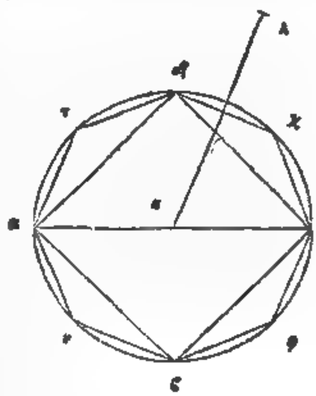
Simile est hoc, ei quod proposuit 25 undecimi libri de solidis parallelogrammis. Nec solum uerū est hoc de columnis rotundis, immo simpliciter de omnibus columnis siue lateratæ fuerint siue rotundæ. Quod qui argumentationē primæ sexti uel 25 undecimi firmiter tenuerit, facile demonstrare poterit: hic enim non aliter quàm ibi ex diffinitione

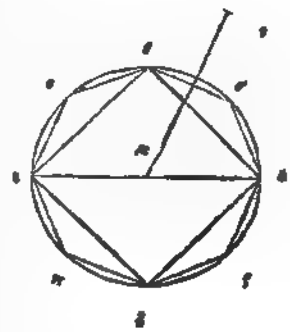
tione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in procemio quinti libri arguẽdũ est propositum. Attendere aũt colũnã oportet, quod quæcũq; superficies secat æquidistanter basi ipsius, secat etiam eam æquidistãter superficiei basis eius oppositæ, nã quæcunque superficies uni superficiei sunt æquidistantes, ipsæ quoq; sunt æquidistãtes adinuicẽ, ut ex iis quæ dicta sunt ex 17 undecimi didicisti. Quare manifestũ est, quod omnes rotundæ colũnæ quarum sunt bases æquales, altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoque de lateratis. Idem quoque de pyramidibus rotũdis & etiã de lateratis, quod de pyramidibus constabit, si prius de colũnis probetur. Est enim omnis columna tripla ad suam pyramidẽ, rotunda quidem, ex nona huius, laterata uero ex iis quæ supra in octaua demonstrata sunt.

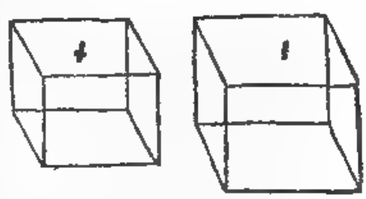
Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 Sub eodem fastigio existentes coni & cylindri, adinuicem sese habent sicut bases.

THEON ex Zãb. Sint sub eadẽ altitudine coni & cylindri, quorũ bases quidẽ sunt α β γ δ, ε ζ η θ, circuli, axes autem sint κ λ, μ ν, dimetientes uero basium sint α γ, ε η. Dico quod est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic est κ λ, conus ad conum μ ν. Si autẽ non est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulum, sic κ λ conus ad μ ν conum, erit sicut α β γ δ, circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic κ λ conus ad aliquod solidũ minus ipso μ ν, cono, uel ad maius. Sit prius ad minus, hoc est ad ξ. Et quo minus est ξ solidũ ipso μ ν cono, ei æquũ esto ψ solidũ, igitur conus μ ν, æquus est iis ξ, ψ, solidis. Describatur (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratum ε ζ η θ, quadratum igitur, maius est quàm dimidium circuli. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata, maior est quàm dimidium ipsius coni, quoniã si circunscribamus ipsi orbi quadratũ, & ab ipso excitemus pyramida cono æque altam, inscripta pyramis dimidium est circunscriptæ, adinuicem enim sunt sicut bases. Conus autẽ minor est pyramide circunscripta. Pyramis igitur cuius basis est ε ζ η θ quadratum, uertex autem idem ipsi cono, maior quàm dimidiũ coni. Secentur (per 30 tertij) ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circũferentiæ diuidue in signis ο, π, ρ, σ, connectanturq; ipsæ θ ο, ο ε, ε π, π ζ, ζ ρ, ρ η, η σ, σ θ. Vnumquodq; igitur ipsorũ θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorum, maius est quàm dimidium apud sese segmenti ipsius circuli. Excitetur ab unoquoq; ipsorum θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorũ, pyramis æque alta ipsi cono. Vnaquæq; igitur excitatarũ pyramidũ, maior est quàm dimidia pars apud sese segmenti coni. Secãtes igitur (per 30 tertij) reliquas circunferentias diuidue, cõnectentesq; rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triãgulorũ pyramides ipsi æque altas cono, & hoc semper facientes relinquemus quædam coni segmenta quæ erunt minora ipso ψ solido. Relinquantur, sintq; quæ in θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ. Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigium idem quod cono, maior est ipso ξ solido. Inscribatur & in circulo α β γ δ, ipsi θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulo simile & similiter positum multangulum δ τ α υ β φ γ χ, excitetur que ab ipso pyramis æque alta ipsi κ λ cono. Quoniã igitur est sicut quod ex α γ ad id quod ex ε η sic δ τ α υ β φ γ χ multangulum ad ipsum θ ο ε π ζ ρ η σ multãgulũ, sicut aũt quod ex α γ ad id quod ex ε η, sic α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbẽ, & sicut igitur (per 11 quinti) α β, γ δ, orbis ad ε ζ η θ, orbẽ sic δ τ α υ β φ γ χ, multãgulũ θ ο ε π ζ ρ η σ, multãgulũ. Sicut aũt orbis ad ε ζ η θ, orbẽ, sic κ λ conus ad ξ solidũ. Sicut autẽ δ τ α υ β φ γ χ, multangulũ ad θ ο ε π ρ η σ, multãgulũ, sic pyramis cuius basis est δ τ α υ β φ γ χ multangulũ, uertex autẽ λ signũ, ad pyramida cuius basis quidẽ est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigium autẽ ν signum. Et sicut igitur (per 11 quinti) κ λ conus ad ξ solidũ, sic pyramis cuius basis quidẽ δ τ α υ β φ γ χ multangulum, uertex autẽ λ signũ, ad pyramida cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulũ, uertex autẽ ν signũ. Vicissim igitur (per 16 quinti) est sicut κ λ conus ad eam quæ in se ipso pyramida, sic ξ solidum ad eã quæ in μ ν cono pyramida. Maior autẽ est κ λ conus, ea quæ in se ipso pyramide, maius igitur est & ξ solidũ, ea quæ in μ ν, cono pyramide, sed & minus, quod absurdũ est. Nõ igitur est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ, circulum, sic κ λ conus ad aliquod solidum minus ipso μ ν cono. Similiter iam demonstrabimus, quod neque sicut ε ζ η θ, orbis ad α β γ







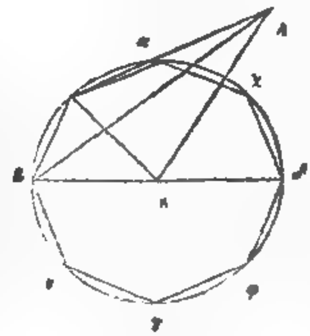
M δ, orbẽ

δ orbē, sic ε ν conus ad solidum aliquod maius ipso α λ cono. Dico iam quod neque est sicut α β γ δ orbis ad ε ζ η θ, orbē, sic conus α λ ad aliquod solidū maius ipso ε ν cono. Si enim possibile, esto ad maius ξ. Conuersim igitur est sicut ε ζ η θ, orbis ad α β γ δ orbē, sic est ξ solidum ad α λ conū. Sed sicut ξ solidū ad α λ conū sic est ε ν conus ad aliquod solidum minus ipso α λ cono. Et sicut igitur (per 11 quinti) ε ζ η θ circulus ad α β γ δ circulum, sic conus ε ν, ad aliquod solidum minus ipso α λ cono, quod absurdum esse patuit. Non est igitur α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbem, sic α λ conus ad solidum aliquod maius ipso ε ν cono. Patuit autem quod neque ad minus. Est igitur sicut α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbē, sic α λ conus ad ε ν conum. Sed sicut conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est alter alterius. Et sicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ orbis ad ε ζ η θ, orbem, sic qui in ipsis cylindri æque alti ad conos. Sub eodē igitur fastigio subsistentes coni & cylindri, se adinuicem habent sicut bases. Quod erat ostendendum.

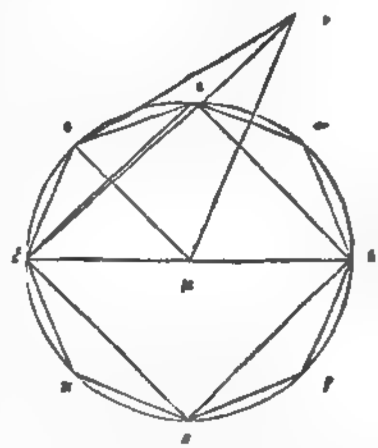
Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

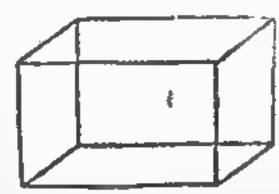
12

Similes coni & cylindri, ad se inuicem in tripla sunt ratione dimetiētium quæ in basibus.



THEON ex Zāb. Sint similes coni & cylindri, quorum bases quidem α β γ δ, ε ζ η θ, orbes dimetiētes uero basiū sint β δ ζ θ, & axes conorū siue cylindrorū sint κ λ, μ ν. Dico q̃ conus cuius basis qdē est α β γ δ, circulus, fastigium autē λ signū, ad conū cuius quidē basis est ε ζ η θ, uertex autē ν signū, triplā habet rōnē quàm β δ ad ζ θ. Si autē α β γ δ λ conus ad ε ζ η θ ν, conum triplā rōnē non habet quàm β δ ad ζ θ, habebit conus α β γ δ λ, uel ad solidū aliquod minus ipso ε ζ η θ ν, cono triplā rōnē, uel ad maius. Habeat prius ad minus ξ. Describaturq́; (per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratū ε ζ η θ. Igitur ε ζ η θ quadratū, maius est quàm dimidiū circuli ε ζ η θ. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur pyramis excitata, maior est quàm dimidia pars coni. Secentur iam (per 30 tertij) ipsæ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circūferētiæ diuidue, in ο, π, ρ, σ, signis, cōnectāturq́; ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ρ, ρ θ, θ σ, σ ε. Vnūquodque igitur ipsorū ε ο ζ, ζ π η, η ρ θ, θ σ ε, triangulorū, maius est quàm dimidia pars, quæ apud sese segmenti circuli ε ζ η θ. Constituatur ab unoquoque ipsorum ε ο ζ, ζ π η, η ρ θ, θ σ ε, triangulorum, pyramis idē habens fastigiū ipsi cono, unaquæque igitur ipsarum excitatarum pyramidū, maior est quàm dimidium eius quod apud sese segmenti circuli. Secantes igitur (per 30 tertij) relictas circūferentias diuidue, & connectentes rectas lineas, excitantesque ab unoquoque triangulorum pyramides fastigium ipsi cono habentes, idem, & hoc semper efficientes, relinquemus quædam coni segmenta quæ erunt minores excessu quo excedit ε ζ η θ ν, conus ipsum ξ solidū, relinquātur, & sint in ε ο, ο ζ, ζ π, π η, η ρ, ρ θ, θ σ, σ ε, reliqua igitur pyramis cuius basis quidē est ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulum, uertex autē ν signū, maior est ipso ξ solido. Describatur in in circulo α β γ δ, ipsi ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulo simile similiterq́; positum multangulum α τ β υ γ φ δ χ, & excitetur ab ipso pyramis, idē habēs ipsi cono fastigiū. Et cōprehendētiū ipsam pyramida cuius basis quidē est α τ β υ γ φ δ χ, multangulū, uertex autē λ signum, unum triāgulum esto λ β τ, cōprehendentiū autem pyramida cuius basis quidē ε ο ζ π η ρ θ σ, multangulū, fastigiū autem ν signū unū triangulum esto ν ζ ο, & connectatur κ τ, μ ο. Et quoniā α β γ δ λ conus similis est ipsi ε ζ η θ ν cono, est igitur (per 20 undecimi diffinitionē) sicut β δ ad ζ θ, sic κ λ axis ad μ ν axē. Sicut autē β δ ad ζ θ, sic (per 15 quinti) β κ ad ζ μ, & sicut igitur (per 11 quinti) β κ ad ζ μ, sic κ λ ad μ ν, & uicissim (per 16 quinti) sicut β κ ad κ λ, sic ζ μ, ad μ ν. Et circum æquos angulos β κ λ, ζ μ ν, latera sunt proportionalia. Igitur (per 1 sexti diffinitionē) triangulum β κ λ, simile est ipsi ζ μ ν triāgulo. Rursus quoniā est sicut β κ, κ τ sic ζ μ, ad μ ο, & circū æquos angulos β κ τ, ζ μ ο, quoniam qualis pars est angulus β κ τ eorum qui ad κ centrum quatuor rectorum, talis pars est & angulus ζ μ ο, eorum qui ad μ centrum quatuor rectorū, quoniā igitur circum æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur triangulum β κ τ simile est ipsi ζ μ ο triangulo. Rursus quoniā patuit sicut β κ ad κ λ sic ζ μ ad ν μ, æqualis autem est β κ ipsi κ τ, & ζ μ ipsi μ ο, est igitur sicut τ κ ad κ λ, sic ο μ ad μ ν. Et circū æquos angulos τ κ λ, ο μ ν, recta latera (recti enim) sūt proportionalia. Igitur λ κ τ, triangulū, ipsi μ ν ο, triangulo simile est. Et quoniam (per 6 sexti propter similitudinem ipsorū λ κ β, ν μ ζ, triangulorum est sicut λ β, ad β κ, sic ν ζ ad ζ μ, & propter similitudinem ipsorum β κ τ, ζ μ ο, triangulorum



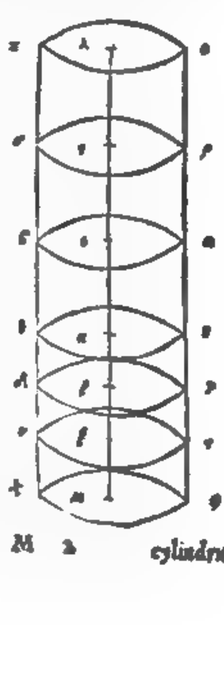


est sicut

est sicut α β ad β τ sic μ ξ ad ξ ο, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λ ϛ ad ϛ τ, sic υ ξ ad ξ ο. Rursus quoniā ob similitudinē ipsorum λ τ κ, υ ο μ, triangulorū est (per 6 sexti) sicut λ τ ad τ κ, sic υ ο, ad ο μ, propter autē similitudinē ipsorum τ κ β, ο μ ξ, triangulorū est sicut κ τ ad τ ϛ, sic μ ο, ad ο ξ, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λ τ, ad τ β, sic υ ο ad ο ξ. Patuit autē & sicut τ ϛ ad ϛ λ, sic ο ξ ad ξ υ, ex æquali ergo (per 22 quinti) sicut τ λ ad λ ϛ, sic ο υ ad υ ξ. Igitur ipsorum λ τ ϛ, υ ο ξ, triāgulorū, proportionalia sunt latera. Ipsa igitur λ τ ϛ, υ ο ξ, triāgula, æquiangula sunt, quare & similia (per 5 sexti) Et pyramis igitur cuius basis quidem est ϛ κ τ triangulū, uertex autē λ signū, similis est pyramidi cuius basis quidē est ξ μ ο triangulum, uertex autem υ signū, sub similibus enim planis æque multiplicibus comprehenduntur. Similes autem pyramides, triāgulares bases habentes, in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterū (per 8 duodecimi,) pyramis igitur β κ τ λ, ad ξ μ ο υ pyramida, triplam rationem habet, quàm ϛ κ ad ξ μ. Similiter iam connectentes ab ipsis κ, χ, δ, φ, γ, υ, in κ rectas lineas, & ab ipsis ι, σ, θ, ρ, π, π, in μ, excitātesq́ in triangulis pyramides eadem habentes fastigia ipsis conis, ostendemus quod & unaquæq́ ipsarum eiusdem ordinis pyramidum ad unā quanq́ eiusdem ordinis pyramida, triplā habet rationē quàm ϛ κ eiusdē rationis latus ad ξ μ eiusdē rationis latus, hoc est quàm ϛ δ ad ξ θ. Sed sicut unum antecedentium ad unum sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur & sicut β κ τ λ pyramis ad ξ μ υ ο, pyramida, sic est tota pyramis cuius basis α τ β υ γ φ δ χ multangulum, uertex autem λ signum, ad totam pyramidem cuius quidem basis est ι ο ξ π π ρ θ σ, multāgulū, uertex uero υ signū, Quare & pyramis cuius basis quidem est α τ β υ γ φ δ χ, multangulū, fastigium autem λ signum, ad pyramida cuius quidem basis ι ο ξ π π ρ θ σ, multangulum, fastigium autē υ signum, triplam habet rationē quàm β δ ad ξ θ. Supponitur autem & conus cuius basis quidem α β γ δ orbis fastigium autem λ signum, ad ξ solidum, triplam rationem habens quàm ϛ δ, ad ξ θ, est igitur sicut conus cuius basis quidē α β γ δ circulus, uertex autem λ signum ad ξ solidum, sic pyramis cuius quidem basis est α τ β υ γ φ δ χ multangulum, uertex autem λ ad pyramida cuius basis quidem est ι ο ξ π π ρ θ σ, multangulum, uertex autem υ signum. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut conus cuius basis quidē est α β γ δ orbis, uertex autem λ signū ad eā quæ in se pyramida cuius basis est α τ ϛ υ γ φ δ χ multangulū, uertex autem λ signū, sic solidū ξ ad pyramida cuius basis quidem est ι ο ξ π π ρ θ σ, multāgulū, uertex autem υ signum Maior aūt est prædictus conus ea quæ in se ipso pyramide, ipsam enim continet. Igitur ξ solidū, maius est ipsa pyramide cuius basis quidem est ι ο ξ π π ρ θ σ multangulum, uertex autem υ signum. Supponebatur autē quod & minus, quod est absurdū. Nō igitur conus α ϛ γ δ λ, ad aliquod corpus minus ipso ι ξ π θ υ, cono triplā rationē habebit, quàm ϛ δ ad ξ υ. Similiter iam demōstrabimus, quod neq́ ι ξ π θ υ conus ad solidū aliquod minus ipso α ϛ γ δ λ cono, triplā rationē habet, quàm ξ θ ad ϛ δ. Dico iam quod neque α β γ δ λ conus, ad aliquod solidum maius ipso ι ξ π θ υ cono, triplam habet rationē, quàm β δ ad ξ θ. Si enim possibile, habeat ad maius ξ. Conuersim igitur ξ solidū, ad α ϛ γ δ λ conū, triplā habet rationē, quàm ξ θ ad ϛ δ. Sicut aūt ξ solidum ad α ϛ γ δ λ conū, sic ι ξ π θ υ conus ad aliquod solidū minus ipso α ϛ γ δ λ cono, & ι ξ π θ υ igitur conus, ad solidū aliquod minus ipso α ϛ γ δ λ, cono, triplā rōnē habet, quā ξ θ ad ϛ δ, quod impoßibile esse patuit. Igitur α β γ δ λ conus, ad solidum aliquod maius ipso ι ξ π θ υ cono, triplam rōnē non habet, quàm δ ad ξ θ, patuit aūt q̀ neq́ ad minus. Conus igitur α β γ δ λ, ad conum ι ξ π θ υ, triplā rationē habet, q̀ ϛ δ ad ξ θ. (per 15 quinti,) sicut aūt conus ad conū, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est cylindrus, ipsius coni qui in eadē est basi & sub æquali fastigio ipsi cono. Ostensum est autē, (in 10 duodecimi,) quod omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basim habentis (per 10 duodecimi) & æquale fastigium, Et cylindrus igitur, ad cylindrū triplā habet rationem quàm ϛ δ ad ξ θ. Similes igitur coni & cylindri, adinuicē in triplici sunt ratione dimetientiū quæ in basibus. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 13

13 Si cylindrus plano secetur, parallelo existenti eis quæ ex opposito planis, erit sicut cylindrus ad cylindrum sic axis ad axem.



THEON ex Zamb. Cylindrus enim α δ, plano π θ secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, hoc est ipsis α ϛ γ δ. Dico quod est sicut ϛ π cylindrus ad π δ cylindrum, sic est ι π axis ad π ξ axem. Extēdatur axis ι ξ ex utraque parte, in λ μ, signa, exponanturq́ ipsi ι π axi æquales quilibet utcūq́ ι υ, υ λ, ipsi autē ξ π, quilibet utcūq́ ξ ξ, ξ μ, & extēdantur per λ, υ, ξ, μ signa: plana parallela α ϛ, γ δ, & intelligātur in ipsis per λ, υ, ξ, μ, planis circū centra λ, υ, ξ, μ, circuli ο π, ρ σ, τ υ, φ ψ, æquales ipsis α β, γ δ, & intelligantur cylindri, π ρ, ρ ϛ, δ τ, τ χ. Et quoniā ipsi λ υ, υ ι, ι π, axes adinuicem sunt æquales, ipsi igitur π ρ, ρ ϛ, β π, cylindri adinuicem sunt sicut bases (per 11 duodecimi.) Bases autē sunt æquales. Igitur & ipsi π ρ, ρ ϛ, ϛ π, cylindri, sunt æquales. Quoniam igitur ipsi λ υ, υ ι, ι π, axes adinuicem sunt æquales, sunt autem & ipsi π ρ, ρ β, ϛ π, cylindri adinuicem æquales, & multitudo ipsorum λ υ, υ ι, ι π, æqualis est multitudini ipsorum π ρ, ρ ϛ, ϛ π, quotuplex igitur est π λ axis ipsius ι π axis, totuplex erit & π π cylindrus ipsius β π cylindri. Et iam id propterea quotuplex est μ π axis ipsius π ξ axis, totuplex est & cylindrus χ π ipsius π δ cylindri, Et si π λ axis æqualis est ipsi π μ axi, æqualis est & cylindrus π π ipsi π χ cylindro. Si autē axis π λ maior est ipso π μ axe, maior erit & π π

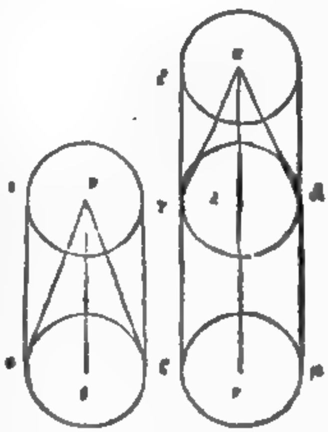
cylindrus ipso ε χ cylindro. Et si minor, minor (per 1 quinti. Quatuor igitur existentibus magnitudinibus, axibus quidem α ε, ε ζ, cylindris autem β ε, ε δ accepta (per diffinitionem 6 quinti) sunt æque multiplicia ipsius quidem ε α axis & β ε cylindri, ipse axis ε λ, & π ε cylindrus. Ipsius autem ε ζ axis, & ε δ cylindri, ε μ axis & ε χ cylindrus. Et patuit quod si κ λ, axis excedit ε μ axem, & π ε cylindrus ipsum excedit ε χ cylindrum, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Est igitur (per 6 diffinitionem quinti) sicut ε α axis ad ε ζ axem, sic β ε cylindrus ad ε δ cylindrum. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Zamb. Theorema 14 Propositio 14

14

In æqualibus basibus existentes coni & cylindri, adinuicem sese habent sicut fastigia.

THEON ex Zamb. *Sint enim in æqualibus basibus α β, γ δ, cylindri ζ δ, ε β. Dico quod est sicut cylindrus ε β ad cylindrum ζ δ, sic est η θ axis ad κ λ axem, extendatur enim κ λ axis in ν signum, ponaturque ipsi η θ axi æqualis λ ν, & circum axem λ ν, intelligatur cylindrus γ μ. Quoniam igitur ε β, γ μ cylindri sub eodem sunt fastigio, adinuicem sunt sicut bases (per 11 duodecimi) bases autem inuicem sunt æquales, igitur & cylindri ε β, γ μ, sunt æquales. Et quoniam cylindrus ζ μ, plano quodam secatur γ δ, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, est igitur (per 13 duodecimi) sicut γ μ cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic est λ ν axis ad κ λ axem, æqualis autem est γ μ cylindrus ipsi ε β cylindro, & λ ν axis ipsi η θ axi. Est igitur sicut ε β cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic est η θ axis ad κ λ axem. Sicut autem ε β cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic α β conus ad γ δ conum, tripli enim sunt cylindri ipsorum conorum (per 10 duodecimi,) & sicut igitur (per 11 quinti) η θ axis ad κ λ axem, sic α β conus ad γ δ conum, & ε β cylindrus ad ζ δ cylindrum. Quod erat ostendendum.*

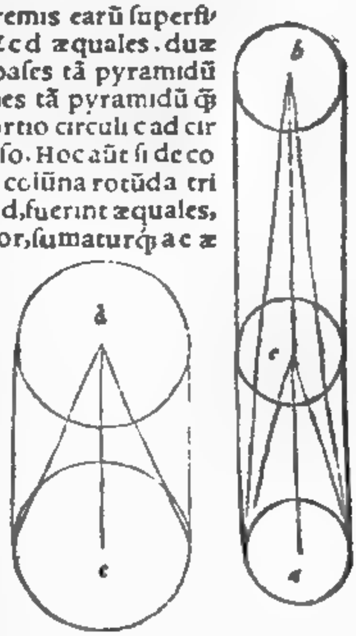


Eucli. ex Camp. Propositio 12

12

SI duæ pyramides rotūdæ siue colūnæ fuerint æquales, suæ bases & altitudines erunt mutuæ. Si uero suæ bases & altitudines mutuæ fuerint, ipsas pyramides siue columnas æquales esse necesse est.

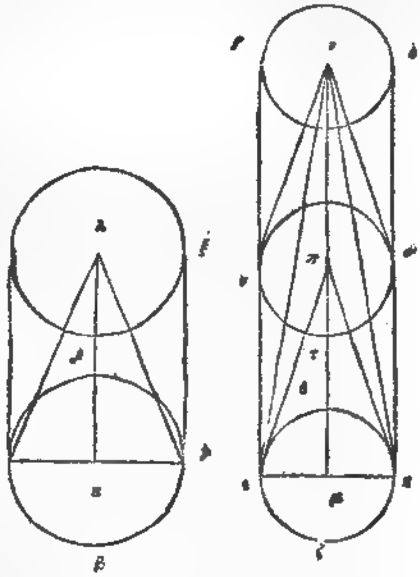
CAMPANVS. Altitudinē pyramidū determinant lineæ a conis ad bases perpēdiculariter descendētes, columnarum autē, à supremis earū superficiebus ad bases. Sint itaque duæ rotūdæ pyramides a b & c d æquales, duæque rotūdæ colūnæ a b & c d æquales, sintque cōmunes bases tā pyramidū quàm colūnarū duo circuli a & c, cōes quoque altitudines tā pyramidū quàm colūnarū determinatæ per lineas a b & c d. Dico quod proportio circuli c ad circulū a, est sicut altitudinis a b ad altitudinē c d, & ecōuerso. Hoc aūt si de colūnis pbatū fuerit, de pyramidibus certū erit, quoniā ois colūna rotūda tripla est ad suā pyramidē. Si itaque duæ altitudines a b & c d, fuerint æquales, ex præmissa cōstat ppositū. Si aūt inæquales, sit a b maior, sumaturque a e æqualis a d, & secetur colūna a b, a superficie e æquidistāter basi eius a, eritque ex præmisso antecedēte, colūna a b ad colūnā a e, sicut altitudo a b ad altitudinē a e, itēque ex pria pte 7 quinti colūnā c d ad colūnā a e sicut altitudo a b ad altitudinē a e, quare per secūdā partē 7 quinti, sicut altitudo a b ad altitudinē c d, ex præmissa autē est colūna c d ad colūnā a e, sicut circulus c ad circulū a, itaque per 11 quinti est altitudo a b ad altitudinē c d, sicut basis c ad basin a. Cōstat igitur prima pars. Secunda conuerso modo cōstabit, eadē dispositione manente. Sit enim ut basis c ad basin a, sic altitudo a b ad altitudinē c d. Dico quod duæ columnæ a b & c d sūt æquales: erit enim ex scda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e, sicut basis c ad basin a. Et quia ex præmissa, columna c d ad colūnam a e est sicut basis c ad basin a, & ex præmissa antecedēte columna a b ad columnam a e, sicut altitudo a b ad altitudinem a e, sequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnam a e sit sicut columna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d, sunt æquales. Quare constat etiam secunda pars.



Eucl.ex Zamb. Theorema 15 Propositio 15

15 **Aequalium conorum & cylindrorum, reciprocæ sunt bases uerticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ sunt bases uerticibus, sunt æquales.**

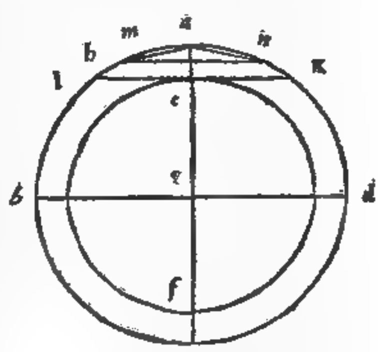
THEON ex Zamb. *Sint æquales coni & cylindri, quorũ bases quidẽ α β γ δ, ε ζ η θ, orbes, dimetientes autem ipsorum α γ, ε η, axes autem κ λ, μ ν, qui & altitudines sunt conorum & cylindrorum. Et compleantur ipsi α ξ, ε ο, cylindri. Dico quod ipsorũ α ξ, ε ο, cylindrorũ, reciprocæ sunt bases uerticibus, hoc est quod est sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν uertex ad κ λ uerticẽ. Fastigiũ enim κ λ, ipsi μ ν, fastigio aut est æquale, aut nõ. Sit prius æquale. Est autẽ & α ξ cylindrus, ipsi ε ο cylindro æqualis, sub eodẽ autẽ fastigio existẽtes coni & cylindri, adinuicẽ sunt sicut bases (per 11 duodecimi.) Aequalis est igitur α β γ δ basis, ipsi ε ζ η θ basi. Quare & reciprocæ sunt, sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν fastigiũ ad κ λ fastigiũ. Sed iam non sit uertex λ κ ipsi μ ν æqualis, sed esto maior μ ν, & auferatur (per 3 primi) ab ipsa μ ν altitudine, ipsi κ λ æqualis π μ, ponaturq́ (per 2 primi) ipsi λ κ uertici æqualis π μ, & per π signum secetur (per 13 duodecimi) cylindrus ε ο, plano τ υ σ parallelo existẽte eis quæ ex opposito planis, hoc est ε ζ η θ, ρ ο, circulorũ. Et a basi quidẽ ipsius ε ζ η θ circuli, fastigio uero μ π, cylindrus intelligatur ε σ. Et quoniam α ξ cylindrus æquus est ipsi ε ο cylindro, alius autẽ ε σ cylindrus, est igitur (per 7 quinti) sicut α ξ cylindrus ad ε ζ cylindrum, sic est ε ο cylindrus ad ε σ cylindrum. Sed sicut quidẽ α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, sic est α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin. Sub eadem enim sunt altitudine, ipsi α ξ, ε ζ, cylindri. Sicut autem cylindrus ε ο ad cylindrum ε σ, sic μ ν altitudo ad μ π altitudinem, cylindri namque in æqualibus basibus existentes, sic habent sicut fastigia. Est igitur sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν uertex ad μ π uerticem. Aequalis aũt est π μ uertex, ipsi κ λ uertici. Est igitur sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic est μ ν altitudo ad κ λ altitudinem. Aequaliũ igitur α ξ, ε ο, cylindrorũ, reciprocæ sunt bases altitudinibus. Sed iam ipsorum α ξ ε ο, cylindrorum reciprocæ sint bases altitudinibus, estoq́; sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic uertex μ ν ad uerticem κ λ. Dico quod α ξ cylindrus, æqualis est ipsi ε ο cylindro. Eisdem namque dispositis, quoniam est sicut α β γ δ basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν fastigium, ad κ λ fastigium, æqualis autem est κ λ uertex ipsi π μ uertici, est igitur sicut α β γ δ, basis ad ε ζ η θ basin, sic μ ν uertex ad π μ uerticem. Sed sicut quidem α β γ δ, basis ad ε ζ η θ basin, sic cylindrus α ξ ad ε σ cylindrum, sub eodem namque est fastigio. Sicut autem μ ν (per 14 duodecimi) uertex ad π μ uerticem, sic ε ο cylindrus ad ε σ cylindrũ. Est igitur sicut α ξ cylindrus ad ε σ cylindrum, sic est ε ο cylindrus ad ε σ, cylindrum. Aequalis igitur est α ξ cylindrus, ipsi ε ο cylindro. Sic etiã & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum, & quæ sequuntur reliqua. Quod ostendere oportuit.*



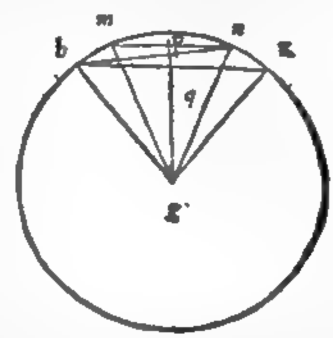
Eucl.ex Camp Propositio 13

13 **CVm propositi fuerint duo circuli ab uno centro circunducti, superficiem multiangulam æqualiũ laterũ circulũ minorẽ minime tangentium, intra circulum maiorem describere.**

CAMPANVS Sint duo circuli a b c d & e f, ab uno communi centro quod sit g, circũducti, dico quod intra maiorem qui sit a b c d, possibile est unum polygonium quod sit æquilaterũ, describi, minorẽ circulum qui est e f nullo suorum laterũ tãgens. Quadrentur enim, id est in quadrantes diuidantur hi duo circuli duabus diametris super centrum ipsorum orthogonaliter se inuicẽ secantibus, quæ sint a c & b d, sitq́ e f diameter minoris, pars diametri a c quæ est diameter maioris. Sicq́ igitur à puncto e. ducatur utrinque usque ad circunferentiam maioris lineæ orthogonaliter super diametrum e f, quæ occurrat circunferentiæ maioris, hinc quidẽ, in pũcto h inde uero, in puncto K, erit ex correlario 15 ter



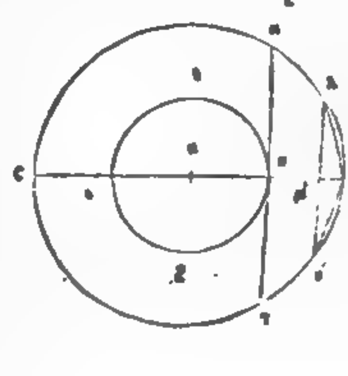
eiſ. linea h e K, contingens circulũ minorem Poſtea uero quadrantẽ a b maioris circuli diuide per æqualia in pũcto l, ſecũdũ doctrinã 29 tertij, dehinc rurſus arcũ a l. per æqualia ad punctũ m. Cũꝙ hoc pluries feceris, neceſſario tãdem deuenies ad arcũ qui minor erit arcu a h, ſitꝙ hic a m. Hoc autẽ idcirco neceſſarium eſt, quia cum fuerint duæ quãtitates inæquales, ſi a maiori earũ demãtur eius dimidiũ, itẽꝙ à reſiduo dimidiũ, poſſibile eſt hoc totiẽs fieri quouſꝙ tandẽ minor minore earũ relinquetur. quemadmodũ in 1 decimi demonſtratũ eſt. Cum igitur ſic diuidẽdo, ad arcũ quãtuluncunꝙ minorem a h, fuerit deuentum, cuiuſmodi eſt hic arcus à m, ſumatur arcus a n, æqualis arcui a m, ducãturꝙ duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a K eſt æqualis arcui a h, quod ex ſecunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifeſtum eſt, & quia arcus a n eſt æqualis arcui a m, erit ex cõi ſciẽtia, arcus n K æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h, ſũt æquidiſtãtes, ergo linea m n, nõ poterit tangere circulũ e f, quare multo fortius neque linea a m, poteſt ipſum tãgere. Quoniã igitur cõſtat circulũ a b c d diuiſibilẽ eſſe per arcus æquales arcui a m, ideoꝙ per 11 tertij ſimul cõſtat intra ipſum circulũ poſſe chordulas æquales chordulæ a m cõtinue coaptari circulũ ipſum polygoniæ chordãtes, manifeſtũ eſt intra circulũ maiorẽ poſſe unum polygonium æquilaterum cuius unum latus eſt linea a m, inſcribi Et quia linea a m nõ cõtingit circulũ minorẽ, patet ex prima parte 11 tertij & diffinitiõe linearũ à cẽtro circuli æqualiter æquidiſtantiũ, quod inſcriptũ polygoniũ nullo laterũ ſuorũ tangit circulũ minorẽ. Quod eſt propoſitũ. At quid dubitas, duas lineas m n & k h, eſſe æqdiſtãtes, cũ ſint duo arcus n k & m h æquales? Hoc aũt inoõcuſſam ueritatẽ fortium eſt, quod duæ lineæ circulũ unũ non autẽ ſe inuicẽ ſecantes, ſi ex circunferentia æquales arcus hincinde lineis ipſis interſint, erũt æquidiſtãtes. Duc quidẽ à cẽtro g, lineam g p perpẽdicularẽ ad lineã m n, quæ ſecẽt lineã h K in pũcto q, & protrahe lineas g m, g n, g k, g h, & duobus arcubus n K & m d, ſubtende duas chordas quæ etiã dicantur n K & m h. erũtꝙ ex 28 tertij hæ chordæ æquales n K & m h, eo quòd arcus æquales, & per ſecũdã partẽ 3 eiuſdẽ tertij erit linea n p, æqualis lineæ m p. Cũ igitur uterꝙ duorũ angulorũ qui ſunt ad p, ſit rectus ex diffinitione perpendicularis, erit ex 4 primi angulus n p g æqualis angulo p g m At uero per 8 primi angulus K g n eſt æqualis angulo h g m. Itaque per cõmunem ſcientiã (quæ eſt, ſi æqualibus æqualia addas, tota erunt æqualia) erit angulus K g q æqualis angulo q g h, ideoꝙ per 4 primi linea K q, erit æqualis lineæ q h, quare per primã partẽ 3 tertij, linea g q erit perpendicularis ad lineã K h. Igitur ex prima parte 28 primi duæ lineæ n m & k h, ſunt æquidiſtantes Et hoc eſt qđ dubitare conqueſtus es. Hoc enim idẽ aliter demonſtrare eſt poſſibile. Ducatur enim linea n h, eritꝙ ex ultima ſexti angulus h n m, æqualis angulo n h K, eo eo quod arcus h m eſt æqualis arcui n K, adeo ex 27 primi linea m n, æquidiſtans lineæ h k. Conuerſam quoque ſi libuerit, conuerſo modo ꝓbabis. Si enim linea m n eſt æquidiſtãs lineæ h k, erit arcus n K æqualis arcui m h. Erunt enim ex prima parte 29 primi, duo anguli h n m & n h k æquales. Ideoꝙ ex ultima ſexti duo arcus n k & m h erunt etiã æquales.



Eucl. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 16

16 Binis orbibus circum idem centrum exiſtẽtibus, in maiori orbe multãgulũ æquilaterũ & parilaterũ inſcribere, non tangens orbẽ minorẽ in ſuperficie.

THEON ex Zamb. Sint bini orbes α β γ δ, ε ζ η θ, circũ idem cẽtrum κ. Oportet in maiori circulo α β γ δ, multãguiũ æquilaterũ & parilaterũ inſcribere, nõ tangens ipſum ε ζ η θ, circulũ. Excitetur per κ centrũ, recta linea β δ, & à ſigno κ ipſi δ β rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) α κ, & extendatur in γ. Igitur α γ tangit ipſum ε ζ η θ orbem. Secantes iam (per 30 tertij) ipſam β α δ circunferentiam diuiduo, & ipſius dimidium bifariã, & hoc ſemper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quandam circunferentiã minorẽ ipſa α δ, relinquatur, & ſit ο λ δ, & ab ipſo λ in β δ, perpendicularis excitetur (per 12 primi) λ μ, extendaturꝗ in ν, & connectantur ipſæ λ δ, δ ν, λ ν. Igitur λ δ, ipſi δ ν, eſt æqualis. Et quoniã parallelus eſt α γ ipſi λ ν, ſed α γ tangit ipſum ε ζ η θ, orbem: igitur λ μ non tangit ipſum orbem ε ζ η θ, mul

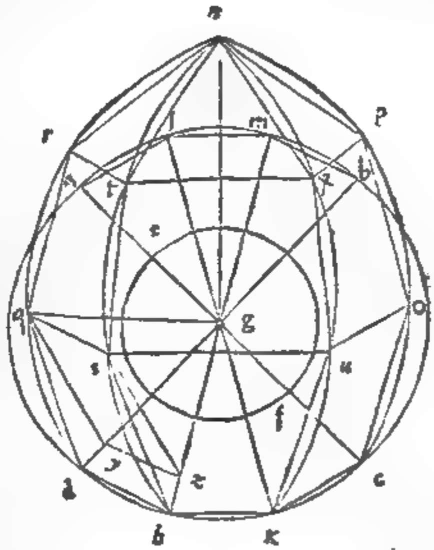


α ε, multo minus igitur ipsæ λ δ, δ ν, tāgunt ipsum ν ζ η θ, orbē. Si igitur ipsi λ δ, rectæ lineæ æquales in cōtinuū aptabimus in orbe α β γ δ, describetur in orbe α β γ δ, multangulū æquilaterum & parilaterum nō tangens ipsum orbē ε ζ η θ, minorem. Quod facere oportuit.

CORRELARIVM. *Et inde est manifestum, quod perpendicularis quæ ex λ in β δ, unum circulum non tangit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 DVabus sphæris unū centrū habētibus propositis, intra maiorē earū solidū multarū basiū superficiē minoris sphæræ minime tāgētiū figuraliter cōstituere. Quo cōstituto si in miori sphæra siue in qualibet alia sphæra simile corp⁹ intelligibiliter cōstituatur. erit proportio corpis multarū basiū intra maiorē sphærā cōstituti ad corp⁹ multarū basiū intra minorē sphærā uel aliā cōstitutū, sicut diametri maioris sphæræ ad diametrū minoris uel alteri⁹ ꝓportio triplicata.



CAMP. Sint ꝓpositæ duæ sphæræ, a b c d & e f. unū atque idē centrū quod sit g, habentes. & sit maior earū sphæra a b c d, minor uero sphæra e f, uolumus autē intra maiorem earū unū corpus multarū basiū constituere, de quibus nō intēdimus quod ipsæ bases sint æquales aut similes. sed quod nulla earum non tangat superficiē minoris sphæræ. Cū igitur hoc uoluerimus facere, secabimus simul utrāq; ꝓpositarū sphærarū una plana superficie per cōe cētrū earū trāseūte, eritq; ex diffinitione sphæræ & diffinitiōe circuli, cōmunes sectiones huius secantis superficiei & superficierū sphærarū propositarū, lineæ cōtinentes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f. quorū centrū est centrū sphæræ de quo ꝓpositū est quod ipsum sit g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris se supra cōe centrū eorū orthogonaliter secātibus, quæ sint a c & d b, postea maiori circulo secundū præcepta præmissæ inscribemus unū polygoniū æquilaterū, nullo suorū laterū tāgēs minorē circulū. Et sufficiat exēpli causa inscripsisse dodecagonū æqlaterū, ita q in quadrāte ipsius maioris circuli q est c d, sint tria latera hui⁹ dodecagoni quæ sint chordæ d h, h k, & k c, quæ cū sint æquales, erūt quoq; ex prima pte 27 tertij arcus earū æquales. Dehinc à duobus pūctis h & k quæ sunt extremitates mediæ chordæ, producemus duas diametros quæ sunt h m & k l, & super cētrū g erigemus lineā g n perpēdicularē ad superficiē circuli a b c d, quā ꝓducemus quousq; obuiet sup̄ficiei sphæræ maioris super pūctū n. Deinde intelligā quatuor superficies secātes sphæras propositas, quarū unaquæq; secet eas super lineā g n, scilicet p̄ria earū, supra lineā g n & diametrū d b. secūda, super lineā g n & diametrū h m. tertia uero super lineā g n & diametrū k l, quarta aūt, super lineā g n & diametrū c a, erūtq; ex diffinitiōib⁹ sphæræ & circuli, cōmunes sectiōes harū superficierū & superficiei sphæræ maioris, lineæ cōtinētes circulos, & erūt portiōes inscriptæ ut inter punctū n & quatuor pūcta quæ sunt d, h, k, c, quadrantes horū circulorū, qui quadrātes sunt d n, h n, k n, & c n. Hoc autē ideo euenit, qđ oēs anguli quos cōtinet linea g n cū unaquaq; diametrorū protractarū in superficie circuli a b c d. sunt recti ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad superficiē, recti uero anguli in centro, quartæ circunferētiæ subtendātur, quod ex ultima sexti euidenter apparet. Ex diffinitiōe aūt circulorū æqualiū manifestū est, q unusq; horū quatuor circulorū est æqualis circulo a b c d nā diameter omniū ipsorū, est diameter sphæræ maioris. Igitur per 16 quinti. quadrātes eorū, sunt æquales. Quare qnq; arcus qui sūt d n, h n, k n, c n, & d c, sūt æquales. In unoquoq; ergo quatuor quadrātiū circulorū erectorū coaptētur hypothenusales chordæ quarū quælibet sit æqualis chorde circuli ꝓstrati, quæ sūt latera polygonij sibi inscripti & est una earū chorda d h. sintq; i p̄rio qdē, d q, q r, & r n.

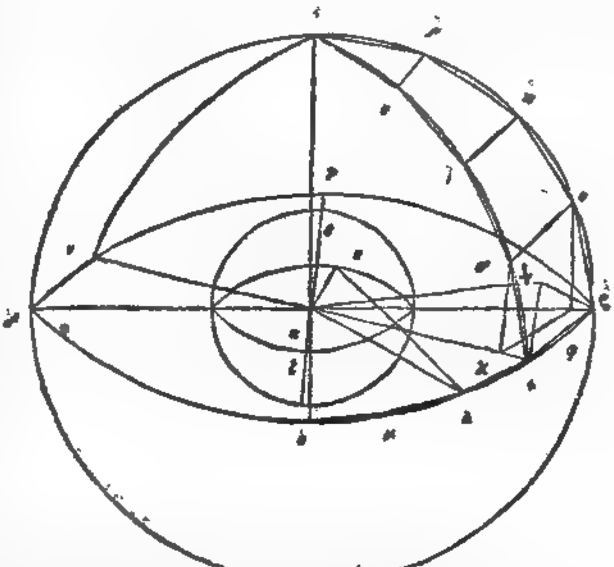
in ſecundo uero,h f,f t,& t n.in tertio autem,k u,u x,& x n,& in quarto, ſint c o,o p,& p n.Et protrahantur corauſti coniũgentes capita hypothenuſalium chordarũ quæ ſint q ſ,ſ u,u o,& r t,t x,x p. Vides igitur quartæ parti ſupioris hemiſphærη maioris ſphæræ quæ quidẽ quarta pars eſt d n c.inſcriptum eſſe corpus 9 baſiũ,quarũ tres quæ coëunt in puncto n.ſunt triangulæ,cæteræ autem ſunt quadrangulæ,ſuntq́ harũ quadrãgularum ſuperficierum hypothenuſalia latera æqualia,ſed non æquidiſtantia. Corauſti autẽ inter quoſq́ duos circulos intercepti.ſunt æquidiſtantes adinuicem & chordæ circuli proſtrati,ſed non ſunt adinuicem æquales. Hoc autẽ ſcies,ſi perpẽdiculares à corauſtorum extremitatibus ad ſuperficiẽ circuli iacẽtis dimiſeris,de quibus cõſtat quod ipſæ cadent ſuper diametros circulorũ quos corauſti cõtinuant,quod ex demõſtratis in 11 undecimi facile deprehendes. Verbi gratia Sint a duobus terminis corauſti q ſ,demiſſæ duæ perpendiculares q y & ſ z,cadentes in diametris d b & h m, & protrahantur lineæ q g & y z.eruntq́ ex quarta ſexti duo trianguli q y d & ſ z h.ſimiles: quare proportio duarum perpendicularium q y & ſ z,erit ſicut duarum chordarum q d & ſ h. Cumq́ ſint chordæ æquales,erunt et.ã & perpendiculares æquales. At ipſæ ſunt æquidiſtãtes ex 6 undecimi,ergo ex 11 primi corauſtus q ſ.eſt æqualis & æquidiſtans lineæ y z. Et quia ex ſecunda parte ſecundæ ſexti linea y z eſt æquidiſtãs chordæ d h.& ideo minor ea,ſequitur ex 9 undecimi ut corauſtus q ſ,ſit etiam æquidiſtans chordæ d h,& minor ea ex conceptione. Cum itaque chordæ quæ ſunt latera polygonη inſcripti in circulo iacenti (& ipſæ ſunt omnes æquales chordæ d h non tangant ſphærã minorem,neceſſe eſt ut nullum latus harum baſium corporis inſcripti ſiue quadrãgulæ ſint ſiu trigonæ,tangat eandem minorem ſphæram cũ omnia hæc latera ſint ipſius chordæ æqualia aut minora. Simpliciter autem dico quod nulla etiam harũ baſium de quibus omnibus manifeſtũ eſt ex ſecunda parte 2 undecimi quod ipſæ ſunt totæ in ſuperficie una,poteſt aliquo ſui puncto contingere minorem ſphærã,eo quod omnis linea recta ducta ſuper quẽlibet punctũ cuiuſq́ earũ æquidiſtãter corauſto.minor eſt neceſſario chorda proſtrati circuli. Si igitur conuexitates aliarũ quartarũ maioris ſphæræ tam ſuperioris hemiſphærη quam inferioris ad eius ſimilitudinem quadrilateris trilaterisq́ ſuperficiebus ſubtexãtur,erit maiori ſphæræ corpus 72 baſium ſuperficiem minoris ſphæræ minime tangentium quemadmodum propoſitum fuerat inſcriptũ. Dico inſuper quod ſi in alia qualibet ſphæra ſimile corpus ſtatuatur, erit proportio unius ad alterũ ſicut diametri unius ſphæræ ad diametrũ alterius triplicata. Erunt enim ex 72 baſes utriuſque corporis,baſes totidem lateratarum pyramidum,quarum omniũ uertices erunt in centris ipſarũ ſphærarũ Has autem pyramides perficies,ſi a ſingulis angulis inſcriptorum corporum quæ ſunt extremitates chordarum & corauſtorum lineas ad centra ſphærarum produxeris, Stude itaque. ex diffinitione ſimilium corporum probare cũctas pyramides unius,eſſe ſimiles ſuis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8 huius proportio uniuſcuiuſque earum unius ad ſuam relatiuã alterius,ſicut proportio ſemidiametrorum ſphærarum ipſarum triplicata,ſunt enim ſemidiametri ſphærarum.latera cunctarum pyramidum At quia ſemidiametrorũ eſt ex 15 quinti una proportio,ex 11 eiuſdem facile concludes propoſitum.

Eucli ex Zamb. *Theorema 1* *Propoſitio 17*

17 **Binis ſphæris circum idem centrum exiſtentibus , in maiori ſphæra ſolidum polyhedrum inſcribere non tangẽs ſphæram minorem in ſupficie.**

THEON ex Zamb. *Intelligantur binæ ſphæræ circum idem centrum a. Oportet iam in maiori ſphæra ſolidum polyhedrum inſcribere,non tangens ſphæram minorem in ſuperficie. Secentur ſphæræ,plano aliquo per centrum,erunt igitur ſectiones.circuli: quoniã (per 14 diffinitionem undecimi) manente diametro & circunducto ſemicirculo facta eſt ſphæra. Quare in qualicunque poſitione intelligamus hemicyclium, quod per ipſum eductum planum,efficiet in ſuperficie ſphæræ circulum,& manifeſtum quod & maximum,quoniã ſphæræ diameter quæ etiam eſt hemicycli diameter,& perinde circuli,maior eſt (per 15 tertη) omnibus in circulo uel ſphæra ductis rectis lineis. Eſto igitur in maiori quidem ſphæra circulus β γ δ ε,in minori aũt circulus ζ η θ,excitentur q́ ipſorũ diametri ad angulos rectos ſibi inuicem β δ,γ ε,& binis orbibus circa idem centrum exiſtentibus (hoc eſt β γ δ ε,ζ η θ) in maiori circulo β γ δ ε,multangulum æquilaterum & parilaterum deſcribatur (per præcedentem) nõ tangens ſphæram minorẽ ζ η θ.cuius latera ſint in β ε quarta parte,β κ,κ λ,λ μ,μ ε,& connexa κ α recta linea,extendatur in ν,& excitetur (per 12 undecimi).ab ipſo a ſigno.ipſi ipſius β γ δ ε circuli plano ad angulos rectos α ξ,& incidat ipſi ſuperficiei ſphæræ in ξ & per α ξ,& per utranque ipſarum β δ,κ ν,plana producantur. Facient iam per prædicta in ipſius ſphæræ ſuperficie*

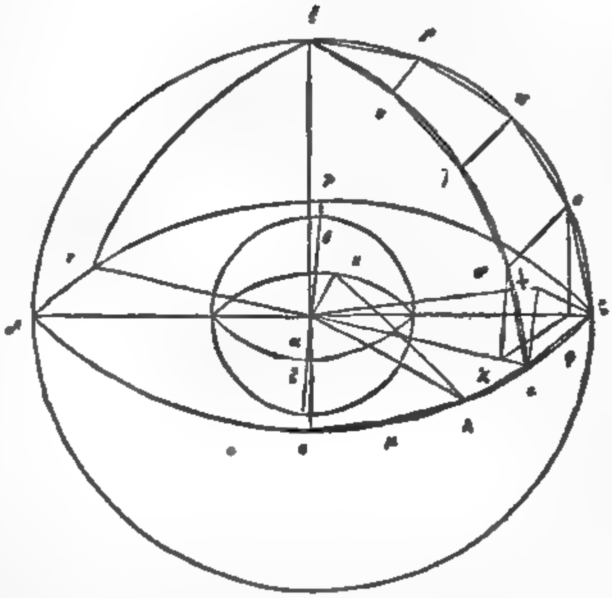
ſuperficie maximos orbes, efficiãt, quorũ hemicyclia ſint in ε δ, κ μ, diametris, ipſa ε ζ δ, κ ζ ν. Et quoniã ζ α recta eſt ad ipſius ε γ δ ι planũ. & omnia igitur quæ per ζ α, plana, recta ſunt ad ipſius α ε γ δ ι circuli planũ, quare & ε ζ δ, κ ζ ν, hemicyclia, recta ſunt ad ipſius β γ δ ι circuli planum. Et quoniam hemicyclia, ε ι δ, ε ζ δ, κ ζ ν, ſunt æqualia, in æqualibus namque ſunt diametris ε δ, κ ν, & ε ι, ε ζ, κ ζ, quartæ partes inter ſe ſunt æquales. Quot igitur latera multãguli ſunt in β ι quarta parte, tot quo que ſunt in ipſis β ζ, κ ζ, quartis partibus ipſis κ ε, κ λ, λ μ, μ ι, rectis lineis æquales. Deſcribãtur, & ſint ε ο, ο π, π ρ, ρ ζ, κ σ, σ τ, τ υ, υ ζ. & cõnectantur ipſæ σ ο, τ π, υ ρ. Et ab ipſis ο, σ, in ipſius ε γ δ ι circuli planũ perpẽdiculares excitentur. Cadũt, inquã, in cões ſectiones planorũ ε δ, κ ν, quoniã & ipſorũ ε ζ δ, κ ζ ν, plana recta ſunt ad ipſius ε γ δ ι circuli planũ, cadãt, & ſint ο φ, σ χ, & cõnectãtur φ χ. Et quoniã in æqualibus hemicycliis ε ζ δ, κ ζ ν, æquales rectæ lineæ ſunt ε ο, κ σ, & perpendiculares ductæ ſunt ο φ, σ χ, æqualis igitur eſt ο φ ipſi σ χ, & β φ, ipſi κ χ, eſt autem & tota ε α, toti κ α æqualis, & reliqua igitur φ α, reliquæ χ α eſt æqualis. Eſt igitur ſicut β φ ad φ α, ſic eſt κ χ ad χ α, parallelus igitur eſt φ χ, ipſi κ ε. Et quoniã utraque ipſarum ο φ, σ χ recta eſt ad ipſius ε γ δ ι circuli planum, parallelus igitur eſt ο φ ipſi σ χ: patuit aũt, quod & ipſi æqualis, ipſæ χ φ, σ ο, igitur æquales & paralleli ſunt. Et quoniam χ φ, ipſi σ ο parallelus eſt, ſed φ χ, ipſi κ ε parallelus eſt, & σ ο igitur ipſi κ β parallelus eſt, & ipſas cõnectũt, ipſæ β ο, κ σ, igitur ε ο, κ σ, quadrilaterũ, in uno eſt plano. Quoniã (per 7 undecimi) ſi fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, & in utraque ipſarũ accipiantur contingent. a ſigna, & ad ipſa ſigna annexa recta linea, in eodẽ eſt cũ ipſis parallelis plano. Idq́; propterea & unũquodq; ipſorũ σ ο π τ, τ π ρ υ, quadrilaterorũ, in uno eſt plano. Eſt autẽ triãgulũ υ ρ ζ, in uno plano. Si uero intelligamus ab ipſis ο, σ, π, τ, ρ, υ, ſignis in α connexas rectas lineas, cõſtituetur quædã figura ſolida polyhedra inter β ζ, κ ζ, circũferẽtias, ex pyramidibus cõpoſita, quarũ baſes quidẽ ſunt κ β ο σ, σ ο π τ, τ π ρ υ, quadrilatera, & υ ρ ζ triãgulũ, uertex aũt α ſignũ. Si aũt & in unoquoq; ipſorũ κ λ, λ μ, μ ι, laterũ, ſicut in ε κ eadẽ cõſtruamus, & inſuper in reliquis tribus quartis partibus, & in reliquo hemiſphærio, cõſtituetur figura ſolida polyhedra deſcripta in ſphæra, contẽta ex pyramidibus quarũ baſes ſunt prædicta quadrilatera & triãgulũ υ ρ ζ, & quæ in eodẽ ordine eis, uertex aũt α ſignũ. Dico quod prædicta polyhedra nõ tãget minorẽ ſphærã in ſuperficie, in qua eſt circulus ζ η θ. Excitetur (per 11 undecimi) ab ipſo α ſigno in ipſius κ ε ο σ quadrilateri planũ, perpẽdicularis α ψ, & incidat ipſi plano in ψ ſigno, & connectãtur β ψ, ψ κ. Et quoniã α ψ recta eſt ad ipſius ε κ ο σ planũ, & ad omnes igitur ipſam tangentes rectas lineas & exiſtẽtes in ipſius quadrilateri plano recta eſt α ψ (per 2 diffinitionẽ undecimi.) Igitur α ψ, recta eſt ad utrãq; ipſarũ β ψ, ψ κ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) α ε ipſi α κ eſt æqualis, æquũ eſt & q́ ex α ε, ei quod ex α κ. Et ipſi quidẽ quod ex α β, æqualia ſunt (per 47 primi) ea quæ ex α ψ, ψ β, rectus enim, qui ad ψ. Ipſi aũt quod ex α κ, æqualia ſunt quæ ex α ψ, ψ κ. Quæ igitur ex α ψ, ψ β, æqua ſunt eis quæ ex α ψ, ψ κ. Cõe auferatur q́ ex α ψ, reliquũ igitur quod ex ε ψ, reliquo q́ ex ψ κ eſt æquale, æqualis igitur eſt ε ψ, ipſi ψ κ. Similiter id demõſtrabimus q́d & quæ ab ψ ad ο σ cõnexæ rectæ lineæ, æquales ſũt utriq; ipſarũ β ψ, ψ κ. Cẽtro igitur ψ, & ſpacio altero ipſorũ ε ψ, ψ κ, circulus deſcriptus, ibit etiã per ο, σ, & quadrilaterũ κ ε ο σ, erit in circulo. Et quoniã κ β maior eſt ipſa χ φ, æqualis autẽ eſt χ φ ipſi σ ο, maior igitur eſt ε κ ipſo σ ο. Aequalis aũt eſt κ ε, utriq; ipſarũ κ σ, ε ο, & utraq; igitur ipſarũ κ σ, ε ο, ipſa σ ο maior eſt. Et quoniã in circulo quadrilaterũ eſt κ ε ο σ, & β κ, ε ο, κ σ, æquales, & minor ο σ, & ex cẽtro circuli eſt β ψ, igitur quod ex κ ε, eo quod ex ε ψ maius eſt q̃ duplũ. Excitetur (per 12 primi) ab ipſo κ, in ε φ perpẽdicularis κ ω. Et quoniã β δ ipſa δ ω minor eſt q̃ dupla, eſtq́; ſicut ε δ ad δ ω ſic q́ ex δ β. ε ω, ad id q́ ſub δ ω, ω ε, deſcripto aũt ab ipſa ε ω quadrato, cõpletoq; q́ in parallelogrãmo, & quod ſub δ β, β ω, igitur eo quod ſub δ ω, ω β, minus eſt quàm duplum, & connexa κ β, quod ſub δ ε, β ω, æquum eſt ei quod ex ε κ, quod uero ſub δ ω, ω ε, æquũ eſt ei quod ex κ ω. Igitur quod ex κ β, eo quod ex κ ω minus quàm duplũ. Sed quod ex κ ε, eo quod ex ε ψ maius eſt quàm duplũ, maius igitur eſt quod ex κ ω, eo quod ex ε ψ. Et quoniã (per 15 diffinitionem primi ε α, ipſi κ α eſt æqualis, æquũ eſt & quod ex ε α ei quod ex κ α. Et autem quod autẽ ex α ε, (per 47 primi) æqualia ſunt quæ ex ε ψ, ψ α. Et aũt quod ex κ α, (per 47 primi) æqua ſunt quæ ex κ ω, ω α. Quæ igitur ex β ψ, ψ α, æqualia ſunt eis quæ ex κ ω, ω α. quorũ quod eſt κ ω maius eſt eo quod ex β ψ. Reliquũ igitur q́ ex ω α, minus eſt eo quod ex ψ α. Maior igitur eſt α ψ, ipſa α ω, multo igitur maior eſt α ψ, ipſa α η, Eſtq́; ipſa





sa α ψ in unã ipsius polyhedri basin, & α η in minoris sphæræ superficiem. Quare & polyhedrũ nõ tangit sphærã in superficie. Quod facere oportebat.

Ostẽdẽdũ iã & aliter ac expeditius quod maior est α ψ, ipsa α η. Excitetur (per 11 primi) ab ipso η ipsi α η ad angulos rectos η λ, & cõnectãtur α λ. Secãtes iã (per 30 tertij) ipsam γ ε circũferẽtiam diuidue, & dimidiũ ipsius diuidue, & hoc semper faciẽtes, relinquemus quãdam circunferentiã quæ est minor quã circunferẽtia ε γ δ circuli quæ subtenditur ab æquali ipsi η λ, relinquatur, & esto κ ε circũferẽtia. Minor igitur est & κ ε recta linea, ipsa η λ. Et quoniã in circulo est ε κ σ ο quadrilaterum, & æquales sunt ο β, ε κ, κ ζ, & minor est ο σ, angulus igitur qui sub β ψ κ obtusus est, maior igitur est ε κ, ipsa β ψ. Sed ipsa κ ε maior, est quàm ipsa η λ. multo maior igitur est η λ, ipsa ε ψ, maius igitur est & quod ex η λ, eo quod ex β ψ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi,) α λ ipsi α β est æqualis, & quod ex α λ, igitur ei est æquũ quod ex α ε. Sed et quod ex α λ, æqua sunt quæ ex α η, η λ: et uero quod ex α ε æqua sunt quæ ex ε ψ, ψ α. Quæ igitur ex α η, η λ, æqualia sunt eis quæ ex ε ψ, ψ α. Quorũ quod ex ε ψ, minus est eo quod ex η λ, & reliquũ igitur quod ex ψ α, maius est eo quod ex α η. Maior igitur est α ψ, ipsa α η. Binis igitur sphæris circũ idẽ centrum existentibus, in maiori sphæra solidũ polyhedrum descriptũ est non tangẽs minorem sphæram in superficie. Quod facere oportuit.





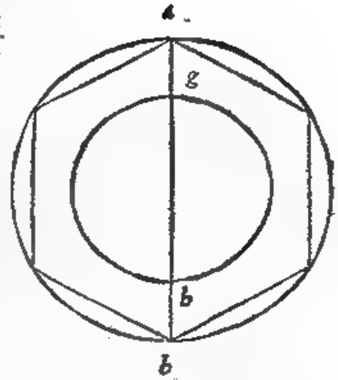
CORRELARIVM. *Si uero & in altera sphæra ei quod in ε γ δ ι, sphæra, solido polyhedro, simile solidũ polyhedrũ inscribatur, in ipsa ε γ δ ι sphæra solidũ polyhedrũ ad id quod in altera sphæra solidum polyhedrũ triplã habet rationẽ, quàm ipsius ε γ δ ι sphæræ dimetiẽs ad ipsius alterius sphæræ dimetientẽ. Distributis nãq; solidis in numero æquales & æqualis ordinis pyramidas, pyramides similes erũt. Similes uero pyramides, (per 8 duodecimi) adinuicẽ in tripla sunt rõne eiusdẽ rõnis laterũ. Pyramis igitur cuius basis quidẽ est κ ε ο σ quadrilaterũ, uertex aũt α signũ, ad eã quæ in altera sphæra similis ordinis pyramida triplã habet rõnẽ, quã similis rõnis latus ad similis rõnis latus, hoc est quàm α β quæ ex cẽtro eius est sphæræ quæ circũ α centrũ, ad eã quæ ex centro alterius sphæræ. Similiter & unaquæq; pyramis quæ in sphæra quæ circũ centrũ α, ad quãlibet pyramida eiusdẽ ordinis in altera sphæra triplã habebit rõnẽ quàm α ε ad eã quæ ex cẽtro alterius sphæræ. Et sicut unũ antecedentiũ ad unũ sequentiũ sic õnia õantecedentia ad õnia sequẽtia. Quare totũ solidũ polyhedrũ quod in sphæra quæ circũ centrũ α, ad totũ solydum polyhedrum quod in altera sphæra triplam rationem habebit quàm α ε ad eã quæ ex centro alterius sphæræ, hoc est quàm ε δ diameter ad alterius sphæræ diametrum. Quod ostendere oportuit.*

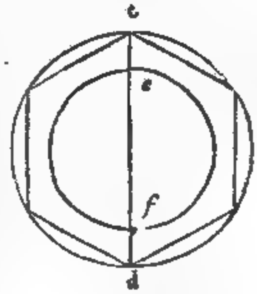
Euclid. ex Camp. Propositio 15

15 **OMnium dua rum sphærarum est proportio alterius ad alteram, tanquam suæ diametri ad diametrũ alterius proportio triplicata.**

CAMPANVS Sint duæ sphæræ a b & c d, quarum diametri sint a b & c d. Dico quod proportio earum est sicut suarũ diametrorum proportio triplicata. Cuius demõstratio est. Quoniam neque ad minorem sphæram quàm sit sphæra c d neque ad maiorẽ est proportio sphæræ a b, sicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Esto quidem proportio sphæræ a b ad sphæram e f, sicut diametri a b sphæræ a b, ad diametrũ c d triplicata. Demonstrabo itaque, quod sphæra e f nõ potest esse minor neque maior quàm sphæra c d. Si enim affirmet aduersarius eã esse minorem, imaginabor eã includi à sphæra c d, & circunduci ab eodem centro, & inscribam sphæræ c d iuxta præcepta præmissæ, unum corpus multarum basium non tangentium superficiem sphæræ e f, minoris. dicaturque istud corpus nomine sphæræ cui inscribitur, c d. Postea simile corpus multarum basium inscribam sphæræ a b, quod etiam nomine suæ sphæræ dicatur a b: Constat itaq; ex secunda parte præmissæ & undecimi quinti, quod proportio sphæræ a b ad sphærã e f. est sicut corporis multarum basium quod est a b, ad corpus

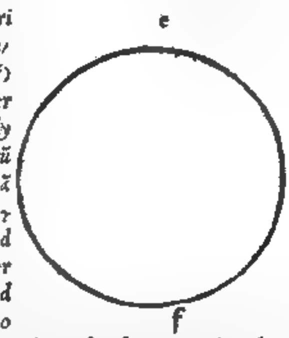
corpus multarum baſium quod eſt c d, utraque enim, eſt ſicut diameter a b ad diametrum c d triplicata. Hæc autem, ex hypotheſi, illa uero, ex ſecunda parte præmiſſæ. Quare p rmutatim proportio ſpheræ a b ad corp9 multarũ baſiũ a b, eſt ſicut ſphæra e f ad corpus multarum baſium c d. Cum igitur ſphæra a b ſit maior corpore multarum baſium a b, erit etiã ſphæra e f maior corpore multarum baſium c d. Hoc autẽ eſt impoſſibile, nã ipſa eſt pars eius. Non eſt ergo ſphæra e f minor ſphæra c d. Si autẽ dicat aduerſarius eam eſſe maiorem, confutabimus ipſum hoc modo. Erit enim per conuerſam proportionalitatem ſphæra e f ad ſphærã a b, ſicut diameter c d ad diamet rum a b triplicata. Sit itaque eadem ſphæræ c d, ad ſphæram g h, eritq́ ex 14 quinti ſphæra g h, minor ſphæra a b, eo qđ ſphæra c d poſita eſt minor ſphæra e f. Quare proportio ſphæræ c d ad aliquam ſphæram minorem ſphæra a b, eſt ſicut diametri c d ad diametrum a b triplicata. At hoc eſt impoſſibile, nã ex hoc ſequitur, quod pars ſit maior ſuo toto ut demonſtratum eſt prius. Itaque ſphæra e f, non eſt maior neq; minor quàm ſphæra c d. Igitur (ex 7 quinti) concludẽ ꝓpoſitã cõcluſionẽ, quæ imponit finẽ libro duodecimo.



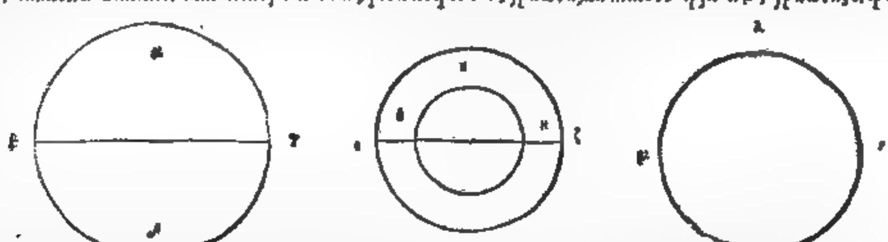


Euch. ex Zamb. Theorema 16 Propoſitio 18

18 Sphæræ adinuicem, in triplici ſunt ratione propriorum dimetientium.



THEON ex Zãb. *Intelligãtur ſphæræ α β γ, δ ε ζ, diametri uero ipſarũ ſint β γ, ε ζ, dico quod ſphæra α β γ ad ſphæram δ ε ζ, triplã habet rationẽ quàm β γ ad ε ζ. Si aũt nõ: habebit igitur α β γ ſphæra ad minorẽ aliquã ipſa δ ε ζ, ſphæra, triplã rationẽ, uel ad maiorẽ, quàm β γ ad ε ζ. Habeat prius ad minorẽ η θ κ, & intelligatur δ ε ζ ſphæra, ipſi η θ κ, circũ idẽ centrũ, deſcribaturq́; (per præcedentẽ) in ſphæra maiori δ ε ζ, ſolidũ polyhedrũ non tangẽs minorẽ ſphærã η θ κ in ſuperficie. Deſcribatur autẽ (per eandẽ, & in α β γ ſphæra, et quod in δ ε ζ, ſolido polyhedro ſimile ſolidũ polyhedrũ. Igitur (per correlariũ eiuſdem) ſolidũ polyhedrũ quod in ſphæra α β γ, ad id ſolidũ polyhedrũ quod in δ ε ζ, triplã habet rõnẽ quã β γ ad ε ζ. Habet autẽ & α β γ ſphæra, ad η θ κ ſphæram, triplã rationẽ quàm β γ ad ε ζ, eſt igitur ſicut ſphæra α β γ ad ſphæram η θ κ, ſic ſolidum polyhedrũ quod in α β γ ſphæra, ad ſolidũ polyhedrũ quod in δ ε ζ, ſphæra. Viciſsim igitur (per 16 quinti,) ſicut α β γ ſphæra ad id quod in ipſa polyhedrũ, ſic η θ κ, ſphæra ad id quod in δ ε ζ ſphæra ſolidũ polyhedrũ. Maior autẽ eſt α β γ ſphæra, ſ e q; in ſe polyhedro. Maior igitur & η θ κ ſphæra, eo quod in δ ε ζ, ſphæra polyhedro. Sed & minor, ab ipſo namq; cõprehenditur, quod eſt impoſsibile. Sphæra igitur α β γ, ad minorẽ ipſa δ ε ζ ſpherã, triplã rationẽ non habet quàm β γ, diameter ad δ ζ diametrũ Similiter iam demõſtrabimus, quod neque δ ε ζ ſphæra, ad minorẽ ipſa α β γ ſphæra, triplam*



habet rõnem quàm ε ζ ad β γ. *Dico iam quod neque ſphæra α β γ, ad maiorem aliquã ipſa δ ε ζ ſphæra triplã habet rationẽ quàm β γ ad ε ζ. Si enim poßibile habeat ad maiorẽ λ μ ν. Conuerſim igitur ſphæra λ μ ν ad ſphæram α β γ triplã habet rationẽ, quàm diameter ε ζ ad diametrũ β γ. Sicut autẽ λ μ ν ſphæra ad α β γ, ſphæram, ſic δ ε ζ ſphæra ad minorẽ aliquã ipſa α β γ ſphæra, ſicut antea patuit, quoniam maior eſt λ μ ν ipſa δ ε ζ, & ſphæra δ ε ζ ad minorem ipſa α β γ, ſphæra triplam habet rationem quàm ε ζ ad β γ, quod eſt impoßibile. Igitur ſphæra α β γ, ad maiorem ipſa δ ε ζ ſphæra, triplam rationẽ non habet quàm β γ ad ε ζ. Patuit autẽ quod neque ad minorem, Ipſa igitur α β γ ſphæra, ad δ ε ζ ſphæram, triplam habet rationem, quàm β γ ad ε ζ. Quod oſtendendum fuerat.*

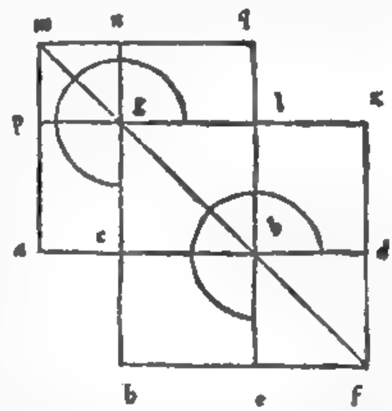
DVODECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM. LIBER TERTIVSDECIMVS.

Eucl des ex Campano. *Propositio 1*

1 CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duóque extrema, si maiori portioni linea in longum addatur æqualis dimidio ipsius lineæ proportionaliter diuisæ, quadratum lineæ ex eis duabus compositæ quadrati medietatis eiusdem lineæ diuisæ quintuplum esse necesse est.

CAMPANVS Sit linea a b diuisa in puncto c, prout docet 29 sexti, & sit maior portio eius, linea b c, cui b c directe adiungatur linea b d, quæ sit æqualis medietati totius a b. Dico quod quadratum lineæ c d, erit quintuplũ ad quadratũ lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d, & sit eius quadratum d e, & circũponam huic quadrato gnomonem secũdum quantitatem lineæ b c, protracta diametro f b g, sitq; circũpositus gnomo e g d, eritq; ex 21 sexti superficies i de composita, quæ sit h k, tanquã quadratum lineæ c d. Dico igitur quadratũ h k, quintuplum esse ad quadratũ d e. Sit igitur c l quadratum circumpositi gnomonis, sibiq; circũponatur alius gnomo ad quantitatem lineæ a c, protracta diametro f b usque ad m, sitq; hic gnomo c m l, & protrahantur lineæ c n & p l æquidistanter lateribus oppositis, secantes se super diametrũ f m in puncto g. Manifestũ est autem ex 21 sexti, quod cõpositũ ex hoc secũdo gnomone & quadrato c l (& ipsum quadratũ sit a q) est quadratũ lineæ a b, qđ ex quarta scđi necesse est esse quadruplũ ad quadratũ d e, eo qđ linea b d est medietas lineæ a b.



Cumque sit ex prima parte 16 sexti superficies a n, ideoque per 43 primi superficies m l æqualis quadrato c l, prouenit enim a n, ideoq; & m l, ex b a in a c, & c l prouenit ex c b in se, & cum ex prima sexti sit a l dupla ad l d, ideoq; æqualis l d & c e pariter acceptis ex 41 primi, erit ex hac communi scientia (si æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratũ a q æquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum d e, quemadmodum erat quadratum a q. Itaq; totum quadratum h k, cum ipsum constet ex simplo & quadruplo, erit ex communi sciẽtia quintuplum ad idẽ. Quod est propositum.

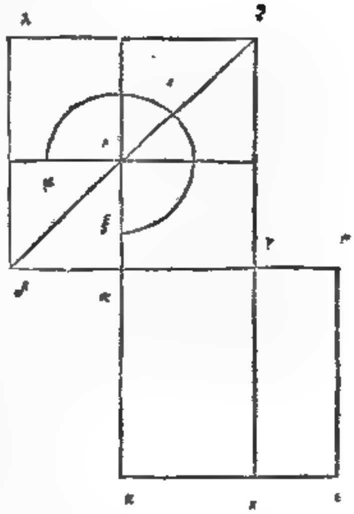
IDEM aliter. Ex quarta secundi constat, quod quadratum lineæ a b, est quadruplũ ad quadratum lineæ b d. At per secundam eiusdem quod fit ex a b in b c & in a c, est æquale quadrato a b, quod autem ex a b in b c, æquũ est ei quod ex b d bis in b c, quod ex prima secundi manifestum est, cũ a b sit dupla ad b d. At uero quod ex a b in a c est ex prima parte 16 sexti æquale quadrato b c. Itaque per communem scientiam quod fit ex b d, bis in b c, quod ex b c in se, est æquale quadrato a b, & ideo est quadruplum ad quadratum b d. Quare superaddito quadrato b d, erit totum aggregatum, quintuplum, uidelicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta secundi hoc totũ est æquale quadrato c d, constat uerũ esse quod diximus.

Eucl. ex Zamb. *Theorema 1* *Propositio 1*

1 SI recta linea extrema & media ratione secetur maius segmentum admittens totius dimidiam, quintuplum potest eius quod ex totius dimidia.

THEON

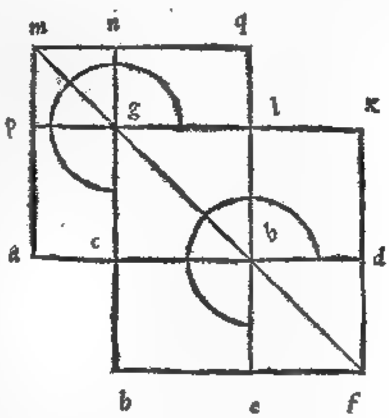
THEON ex Zāb. *Recta enim linea α β extrema & media rõne secetur in γ signo, & sit maius segmentũ α γ, & extendatur in rectam lineam γ α, α δ: & ponatur ipsius α β, dimidia α δ. Dico quod ex γ δ, eius quod ex δ α, quincuplũ potest. Describantur enim (per 46 primi) ab ipsis α ϐ, δ γ, quadrata α ε, δ ζ, & in δ ζ describatur figura, extendaturq́; ζ γ in η. Et quoniam α β, extrema & media ratiõe diuisa est in γ, igitur quod sub α β, ϐ γ, æquũ est ei quod ex α γ. Est autẽ id quod sub α β, β γ, ipsum γ ε, quod autem ex α γ, ipsum ζ θ. Igitur γ ε, ipsi ζ θ est æquale. Et quoniã β α ipsius α δ dupla est, æqualis aũt est ϐ α ipsi κ α, & α δ, ipsi α θ, igitur & κ α, ipsius α θ dupla est. Sicut autẽ κ α ad α θ, sic γ κ ad γ θ. Duplum igitur est γ κ, ipsius γ θ. Sũt autem & ipsa λ θ, θ γ, dupla ipsius γ θ, (supplemẽta nãq; adinuicẽ sunt æqualia per 43 primi,) Igitur γ κ, ipsis λ θ, θ γ, est æquale, demonstratũ autem est, quod & γ ε, ipsi ζ θ est æquale, totum igitur α ε quadratum, æquũ est ipsi μ ν ξ gnomoni. Et quoniã ϐ α ipsius α δ dupla est, quadruplũ est quod ex β α eius quod ex α δ, hoc est α ε ipsius δ θ. Est autẽ α ε, ipsi μ ν ξ gnomoni æquale. & μ ν ξ, igitur gnomon, quadruplus est ipsius δ θ. Totũ igitur δ ζ, quĩcuplũ est ipsius δ θ. Estque δ ζ, quod ex γ δ, & δ θ, quod ex δ α: quod ex γ δ igitur, quincuplum est eius quod ex δ α. Si recta igitur linea extrema & media ratione secetur. maius segmentum totius admittens dimidiam, quincuplum est siue potẽs eius quod ex dimidia quadrati. Quod erat ostendendum.*



Eucli. ex Camp. *Propositio 2*

SI cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratum quadrati alterius suarum portionum sit quintuplum, in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duoq́; extrema diuisa erit, maiorq́; portio eius erit linea media.

CAMPANVS Hæc est conuersa præmissæ, duplici quoque modo sicut illa demonstrabitur uia retrograda, eadẽ prorsus manente dispositione. Verbi gratia, sit quadratum h k quintuplum ad quadratum d e, & linea a b dupla ad lineam b d. Dico quod linea a b diuisa est in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea media ut est c b. Constat autẽ ex 4 secundi, q quadratum a q est quadruplũ ad quadratum d e. Itaque gnomo d g e, æqualis est quadrato a q. Cumq́; duo supplementa l d & c e pariter accepta sint quantum gnomo c m l, atque eadẽ supplemẽta pariter accepta sint ex 1 sexti quãtũ a l, ideoq́; quantum c q, sequitur q c q sit æqualis gnomoni c m l. Dempta igitur ab utroque, superficie l n, erit quadratum c l æquale superficiei a n. Cum igitur fiat superficies a n ex a b in a c, sit autẽ quadratum c l quadratum lineæ c b, erit ex secunda parte 16 sexti proportio a b ad b c, sicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ, positam in principio sexti libri conclude propositum.

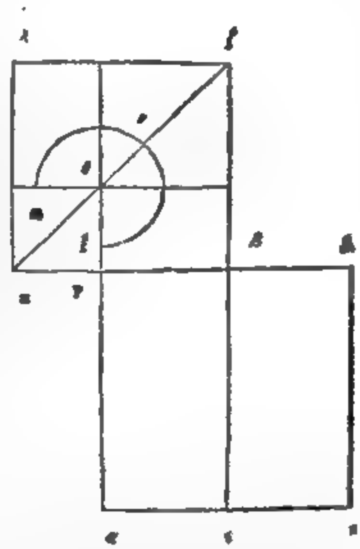


IDEM *aliter.* Cum quadratum c d sit ex hypothesi quintuplum ad quadratum b d, quadratum uero a b sit ex quarta secundi quadruplum ad idem, at quadratum c d sit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d & ei quod fit ex b d bis in c b, sequitur ut illud quod fit ex b d bis in c b cum quadrato c b, sit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantum est quantum quod ex a b in b c, eo quód a b dupla est ad b d. Ergo q fit ex a b in b c cum quadrato b c, est æquale quadrato a b. Et quia ex secunda secundi quod fit ex a b in b c & a in a c est æquale quadrato a b, sequitur ex communi scientia

ut quadratum lineæ q c sit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex secunda parte 16 sexti & diffinitione, constat propositum.

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propositio 2

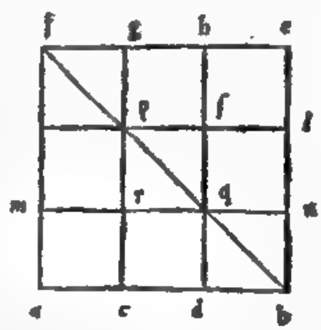
2 Si recta linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla prædicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentum reliqua est pars eius quæ in principio rectæ lineæ.



THEON ex Zāb. *Recta enim linea α β, sui ipsius segmēto α γ quincuplum possit, ipsius autē α γ dupla sit γ δ. Dico quod ipsa γ δ extrema & media ratione diuisa, maius segmentū est γ ε. Describantur enim ex utraque ipsarū α β, γ δ, quadrata α ζ, γ η, & describatur in ipso α ζ, figura, & extēdatur β ζ in ι. Et quoniā α ζ ipsius α θ quincuplum est, quadruplus igitur est μ ν ξ gnomon, ipsius α θ. Et quoniā δ γ ipsius γ α dupla est, quadruplum igitur est quod ex δ γ eius quod ex γ α hoc est γ η ipsius α θ. Patuit aūt, ꝙ μ ν ξ gnomō ipsius α θ quadruplus est. Aequus igitur est μ ν ξ gnomō ipsi γ η. Et quoniā δ γ ipsius γ α dupla est, æqualis aūt est δ γ ipsi γ κ, & α γ ipsi γ θ, dupla igitur est & κ γ, ipsius γ θ, duplā igitur est & κ β, ipsius ε θ. Sunt autem & λ θ, θ ε, dupla ipsius ε θ. Igitur κ ε, ipsis λ θ, θ ε, est æquale. Ostēsum autē est, ꝙ & totus μ ν ξ gnomon toti γ η est æqualis, & reliquū igitur θ ζ, ipsi ε η, est æquale. Estq; ipsum ε η, id quod sub γ δ, δ ε, æqualis enim est γ δ ipsi δ η, & θ ζ ipsum quod ex γ ε. Igitur quod sub γ δ, δ ε, æquū est ei quod ex γ ε. Est igitur sicut δ γ ad γ ε, sic γ ε ad ε δ. Maior aūt est δ γ, ipsa γ ε, maior igitur est & γ ε ipsa ε δ. Igitur γ δ recta linea extrema & media ratione diuisa maius segmentum est γ ε. Si recta igitur linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla dicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentū reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quod autem dupla ipsius α γ maior sit quàm ipsa ε γ, sic ostendendum est. Si autem non, esto (si possibile est) β γ dupla ipsius γ α, quadruplum igitur est quod ex ε γ, eius quod ex γ α, quæ igitur ex β γ, γ α, eius quod ex γ α, quincupla sunt. Supponitur autem & quod ex ε α, quincuplum eius quod ex γ α. Quod ex ε α igitur, æquū est eis quæ ex β γ, γ α quod est impossibile. Igitur β γ, ipsius α γ dupla non est. Similiter iam ostendemus, quod neque minor quàm ipsa ε γ, est dupla ipsius α γ, multo enim absurdius. Ipsius igitur α γ, dupla, maior est ipsa ε γ. Quod demonstrasse oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema, si minori portioni tāquā dimidium maioris directe iūgatur, erit ut quadratum lineæ inde compositæ quintuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.



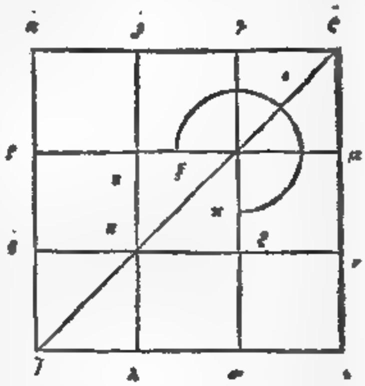
CAMPANVS Sit linea a b diuisa in puncto c, secundum proportionē habentem medium & duo extrema, sitque eius maior portio linea c b, quæ diuidatur per æqualia in d. Dico quod quadratum lineæ a d, est quintuplum ad quadratū lineæ c d. Describatur enim quadratum a b, quod sit a e, in quo protrahantur diameter b f & lineæ g c & d h, atq; k l & m n, æquidistanter lateribus oppositis, secātes se inuicem super diametrū in duobus punctis p & q, & extra diametrū in duobus aliis locis r & s. Manifestū igitur est ex 11 sexti uel ex correlario 4 secūdi, ꝙ oēs superficies existentes in quadrato a e, quas diameter diuidit per mediū sunt quadratæ. Quatuor aūt superficies quæ sunt a r, r p, p h, & s e, cōstāt ex 43 primi & prīa sexti esse adinuicē æquales nā duæ postremæ p h & s e, sūt adinuicē æquales ex 1 sexti. Quoniā igitur ex præsenti hypothesi & diffinitiōe lineæ scdm qđ proponitur diuisæ & prima parte 16 sexti quadratū c l est æquale sup̄ficiei a g ideoq; & gnomoni r s s propter id qđ superficies a r est æqualis superficiei p h, & quoniā ex 4 secūdi quadratū c l est quadruplū ad quadratum r s quod est tāquā quadratū lineæ c d, sequitur ex cōmuni scientia quod quadratū m h

fit quintuplū quadrati r f. Constat enim ex gnomone quadruplo. & r f simplo. Hoc autem est propositum. IDEM *aliter.* Cum sit linea b c diuisa per æqualia in puncto d. & addita est ei linea a c, erit ex 6 secundi quod fit ex a b in a c, cum quadrato c d interiacētis, æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c est æquale quadrato c b ex prima parte 16 sexti, hoc autē est quadruplū ad quadratū c d, manifeste patet ueritas eius quod dicitur. Potes quoq; si libet, duplici modo ex consequente huius suū antecedens concludere processu retrogrado. Sit enim (eadem dispositione manente) quadratū m h quintuplū ad quadratum r f, eritq́ gnomo r f f, æquale quadrato c l. Vtrūq; enim est quadruplū ad quadratum r f. At quia superficies a g est æqualis gnomoni prædicto, necesse est ut superficies eadem sit æqualis quadrato prædicto. Quare ex secunda parte 16 sexti & diffinitione linea a b est diuisa in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea c d.

IDEM *aliter.* Cum sit ex hypothesi quadratum lineæ a d quintuplum ad quadratū lineæ c d, & ex 6 secundi idem ipsum quadratum sit æquale ei quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, sequitur ut id quod fit ex a b in a c cū quadrato c d, sit quintuplū ad idē quadratum c d. Ideoq́; eo dēpto, erit residuum uidelicet quod fit ex a b in a c, quadruplum ad ipsum. Et quia etiam ex 4 secundi quadratum lineæ c b est quadruplum ad idem, necesse est ut quod fit ex a b in a c, sit æquale quadrato c b. Quare iterū ex secunda parte 16 sexti & diffinitione, linea a b est diuisa secundum proportionē habētem mediū & duo extrema in puncto c, & maior portio est linea c b.

Eucli. ex Zamb. *Theorema* 3 *Propositio* 3

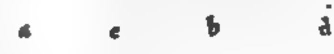
3 Si recta linea media & extrema ratione secetur, minus segmentum admittens dimidiam maioris segmenti, quincuplum potest eius quod à media maioris segmenti fit quadrati.



THEON *ex Zamb.* *Recta enim quædā linea α β, media & extrema ratione secetur in γ signo, sitq́ maius segmētū α γ, seceturq́ (per 10 primi) α γ bifariā in δ. Dico quod ex β δ, quincuplum potest eius q̃ δ γ. Describatur (per 46 primi) ex α β, quadratū α ε, & describatur figura. Et quoniā α γ, dupla est ipsius δ γ, quadruplum igitur est quod ex α γ eius quod ex δ γ, hoc est ρ σ ipsius ζ η. Et quoniā quod sub α β, β γ, æquum est ei quod ex α γ, estq́ quod sub α β, β γ, ipsum γ ε, & quod ex α γ id quod ρ σ, igitur γ ε ipsi ρ σ, est æquale. Quadruplum autem est ρ σ, ipsius ζ η, quadruplū igitur est & γ ε, ipsius ζ η. Rursus quoniā æqualis est α δ ipsi δ γ, æqualis est & θ κ ipsi κ ζ, quare & η ζ, quadratum, æquum est ipsi θ λ quadrato, æqualis igitur est η κ ipsi κ λ, hoc est μ ν ipsi ν ε, quare & μ ζ, ipsi ζ ε est æquale. Sed μ ζ, ipsi γ η est æquale, & γ η igitur, ipsi ζ ε est æquale. Commune apponatur γ ν, Igitur ξ ο π gnomon, æquus est ipsi γ ε, Sed γ ε, quadruplum ostensum est esse ipsius η ζ, & ξ ο π, igitur gnomon, ipsius η ζ, quadruplus est. Igitur quadratum δ ν, quincuplum est ipsius ζ η quadrati, estq́ δ ν id quod ex δ β, & η ζ quod ex δ γ, Quod ex δ β igitur, quincuplum potest eius quod ex δ γ. Quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. *Propositio* 4.

4 SI secundum proportionem habētem medium & duo extremā quælibet linea fuerit diuisa, eiq́; in longum directe tanquā maior sectio adijciatur, erit totam lineam inde compositam secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisam esse, & erit eius maior portio linea prima.



CAMPANVS Sit linea a b diuisa qua supponitur proportione in puncto c, & sit eius maior portio c b totiq́; a b adijciatur directe linea b d quæ sit æqualis c b. Dico quod tota a d eadem proportiōe diuisa est in pūcto b, & maior eius portio est linea a b quæ est linea prima. Est enim ex diffinitione, a b ad b c, sicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, sicut ad b c, igitur ex undecima eiusdē a b ad b d, sicut b c ad c a. quare per conuersam proportionalitatem b d ad b a sicut a c ad c b, & coniunctim d a

ad a b, sicut a b ad b c. Cumque sit ex 7 quinti a b ad b c, sicut ad b d, erit ex undecima eiusdē d a ad a b, sicut a b ad b d. Itaque ex diffinitione linea a d diuisa est in puncto b secūdum proportionem habentem mediū & duo extrema, & maior portio eius est linea a b. Qđ est propositum. Eodem quoque modo si ex maiori portione cuiuslibet lineæ secūdū prædictā ꝓportionē diuisæ tāquā minor portio detrahatur, erit maior ipsa portio secundum eandem proportionem diuisa, eritque maior portio eius linea detracta. Verbi gratia a b sicut proponitur in pūcto c diuisa, sitque maior portio a c, à qua detrahatur c d æqualis c b. Dico quod a c est diuisa secundū proportionē eandē in pūcto d, & quod maior portio eius est linea d c. Cū enim sit ex diffinitiōe, b a ad a c, sicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b sicut a d c d, erit ex undecima eiusdē b a ad a c, sicut a c ad c d, ideoque per 19 quinti sicut c b residuū ad d a residuum. Sed ex septima eiusdē, c b ad d a, sicut c d ad a, itaque a c ad c d, sicut c d, ad d a. Ex diffinitione ergo cōstat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio, nec ea quam ex opposito proponimus detractio, quātuncunque utralibet in prolixum tendat, a proprietate diuisiōis lineæ primitiuæ discordat.



Eucli. ex Camp. Propositio 5

5 Si secundum proportionem habentem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuisa, quod ex tota linea quodque ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta, triplū sunt eius quod ex maiore portiōe quadratū describitur. Zā. 4

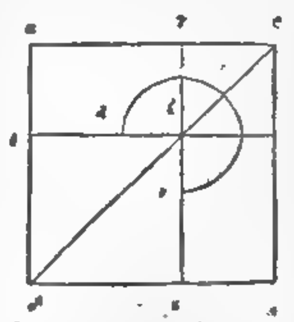
CAMPANVS. Sit linea a b, diuisa per sæpe dictam proportionē in puncto c, sitque maior portio eius linea c b. Dico quod quadrata duarū linearū a b & c a pariter accepta, triplum sunt ad quadratum lineæ c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta, sunt ex 7 secundi quātū quadratum c b, & duplū eius quod fit ex a b in a c. Itēque quia quod fit ex a b in a c est æquale quadrato c b ex diffinitiōe & prima parte 16 sexti manifestum est propositum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

4 Si recta linea extrema mediaque rōne secetur, quod ex tota & q. ex minori segmēto utraque quadrata tripla sūt eius q̄ à maiori segmēto fit quadrato. Camp. 5

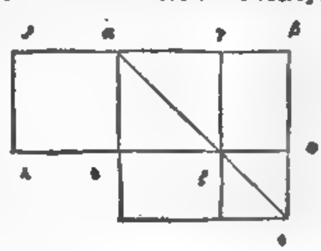
THEON ex Zamb. Sit recta linea α β, seceturque extrema & media ratione in γ, sitque maius segmentū α γ. Dico quod quæ ex α β, β γ, tripla sunt eius quod ex ipsa α γ, Describatur (per 46 primi) ab ipsa α β quadratū α δ ε β, & describatur figura. Quoniā igitur α β extrema & media rōne secta est in γ, & maius segmentū est α γ, quod igitur sub α β, β γ, æquū est ei quod ex α γ, estque id quod sub α β, β γ, id quod α κ, quod autem ex α γ, id quod θ η, æquum igitur est α κ ipsi θ η. Sed α ζ ipsi ζ ε æquū est, apponatur cōmune γ κ, totū igitur α κ, toti γ ε est æquale. Igitur γ ε, α κ, ipsius α κ dupla sunt. Sed α κ γ ε, sunt id quod λ μ ν gnomon, & γ κ quadratum. Igitur λ μ ν gnomon & γ κ quadratum, dupla sunt ipsius α κ. Sed quod α κ, ipsi θ η sit æquale ostēsum est. Igitur λ μ ν gnomon & γ κ quadratum dupla sunt ipsius θ η, quare λ μ ν gnomon & γ κ, θ η, quadrata, tripla sunt ipsius θ η, quadrati. Et λ μ ν gnomō & γ κ, θ η, quadrata, sunt totū α ε, & γ κ, quæ sunt ex α β, β γ, quadrata & η θ ipsum quod ex α γ, quadratum, quæ igitur ex α β, β γ, quadrata, tripla sunt eius quod ex α γ quadrati. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 5 Propositio 5.

5 Si recta linea extrema & media ratione secetur, apponatur quæ eidem æqualis maiori segmento, tota recta linea extrema & media ratiōe secatur, & mai⁹ segmētū est ea quæ in principio recta linea. Cā. 4

THEON ex Zāb. Recta enim quædā linea α β extrema & media ratiōe secetur in γ signo, & sit maius segmentū α γ, & ipsi α γ æqualis ponatur α δ. Dico quod δ β recta linea extrema & media rōne secatur in α, & maius segmentū est ipsa quæ in principio recta linea α β. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratū α ι, & describatur figura. Quoniā enim α β, extrema & media ratiōe secatur in γ, quod sub α β, β γ, æquū est ei q̄ ex α γ, estque



β, estq; quod sub α β, β γ, id quod γ ι, & id quod ex α γ, ipsum γ θ, æquũ igitur est γ ι, ipsi γ θ, sed quidem γ ι, æquũ est θ ι, ipsi autem γ θ, æquum est δ θ: & δ θ, igitur ipsi θ ι est æquale. Commune adijciatur θ δ, totũ igitur δ α, toti α ι est æquale, estq; δ α id quod sub β δ, δ α, æqualis enim est α δ, ipsi δ λ, & α ι, ei quod ex α β: quod igitur sub β δ, δ α, æquum est ei quod ex α β. Est igitur sicut δ ε ad ε α, sic ε α ad α δ. Maior autem est δ β, ipsa β α, maior igitur & ε α, ipsa α δ, ipsa igitur ε δ, extrema & media ratione secatur in α, & maius segmẽtũ est α β. Quod erat ostendendum.

Quid sit resolutio.

RESOLVTIO, est assumptio quæsiti tanquam concessi per ea quæ sequuntur in uerum aliquod cõcessum.

Quid sit compositio.

COMPOSITIO uero, est assumptio cõcessi per ea quæ sequũtur in quæsiti terminationẽ siue occupationem.

1 RESOLVTIO primi theorematis. Recta enim quædã linea α ε extrema & media rõne secetur in γ, sitq; maius segmẽtũ α γ, & dimidiũ ipsius α ε, æqualis apponatur α δ, Dico quod ex γ δ, eius quod ex α δ



quincuplũ est. Quoniã enim quod ex γ δ eius quod ex δ α quincuplũ est, at quod ex γ δ est, ea quæ ex γ α, α δ, una cũ eo quod bis sub γ α, α δ, quæ igitur ex γ α, α δ, una cũ eo quod bis sub γ α, α δ, quincuplũ est eius quod ex α δ, diuidẽdo igitur quod ex γ α una cũ eo quod bis sub γ α, α δ, quadruplũ est eius quod ex α δ. Sed et quod bis sub γ α, α δ, æquũ est id quod sub γ α, α ε, dupla enim est ε α ipsius α δ. Et autẽ quod ex α γ, æquũ est quod sub α ε, ε γ, ipsa enim α ε, extrema & media ratiõe secatur, quod igitur sub ε α, α γ, una cũ eo quod sub α ε, ε γ, quadruplũ est eius quod fit ex α δ. Sed quod ex α ε, quadruplũ est eius quod fit ex α δ, sed quod sub ε α, α γ, una cum eo quod sub α β, β γ, est id quod ex α ε, Quod igitur ex α ε, eius quod ex α δ quadruplum est, est uero: dupla enim est α ε ipsius α δ.

COMPOSITIO primi theorematis. Quoniã igitur quod ex β α, eius quod ex α δ quadruplũ est, sed quod ex β α, est id quod sub ε α, α γ, una cũ eo quod sub α ε, ε γ, quod igitur sub ε α, α γ, una cũ eo quod sub α ε, ε γ, quadruplũ est eius quod ex α δ. Sed quod sub ε α, α γ, æquũ est et quod bis sub δ α, α γ, quod autẽ sub α ε, ε γ, et est æquũ quod ex α γ, quod igitur ex α γ una cũ eo quod bis sub δ α, α γ, quadruplũ est eius quod ex δ α. Quare quod ex δ α, α γ, una cũ eo quod bis sub δ α, α γ, quincuplum est eius quod ex δ α. Quæ aũt ex δ α, α γ, una cum eo quod bis sub δ α, α γ, est id quod ex γ δ, quod igitur ex γ δ, quincuplũ est eius quod ex δ α. Quod ostendere oportuit.

2 RESOLVTIO secundi theorematis Recta enim quædã linea γ δ, sui ipsius segmẽto δ α, quincuplũ possit, ipsius autẽ δ α, dupla sit α β. Dico quod α β extrema & media rõne secatur in γ signo, & maius segmentũ est α γ quæ est reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniã enim α β extrema & media ratiõe secatur in γ, & maius segmentũ est α γ, quod igitur sub α β, ε γ, æquũ est et quod ex α γ. Est autẽ & quod sub ε α, α γ, æquum est ei quod bis sub δ α, α γ, dupla enim est ε α, ipsius α δ. Quod igitur sub α β, ε γ, una cum eo quod sub ε α, α γ, quod est id quod ex α ε, æquũ est ei quod bis sub δ α, α γ, una cũ eo quod ex α γ. Quod autẽ ex α ε, eius quod ex δ α quadruplũ est: quadruplũ igitur est & quod bis sub δ α, α γ, una cũ eo quod ex α γ, eius quod ex α δ. Quare quæ ex δ α, α γ, una cũ eo quod bis sub δ α, α γ, quod est id quod ex γ δ quincuplũ sunt eius quod ex δ α: sunt uero, propter hypothesim.



COMPOSITIO secũdi theorematis. Quoniã igitur quod ex γ δ quincuplũ est eius quod ex δ α, quod autẽ ex γ δ est id quod ex δ α, α γ, una cũ eo quod bis sub δ α, α γ, quæ igitur ex δ α, α γ, una cũ eo quod bis sub δ α, α γ quincupla sunt eius quod ex δ α, diuidẽdo igitur, quod bis sub δ α, α γ, una cũ eo quod ex γ α, quadruplũ est eius quod ex α δ, est uero & quod ex α ε quadruplum eius quod ex α δ, quod igitur bis sub δ α, α γ, quod est id quod sub ε α, α γ semel una cũ eo quod ex α γ, æquum est ei quod ex α ε. Sed quod ex α ε, est id quod sub α ε, ε γ, una cũ eo quod sub ε α, α γ, quod igitur sub ε α, α γ, una cũ eo quod sub α ε, β γ, æquũ est ei quod sub ε α, α γ, una cum eo quod ex α γ. & sublato cõmuni, eo quod sub ε α, α γ, reliquũ igitur quod sub α ε, ε γ, æquũ est ei quod ex α γ. Est igitur sicut β α, ad α γ sic α γ ad γ ε. Maior autẽ est β α, ipsa α γ maior igitur est & α γ, ipsa γ β. Igitur α ε, extrema & media ratione secatur in γ, & maius segmentum est α γ. Quod erat ostendendum.

3 RESOLVTIO tertij theorematis. Recta enim quædã linea α ε, extrema & media ratione secetur in γ signo sitq; maius segmentũ α γ, & ipsius α γ, dimidia esto γ δ. Dico quod ex ε δ ipsius γ δ quincuplum est Quoniã enim quod ex β δ, eius quod ex γ δ quincuplũ est quod autem ex δ β, est id quod sub α ε, ε γ, una cum eo quod ex δ γ, quod igitur sub α β, ε γ, una cum eo quod ex δ γ, quincuplum est eius quod ex δ γ, diuidendo igitur quod sub α ε, β γ, quadruplũ est eius quod ex δ γ. Et aũt quod sub α β, ε γ, æquũ est id quod ex α γ, ipsa enim α β, extrema & media ratione secatur in γ, quod igitur ex α γ, quadruplũ est eius quod ex δ γ, est uero, ipsa enim α γ est dupla ipsius δ γ.



COMPOSITIO tertij theorematis. Quoniam igitur α γ ipsius δ γ dupla est, quadruplũ est quod ex α γ, eius quod ex δ γ, Sed et quod ex α γ, æquũ est quod sub α ε, ε γ, quod igitur sub α ε, β γ, eius quod ex δ γ quadruplum est. Cõponendo igitur (per 15 quinti) quod sub α β, ε γ, una cũ eo quod ex δ γ, quod est id quod ex δ ε, quincuplũ est eius quod ex δ γ, quod ostendere oportuit.

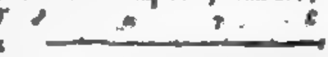
4 RESOLVTIO quarti theorematis. Recta enim linea α ε, extrema ac media ratione secetur in γ, & sit maius segmẽtũ α γ. Dico quod quæ ex α ε, β γ, tripla sunt eius quod ex α γ. Quoniã enim quæ ex α ε, β γ, tripla sunt eius quod ex α γ, sed quæ ex α ε, β γ, sunt id quod bis sub α β, ε γ, una cũ eo quod ex α γ, quod igitur bis



sub αε, εγ, una cum eo quod ex αγ, triplum est eius quod ex αγ, diuidendo igitur quod bis sub αε, εγ, cum quod ex αγ duplũ est. Quare quod semel sub αβ, βγ, æquũ est ei quod ex αγ: est uero. ipsa enim αε, extrema & media ratione secta est in γ.

COMPOSITIO. *Quoniã igitur αβ, extrema & media rõne in γ, secatur maiusq; segmẽtũ est αγ, quod igitur sub αε, εγ, ei est æquũ quod ex αγ. quod bis igitur sub αβ, βγ, duplũ est eius quod ex αγ. Cõponẽdo (per 15 quīti) quod igitur bis sub αε, βγ, una cũ eo quod ex αγ, triplũ est eius quod ex αγ. Sed quod bis sub αε, εγ, una cũ eo quod ex αγ, est ea quæ ex αβ, εγ, sunt quadrata. Quæ igitur ex αε, βγ, quadrata, tripla sunt eius quod ex αγ. Quod ostendere oportuit.*

RESOLVTIO *quinti theorematis. Recta enim quædã linea αε, extrema & media ratiõe secetur in γ sitq; maius segmentũ αγ, & ipsi αγ æqualis ponatur αδ. Dico quod δβ, extrema & media rõne secatur in α, & maius segmẽtũ est αε. Quoniã enim δε extrema*



& media ratiõe secatur in α, & maius segmẽtũ est αβ, est igitur sicut δε ad εα, sic εα ad αδ. Aequalis aũt est αδ, ipsi αγ. Est igitur sicut δβ ad εα, sic est εα, ad αγ. Cõuertẽdo igitur sicut εδ ad δα, sic αε, ad εγ, diuidẽdo igitur & sicut εα ad αδ, sic αγ ad γβ. Aequalis autem est αδ, ipsi αγ, est igitur sicut εα ad αγ. sic αγ ad γε, est uero: ipsa enim αβ, extrema & media ratione secta est in γ.

COMPOSITIO *Quoniã αε, extrema & media ratione in γ secatur, est igitur sicut βα ad αγ, sic αγ, ad γβ Aequalis autẽ est αγ, ipsi αδ, est igitur sicut εα ad αδ, sic αγ, ad γε, cõponẽdo (per 15 quinti) sicut βδ, ad δα, sic αβ ad εγ. Cõuertẽdo, sicut δβ ad εα, sic εα ad αγ. Aequalis autẽ est αγ, ipsi αδ, est igitur sicut δβ ad εα, sic εα, ad αδ. Ipsa igitur δβ, extrema & media ratione secatur in α, & maius segmentum est αβ. Quod ostendere oportuit.*

Eucli. ex Camp. Propositio 6

6 Omnis rationalis lineæ secundum proportionem habẽtem mediũ & duo extrema diuisæ, utrãq; portionẽ residuum esse necesse est.

CAMPANVS. Sit linea a b secundũ solitã proportionẽ diuisa in pũcto c, rationalis. dico quod utraq; portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio a c, cui directe adiciatur a d æqualis dimidio totius a b, erit q; etiã d a rationalis ex 6 decimi libri & diffinitione. Cõstat autẽ ex prima



huius, quod quadratũ lineæ d c, quĩtuplũ est ad quadratũ lineæ d a. Igitur linea d c, est cõmunicãs lineæ d a in potẽtia ex diffinitione, sed nõ in lõgitudine ex ultima parte 7 decimi, quare per 73 decimi linea a c est residuũ, cũ duæ lineæ c d & d a sint ambæ rõnales potentialiter tantũ cõicantes. Et quia iterũ si ad lineã rationalẽ a b adiũgatur superficies æqualis quadrato lineæ a c quæ est residuũ, erit latus eius secũdũ linea c b ex prima parte 16 huius, necesse est ex 97 decimi ut linea c b sit residuũ primũ, quare cõstat propositũ. Amplius autẽ si lineæ sic diuisæ ut proponitur maior portio fuerit ratiõalis, erit minor residuũ. Verbi gratia, sit ut prius. a b diuisa in c. secũdũ dictã proportionẽ, & maior eius portio quæ est a c. sit rationalis, quæ diuidatur per æqualia in d. erit q; ex tertia



huius quadratum d b. quintuplũ ad quadratũ d c. At quia d c est ratiõalis cum ipsa sit dimidiũ a c. sequitur ut duæ lineæ d b & d c sint ratiõales potẽtialiter tantũ cõicãtes. Quare ut prius, linea & b est residuũ. At uero si linea rationalis in potẽtia tantũ secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuidatur, adhuc necesse est ut utraq; portio eius sit residuũ. Sit enim a b rõnalis in potẽtia tantũ. diuisa sicut proponitur in pũcto c, & sumatur aliqua rõnalis in lõgitudine quæ sit d e. quæ etiã diuidatur in f secundũ prædictã proportionẽ, manifestũ est igitur ex 2 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorũ quæ sequũtur, incõcussa demonstratiõe robora



tur quod proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cũ ergo a b cõmunicet cũ d e in potẽtia, sequitur ex prima parte 11 decimi quod a c cõicet cũ d f, & c b cũ f e. in potentia. Et quia utraq; portio lineæ d e est residuũ. ut patet ex prædictis, sequitur ex 91 decimi ut utraq; portio lineæ a b sit etiam residuũ. sed nõ eiusdẽ speciei, ut ibidẽ demonstratum est. Quare cõstat, quod omnis lineæ rationalis in lõgitudine uel in potẽtia tantũ, secundũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuisæ utraq; portio est residuũ.

CAMPANI annotatio. Et nota, quod prima pars præsentis demõstrationis qua demonstratur quod maior portio lineæ diuisæ secũdũ proportionẽ habentẽ medium & duo extrema sit residuũ, si tota linea sit rationalis, procedit ex sufficientibus siue tota linea ponatur ratiõalis in lõgitudine, siue in potẽtia tãtũ. Secũda uero pars qua demonstratur hoc de minori portione quod ipsa quoq; sit residuum si tota est rationalis, nõ procedit ex sufficiẽtibus, nisi tota sit rationalis in longitudine. Tertia autẽ pars qua probatur quod minor portio est residuũ, sufficienter procedit, siue maior portio sit ratiõalis in lon

in longitudine siue in potẽtia tantũ. Ad concludẽdũ igitur de maiori portione lineæ prædicto modo diuisæ quod ipsa sit residuũ, sufficit ponere totã lineã diuisam esse rationalem in potẽtia tantũ, sed ad concludendũ quoq; hoc de minori portione mediãte maiore, sufficit ponere portionẽ maiorẽ similiter rationẽ in potẽtia tantũ. ad cõcludendũ autẽ hoc de minori portione mediãte tota, necesse est ponere totam lineã esse rationalẽ in longitudine, aut utendũ est 1 quartidecimi quemadmodum dictum est.

Eucli. ex Zamb. Theorema 6 Propositio 6

6 Si recta linea rationalis, extrema & media ratione secta fuerit, utrunque segmentorum irrationalis est ea quæ appellatur apotome.

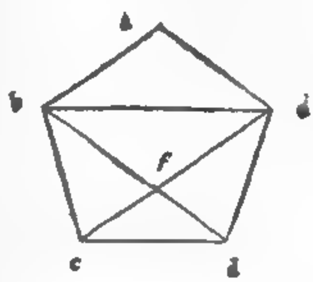


THEON ex Zãb. *Sit recta linea rationalis α β, seceturq; extrema & media ratiõe in γ, sitq; maius segmentũ α γ. Dico q; utraq; ipsarũ α γ, γ β, irrõnalis est ea quæ appellatur apotome. Extẽdatur enim α β, & ponatur ipsius β α. dimidia α δ. Quoniã igitur recta linea α β, extrema & media rõne secatur in γ, maior. q; segmẽto α γ apponitur α δ dimidia existẽs ipsius α β, q; igitur ex γ δ, eius quod ex δ α quincuplũ est (per 1 decimitertij.) Quod ex γ δ igitur, ad id quod ex δ α, rationem habet quam numerus ad numerum. Quod igitur ex γ δ, et quod ex δ α, commẽsurabile est. Quod aũt ex δ α, rõnale est, ipsa enim δ α, rõnalis est, dimidiũ existẽs ipsius α β rationalis existentis. Rõnale igitur est & q; ex γ δ, rationalis igitur & γ δ. Et quoniã q; ad id quod ex δ α rõnẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmẽsurabilis igitur est γ δ ipsi δ α lõgitudine. Ipsæ igitur γ δ, δ α, rationales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Igitur α γ, apotome est. Rursus quoniã α β extrema & media ratione secatur, & maius segmentũ est α γ, igitur quod sub α β, β γ et quod ex α γ æquũ est. Igitur ex α apotome ad α β rationalẽ cõparatũ latitudinẽ primã efficit β γ, quod ex apotome uero ad rationalẽ cõparatũ latitudinẽ primam efficit apotomen. Igitur γ β, prima est apotome (per 97 decimi.) Ostensum autẽ est, quod & α γ apotome est. Si recta igitur linea, & quæ sequũtur reliqua quod oportuit ostẽdere.*

Eucl. ex Camp. Propositio 7

7 SI quis pentagonus tres æquos angulos habens, fuerit æquilaterus, æquiangulus quoque idem pentagonut esse probatur.

CAMPA. Sit pẽtagonus a b c d e. æquilaterus, sintq; quilibet tres eius anguli, siue cõtinue siue incõtinue sumãtur, adinuicẽ æquales. & sint prius incõtinue sumpti, sintq; anguli a, c, d. illi tres qui ponũtur adinuicẽ æquales. Dico totũ pentagonum esse æquiangulũ. His angulis subtendantur chordæ b e b d, & e c, & totus pentagonus diuidatur in trigonũ. & quadrilaterum cuiusduæ diagonales sint chordæ duorũ proximorũ æqualiũ angulorum secantes se intra quadrilaterũ ipsum in puncto f, eritq; per 4 primi basis b e æqualis basi b d, & angulus a e b æqualis angulo c d b. Cũq; per 5 primi angulus b e d sit æqualis angulo b d e. eo quod duo latera b e & b d sunt æqualia, erit ex cõmuni scientia totalis angulus e æqualis totali angulo d. Similiter, pbabis, totalẽ angulũ b esse æqualẽ angulo totali c, est enim p 4 primi basis b e æqualis basi c e, & angulus a b e æqualis angulo d c e, per quintã autẽ eiusdẽ scilicet primi est angulus e b c æqualis angulo e c b, igitur ex cõmuni scientia totalis angulus b. est æqualis totali angulo c. Sint itaq; tres anguli b, c, d. cõtinue sumpti, æquales: & sic quoq; erit pẽtagonus æquiangulus.



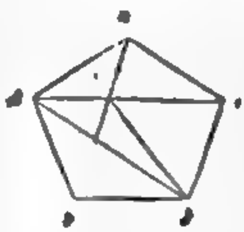
Erit enim ex 4 primi basis b d æqualis basi c e, & angulus c b d angulo d e c. & angulus b d c angulo e c d, quare per 5 primi duæ lineæ c f & f d erũt æquales cum duo anguli trianguli f c d qui sunt ad basin c d, sint æquales. igitur ex cõmuni sciẽtia erit linea f b. æqualis lineæ f e. erat enim tota b d. æqualis toti e c. ideoq; per 5 primi erit angulus f b e æqualis angulo f e b. Per eandẽ autẽ est angulus a b e, æqualis angulo a e b. Itaq; per cõmunẽ scientiã angulus b totalis. est æqualis angulo e totali. tres enim partiales anguli cõponentes unũ. sunt æquales tribus partialibus cõponentibus aliũ, unusquisq; suo relatiuo. Manifestum est igitur, quod tres anguli e. b, c, non continue sumpti in proposito pentagono sunt æquales. Cũ autem sic demonstratũ eis totũ pẽtagonũ esse æquiangulũ, utrolibet ergo modo cõstat propositũ.

Eucli. ex Zamb. Theorema 7 Propositio 7

7 Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim. æquales fuerint, æquiangulum erit ipsum quinquangulum.

THEON ex Zamb. *Quinquãguli æquilateri α β γ δ ε, tres anguli prius ordinatim qui ad α, β, γ, signa, inuicem sint æquales. Dico quod qnquangulũ α β γ δ ε, æquiãgulũ est. Cõnectantur enim α γ, β ε, & ζ δ. Et quoniã binæ γ β, β α, duabus β α, α ε, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub γ β α ei qui sub β α ε est æqualis, basis igitur α γ, (per 4*

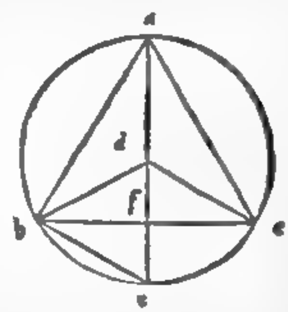
primi) basi β ε est æqualis, & triāgulū α ζ γ, triāgulo α ζ ε, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quibus æqualia latera subtendantur, qui sub ζ γ α ei qui sub β γ α, qui autē sub α ζ ε ei qui sub γ α ζ. Quare & latus α ζ, ipsi β ζ lateri est æquale, patet autē quod & tota α γ, toti ζ ε est æqualis & reliqua igitur ζ γ, reliquæ ζ ε est æqualis. Est autē & γ δ, ipsi δ ε æqualis. Binæ igitur ζ γ, γ δ, duabus ζ ε, ε δ, sunt æquales, & cōmunis ipsorū basis, est ζ δ, Angulus igitur qui sub ζ γ δ, angulo qui sub ζ ε δ est æqualis. Patet autē quod & qui sub ζ γ α, ei qui sub α ε β, est æqualis, totus igitur qui sub β γ δ, toti qui sub α ε δ est æqualis. Sed qui sub β γ δ, æqualis supponitur eis qui ad α, ζ & qui sub α ε δ, igitur, eis qui ad α, ζ, angulis est æqualis. Similiter iam ostēdemus, quod & qui sub γ δ ε angulus, eis est æquus qui ad α, ζ, angulis. Aequiangulū igitur est, α ζ γ δ ε quinquangulū. Sed iam nō sint æquales ordinatim ipsi anguli, sed sint æquales qui ad α, γ δ, signa. Dico quod & sic quinquangulū α ζ γ δ ε æquiangulum est. Cōnectātur enim β, δ. Et quoniā binæ ζ α, α ε, duabus ζ γ, γ δ, sunt æquales, & æquos cōprehendunt angulos, basis igitur β ε (per 4 primi) basi ζ δ, est æqualis, & triāgulū α ζ ε, triāgulo ζ δ γ, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtendūtur. Aequalis igitur est angulus qui sub α ε β, ei qui sub γ δ β. Est autem & qui sub β ε δ angulus, ei qui sub β δ ε æqualis, quoniam & latus β ε lateri ζ δ est æquale. Totus igitur qui sub α ε δ angulus, toti qui sub γ δ ε est æqualis. Sed qui sub γ δ ε, eis qui ad α, γ, angulis supponuntur æquus, & angulus igitur qui sub α ε δ, eis est æquus qui ad α γ. Iam id propterea & qui sub α ζ γ, æqualis eis qui ad α γ δ, angulis. Aequiangulum igitur est, & ipsum α β γ δ ε quinquangulum. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 OMnis trianguli æquilateri quod à latere suo quadratum, describitur, triplum est quadrato dimidiæ diametri circuli à quo triāgulus ipse circunscribitur. 22.i

CAMPANVS Sit triangulus a b c æquilaterus, cui circūscribatur circulus a b c supra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti, & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo quod quadratū lineæ a b triplū est ad quadratū semidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c, & arcui b e, subtēdatur chorda b e, eritq́ ex 5 primi angulus b a d, æqualis angulo c a d, quare per ultimā sexti arcus b e, est æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, sunt adinuicē æquales, eo quod eorū chordæ, quæ sunt latera trigoni, sunt æquales ex hypothesi, erit arcus b e sexta pars circūferentiæ, ideoq́ chorda b e, erit latus hexagoni æquilateri ipsi circulo inscripti. quare per correlarium 15 quarti, linea b e, est æqualis semidiametro a d. Manifestum est autem ex prima parte 30 tertij, quod angulus a b e est rectus, ideoq́ quadratū lineæ a e, est æquale quadratis duarū linearū a b & b e pariter acceptis. ex penultima primi. At uero quadratū a e, quadruplū est ad quadratum b e ex 4 secūdi, cū linea a e sit dupla b e, relinquitur ergo, quadratū a b triplū esse ad quadratū b e, & ideo ad quadratū a d. Quod est propositū. Non lateat autem nos, quod linea b c quæ est latus trigoni diuidat semidiametrum d e, per æqualia. Esto quidē punctus diuisionis, f. Constat igitur ex 4 primi, quod b f est æqualis f c, ideoq́ per primā partē 3 tertij, oēs anguli qui sunt ad f, sunt recti. quare ex penultima primi quadratū b d, est æquale quadratis duarū linearū quæ sunt b f & f e. Et quia b d est æqualis b e. erūt ex cōi scientia duo quadrata duarū linearū b f & f d pariter accepta æqualia duobus quadratis duarū linearū b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur utrinq; quadrato b f, erit ex cōi sciētia quadratum f d residuum, æquale quadrato f e residuo, quare & linea f d, lineæ f e, ex hac cōmuni scientia. quarum quadratū sunt æqualia eas lineas esse æquales. Ex hoc itaq; manifestum est, quod perpendicularis ducta à cētro circuli ad latus trigoni æquilateri sibi inscripti, æqualis est dimidio lineæ ductæ à centro eiusdem circuli ad ipsius circunferentiam.

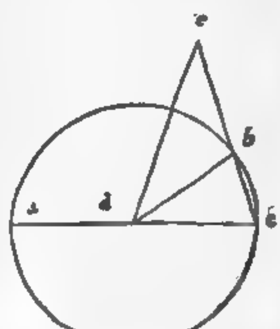


Eucli ex Camp. Propositio 9

9 SI latus hexagoni æquilateri, latusq́ decagoni æquilateri, quos ambos unus idēq́ circulus circūscribit, sibi inuicē in longū directūq́ conium Zamb.

coniungantur, tota linea ex eis composita secundum proportionem habẽtem mediũ & duo extrema diuisa erit, maiorq́ꝫ eius portio latus hexagoni.

CAMP. Sit circulus a b c, cuius cẽtrum d, & diameter a d c, sitq́ꝫ arcus c b quinta pars arcus semicirculi a b c. cui subtendatur chorda c b. quam constat esse latus decagoni æquilateri ꝑposito circulo inscripti, adiungaturq́ꝫ lineæ c b in continuũ & directũ linea b e, quæ ponatur esse æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inscripti. Dico totam lineam c e, diuisam esse in puncto b secundum proportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema, & maiorẽ eius portionẽ dico esse lineã b e quæ est latus hexagoni. Ducantur enim in centrũ, duæ lineæ e d & b d, eritq́ꝫ angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi, propter hoc quod linea e b est æqualis lineæ b d ex correlario 15 quarti, angulus quoq́ꝫ d b c, est æqualis angulo c ex 5 primi, quare ex 32 primi angulus a d b, erit duplus ad angulũ d b c Et qa per eandẽ angulus d b c est duplus ad angulũ e, sequitur ut angulus a d b sit quadruplus ad angulũ e, est enim ex cõi sciẽtia quadruplum, quicqd fuerit duplũ dupli. Cũq́ꝫ sit etiã idẽ angulꝰ a d b quadruplus ad angulũ b d c ex ultima sexti, eo quod arcus a b est quadruplus ad arcũ b c. necesse est ex cõi scientia ut angulus e sit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligãtur duo trianguli, d e c totalis, & b d c partialis, cũ angulus e totalis triãguli sit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c sit cõis utriusq́ꝫ necesse est ex 32 primi ut ipsi sint æquianguli, quare per 4 sexti proportio duorũ laterũ e c & c d cõtinẽtiũ angulũ c in totali triangulo, est sicut duorũ laterũ d c & c b cõtinentiũ eundẽ angulũ in partiali triangulo. Quia ergo proportio e c ad c d est sicut ad e b ex secunda parte 7 quinti, & d c ad c b est sicut e b ad eandẽ ex prima parte eiusdẽ, sequitur ex 11 quinti ut sit proportio c e ad e b, sicut e b ad b c. Igitur à diffinitione cõclude propositum, lineã e c esse diuisam secũdum proportionem habẽntem medium & duo extrema, & maiorem portionem eius esse latus hexagoni. Quod oportuit nos demonstrare.



CAMPANVS Conuersa 1 quoq́ꝫ demõstrare cõuenit, quod facile fiet, uia retrograda, eã enim assumit Ptolomæus capitulo 9 primæ dictiõis Almagesti, ad demõstrãdũ quãtitatẽ chordarũ arcuũ circuli. Dico itaq́ꝫ ꝙ si linea quælibet secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema diuidatur, cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni, eiusdẽ minor erit latus decagoni, at uero cuius minor erit latus decagoni, eiusdẽ maior erit latus hexagoni. Sit enim (priori dispositiõe manẽte) linea e c diuisa in pũcto b scd͂m prædictã proportionẽ, & maior eius portio sit e b, dico ꝙ cuiuscũq́ꝫ circuli linea e b est latus hexagoni. eiusdẽ est linea b c latus decagoni, & cuiuscũq́ꝫ circuli linea b c est latus decagoni, eiusdẽ est linea e b latus hexagoni. Intelligo autẽ hoc de hexagonis & decagonis æqlateris. Si enim sit e b latus hexagoni circulo a b c inscripti. erit ꝑ correlariũ 15 quarti e b æqualis d c. Et qa proportio c e ad e b est sicut e b ad b c ex hypothesi, erit ex 7 quinti c e ad d c, sicut d c ad c b. Igitur ex 6 sexti duo triãguli e d c & d c b, sunt æquianguli: angulus ergo e, est æqualis angulo b d c, ipsos enim latera ꝓportionalia respiciũt. Cũq́ꝫ sit angulus a d b quadruplus ad angulũ e ex 32 primi bis assumpta & quinta eiusdem bis, sequitur ut etiã idẽ angulus a d b sit quadruplus ad angulũ b d c. Ideoq́ꝫ ex ultima sexti, arcus a b. quadruplus est ad arcũ b c. Linea igitur b c, est latus decagoni circulo a b c inscripti. Qđ si linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c, erit e b latus hexagoni eiusdẽ. Sit enim e b latus hexagoni circuli f, eritq́ꝫ ex prædictis, b c. latus decagoni eiusdẽ. Intelligantur igitur inscripti esse decagoni æquilateri duobus circuli a b c & f, quorũ omnia latera erũt æqualia lineæ b c Et quia omnis figura æquilatera circulo inscripta est æquiãgula ut probatũ est in 15 quarti libri, seqtur utrosq́ꝫ decagonos esse æquiangulos. Cũq́ꝫ oẽs anguli unius pariter accepti sint æquales oĩbus angulis alterius pariter acceptis sicut euidẽter apparet ex demõstratis in 32 primi, necesse est ex hac cõi sciẽtia (quorũlibet æqualiũ decimas aut quotaslibet partes eiusdẽ denominatiõis, esse æquales) ut unus horũ decagonorũ sit æquiangulus alij, ideoq́ꝫ similis ex diffinitiõe similiũ superficierũ Et qa si duæ figuræ similes duobꝰ circulis inscribãtur, erit ꝓportio



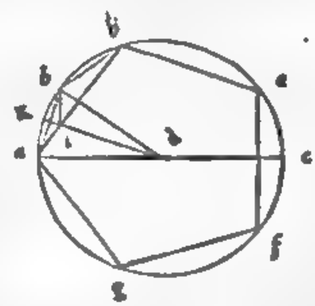
duo

duorum relatiuorum laterum illarum figurarum sicut duarum diametrorum illorũ circulorum,ut apparet ex correlario 17 sexti libri & 1 duodecimi,cum latera decagonorum similium inscriptorum duobus circulis a b c & f,sint æqualia,sequitur ut diametri eorum sint æquales ideoq; & semidiametri etiam æquales. Sũt autem semidiametri & latus hexagoni, æqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inscripti sicut ipsa est latus hexagoni circuli f sibi æqualis Hoc autem est,quod demonstrare uoluimus. Ex hac autem nona huius decimitertij noueris ex ortam esse 10 quarti libri,quæ duum æqualium laterum proponit trigonum describẽdum,cuius uterque duorum angulorum quos basis obtinet,ad tertiũ duplus existat, talis enim est uterque triangulorum e d c & d c b,& simpliciter omnis,cuius duo latera sunt æqualia maiori portioni alicuius lineæ diuisæ sed'm proportionem habentem medium duoq; extrema & tertium quod est basis est æquale minori portioni lineæ eiusdem,uel cuius duo latera sunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui in circulo inscripti,basis uero est æqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inscripti. Quod est propositum.

Eucli.ex Camp. Propositio 10

10 OMne latus pentagoni æquilateri tanto potentius est latere hexagoni æquilateri quantum potest latus decagoni æquilateri,si sint in eodem circulo ambo inscripti.

CAMP. Sit circulus a b c,cuius centrũ d,& diameter a d c,inscribaturq; ei pẽtagonus æquilaterus,qui sit a b e f g,& a centro d protrahatur perpendicularis ad latus a b,quæ producatur usquequo obuiet circunferentiæ in puncto h. sitque d h,& protrahãtur duæ chordæ a h & h b,quæ erunt æquales adinuicem ex secũda parte 3 tertij & 4 primi,ideoq; etiã duo arcus a h & h b,æquales adinuicẽ ex 27 tertij. Est igitur utraque duarũ chordarũ a h & h b,latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq; quod quadratũ lineæ a b quæ est latus pentagoni,est æquale duobus quadratis duarum linearũ b d & a h pariter acceptis,quarũ prima est æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti,& secunda est latus decagoni,protrahatur enim à centro d,perpendicularis a linea a h quæ est latus decagoni, quæ producatur usque ad circunferentiam,sitq; d k quæ secet lineam a b quæ est latus pentagoni in puncto l,& protrahatur linea h l. Constat autem ex secunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij,quod linea d k quæ est perpendicularis ad chordã a h, simul diuidit per æqualia chordam & arcum,ideoq; arcus a k est æqualis arcui k h quare ex ultima sexti angulus a d l,est æqualis angulo l d h,ideoq; ex 4 primi basis a l, basi l h,igitur ex 5 primi angulus l a h,æqualis est angulo l h a. Cũq; etiã sit ex eadẽ angul h a b æqualis angulo h b a, sequitur ut angulus l h a sit æqualis angulo h b a ergo ex trigesimasecunda primi duo triãguli b a h & a h l,sunt æquiãguli, est enim angulus b, maioris, æqualis angulo h, minoris, & angulus a, communis est utriq; Itaq; p 4 sexti pportio b a ad a h,est sicut a h ad l a: quare ex prima parte 16 sexti quod prouenit ex b a in a l, est æquale quadrato lineæ a h quæ est latus decagoni. Cũ sit autem semicirculus a e c æqualis semicirculo a f c,& arcus a e arcui a f erit arcus e c residuus æqualis arcui f residuo, quare arcus e c,est medietas arcus e f,ideoq; æqualis arcui a h,& duplus ad arcũ h k. Et quia arcus e b est duplus ad arcũ b h,erit ex 11 quinti tot9 arcus c e b duplus ad totum arcum b h k ideoq; ex ultima sexti angulus c d b,est duplus ad angulum b d l Cumq; etiam angulus c d b duplus sit ad angulum b a d ex 32 & 5 primi,sunt enim duo latera d a & d b æqualia,erit angulus b d l æqualis angulo b a d. Itaq; per 32 primi erit triangulus b d l,æquiangulus triangulo b a d.est enim angulus d,minoris,æqualis angulo a, maioris,& angulus b est communis utriq;,ergo per 4 sexti proportio a b ad b d,est sicut b d ad l b,quare per primã partem 16 sexti quod prouenit ex a b in b l,est æquale quadrato d b. At uero probatum est prius,quod illud quod prouenit ex a b in l a est æquale quadrato a h. Itaq; quod prouenit ex a b in a l & in l b.est æquale duobus quadratis duarũ linearũ a h & b d. Et quia ex secunda secundi quod prouenit ex



a b in

a b in l a & in l b est æquale quadrato lineæ a b: est autem linea a b latus pentagoni æquilateri ꝓposito circulo inscripti, linea uero a h est latus decagoni æquilateri, & linea b est ex correlario 15 quarti æqualis lateris hexagoni æquilateri proposito circulo inscriptorum, inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 SI duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum descripti, à terminis suorum laterum duæ rectæ lineæ subtẽdãtur, utraq; alterã secundum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema secabit, maiorq; ipsius portio lateri ipsius pentagoni æqualis erit.

CAMPANVS. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inscriptus circulo eisdẽ literis signato, & duobus eius propinquis angulis qui sunt a & b, subtẽdatur duæ rectæ lineæ a c & c b e, secantes se inuicem in puncto f. Dico itaque utrãque harũ esse diuisam in pũcto f, secundũ proportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema, & q maior portio utriusq; est æqualis lateri pentagoni. Manifestũ est enim ex 27 tertij, q quinq; arcus circuli pentagonũ propositũ circunscribẽtis, quorũ latera ipsius pẽtagoni sunt chordæ, sũt adinuicẽ æquales, ideoq; ex ultima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a, sunt adinuicẽ æquales, nã arcus a b a e, & b c, sunt adinuicẽ æquales. Cumq; sit arcus c d e duplus ad arcũ b c, erit quoq; ex ultima sexti angulus c a e duplus ad angulũ c a b. At uero ex 27 primi angulus a f e, duplus est ad angulũ f a b Igitur anguls a f e, est æqualis angulo f a e, quare per 6 primi linea a e, est æqualis lineæ f e. Sunt autem duo triãguli a b e & a f b, æquianguli, per ea quæ dicta sunt & per 31 primi est enim angulus e, maioris, æqualis angulo a minoris & angulus b, cõis utriq;, igitur per 4 sexti proportio e b ad b a, sicut b a ad f b. Cũq; sit e f, æqualis a b eo quod ipsa (ut probatũ) est æqualis a e, sequitur ex 7 quinti ut sit ꝓportio b e ad e f, sicut e f ad f b. Quare ꝑ diffinitionem linea e b est diuisa sed'm ꝓportionẽ habentẽ mediũ duoq; extrema, & eius maior portio est æqualis lateri ipsius pentagoni Si autẽ hoc est uerũ de linea e b erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiusdẽ & diffinitione idẽ uerũ de linea a c: nã tota b e est æqualis toti a c ex 4 primi, & portiones portionibus ex 6 primi & cõi scientia, portiões enim a f & b f, sunt æquales ex 6 primi, ideoq; f e & f c residuæ erũt adinuicẽ æquales ex cõceptiõe. Vel potes si libet & facilius, de linea a c demonstrare propositum, negotiando circa ipsum, ut prius circa lineã e b.

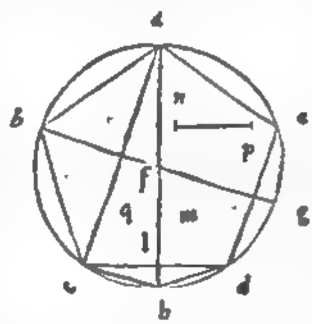


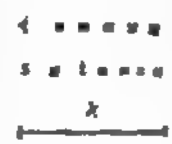
Eucli. ex Camp. Proposit. 12

12 SI circuli pentagonum æquilaterum circũscribentis, diameter fuerit rationalis, eius latus pentagoni erit linea irrationalis, ea scilicet quæ dicitur minor.

CAMPANVS Sit pentagonus æquilaterus a b c d e inscriptus circulo eisdem literis ascripto, cuius centrum f, & duæ diametri b g & a h, sitq; utraque harum diametrorum linea rationis in longitudine. Dico tunc quod latus pentagoni inscripti, erit linea irrationalis, illa uidelicet quæ dicitur minor. Protrahatur enim linea a c, quæ secet diametrum b, in puncto K, eritq; ex ultima sexti & 4 primi linea a c, diuisa à diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto K, quia cum semicirculus b a g sit æqualis semicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, sicut constat ex 27 tertij, erit arcus a g residuus, æqualis arcui c g residuo, ideóque ex ultima sexti angulus a b g, æqualis etiam anguo c b g. Cum itaque duo latera a b & b K trianguli a b K sint æqualia duobus lateribus c b & b K trianguli c b K, & angulus b unius angulo b alterius, erit ex 4 primi basis a K æqualis basi k c, & omnes anguli qui sunt e d K, sunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h, secet latus pentagoni c d, in puncto l. Eritque linea c d diuisa à diametro a h orthogonaliter, & per æqualia in puncto l. Cum enim sint duo arcus a d h & a c h æquales, & arcus a c, sit æqualis arcui a d, erunt duo residui semicirculorum qui

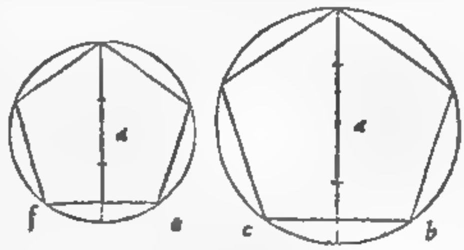
qui sunt c h & d h, æquales, quibus si subtendantur duæ chordæ quæ sunt c h & d h, ipsæ quoq; ex 28 tertij erũt æquales. Et quia arcus a c est æqualis arcui a d, erit ex ultima sexti angulus c h l æqualis angulo d h l, ideoq; per 4 primi basis c l est æqualis basi d l, & omnes anguli qui sunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij, itaque duo trianguli a c l & a f k sunt æquiãguli ex 32 primi. Est enim angulus l, maioris, æqualis angulo k, minoris, eo quod uterq; est rectus, & angulus a est communis utriq;, quare 4 sexti proportio l c ad c a, est sicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartæ parti semidiametri, eritq; per æquã proportionalitatẽ proportio c l ad quartã partem lineæ a c quæ sit c q, sicut k f ad quartã partẽ lineæ f a quæ est f m. Et quia per 15 quinti ꝓportio c d ad c k est sicut c l ad c q (sic enim est duplũ ad duplũ sicut simplũ ad simplũ) erit per 11 quinti d c ad c k, sicut k f ad f m, & cõiũctim lineæ cõstãtis ex d c & c k, ad k c, sicut k m ad m f, & ideo per primã partẽ 22 sexti proportio quadrati lineæ cõpositæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k, sicut quadrati lineæ k m ad quadratum lineæ m f. Constat autem ex præmissa, quod si linea a c diuidatur secundum proportionem habentem medium duóque extrema, maior portio eius erit æqualis lineæ d c, igitur linea cõstans ex d c & c k, cõponitur ex maiori portione diuisæ secũdũ proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, & ex medietate totius lineæ sic diuisæ, est enim c k, medietas a c. Itaq; p primã istius 13 libri quadratũ lineæ cõpositæ ex d c, & c k, quintuplũ quoque est ad quadratũ lineæ c k, ideoq; quadratũ lineæ k m, quintuplũ quoq; est ad quadratũ lineæ m f, cum sit horũ quadratorũ & illorũ una proportio. Est autẽ linea b m, quintupla ad lineã m f, erat enim m f, quarta pars semidiametri propositi circuli. Ergo quadratũ lineæ k m ad quadratũ lineæ m f, est sicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex secũda parte 19 sexti quadratum lineæ k m ad quadratũ lineæ m f, est sicut lineæ k m ad lineã m f duplicata, erit ex 11 quinti linea b m ad lineam m f, sicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m, est medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod sic constat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas, sumpta secundũ doctrinam 13 sexti eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ quæ posita est in principio quinti, proportio b m ad m f, sicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p, sicut n p ad m f, erit etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, sicut n p ad m f duplicata, igitur ex prima parte 9 quinti, duæ lineæ k m & n p, sunt æquales, ideoq; ex prima parte 7 quinti, ex secunda parte eiusdem linea k m, est medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 8 sexti, proportio quadrati lineæ b m ad quadratum lineæ m k, est sicut lineæ b m ad lineam m f. Et quia linea b m est quintupla ad lineã m f, erit quadratum lineæ b m, quintuplum ad quadratũ lineæ m k. Linea aũt b m, est rationalis in lõgitudine, ergo per ultimã partem 9 decimi, linea m k est rationalis in potentia tantum. Et quia linea b m est potentior linea m k, in quadrato lineæ sibi incommẽsurabilis in longitudine, ut in continuo probabitur, erit linea b k residuũ quartum ex diffinitione residui quarti. Quod autem probãdum assumpsimus, sic patet: Sit numerus r quintuplus ad numerũ s, sintq; t & s quantum r, ac si esset r quinque, s unũ, t quatuor, & sit linea b m, potentior linea m k in quadrato lineæ x. Cum igitur sit quadratũ lineæ b m ad quadratum lineæ m k sicut numerus r ad numerũ s, erit per euersam proportionalitatẽ quadratum lineæ b m ad quadratum lineæ x, sicut numerus r ad numerum t, quare per ultimam partẽ 7 decimi, lineas, est incommensurabilis lineæ b m in lõgitudine, non est ergo dubiũ, quin b k sit residuũ quartum. Manifestum uero est ex 34 tertij, quod illud quod fit ex b k in k g, est æquale ei quod fit ex a k in k c, ideoq; etiã ipsum est æquale quadrato k c, eo quod a k est æqualis k c, ergo quadrato b k addito utrique, erit ex penultima primi quod fit ex b k in se & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex 1 secũdi ꝙ fit ex b k in g b, erit linea b c latus tetragonicum superficiei cõtentæ a duabus lineis g b & k b. Et quia linea g b est rationalis, linea uero b k est residuũ quartũ, & quia linea potẽs in superficiẽ linea rationali residuo quarto cõtentam est linea minor ut constat ex 29 decimi libri, necesse est lineã b c quæ est latus pentagoni æquilateri proposito circulo inscripti, esse lineam minorem





quod

quod erat ex principio demonſtrandum. Hoc ergo modo ſequitur, quod latus pentagoni æquilateri circulo inſcripti ſit linea minor, ſi diameter circuli cui inſcribatur, fuerit rationalis in longitudine. At uero ſi diameter circuli fuerit rationalis in potentiã tantũ, adhuc neceſſe eſt ut latus pentagoni æquilateri ſibi inſcripti ſit linea minor. Eſto enĩ linea a, rationalis in potentia tantum, ſupra quã deſcribatur circulus, eiq́ꝫ deſcripto inſcribatur pentagonus æquilaterus, cuius unum latus ſit b c, dicanturq́ꝫ pentagonus & circulus, a. Dico ꝙ linea b c eſt linea minor. Sumatur enĩ aliqua linea rationalis in lõgitudine, quæ ſit d, & ſuper eam lineetur circulus cui inſcribatur pentagonus æquilaterus, & ſit unum latus ipſius linea e f, dicanturq́ꝫ pentagonus & circulus, d. Conſtat igitur ex hac 11, ꝙ e f eſt linea minor, cum diameter d ſit rationalis in longitudine. Quoniam uero proportio pentagoni a ad pentagonũ d eſt ſicut quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ e f, (utraq́ꝫ enim eſt ex ſecũda parte 18 ſexti, ſicut lineæ b c ad lineam e f duplicata) pentagoni autem a ad pentagonũ d, eſt ſicut quadrati diametri a ad quadratũ diametri d ex prima 11, erit ex 11 quinti quadratũ lineæ c b ad quadratũ lineæ e f, ſicut quadratũ diametri a ad quadratum diametri d. Cumq́ꝫ quadrata duarum diametrorũ a & d ſint cõmunicantia, quia ambo ſunt rationalia ex hypotheſi, erũt quoq́ꝫ ex prima parte 10 decimi quadrata duarum linearũ b c & e f, cõmunicantia: ergo linea b c cõmunicat in potentia cum linea e f. Et quia linea e f eſt minor, ſequitur ex 1 0 decimi ꝙ etiã b c ſit linea minor, quod eſt propoſitum. Siue ergo diameter alicuius circuli ſit rationalis in longitudine, ſiue in potentia tantum, neceſſe eſt ut latus pentagoni æquilateri ſibi inſcripti, ſit linea minor.



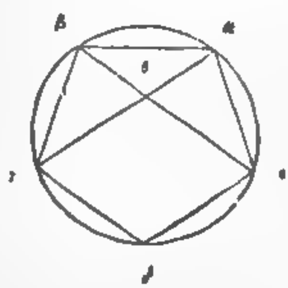
Eucli. ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 8

8 Si quinquanguli æquilateri & æquianguli binos ordinatim angulos rectæ lineæ * expliciunt, extrema & media ratione ſeſe inuicem diſpeſcunt, & maiora earum ſegmenta ipſius quinquanguli lateri ſunt æqualia.

Camp. 11

* ὑποτείνωσιν ſubtendant

THEON ex Zamb. *Quinquanguli enim æquilateri & æquianguli αβγδε, binos ordinatim angulos qui ad α, β, rectæ lineæ αγ, βε,* explicẽt, ſeſe inuicem in θ ſigno diſpeſcentes. Dico quod ipſarum utraq; extrema & media ratione ſecatur in θ ſigno, & earum maiora ſegmenta ſunt æqualia ipſius quinquanguli lateri. Circunſcribatur (per 14 quarti) ipſi quinquangulo αβγδε, circulus αβγδε. Et quoniam binæ rectæ lineæ εα, αβ, duabus αβ, βγ, ſunt æquales, & angulos æquales comprehendunt, baſes igitur βε (per 4 primi) baſi αγ eſt æqualis, & triangulũ αβε ipſi triangulo αβγ eſt æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales alter alteri ſub quibus æqualia latera ſubtendũtur. Angulus igitur qui ſub βαγ, et qui ſub αβε eſt æqualis. Duplus igitur eſt qui ſub αθε, eius qui ſub βαθ anguli: extra enim eſt ipſum αβθ triangulum. Eſt autem & qui ſub εαγ, eius qui ſub βαγ duplus, quoniam & circũferentia εδγ, ipſius γβ circũferentiæ eſt dupla. Angulus igitur qui ſub θαε, ei qui ſub αθε eſt æqualis. Quare & θε recta linea, ipſi εα, hoc eſt ipſi αβ eſt æqualis. Et quoniam βα recta linea ipſi αε eſt æqualis, æqualis eſt & angulus qui ſub αβε et qui ſub αεβ. Sed qui ſub αβε, et qui ſub βαθ, patuit quod æqualis: qui igitur ſub βεα, et qui ſub βαθ eſt æqualis. Et ipſorum duorum triangulorũ αβε, & αβθ, cõmunis eſt angulus qui ſub αβε, reliquus igitur qui ſub βαε angulus, reliquo qui ſub αθβ eſt æqualis. Triangulum igitur αβε, ipſi αβθ triangulo æquiangulum eſt: proportionaliter igitur eſt ſicut εβ ad βα, ſic αβ ad βθ. Aequalis autem eſt βα, ipſi εθ. Sicut igitur βε ad εθ, ſic εθ ad θβ. maior autem eſt βε, ipſa βα, maior igitur eſt εθ, ipſa θβ. Ipſa igitur βε, extrema & media ratione in θ ſecatur, & maius ſegmentum θε æquum eſt ipſius quinquanguli lateri. Similiter iam oſtendemus, quod αγ extrema & media ratione in θ ſecatur, & ipſius maius ſegmentum γθ ipſius quinquanguli lateri eſt æquale. Quod oſtendere oportuit.*

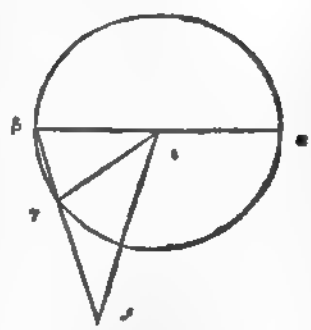


ὑποτείνωσιν ſubtendant

Eucli ex Zamb. Theorema 9 Propoſitio 9

9 Si ſexanguli & decagoni latus in eodem circulo deſcriptorũ componantur, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt ipſius ſexanguli latus.

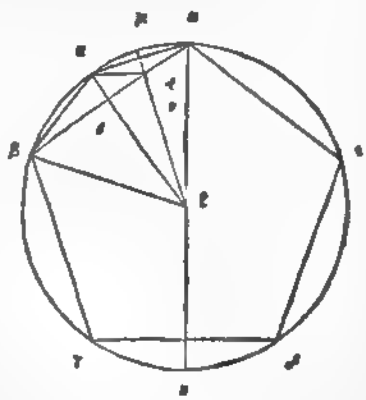
THEON ex Zamberto. Sit circulus αβγ, & in ipso circulo αβγ, descriptarũ figurarũ decagoni quidem latus esto βγ, & sexanguli γδ, & sint in rectas lineas. Dico quod tota βδ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius ipsius segmentũ est γδ. Assumatur enim (per 1 tertij) centrũ circuli, signũ ε, & cõnectantur εβ, εγ, εδ, & extendatur βε in α. Et quoniã decagoni æquilateri latus est βγ, quincupla igitur est αγβ circũferentia ipsius γβ circũferentiæ. Quadrupla igitur est αγ circũferentia, ipsius γβ. Sicut autẽ αγ circũferentia ad γβ, sic angulus qui sub αεγ ad angulum qui sub γεβ: quadruplus igitur est q sub αεγ, eius qui sub γεβ. Et quoniã qui sub εβγ angulus ei qui sub εγβ angulo est æqualis, qui igitur sub αεγ angulus, duplus est eius qui sub εγβ. Et quoniam εγ recta linea æqualis est ipsi γδ, utraq; enim ipsarum æqualis est ipsius sexanguli lateri in αβγ circulo descripti, & angulus qui sub γεδ, angulo qui sub γδε est æqualis, igitur angulus q sub εγβ, duplus est eius qui sub εδγ. Sed eius qui sub εγβ, duplum esse demonstratum est eum qui sub αεγ. Igitur qui sub αεγ, quadruplus est eius qui sub εδγ. Ostensum est autem quod & eius qui sub βεγ, quadruplus est qui sub αεγ. æqualis igitur est qui sub εδγ, ei qui sub βεγ. Cõmunis autem ipsorũ binorum triangulorũ, hoc est βεγ & βεδ, est angulus qui sub εβδ, & reliquus igitur qui sub βεδ, ei qui sub εγβ est æqualis. Aequiangulũ igitur est triangulum εβδ, ipsi εβγ triangulo: proportionaliter igitur est sicut βδ ad βε, sic εβ ad βγ. Aequalis autem est εβ, ipsi γδ. Est igitur sicut βδ ad δγ, sic δγ ad γβ. Maior autem est βδ, ipsa δγ, maior igitur est & δγ, ipsa γβ. Igitur ipsa βδ, recta linea extrema & media ratione secatur in γ signo, & maius segmentum est δγ. Quod ostendere oportuit.



Eucli. ex Zamb. Theorema 10 Propositio 10

10 Si in circulo quinquangulũ æquilaterũ descriptũ fuerit, ipsius quinquanguli latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodẽ circulo descriptorũ.

THEON ex Zamb. Sit circulus αβγδε, & in ipso αβγδε (per 11 quarti) quinquangulũ describatur αβγδε. Dico quod ipsius αβγδε quinquanguli latus, potest & sexanguli & decagoni latus in ipso αβγδε circulo descriptorũ. Assumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & sit ζ, & connexa αζ, extendatur in η signum, & connectatur ζβ, & ab ipso ζ in αβ perpendicularis excitetur (per 12 primi) ζθ, & extendatur in κ, & connectantur ακ, κβ, & rursus ab ipso ζ, in ακ excitetur (per 12 primi) perpendicularis ζλ, & extendatur in μ, & connectatur κν. Et quoniam circũferentia αβγη ipsi αεδη circũferentiæ est æqualis, quarũ αβγ ipsi αεδ est æqualis, reliqua igitur γη circũferentia reliquæ δη circũferentiæ est æqualis. Quinquãguli autem γδ, & decagoni igitur γη. Et quoniam ζα ipsi ζβ (per 15 diffinitionum primi) est æqualis, & perpendicularis est ζθ, igitur angulus qui sub αζκ, ei qui sub κζβ est æqualis. quare & circũferentia ακ, ipsi κβ est æqualis. Dupla igitur est αβ circumferentia, ipsius βκ circũferentiæ. decagoni latus igitur, est recta linea ακ, & id propterea & ακ, ipsius κμ est dupla. Et quoniam dupla est circũferentia αβ ipsius circũferentiæ βκ, æqualis autem est γδ circũferentia ipsi αβ circumferentiæ, dupla igitur est γδ circũferentia ipsius βκ circũferentiæ. Est autem γδ circũferentia, ipsius γη dupla: igitur circũferentia γη, ipsi βκ circũferentiæ est æqualis. Sed βκ ipsius κμ dupla est, quoniam & κα, & γη igitur, ipsius κμ est dupla. Sed & γβ circũferentia, ipsius βκ circũferentiæ dupla est: æqualis enim est γβ circũferentiæ, ipsi βα, & tota igitur ηβ circũferentia, totius βμ est dupla. Quare & angulus qui sub ηζβ, anguli qui sub βζμ duplus est. Est autem qui sub ηζβ, eius qui sub ζαβ duplus. Aequalis enim est qui sub ζαβ, ei qui sub αβζ. Qui sub βζν igitur, ei est æqualis qui sub ζαβ. Binorum autem triangulorũ αβζ & βζν, cõmunis angulus est qui sub αβζ. Reliquus igitur qui sub αζβ, reliquo qui sub βνζ est æqualis. Triangulum igitur αβζ, ipsi βζν triangulo æquiangulũ est, proportionaliter igitur est sicut αβ recta linea ad βζ, sic ζβ ad βν, quod igitur sub αβ, βν, ei quod ex βζ est æquale. Rursus quoniam æqualis est αλ ipsi λκ, cõmunis autem & ad angulos rectos λν, basis igitur κν (per 4 primi) basi αν est æqualis, & angulus igitur qui sub λκν, ei qui sub λαν est æqualis. Sed qui sub λαν, ei qui sub κβν est æqualis, & qui sub λκν igitur, ei qui sub κβν est æqualis, & ipsorum triangulorũ binorum ακβ & ακν, cõmune est quod sub νακ. Reliquum igitur quod sub ακβ, reliquo quod sub κνα est æquale. Aequiangulũ igitur est triangulum αβκ, ipsi κνα triangulo: proportionaliter igitur est sicut βα recta linea ad ακ, sic κα ad αν. Quod igitur sub βα, αν, æquũ est ei quod ex ακ. Ostensum est autem quod quod sub αβ, βν, æquum est ei quod ex βζ. Quod igitur sub αβ, βν, una cum eo quod sub βα, αν, quod est id quod ex βα, ei est æquum quod ex βζ una cum eo quod ex ακ. & βα quidem est latus ipsius quinquanguli, & βζ sexanguli, & ακ decagoni. Quinquanguli ergo latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum. Quod ostendere oportuit.

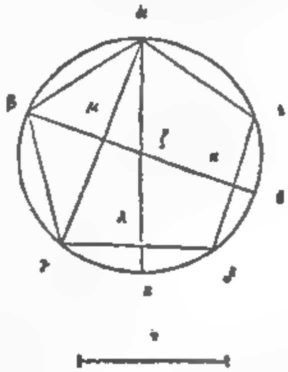


Eucli. ex Zamb. Theorema 11 Propositio 11

11 # Si in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulũ æquilaterũ inscribatur, quinquanguli latus irrationalis est ea quæ appellatur minor. Camp. 11

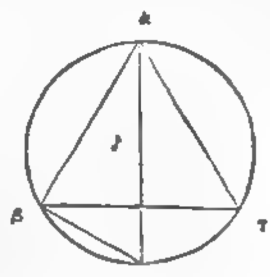
THEON ex Zamb. In circulo enim α β γ δ ε, rationalem habente diametrum, quinquangulũ inscribatur α β γ δ ε. Dico quod ipsius α β γ δ ε quinquanguli latus α β irrationalis est ea quæ appellatur minor. Assumatur enim (per 1 tertij) circuli centrum ζ signum, & connectantur α ζ, ζ β, & extendantur in η, θ, signa, & connectatur α γ, ponaturq; ipsius α ζ, quarta pars ζ κ. Rationalis autem α ζ, rationalis igitur & ζ κ. Est autem & β ζ rationalis. Tota igitur β κ rationalis est. Et quoniam circũferentia α γ η ipsi α δ η circũferentiæ est æqualis, quarũ α β γ æqualis est & ipsi α ε δ, reliqua igitur γ η reliquæ η δ est æqualis. Et si cõnectamus α δ, *ducuntur recti qui ad λ anguli, & dupla est γ δ ipsius γ λ, & id propterea & qui ad μ recti sunt, & dupla est α γ ipsius γ μ. Quoniam igitur angulus qui sub α λ γ ei est æquus qui sub α μ ζ, cõmunis autem ipsorũ triangulorũ binorũ α λ γ, α μ ζ, est qui sub λ α γ, reliquus igitur qui sub α γ λ ei est æqualis qui sub μ ζ α, æquiangulũ igitur est triangulum α γ λ, ipsi α μ ζ triangulo: proportionaliter igitur est sicut λ γ ad γ α, sic μ ζ ad ζ α, & antecedentiũ duplicia. Sicut igitur dupla ipsius λ γ ad γ α, sic ipsius μ ζ dupla ad ζ α. Sed sicut ipsius μ ζ dupla ad ζ α, sic μ ζ ad ipsius ζ α dimidiam. Sicut igitur ipsius λ γ dupla, ad γ α, sic est μ ζ ad dimidiam ipsius ζ α, & sequentiũ dimidia. Sicut igitur ipsius λ γ dupla ad ipsius γ α dimidiam, sic μ ζ ad quartã partem ipsius ζ α, & ipsius λ γ, dupla est δ γ, ipsius uero γ α, dimidia est γ μ, ipsius autem ζ α, quarta pars est ζ κ. Est igitur sicut δ γ ad γ μ, sic μ ζ ad ζ κ. Cõponendo (per 18 quinti) & sicut utraq; δ γ μ ad γ μ, sic μ κ ad ζ κ: & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex utraq; ipsarũ δ γ μ, ad id quod ex γ μ, sic quod ex μ κ ad id quod ex κ ζ. Et quoniã (per 8 decimitertij) ea quæ sub duobus lateribus pentagoni subtensa ut α γ, extrema & media ratione secta, maius segmentũ est æquale ipsius pentagoni lateri hoc est ipsi δ γ, maius autem segmentũ totius admittens dimidiũ quincuplum potest eo quod ex totius dimidia (per 1 decimitertij) & totius α γ dimidia est γ μ, quod igitur ex δ γ μ tanquã ex una, quincuplũ est eius quod ex γ μ. Sicut autem quod ex δ γ μ sicut una, ad id quod ex γ μ, sic ostensum est esse id quod ex μ κ ad id quod ex κ ζ, quincuplũ igitur est quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, rationale autẽ quod ex κ ζ, rationalis enim est diameter. Rationale igitur est & quod ex μ κ. Rationalis igitur est μ κ, rationẽ enim habet quam numerus ad numerũ quod ex μ κ, ad id quod ex κ ζ. Et quoniã quadrupla est β ζ ipsius ζ κ, quincupla igitur est β κ ipsius κ ζ. Vigintiquincuplex igitur est quod ex ϐ κ, eius quod ex κ ζ. Quincuplũ autem est id quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, quincuplũ igitur est quod ex ϐ κ, eius quod ex κ μ. Quod igitur ex ϐ κ, ad id quod ex κ μ rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) ϐ κ, ipsi κ μ in longitudine, & ipsarũ utraq; rationalis est. Ipsæ igitur β κ, κ μ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Si autem à rationali rationalis auferatur potentia tantum cõmensurabilis subsistens toti, reliqua irrationalis est, uocatur autẽ apotome (per 73 decimi,) igitur μ β apotome est. Congruens autẽ ei est μ κ. Dico quod & quarta. Quo enim maius est id quod ex ϐ κ eo quod ex κ μ, ei æquũ esto quod ex ν. Igitur ipsa ϐ κ, ipsa κ μ maius potest ipso ν. Et quoniam (per 16 decimi) cõmensurabilis est κ ζ ipsi ζ β, & cõponendo (per 16 decimi) cõmensurabilis est κ ϐ ipsi ϐ ζ, sed β ζ ipsi ϐ θ longitudine est cõmensurabilis, & ϐ κ igitur ipsi ϐ θ cõmensurabilis est. Et quoniam quod ex β κ eius quod κ μ quincuplũ est, quod igitur ex ϐ κ, ad id quod ex κ μ rationẽ habet quam quinq; ad unũ. Conuertẽdo igitur (per correlariũ 19 quinti) quod ex β κ ad id quod ex ν, rationẽ habet quam (quinq; ad quatuor) non quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est ϐ κ, ipsi ν. Igitur ϐ κ, ipsi κ μ maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili. Quoniã igitur tota ϐ κ, ipsa κ μ congruente maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & tota β κ, ipsi β θ rationali expositæ cõmensurabilis est. Apotome igitur quarta est ipsa μ β. Quod autẽ sub rationali & apotome quarta cõprehensum rectangulũ, irrationale est & ipsum potens irrationalis est, minorq; appellatur (per 94 decimi.) Potest autẽ quod sub θ ϐ, β μ, ipsa α β, quoniam ꝓpter cõnexionẽ ipsius α θ, triangulũ α ϐ θ æqangulũ fit ipsi α ϐ μ. Et est sicut ϐ θ ad ϐ α, sic est α ϐ ad ϐ μ, ipsa igitur α β quinquãguli latus, irrationalis est minor appellata. Quod erat ostendendũ.

*ἀνάγεται



Eucli. ex Zamb. Theorema 12 Propositio 12

12 # Si in circulo triangulũ æquilaterũ descriptũ fuerit, ipsius trianguli latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli. Camp. 8

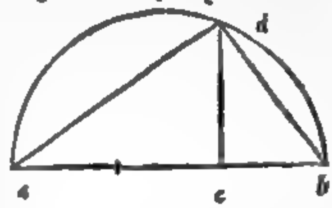


THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo triangulũ æquilaterũ describatur α ϐ γ. Dico quod ipsius α ϐ γ triãguli latus potentia triplũ est eius quæ ex centro ipsius circuli α ϐ γ. Assumatur enim (per 1 tertij) centrum ipsius circuli δ, & connexa α δ extendatur in ε, & cõnectatur ϐ ε. Et quoniã triangulũ α ϐ γ æquilaterũ est, igitur β ε γ circũferentia tertia pars est ipsius circuli α β γ circũferentiæ: igitur β ε circũferentia, sexta pars est circũferentiæ ip-

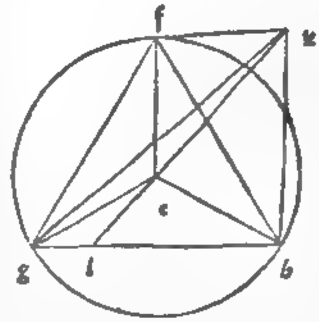
sius circuli, hexagoni igitur latus est ipsa ε κ recta linea, aequalis igitur est ei quae ex centro, hoc est ipsi δ κ. Et quoniã α γ ipsius δ κ dupla est, quadruplũ est quod ex α γ eius quod ex δ κ, hoc est eius quod ex ε κ. Aequũ autem est ei quod ex α γ, eis quae ex α β, ε γ, quae igitur ex α β, β γ, quadrupla sunt eius quae ex ε κ: diuidendo igitur quod quod ex α β, triplum est eius quod ex ε κ. Aequalis autem est ε κ, ipsi δ κ, quod ex α β igitur triplum est eius quod ex δ κ. Trianguli ergo latus potentia triplum est eius quae ex centro circuli. Quod ostendere oportuit.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 PYramidem quatuor basium triangulariũ & æquilaterarũ ab assignata sphæra circunscriptibilem fabricare. Huius ergo sphæræ diametros, ad latus ipsius pyramidis sesquialterã proportionem potentialiter habere probatur.



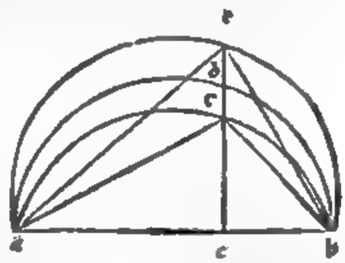
CAMPANVS. Sit linea a b diameter assignatæ sphæræ, quæ diuidatur in pũcto c, ita ꝙ a c sit dupla ad b c, & lineetur super eam semicirculus a d b, & producatur linea c d orthogonaliter super lineã a b, & producãtur lineæ b d & d a. Postea fiat circulus f g h super centrũ e, cuius semidiameter sit æqualis lineæ c d, cui ex 2 quarti libri inscribatur triangulus æquilaterus qui sit f g h, ad cuius angulos protrahãtur à centro, lineæ e f, e g, e h, deinde super centrum e, erigatur (secundũ ꝙ docet 12 undecimi) linea e k quæ ponatur æqualis a c, perpendicularis ad superficiẽ circuli f g h, & demittãtur a puncto k hypothenusæ k f, k g, k h, eritq́ completa pyramis quatuor basium triangulariũ & æquilaterarũ, quam dico esse ab assignata sphæra circũscriptibilẽ, & dico quadratũ diametri propositæ sphæræ, sesquialterũ esse ad quadratũ lateris fabricatæ pyramidis. Constat enim ex prima parte correlarij 8 sexti, ꝙ linea c d est medio loco ꝓportionalis inter a c & c b, quare ex correlario 15 eiusdẽ, quadratũ lineæ a c ad quadratũ lineæ c d, est sicut linea a c ad c b, ergo coniunctim quadratũ a c & quadratũ c d, ad quadratũ c d, sicut linea a b ad b c, ideoq́ ex penultima primi quadratũ a d ad quadratũ d c, sicut a b ad b c. Cum ergo linea a b sit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eam, erit quoq́ quadratũ a d triplum ad quadratũ d c. Est autẽ ex 8 huius, quadratũ f g, triplum ad quadratũ e f, quare cum ex hypothesi d c sit æqualis e f erit ex cõmuni scientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitiõe lineæ perpendicularis ad superficiẽ, linea e k continet cũ singulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos, quarũ quælibet est æqualis lineæ c d, & quia ipsa eadem est æqualis lineæ a c, & angulus c est rectus erit per 4 primi unaquæq; trium linearũ k f, k g, k h æqualis lineæ a d. Manifestum est igitur fabricatã pyramidẽ esse quatuor basium triangulariũ æquilaterarũ.



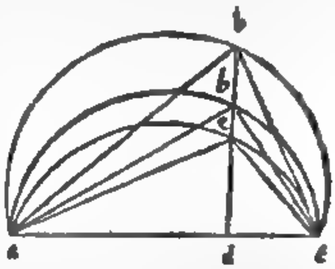
Ipsam autẽ esse circũscriptibilem ab assignata sphæra, sic habeto. Lineæ e k intelligatur adiecta secũdum rectitudinẽ lineæ e l æqualis lineæ c b, ut tota k l sit æqualis a b quæ est diameter assignatæ sphæræ. Hanc autẽ lineam, inquã e l imagineris esse sub circulo f g h, perpendicularẽ quoq; ad ipsius superficiẽ ex parte inferiori, sicut est e k ex parte superiori, eritq́ unaquæq; trium linearũ e f, e g, e h & simpliciter quælibet semidiameter circuli f g h, medio loco ꝓportionalis inter k e & e l, quemadmodũ est d c inter a c & c b, nam hæ sunt æquales illis, unaquæq; suæ relatiuæ. Si igitur super lineã l k describatur semicirculus circũducaturq́ quousq; ad locũ unde moueri cœperat redeat, erit ex diffinitione sphærarũ æqualiũ, sphæra descripta motu huius semicirculi, æqualis sphæræ assignatæ: sunt enim sphæræ æquales, quarũ sunt æquales diametri, quemadmodũ de circulis in principio tertij dictum est. Hunc uero semicirculũ necesse est transire per tria puncta f, g, h quæ sunt anguli solidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autẽ dico ꝙ semicirculus hic quoniã super lineam k l fuerit descriptus, si circũducatur quousq; ad locũ redeat unde moueri cœperat, continget circulũ f g h super omnia puncta circũferentiæ ipsius. Quod ex hac uetusta ueritate probatur. Si linea recta super lineã rectã perpẽdiculariter steterit, quæ inter partes eius cui superstat uel circũstet medio loco ꝓportionalis ponatur, fueritq́ super eam lineã cui ꝑpendicularis superstat semicirculus descriptus, circumferentia ipsius per extremitatẽ lineæ medio loco ꝓportionalis positæ perpẽdiculariter necessario transibit. Cum igitur cũctæ semidiametri circuli f g h sint perpendiculares

diculares ad lineã κ l,& medio loco ꝓportionales inter partes ipsius quæ sunt κ e & e l, sequitur ut semicirculus descriptus super κ l,si circũducatur trãseat per omnia puncta circũferẽtiæ f g h,& per omnes solidos angulos pyramidis fabricatæ. Itaq; à diffinitiõe eius quod est figurã inscribi figuræ, pyramis fabricata est inscriptibilis illi sphæræ quã semicirculus per lineã κ l lineatus motu suo describit. Et quia hæc sphæra descripta,est assignatæ sphæræ æqualis per diffinitionẽ æqualiũ sphærarũ,sequitur ex cõmuni scien tia ut hæc pyramis fabricata,sit ab assignata sphæra circũscriptibilis. Qđ est ꝓpositũ.

CORRELARIVM autem patet sic. Cum enim a b sit tripla ad b c,per euersam pro portionalitatẽ erit a b sesquialtera ad a c,ideoq; ex secũda parte correlarij 8 sexti & cor relario 17 eiusdem, quadratũ lineæ a b erit etiam sesquialterũ ad quadratũ lineæ a d. Et quia linea a d est æqualis lateri fabricatæ pyramidis, at uero a b est diameter sphæræ, constat uerũ esse qđ per correlariũ dicitur. Ne autem quicq; de uetustã ueritate proposita hæsitare cõtingat, eam uolumus hoc modo demõstratione firmare. Sit igitur super li neam a b,linea c d perpẽdicularis, quæ ponatur me dio loco ꝓportionalis inter partes lineæ a b,quæ sint a c & c b, ita q; sit proportio a c ad c d,sicut c d ad c b. Et super lineam a b,describatur semicirculus a e b. Di co q; huius semicirculi circũferẽtia transibit per pun ctum d,qui est extremitas perpẽdicularis. Sin autem aut secabit lineam c d,aut supertrãsibit eam totam ipsam transiens & includens & non cõtingens. Secet ergo primo eam in puncto e,& ducãtur lineæ e b & e a,eritq; ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b rectus,itaq; ex prima parte correlarij 8 sexti propor tio est a c ad c e, sicut c e ad c b, at uero ex secunda parte 8 quinti proportio a c ad c e,est maior q̃ a c ad c d, eo q; c e est minor q̃ c d. Cum igitur sit c e ad c b,sicut a c ad c e, & c d ad c b,sicut a c ad c d, erit per 13 quinti c e ad c b, maior q̃ c d ad c b: ideoq; per primam partem 10 quinti c e est maior q̃ d c, pars, uidelicet,q̃ suum totũ, quod est impossibile. Non ergo secabit circũferẽtia semicirculi lineam c d. Supertrãseat igitur & producatur c d usq; ad circũferentiã.sitq; tota c e,& protrahãtur lineæ e b & e a,sequeturq; ut prius lineam c d esse maiorẽ q̃ sit linea c e,quod est etiã impossibile. Constat ergo propositũ.



Similiter autẽ dicimus,q; si fuerit aliquis angulus rectus cui basis subtendatur super quã semicirculus lineetur, ipsius circũferentiã per angulũ rectũ transire necesse est. Conuersam huius ꝓponit prima pars 30 tertij. Quod autẽ dicimus,sic constat. Sit enim an gulus a b c rectus, cui subtendatur basis a c, & super eam lineetur semicirculus, dico q; ipsius circũferẽtia transibit per punctũ b,in quo coeunt lineæ cõtinen tes angulũ rectum. Cuius demõstratio est,quod neq; transibit supra neq; infra. Sin autem transeat primo infra,sitq; a e c,& ab angulo b ꝓducatur linea b d per pendicularis ad basin a c,quæ secet circũferentiã semicirculi in puncto e,& ꝓtrahantur lineæ e a & e c,eritq; angulus a e c,rectus ex prima parte 30 tertij, at ipse est maior angu lo a b c per 21 primi,hoc autẽ est impossibile ex tertia petitione,cum uterq; sit rectus,hic quidem ex hypothesi,ille uero ex prima parte 30 tertij. Non ergo transibit circũferẽtia semicirculi,infra angulũ b. Transeat itaq; supra,& sit a f c,producatur autẽ perpẽdicu laris d b,quousq; obuiet circũferentiæ semicirculi a f e in puncto f, & producãtur lineæ f a,f c,eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c rectus. Cumq; etiam esset ex hypothesi angulus a b c rectus,sequitur impossibile per 21 primi,sicut in pricipio. Relinqtur ergo quod diximus. Hoc autem necessariũ est ad cognitionẽ eorum quæ sequũtur.



Eucli. ex Zamb. *Problema 1* *Propositio 13*

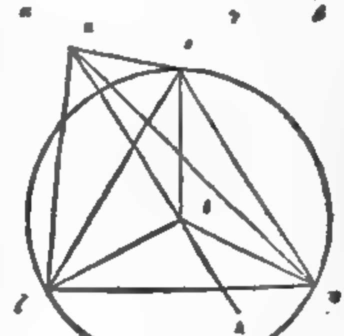
13 Pyramidem constituere, & data sphæra cõprehendere, & demõstrare q; ipsius sphæræ dimetiens potentia sesqualter est lateris ipsius pyramidis.

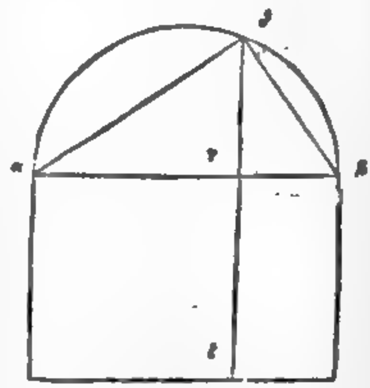
THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ dimetiens α β, seceturq; in γ signo, ut α γ ipsius γ β dupla sit. Describaturq; super α β, semicirculus α δ β, exciteturq; (per 11 primi) ab ipso γ signo ad angulos rectos, γ δ, & cõnecta tur δ α, exponaturq; circulus ε ζ η, æquam habens eam quæ ex centro ipsi δ γ, describaturq; in ipso ε ζ η circulo trian gulũ æquilaterũ ε ζ η, & accipiatur (per 1 tertij) centrũ circuli, sitq; θ signũ, & cõnectantur ε θ, θ ζ, & θ η. Et constituatur*

 (per 12

(per 11 undecimi) ab ipso signo θ ipsius ε ζ η circuli plano ad angulos rectos recta θ κ, & ponatur ipsa θ κ ipsi α γ rectæ lineæ æqualis, & cõnectãtur κ ε, κ ζ, κ η. Et quoniã κ θ recta est ad ipsius ε ζ η circuli planũ, & ad omnes igitur ipsam tangẽtes rectas lineas, & in eodem ipsius ε ζ η circuli plano existentes rectos efficit angulos (per 2 undecimi diffinitionẽ.) Tangit autem ipsam unaquæq; ipsarũ θ ε, θ ζ, θ η. Igitur θ κ, ad unãquanq; ipsarũ θ ε, θ ζ, θ η, recta est. Et quoniã æqualis est α γ ipsi θ κ & γ δ ipsi θ ε, & rectos cõprehendũt ãgulos, basis igitur δ α (per 4 primi) basi κ ε est æqualis, & id propterea & utraq; ipsarũ κ ζ, κ η, ipsi δ α est æqualis. Tres igitur κ ε, κ ζ, κ η, inuicẽ sunt æquales. Et quoniã dupla est α γ ipsius γ β, tripla igitur est α β ipsius β γ. Sicut autẽ α β ad β γ, sic quod ex α δ ad id qđ ex δ γ sicut ostendetur. Quoniã enim est sicut β α ad α γ, sic quod ex δ α ad id quod ex α γ, cõuertendo (per correlariũ 19 quinti) sicut α β ad β γ, sic quod ex ex α δ ad id qđ ex α γ. Sicut demonstrabitur. Triplũ igitur est quod ex α δ, eius quod ex δ γ. Est autẽ & quod ex ζ ε, eius quod ex ε θ triplũ, & æqualis est δ γ ipsi ε θ, æqualis igitur est δ α ipsi ε ζ. Sed δ α unicuiq; ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η ostensa est æqualis. Vnaquæq; igitur ipsarũ ε ζ, ζ η, η ε, unicuiq; ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η, est æqualis: æquilatera igitur sunt ipsa quatuor triangula, hoc est ε ζ η, κ ε ζ, κ ζ η, κ η ε. Pyramis igitur cõstructa est ex quatuor triangulis æqualibus & æquilateris, cuius basis est ε ζ η triangulũ, fastigium uero est signũ κ. Oportet iam ipsam data sphæra cõprehendere, ostendereq; q ipsius sphæræ diameter potentia lateris ipsius pyramidis sesqualtera est. Extendatur enim in rectas lineas ipsi κ θ, recta linea θ λ, & ipsi β γ æqualis ponatur θ λ. Et quoniam est sicut α γ ad γ δ, sic γ δ ad γ β, æqualis autẽ est ipsa quidẽ α γ ipsi κ θ, & γ δ ipsi θ ε, & γ β ipsi θ λ, est igitur sicut κ θ ad θ ε, sic ε θ ad θ λ: quod igitur sub ipsis κ θ, θ λ, æquũ est ei quod ex ε θ. Et rectus est uterq; ipsorũ κ θ ε, ε θ λ, angulorũ. Igitur semicirculus descriptus super κ λ, ueniet & per ε, quoniam si cõnectamus ε λ, rectus fit qui sub λ ε κ angulus, eo q triangulũ ε λ κ utriq; ipsorũ ε λ θ, ε θ κ, triangulorũ æquiangulũ fit. Si iam manẽte κ λ circũducatur semicirculus, & in idem unde duci incœpit rursus steterit, ueniet & per signa ζ, η, connexis ipsis ζ λ, λ η, & recti similiter factis ijs qui ad ζ, η, angulis, pyramis data sphæra cõprehensa erit, ipsa enim κ λ sphæræ dimetiens, æqualis est ipsi α β datæ sphæræ diametro, quoniam ipsi quidem α γ æqualis ponitur κ θ, ipsi autẽ γ β ipsa θ λ.



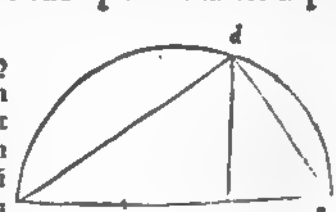




Dico iam q ipsius sphæræ dimetiẽs, lateris ipsius pyramidis potentia sesqualter est. Quoniã etenim dupla est α γ ipsius γ β, tripla igitur est α β ipsius β γ. Cõuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) sesqualtera est α β ipsius α γ. Sicut autẽ β α ad α γ, sic quod ex β α ad id quod ex α δ, quoniã connexa ipsa β δ, est sicut β δ ad α δ, sic δ α ad α γ, propter ipsorũ δ α β, δ α γ triangulorũ similitudinẽ, & eo quia est sicut prima ad tertiã sic quod ex prima ad id quod ex secunda. Sesqualterũ igitur est quod ex β α, eius quod ex α δ. Et β α quidẽ est ipsius datæ sphæræ diameter, & α δ æqualis est lateri ipsius pyramidis, ipsius igitur sphæræ diameter, ipsius pyramidis lateris sesqualtera est. Quod erat ostendendũ. Ostendendũ iam q est sicut α β ad β γ, sic quod ex α δ ad id quod ex δ γ. Exponatur ipsius semicirculi descriptio. & ab ipsa α γ describatur (per 46 primi) quadratũ ε γ. & cõpleatur ζ β parallelogrammũ. Quoniã igitur triangulũ δ α β ipsi δ α γ triãgulo æquiangulũ est, est sicut β α ad α δ, sic est δ α ad α γ. Igitur q sub β α, α γ, æquũ est ei quod ex α δ. Et quoniã est sicut α β ad β γ sic est ε β ad β ζ, & est quidẽ ipsum ε β id quod sub β α, α γ (æqualis enim est ε α ipsi α γ, & β ζ, id est quod sub α γ, γ β) sicut igitur α β ad β γ, sic quod sub ipsis β α, α γ, ad id quod sub ipsis α γ, γ β. Et quod sub β α, α γ, æquũ est ei quod ex α δ, quod autẽ sub α γ, γ β, æquũ est ei q ex δ γ, ipsa enim δ γ perpendicularis, basis segmẽtorũ α γ, γ β, media est proportionalis, quoniã qui sub α δ β rectus est. Sicut igitur α β ad β γ, sic q ex α δ ad id q ex δ γ. Quod ostẽdere oportuit. Eucli. ex Camp. Propositio 14.

14.
Zamb. 15

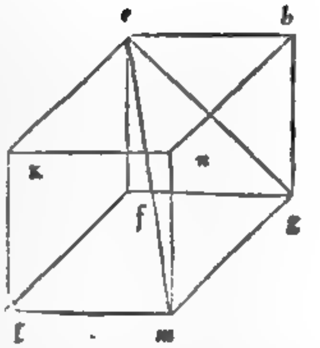
AB assignata sphæra circũscriptibilẽ cubum constituere. Eiusdem autem sphæræ diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit.



CAMPANVS. Assignatæ sphæræ diameter sit a b, super quã linceetur semicirculus a d b, diuidaturq; diameter in pũcto c, prorsus secundũ conditionẽ præmissæ, uidelicet ut linea a c sit dupla ad lineam c b & pducatur c d perpendicularis ad a b, & protrahãtur d b & d a. Postea fiat unũ quadratũ cuius omnia latera sint æqualia lineæ b d, sitq; e f g h, super cuius quatuor angulos erigãtur, ut docet 11

undecimi

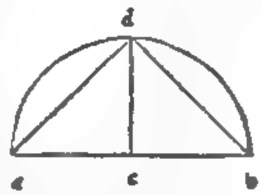
undecimi, quatuor lineæ perpēdiculares ad superficiē ipsius quadrati, quarū quælibet ponatur etiā æqualis lineæ b d, sintq́ e k, f l, g m, h n, eruntq́ hæ quatuor perpēdiculares, singulæ singulis æquidistantes ex 6 undecimi, & anguli quos continēt cum lateribus quadrati, recti ex diffinitiōe lineæ perpēdicularis ad superficiē. Deinde cōiungātur extremitates istarū perpendiculariū, protractis lineis k l, l m m n, n k, eritq́ cōpletus cubus, sex supficiebus quadratis cōtentus, constat ex 34 primi, q quatuor superficies ipsum ambiētes (& ipsæ sunt quarū opposita latera sūt quatuor perpēdiculares) sunt omēs quadratæ, de basi autē, hoc positū est, at uero de suprema eius supficie quæ est k l m n, q ipsa quoq; sit quadrata, constat ex 34 primi & 10 undecimi, ideoq́ ex 4 undecimi manifestū est, singula latera eiusdē cubi duabus ipsius oppositis supficiebus orhogonaliter insistere.

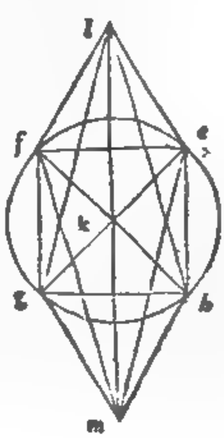


Vt autē cubū hūc ab assignata sphæra circūscriptibilē esse demōstremus, in una suarū supficierū ptrahatur diagonalis, uerbi gratia in basi eius, sitq́ e g, & ab huius diagonalis altera extremitate, ptrahatur diameter cubi e m, eritq́ ex penult. primi quadratū e g, duplū ad quadratū f g, ideoq́ & ad quadratū g m, eo q g m est æqualis f g, sunt eni omnia latera cubi ad inuicē æqualia. Et quia rursus ex penul. primi, quadratū e m est æquale quadratis duarū linearū e g & g m, ppter hoc q angulus e g m est rectus ex diffinitiōe lineæ perpēdicularis ad superficiē, erit quadratū e m triplū ad quadratū m g, constat eni ex duplo & simplo. Cumq́ ex secūda parte correlarij 5 sexti & ex correlario 17 eiusdē quadratū quoq; a b sit triplū ad quadratū b d, eo q linea a b tripla est ad lineā b c, sit aūt b d æqualis f g, seqtur ex cōmuni scientia ut e m quæ est diameter cubi sit æqualis a b quæ est diameter sphæræ. Itaq; si sup e m lineetur semicirculus circūducaturq́ quousq; ad locū unde fuit initiū motus, redeat: sphæra descripta, erit ex diffinitiōe sphærarū æqualiū æqlis sphæræ assignatæ. At uero qa hic semicirculus transitū faciet per punctū g eo q angulus e g m est rectus, eadēq́ ratione per cæteros singulos rectos angulos cubi, qd ex antecedēte ante hāc 14 imediate præmisso manifestū est, cōstat cōstitutū cubū ab assignata sphæra (eo q a sua æquali) circūscriptibilē esse. Quod demōstrare oportebat. Correlarij uero demōstratio in istius demōstrationis processu præpatuit. *Eucli. ex Camp.* *Propositio 15*

15 **C**Orpus octo basium triangulariū & æquilaterarū à sphæra proposita circūscriptibile, cóponere. Eritq́ palàm eiusdem sphæræ diametrum lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter. *Zamb. 14*

CAMPANVS. Diameter sphæræ propositæ sit a b, quæ diuidatur per æqualia in pūcto c, & super eam lineetur semicirculus a d b, & pducatur c d ppendicularis ad a b, & iungatur punctus d cum a & cum b, describaturq́ unum quadratū cuius singula latera sint æqualia lineæ b d, sitq́ quadratū hoc e f g h, in quo protrahātur diametri duæ e g & f h, secantes sein uicē in puncto k. Cōstat igitur ex 4 primi, q utraq; istarū diametrorū sit æqualis lineæ a b quæ est diameter sphæræ, cum angulus d sit rectus ex prima parte 30 tertij, & singuli quoq; anguli e, f, g, h, recti ex diffinitiōe quadrati. Cōstat rursus, q eædem diametri e g & f h diuidunt seinuicē per æqualia in puncto k. Hoc autē ex 5 primi & 32 & 6 eiusdē facile est elicere. Erigatur itaq; super punctū k, linea k l perpēdicularis ad superficiē quadrati, quæ ponatur æqualis medietati diametri e g uel f h, & demittantur hypothenusæ l e, l f, l g, l h. eruntq́ ex his quæ posita sunt, & penult. primi, quoties oportuerit repetita, singulæ harū hypothenusarū æquales sibi inuicē & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidem quatuor æquilaterarū triangulariūq́ basium, super quadratū constitutā. Huic itaq; sub ipso quadrato similem pyamidē, hoc modo appone. Lineā l k producas, perforādo quadratū, usq; ad m, ita q k m existēs sub quadrato, sit æqualis l k existēti supra, & iunge punctū m cū singulis angulis quadrati, pducendo 4 alias hypothenusas quæ sunt m e, m f, m g, m h, de quibus quoq; manifestum est ex penult. primi, quemadmodū de alijs quæ sunt in su

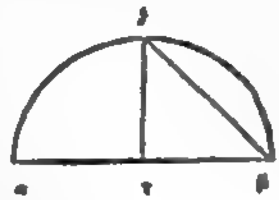




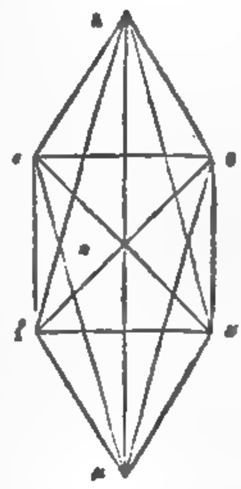
periori parte, ꝙ ipsæ sint æquales adinuicē & lateribus quadrati. Cōpleuimꝰ igitur corpus 8 basiū triangulariū & æquilaterarū. Hoc autē ab assignata sphæra circūscriptibile esse, sic habeto. Constat enim ꝙ linea l m est æqualis diametro assignatæ sphæræ, nam utraqꝫ earū est æqualis diametro quadrati. Igitur si super l m lineetur semicirculus qui circūuoluatur quousqꝫ ad locū suū redeat, sphæra quā motu suo describet, erit æqualis assignatæ sphæræ, ut ex diffinitiōe æqualiū sphærarū colligitur. Hic uero semicirculus trāsibit per quatuor angulos quadrati, & simpliciter per omnia pūcta circūferētiæ circuli circūscribētis quadratū, eo ꝙ semidiameter quadrati ut linea f k, & portiōes lineæ l m quæ sunt l k & k m, sunt adinuicē æquales, quare ex diffinitiōe eius q̄d est figurā unā alij figuræ inscribi, fabricatū corpus inscriptibile est sphæræ motu huius semicirculi descriptæ. Itaqꝫ & sphæræ assignatæ ex cōceptione, cum ipsæ sint adinuicē æquales ex diffinitiōe. Correlariū uero manifeste constat, sunt eni duæ lineæ d b & d a ex penult. primi, latus autem fabricati corporis, est æquale lineæ b d. Verum est ergo correlariū.

Eucli. ex Zamb. Problema 2 Propositio 14

14 Octahedrū construere, & data sphæra cōprehendere ea, qua pyramidē, ostendereq́ꝫ ꝙ ipsius sphæræ dimetiēs potentia lateris ipsius octahedri duplus est.

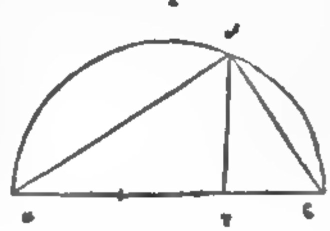


THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq́ꝫ (per 10 primi) diuidue γ, & describatur super α β semicirculus α δ β. Exciteturq́ꝫ (per 11 primi) ab ipso γ ipsi α β ad rectos angulos γ δ, & cōnectatur δ β. Exponaturq́ꝫ quadratū ε ζ η θ, æquum habens unūquodqꝫ latus ipsi β δ, & cōnectantur ζ θ, ε η. Exciteturq́ꝫ (per 12 undecimi) ab ipso κ signo ad ipsius ε ζ η θ quadrati planū ad angulos rectos recta linea κ λ, & extēdatur in alterā partē plani λ μ ut ipsa κ μ, auferaturq́ꝫ ab utraqꝫ ipsarū κ λ, κ μ, uni ipsarū κ ε, κ ζ, κ η, κ θ, æqualis utraqꝫ ipsarū κ λ, κ μ, & cōnectantur λ ε, λ ζ, λ η, λ θ, μ ε, μ ζ, μ η, μ θ. Et quoniā κ ε ipsi κ θ est æqualis, & angulus qui sub ε κ θ rectus est, igitur q̄d ex θ ε duplum est eius quod ex ε κ. Rursus quoniā λ κ ipsi κ ε est æqualis, & angulus qui sub λ κ ε rectus est, quod igitur ex ε λ duplum est eius quod ex ε κ. Ostensum autē est quòd & quod ex θ ε, duplum est eius quod ex ε κ. Igitur quod ex λ ε, ei quod ex ε θ est æquale. Ipsa igitur λ ε ipsi ε θ est æqualis. Idq́ꝫ propterea iam & λ θ, ipsi θ ε est æqualis. Triangulum igitur λ ε θ æquilaterū est. Similiter iam demonstrabimus quod unumquodqꝫ reliquorū triangulorū quorū bases quidem sunt ipsa ε ζ η θ quadrati latera, fastigia uero λ, μ, signa, æquilaterū est. Octahedrū igitur constitutū est, sub octo triangulis æqualia habentibus latera cōprehensum. Oportet iam & illud sphæra data cōprehendere, ostendereq́ꝫ quod ipsius sphæræ dimetiens potentia duplus est lateris ipsius octahedri. Quoniā enim ipsæ tres λ κ, κ μ, κ ε, inuicē sunt æquales, super λ μ igitur descriptus semicirculus ueniet & per ε, & id propterea si manente λ μ, circūducatur semicirculus, & in idem unde circūduci cœpit steterit, ueniet & per ζ, η, θ, signa, & octahedrū sphæræ erit cōprehensum. Dico quod & data. Quoniā nanqꝫ æqualis est λ κ ipsi κ μ, cōmunis autē κ ε, & angulos rectos cōprehendunt, basis igitur λ ε (per 4 primi) basi ε μ est æqualis. Et quoniam angulus qui sub λ ε μ rectus est, in semicirculo enim, quod igitur ex λ μ, duplū est eius quod ex λ ε. Rursus quoniam α γ ipsi γ β est æqualis, dupla est α β ipsius β γ. Sicut autem α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod ex β δ. Duplum igitur est quod ex α δ. Ostensum est autē quòd & quod ex λ μ duplū est eius quod ex λ ε, & quod ex β δ, ei est æquū quod ex λ ε, æqualis enim ponitur ε θ, ipsi δ β. Quod igitur ex α β, ei quod ex λ μ est æquale, ipsa igitur α β ipsi λ μ est æqualis, estq́ꝫ α β datæ sphæræ dimetiens, ipsa igitur λ μ, æqualis est datæ sphæræ diametro. Comprehensum est igitur octahedrum data sphæra, & simul ostensum est quod ipsius sphæræ diameter potentia dupla est ipsius octahedri lateris. Quod facere & ostendere oportebat.*



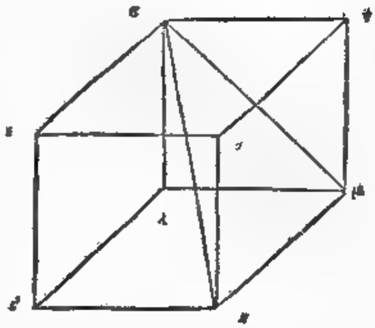
Eucli. ex Zamb. Problema 3 Propositio 15

15 Cubum construere & data sphæra cōprehendere ea, qua priora, ostendereq́ꝫ ꝙ ipsius sphæræ dimetiens potentia triplus est lateris ipsius cubi.



THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq́ꝫ in γ, ut α γ dupla sit ipsius γ β. Describaturq́ꝫ super α β, semicirculus α δ β, & ab ipso γ ipsi α β (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & connectatur δ β. Exponaturq́ꝫ quadratū ε ζ η θ, æquū habens unūquodqꝫ latus ipsi δ β, & ab ipsis ε, ζ, η, θ, signis, ad ipsius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos excitentur (per 12 undecimi) ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, & auferatur ab unaquaqꝫ ipsarū ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, uni ipsarū ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, æqualis unaquæqꝫ ipsarum ε κ,*

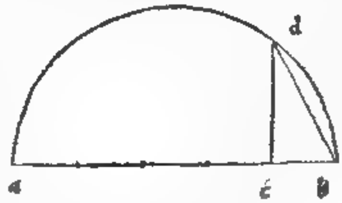
τῶ ι κ, ζ λ, η μ, θ ν, cõnectãturq́; ipſæ κ λ, λ μ, μ ν, ν κ: cubus igitur ζ ν, cõſtructus eſt ſub ſex quadratis æqualibus cõprehenſus. Oportet iam ſphæra data cõprehendere, & oſtẽdere quod ipſius ſphæræ dimetiẽs potẽtia triplex eſt ipſius cubi lateris. Cõnectantur enim ipſæ κ η, ι η. Et quoniã angulus qui ſub κ ι η rectus eſt, eo q̃ κ ι recta eſt ad planũ ι η, uidelicet, & ad rectã lineã ι η, igitur ſuper κ η deſcriptus ſemicirculus ueniet & per ι η ſigna. Rurſus quoniã ζ η recta eſt ad utranq; ipſarũ ζ λ, ζ ι, & ad ζ κ: igitur planũ recta eſt ipſa ζ η. Quare & ſi cõnectamus ipſam ζ η, ipſa η ζ recta erit ad ipſam ζ κ, ac per hoc rurſus ſuper κ η deſcriptus ſemicirculus, tranſiet & per ζ, ſimiliter & per reliqua ſigna ipſius cubi ueniet. Si iam manente ipſa κ η, circũductus ſemicirculus in idem ſteterit unde circũduci cœpit, cubus ſphæra cõprehenſus erit. Dico iam quod & data. Quoniã enim æqualis eſt η ζ ipſi ζ ι, & angulus qui ad ζ rectus eſt, quod igitur ex ι η, duplũ eſt eius quod ex ι ζ. Aequalis autẽ eſt ι ζ ipſi ι κ, quod igitur ex ι η, duplũ eſt eius quod ex ι ζ. Quare quod ex κ ι, ι η, triplũ eſt eius quod ex ι κ. Et quoniã α β ipſius β γ triplex eſt, ſicut autẽ α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β δ, triplũ igitur eſt quod ex α β, eius quod ex β δ, patuit autẽ quod & quod ex κ η, triplũ eſt eius quod ex κ ι, & æqualis poſita eſt κ ι, ipſi β δ, æqualis igitur eſt & κ η, ipſi α β. Et α β eſt datæ ſphæræ dimetiens, & κ η igitur æqualis eſt ipſi datæ ſphæræ diametro. Data igitur ſphæra cõprehenditur cubus, & una oſtenditur quod ſphæræ diameter potẽtia tripla eſt ipſius cubi lateris. Quod facere & oſtendere oportebat.

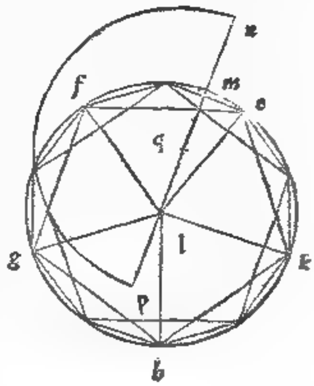


Eucli. ex Camp. Propoſitio 16

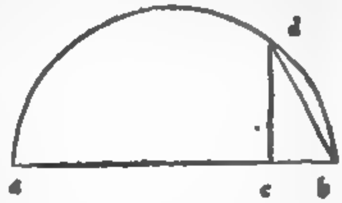
16 Corpus uiginti baſium triangularium atque æquilaterarũ à data ſphæra diametrũ rationalem habente circũſcriptibile, fabricare. Eritq́; palàm, latus eiuſdem corporis eſſe lineam irrationalem, eam ſcilicet quæ dicitur minor.

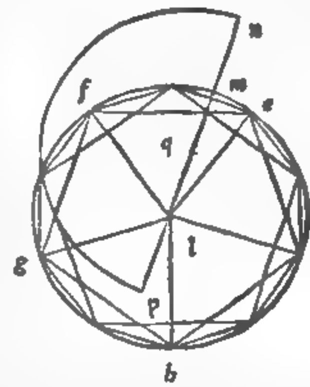
CAMPAN. Sit hic quoq; diameter aſſignatæ ſphæræ a b, quæ ponatur eſſe rationalis ſiue in lõgitudine ſiue in potentia tantũ, & diuidatur in puncto c, ita q̃ a c ſit quadrupla ad c b, & lineetur ſuper eam ſemicirculus a d b, & producatur c d perpendicularis ad a b, & ꝑtrahatur linea d b, deinde ſecundũ quantitatẽ lineæ d b lineetur circulus e f g h k ſupra centrũ l, cui inſcribatur pentagonus æquilaterus eiſdem literis annotatus, ad cuius angulos à centro l ducãtur lineæ l e, l f, l g l h, l k. Rurſus in eodẽ circulo inſcribatur decagonus æquilaterus, diuidãtur enim cuncti arcus quorũ chordæ ſunt latera pentagoni per æqualia, & a punctis medijs ad extremitates cunctorũ laterum inſcripti pentagoni lineæ rectæ dirigantur. Itemq́; ſuper ſingulos angulos pentagoni erigatur cathetus ſecũdum q̃ docet 12 undecimi, quorũ quilibet ſit etiam æqualis lineæ b d & continuẽtur extremitates horũ quinq; cathetorũ, quinq; corauſtis, eruntq́; ex 6 undecimi quinq; catheti erecti, adinuicẽ æquidiſtantes, cumq́; ipſi ſint æquales erunt quoq; ex 33 primi quinq; corauſti eorũ extremitates iungẽtes æquales lateribus pentagoni. Demitte igitur à ſummitatibus ſingulis ſingulorũ cathetorũ, binas & binas hypothenuſas ad duos circũſtantes angulos inſcripti decagoni, & harũ decẽ hypothenuſarũ à quinq; extremitatibus cathetorũ ad quinq; puncta quæ ſunt ſinguli anguli medij inſcripti decagoni, deſcendentiũ extremitates continua, alium pentagonũ rurſus ipſi circulo inſcribẽdo, qui quoq; erit æquilaterus ex 11 tertij. Cũ hoc itaq; feceris, uidebis te pfeciſſe decem triangulos, quorũ latera ſunt decem hypothenuſæ & quinq; corauſti & quinq; latera huius ſecũdi pentagoni inſcripti. Hos ergo decem triãgulos, æquilateros eſſe, ſic collige. Cum enim tam ſemidiameter deſcripti circuli q̃ quilibet erectorũ cathetorũ ſit æqualis lineæ b d ex hypotheſi, erit ex correlario 15 quarti quilibet cathetorũ æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius ſemidiameter eſt æqualis lineæ b d inſcripti. Quia uero ex penultima primi unaquæq; decẽ hypothenuſarũ tanto eſt potẽtior catheto quantũ poteſt latus decagoni, at uero ex 10 huius, latus quoq; pentagoni eſt tanto potẽtius eodem quantũ





potest idem latus decagoni, erit ex cõmuni scientia unaquæq; harum hypothenusarũ æqualis lateri pentagoni. De corausthis autem iam patuit, quod ipsi sint æquales lateribus pentagoni. Itaq; cuncta latera horũ decem triangulorũ, aut sunt latera pentagoni æquilateri secũda uice circulo inscripti, aut illis æqualia, sunt igitur æquilateri triãguli. Amplius autẽ super centrũ circuli quod est pũctum l, erige aliũ cathetũ æqualẽ prioribus qui sit l m, eiusq; superiorem extremitatẽ quæ est m, iunge cum singulis extremitatib. priorũ, per quinq; corausstos, eritq; ex 6 undecimi, hic centralis cathetus, singulis cathetorũ angularũ æquidistãs, ideoq; ex 33 primi, hi quinq; corausti erũt semidiametro circuli æquales, & ex correlario 5 quarti, quælibet eorum tanq; latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex utraq; pte adijciatur linea una æqualis lateri decagoni, supra quidẽ adijciatur ei m n, deorsum autẽ sub circulo adijciatur sibi à centro circuli p, postea demittãtur à puncto n, 5 hypothenusæ ad 5 superiores angulos decem triangulorũ, qui sunt in circuitu, & à puncto p, aliæ 5 ad alios 5 inferiores. Erunt hæ decem hypothenusæ æquales adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius, quẽadmodũ de alijs decem prius demonstratũ est. Habes ergo corpus 20 basium triangularũ atq; æquilaterarũ cuius cuncta latera sunt æqualia lateribus pentagoni, eius uero diameter est linea n p, horũ autem 20 triangulorũ decem consistunt in circuitu supra circulũ, quinq; autẽ consurgũt sursum ad punctũ n concurrẽtes, atq; quinq; reliqui deorsum emergunt super punctũ p coeuntes. Hoc autem icosedron corpus à data sphæra

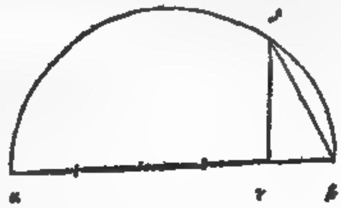




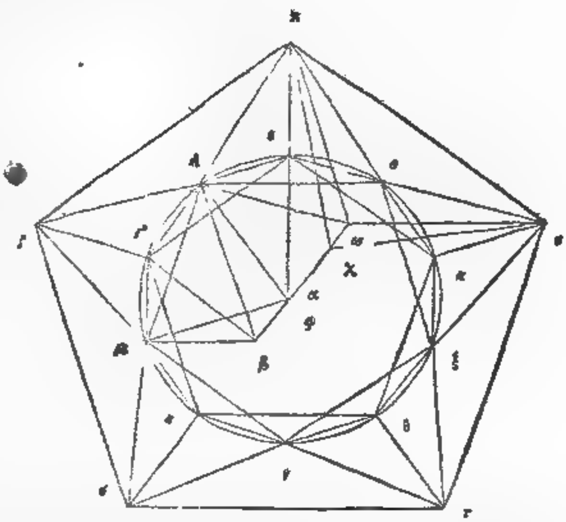
circũscriptibile esse, sic erit manifestũ. Cum linea l m sit æqualis lateri hexagoni, & m n lateri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circũscribit, tota l n erit ex 9 huius diuisa secũdum proportionẽ habentẽ medium & duo extrema in puncto m, & maior portio eius erit linea l m. Diuidatur itaq; l m per æqualia in q, eritq; ex cõmuni scientia p q, æqualis q n, nam p l posita est æqualis lateri decagoni, quemadmodũ m n, quare q n est medietas n p, quemadmodũ est q m medietas m l. Cum ergo quadratũ n q sit ex 3 huius quintuplum ad quadratũ q m, erit quoq; ex 15 quinti quadratũ p n quintuplũ ad quadratũ l m, est enim ex 4 secundi quadratũ p m, quadruplũ ad quadratũ q n, quadratũ quoq; l m, quadruplũ ad quadratũ q m ex eadem, quadruplũ autem ad quadruplũ, est ut simplum ad simplũ, teste 15 quinti, at uero quadratũ a b, quintuplũ est ad quadratũ b d ex secunda parte correlarij 5 sexti & ex correlario 17 eiusdẽ, est etiam a b, quintupla ad b c, eo q; a c fuit ad eandẽ quadrupla. Quia ergo l m est ex hypothesi æqualis b d, erit ex cõmuni scientia a b æqualis n p. Itaq; si super lineã n p semicirculus describatur qui tandiu q; locũ primũ repetat circũuoluatur, sphæra ipsius motu descripta, erit a diffinitione sphærarũ æqualiũ, æqualis sphæræ propositæ. Et quoniã linea l m est medio loco ꝓportionalis inter l n & n m, ideoq; inter l n & p l, erit quoq; quælibet semidiameter circuli, medio loco ꝓportionalis inter l n & l p. Et cũ l m sit æqualis semidiametro circuli, itaq; semicirculus super p n descriptus transibit per omnia puncta circũferentiæ circuli e f g, ideoq; & per singulos angulos solidi fabricati, in illa circũferentia consistentes. Et quia eadẽ ratione singuli corausti cõtinuantes extremitates angularũ cathetorũ cum extremitate centralis, sunt medio loco ꝓportionales inter p m & m n, eo q; quilibet eorum est æqualis l m, sequitur ut idem semicirculus transeat etiam per reliquos angulos figuræ icosedræ situtæ. Est igitur corpus hoc inscriptibile sphæræ cuius diameter p n, ideoq; & sphæræ cuius diameter a b. Latus autẽ huius solidæ figuræ dico esse lineam minorẽ. Constat enim q; linea b d est rationalis in potentia, cum eius quadratũ sit subquincuplũ ad quadratũ lineæ a b quæ posita est rationalis siue in lõgitudine siue in potentia tantũ. Itaq; semidiameter atq; diameter circuli e f g est etiam rationalis in potentia, nam eius semidiameter est æqualis b d. Igitur ex 11 huius latus pentagoni æquilateri huic circulo inscripti est linea minor: at uero (sicut in huius demõstrationis processu patuit) latus huius figuræ est quantũ latus pẽtagoni, ergo latus huius figuræ 20 alchaidarum id est basium est linea minor, quemadmodum proponitur.

Eucl. ex

16 **Icosahedrum construere, & data sphæra comprehendere, qua & dictas figuras, ostendereq́ue quod ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor.**



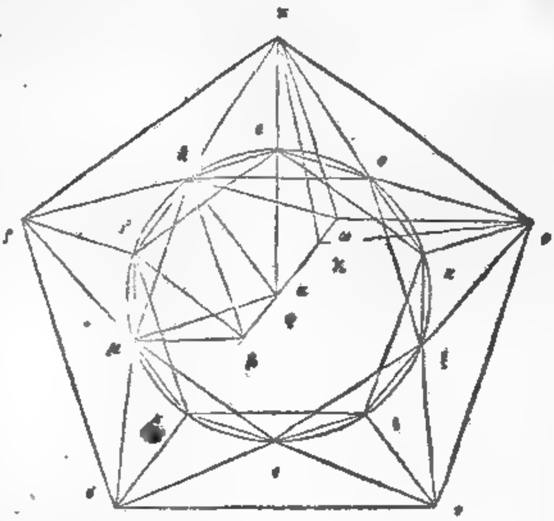
THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq́ue in γ, ut α γ quadrupla sit ipsius γ β, & describatur super α β semicirculus α δ β, & excitetur (per 11 primi) ab ipso γ, ipsi α β ad angulos rectos recta linea γ δ, cõnectaturq́ue δ β, ponaturq́ue circulus ε ζ η θ κ, cuius quæ ex centro, æqualis esto ipsi δ β, & in ipso ε ζ η θ κ circulo describatur (per 11 quarti) quinquangulũ æquilaterũ & æquiangulum ε ζ η θ κ. Et secentur ε ζ, ζ η, η θ, θ κ, κ ε, circũferentiæ bifariam in signis, λ, μ, ν, ξ, ο, cõnectanturq́ue λ μ, μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, ε ο, æquilaterũ igitur est quinquangulũ λ μ ν ξ ο, & decagoni latus est ε ο recta linea. Constituantur (per 12 undecimi) ab ipsis ε, ζ, η, θ, κ, signis ad ipsius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ ε π, ζ ρ, η σ, θ τ, κ υ, æquales existentes ei quæ ex centro ipsius ε ζ η θ κ circuli, & cõnectantur ipsæ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, υ π, π λ, λ ρ, ρ μ, μ σ, σ ν, ν τ, τ ξ, ξ υ, υ ο, ο π. Et quoniam utraq́ue ipsarũ ε π, κ υ, eidem plano ad angulos est rectos, parallelus igitur est (per 6 undecimi) ε π ipsi κ υ, est autem & ei æqualis, æquales autem & parallelos cõnectentes ad easdem partes rectæ lineæ, æquales & paralleli (per 33 primi) sunt. Igitur π υ ipsi ε κ æqualis & parallelus est, pentagoni autẽ æquilateri latus est ipsa ε κ, pentagoni ergo æquilateri est & π υ, in ε ζ η θ κ circulo descripti, & iam id propterea, & unaquæq́ue ipsarũ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, pentagoni est æquilateri in circulo ε ζ η θ κ descripti, pentagonũ igitur π ρ σ τ υ æquilaterũ est. Et quoniã π ε hexagoni est, decagoni autem ε ο, & angulus qui sub π ε ο rectus est, pentagoni igitur est π ο, pentagoni enim latus potest & hexagoni & decagoni in eodem circulo descriptorum latus (per 10 decimitertij) Iam id propterea & ο υ pentagoni latus est, est etiam π υ pentagoni latus. Aequilaterum igitur est π ο υ triangulum. Iam id propterea & unumquodq́ue ipsorum π λ ρ, ρ μ σ, σ ν τ, τ ξ υ, æquilaterũ est. Et quoniam ostensum est utranq́ue & π λ & π ο pentagoni esse, est autem & λ ο pentagoni, æquilaterum igitur est π λ ο triangulum. Iam id propterea & unumquodq́ue ipsorum λ ρ μ, μ σ ν, ν τ ξ, ξ υ ο triangulorũ, æquilaterũ est. Assumatur (per 1 tertij) centrum circuli ε ζ η θ κ, & sit φ signum, & ab ipso φ ad ipsius circuli planum ad rectos angulos (per 12 undecimi) excitetur φ ω, extendaturq́ue ex utraq́ue parte ut φ ψ, & auferatur ipsius quidem hexagoni φ χ, decagoni autem utrunq́ue ipsorum φ ψ, χ ω, & connectantur π ω, π χ, υ ω, υ χ, ε φ, λ φ, λ ψ, ψ μ. Et quoniam utraq́ue ipsarum φ χ, π ε, ad circuli planum ad rectos angulos est, parallelus igitur est φ χ ipsi π ε. Sunt autem æquales & ipsæ igitur ε φ, π χ, æquales & parallelæ sunt. Hexagoni autem est ε φ, hexagoni ergo & π χ. Et quoniam hexagoni quidem est π χ, decagoni uero χ ω, & rectus est qui sub π χ ω angulus, pentagoni igitur est π ω, iam id propterea & υ ω, pentagoni est. Quoniam si connectamus ipsas φ κ, χ υ, æquales & ex opposito erunt. Est autem ipsa φ κ ex centro existens, hexagoni: hexagoni igitur est & ipsa χ υ. Decagoni autem & χ ω, & qui sub υ χ ω rectus est, pentagoni igitur est ipsa υ ω. Est autem & π υ, pentagoni. Igitur triangulum π υ ω æquilaterum est. Iam id propterea & unumquodq́ue reliquorũ triangulorũ quorum bases sunt π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, rectæ lineæ, fastigium uero ω signum, æquilaterum est. Rursus quoniam hexagoni quidem est ipsa φ λ, decagoni autem ipsa φ ψ, & rectus est qui sub λ φ ψ angulus, pentagoni igitur est λ ψ. Iam id propterea si connectamus ipsam μ φ quæ est hexagoni,* duceturq́ue ipsa μ ψ pentagoni, est autem & λ μ pentagoni, triangulum igitur λ μ ψ æquilaterũ est. Similiter iam ostendetur quod unumquodq́ue reliquorum triangulorum quorum bases sunt μ ν, ν ξ, ξ ω, ω λ, fastigium autem ψ signum, æquilaterum est. Constructum igitur est icosahedrum, sub uiginti triangulis æqualia latera habentibus comprehensum.* Oportet iam illud quoque data sphæra comprehendere, ac demonstrare quod latus icosahedri est irrationalis ea quæ appellatur minor. *Quoniam enim hexagoni est ipsa φ χ, decagoni autem ipsa χ ω, ipsa igitur φ ω extrema & media ratione secatur in χ, & ipsius maius segmentum est φ χ. Est igitur sicut ω φ ad φ χ, sic φ χ ad χ ω: æqualis autem est & φ χ ipsi φ λ, & χ ω ipsi φ ψ, est igitur sicut ω φ ad φ λ, sic φ λ ad φ ψ, & recti sunt anguli, qui sub ω φ λ, λ φ ψ. Si connectamus igitur ipsam λ ω rectam lineam, rectus erit angulus qui sub ψ λ ω, propter ipsorum ψ λ ω, φ λ ω, triangulorum similitudinem.*

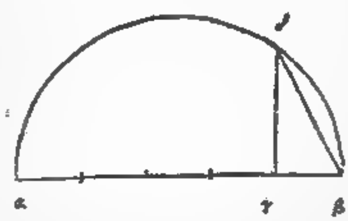


* συνάγεται colligitur

Semicir-

Semicirculus igitur ſuper ψ ω deſcriptus, ueniet & per λ iam id propterea quoniam eſt ſicut ω φ ad φ χ, ſic φ χ ad χ ω, æqualis autem ipſa quidem ω φ ipſi ψ χ, & φ χ ipſi χ π, eſt igitur ſicut ψ χ ad χ π, ſic π χ ad χ ω. Ac per hoc rurſus ſi cõnectamus ipſam π ψ, rectus erit qui ad π angulus. Igitur ſuper χ ω deſcriptus ſemicirculus, ueniet & per π, & ſi manente ψ ω, circũductus ſemicirculus in illud idem unde circũduci cœpit ſteterit, ueniet & per π, & per reliqua ipſius icoſahedri ſigna, & ſphæra comprehenſum erit ipſum icoſahedrum. Dico quod & data. Secetur (per 10 primi) φ χ diuidue in α. Et quoniã recta linea φ ω extrema & media ratione ſecatur in χ, & minus ſegmentum illius eſt ω χ, ipſa igitur ω χ admittens dimidium maioris ſegmenti χ α, quincuplum poteſt eius quod ex dimidia maioris ſegmenti (per 3 huius.) Quincuplũ igitur eſt quod ex ω α, eius quod ex α χ. Ipſius autem ω α, dupla eſt ω ψ, ipſius autẽ α χ, dupla eſt χ φ. Quod igitur ex ω ψ, quincuplum eſt eius quod ex φ χ. Et quoniã α γ ipſius γ β eſt quadrupla, quincupla igitur eſt α β ipſius β γ. Sicut autem α β ad β γ, ſic quod ex α β ad id quod ex β δ, quincuplũ igitur eſt quod ex α β, eius quod ex β δ. Patuit autem quòd quod ex ω ψ, quincuplũ eſt eius quod ex φ χ. Et δ β æqualis eſt ipſi φ χ, utraq; enim ipſarum, æqualis eſt ei quæ ex centro ipſius ε ζ η θ κ circuli, æqualis igitur eſt & α β ipſi ψ ω. Et α β eſt ipſius datæ ſphæræ diameter, & ψ ω igitur datæ ſphæræ diametro eſt æqualis. Data igitur ſphæra, icoſahedrum cõprehenſum eſt. Dico iam quod ipſius icoſahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur minor. Quoniã enim rationalis eſt ipſius ſphæræ diameter, & potentia quincuplũ eſt eius quæ ex centro circuli ε ζ η θ, rationalis igitur eſt & ea quæ ex centro circuli ε ζ η θ. Quare & diameter illius, rationalis eſt. Si uero in circulo rationalem habente diametrum, quinquangulum æquilaterum deſcriptum fuerit, latus pentagoni irrationalis eſt ea quæ appellatur minor (per 11 huius.) Latus autem ipſius ε ζ η θ κ pentagoni, eſt quod & icoſahedri. Icoſahedri ergo latus, irrationale eſt, minor appellatur. Quod facere & oſtendere oportebat.





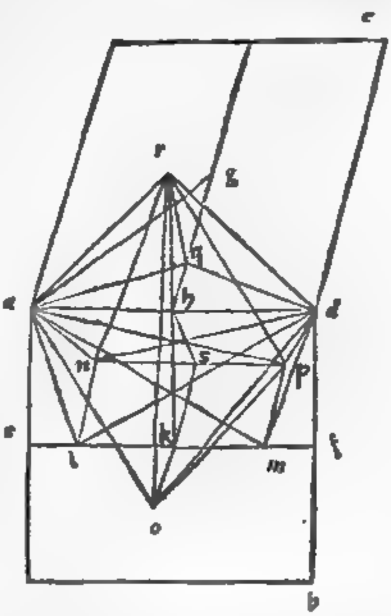
CORRELARIVM. *Ex hoc igitur eſt manifeſtum, quod ſphæræ diameter potentia quincuplum eſt eius quæ ex centro circuli à quo icoſahedrum deſcribitur, & quod ſphæræ diameter componitur & ex ſexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo deſcriptorum lateribus.*

Eucli ex Camp. Propoſitio 17

17 Corpus duodecim baſium pentagonatum æquilaterarum atq; æquiangularium ab aſſignata ſphæra circunſcriptibile, conſtituere. Eritq; palàm, latus eiuſdem corporis irrationale eſſe, id quod reſiduum dicitur.

CAMPANVS. Fiat cubus ſecundum quod docet 14 huius, circunſcriptibilis ab aſſignata ſphæra, ſintq; huius cubi duæ ſuperficies a b & a c, imaginemur autẽ nunc, quod a b ſit ſuprema ſuperficies cubi, & a c ſit una ex lateralibus, ſitq; linea a d, cõmunis iſtis duabus ſuperficiebus. Diuidantur itaq; in ſuperficie a b duo oppoſita latera per æqualia, uidelicet, d b & latus ei oppoſitum, & puncta diuiſionis continuẽtur per lineam e f, latus quoq; a d, & illud quod ſibi opponitur in ſuperficie a c, diuidantur per æqualia, & puncta diuiſionis continuẽtur linea recta cuius medietas ſit g h, ſitq; punctus h, medius punctus lineæ a d, ſimiliter linea e f diuidatur per æqualia in k, & protrahatur h k. Quamlibet igitur trium linearum e k, k f, & g h, diuide ſecundum proportionẽ habentem medium & duo extrema in tribus punctis l, m, q, ſintq; maiores portiones earum, l k, k m, & g q, quas manifeſtum eſt eſſe æquales, cum totæ lineæ diuiſæ ſint æquales, uidelicet, quælibet earũ medietati lateris cubi. Deinde a duobus punctis l & m, erige perpendiculares ut docet 11 undecimi, ad ſuperficiem a b, quarũ utranq; ponas æqualem lineæ k l, ſintq; l n & m p, ſimiliter à puncto q, erige perpendiculariter q r ad ſuperficiem a c.

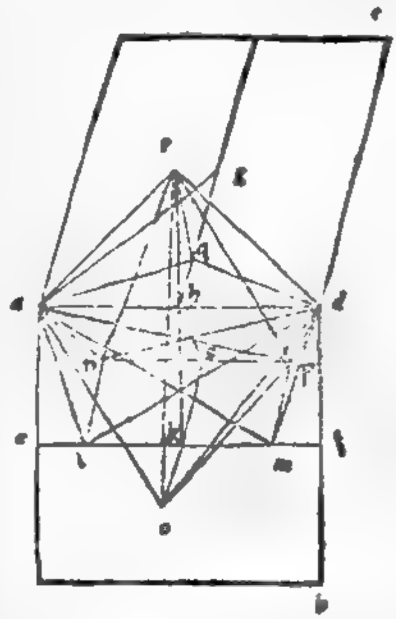
dem a c.quam ponas æqualem g q,protrahe itaq; lineas a l,a n,a m a p,d m,d p,d l,d n a r,a q.d r,d q. Manifestũ est igitur ex quinta huius,quod duæ lineæ k e & e l potentialiter sunt triplũ ad lineam k l,ideoq; etiã ad lineam l n.cũ k l & l n sint æquales. At uero k e,est æqualis e a,igitur duæ lineæ a & e. & e l,sunt potẽtia triplũ ad lineã l n.Quare ex penultima primi a l.est potẽtia tripla ad l n,ideoq; per eãdẽ a n,est potentia quadrupla ad l n.Cũq; omnis linea sit potẽtia quadrupla ad medietatem sui. sequitur ex cõmuni scientia quod a n sit dupla in lõgitudine ad l n.Et q̃a l m dupla est ad l k:at k l,& l n,sunt æquales,erit a n æqualis l m,sunt enim earum dimidia,æqualia.Et quia ex 33 primi,l m est æqualis n p,erit a n,æqualis n p.Eodem modo probabis tres lineas p d,d r,& r a esse æquales sibi inuicẽ & duabus prædictis.Habemus itaq; ex his 5 lineis,pẽtagonũ æq̃laterũ q̃ est a n p d r.Sed fortasse dices ipsum nõ esse pẽtagonũ,q̃a nec forsan est tot9 in superficie una,quod esset necessariũ ad hoc ut esset pentagonus. Quod ergo sit totus in superficie una,sic habeto.Prodeat equidẽ à puncto k lineæ k s.ṗpẽdicularis ad sup̃ficiẽ a b,quæ sit æqualis l k,eritq; ob hoc,æqualis utriq; duarũ l n & m p. Cumq; ipsa sit æquidistãs utriq; earum ex sexta undecimi,ideoq; cũ ambabus in eadẽ superficie ex diffinitione linearũ æquidistantium,necesse est ut punctus s sit in linea n p,& quod diuidat eam per duo æqualia.Protrahantur igitur duæ lineæ r h & h s,sunt itaque duo triãguli k s h & q r h super unum angulum uidelicet k h q constituti,& est proportio k h.ad q r.sicut k s ad q h,nã ut g h ad q r sic k h ad q r ex 7 q̃nti,& ut r q ad q h,sic k s ad q h ex eadẽ,sed g h ad q r,ut q r ad q h.eo q; q r est æqualis g q,ergo p 32 sexti linea r h s,est linea una.Quare ex sc̃da undecimi. tot9 pẽtagonus de quo disputamus.est in sup̃ficie una.Ipsum quoq; dico esse æquiangulũ. Cũ enim e k sit diuisa sc̃d̃m



proportionem habentem mediũ duoq; extrema,& k m sit æqualis maiori portioni eius,erit quoq; ex 4 punctis tota e m diuisa secũdũ ṗportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema,maior quoq; portio eius linea e k,ideoq; per 5 duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m & m p,nã m p est æqualis m k) sunt potẽtia triplũ ad lineã a e.nã a est æqualis e k.Itaque tres lineæ a e,e m,& m p,sunt potẽtia quadruplum ad lineam a e.Constat autem per penultimã primi his assumptã,quod linea a p est potentia æqualis tribus lineis a e, e m.& m p,itaq; a p,est potẽtia quadrupla ad lineã a e.Latus uero cubi cum sit duplum ad lineã, a e,est potentia quoq; quadruplũ ad ipsam ex 4 secundi,igitur ex cõi scientia a p,est lateri cubi æqualis.cũq; a d sit unũ ex lateribus cubi erit a p æqualis a d.Ideoq; ex 8 primi angulus a r d,est æqualis angulo a n p.Eodem modo probabis angulum d p n esse æqualem angulo d r a.quia probabis lineã d n esse potentialiter quadruplũ ad medietatem lateris cubi.Cum igitur ex his,pentagonus sit æquilaterus.& habeat tres angulos æquales,ipse erit æquiangulus ex septima præsentis libri.Si itaq; hac uia ratiõne que consimili,& super unum quodq; reliquorum laterũ cubi pentagonũ æquilaterum & æquiangulum fabricemus, perficietur solidũ 12 superficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis contentũ,cubus enim habet 12 latera. Reliquũ autem est demõstrare.solidũ hoc esse à data sphæra circũscriptibile.Protrahantur igitur a linea s k duæ superficies secantes cubum,quarum una secet ipsum super lineam h k,& aliã super lineã e f,eritq; ex 40 undecimi.ut cõmunis sectio harũ duarũ superficierũ secet diametrũ cubi,& secetur uiceuersa ab ipsa diametro per æqualia.Sit ergo cõis sectio earum usq; ad diametrũ cubi linea k o,ita quod o sit centrum cubi,& ducantur lineæ o a,o n,o p,o d: o r.Constat autem,quod utraque duarum linearum o a & o d est semidiameter cubi,ideoque æquales,de linea autem o k.constat ex 40 undecimi quòd ipsa est æqualis e k, uidelicet medietati lateris cubi.Et quia k s est æqualis k m,erit o s diuisa in puncto k,secundum proportionem habentem mediũ duoq; extrema,& maior portio eius erit linea o k quæ est æqualis e k.Itaque per 5 huius erunt duæ lineæ o s & s k (ideoq; o s & s p

P co,

quod ſ p,(ad quos hæc demonſtratio non extenditur) eſt æqualis x ſ triplum in potentia ad lineam o x,& ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi linea o p,eſt potẽtia tripla ad medietatẽ lateris cubi. Ex correlario 14 huius cõſtat,qđ ſemidiameter ſphæræ tripla eſt in potentia ad medietatem lateris cubi quem circunſcribit eadem ſphera. Itaque o p,eſt quanta ſemidiater ſphæræ circunſcribentis cubum propoſitum. Eadem ratione,cunctæ lineæ ductæ à puncto o,ad angulos ſingulos pẽtagonorũ oim ſuper latera cubi deſcriptorũ ad ſingulos angulos inquã,qui ꝑpriꝫ ſũt pẽtagonis,non autem communes eis & ſuperficiebus cubi,quales ſunt in pentagono ſtatuto tres anguli n,o,r de illis autem lineis quæ ueniũt à pũcto o ad angulos ſingulos pentagonorũ qui ſunt cõmunes pentagonis & ſuperficiebus cubi, quales ſunt in pentagono præſenti duo anguli a & d conſtat qđ ipſæ ſunt æquales ſemidiametro ſphæræ circunſcribentis cubum,ipſæ enim ſunt ſemidiametri cubi ex 4 undecimi,at uero ſemidiameter cubi,eſt tãquam ſemidiameter ſphæræ ipſum circũſcribẽtis queadmodũ ex rõne 14 apparet. Igitur oẽs aliæ ductæ à pũcto o ad ſingulos angulos dodecedri,ſũt æquales adinuicẽ & ſemidiametro ſphæræ Semicirculus itaqꝫ ſuper totã diametrũ ſphæræ uel cubi lineatus,ſic circũducatur,trãſibit per oẽs angulos eius. Quare p diffinitionẽ ipſum eſt ab aſſignata ſphæra circũ ſcriptibile. Dico iterũ quod latus huius figuræ eſt linea irratiõalis, iſta uidelicet quæ reſiduũ dicitur,ſi diameter ſphæræ ipſum circunſcribentis fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Cum enim diameter ſphæræ ſit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi,erit latus cubi ratiõale in potentia,ſi diameter ſphæræ fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Conſtat autem ex 11,quod linea r p diuidit lineã a d quæ eſt latus cubi,ſecundum proportionẽ habentem medium duoqꝫ extrema,& quod portio eius maior æqualis eſt lateri pentagoni Et quia maior eius portio eſt reſiduum,ex ſexta huius,manifeſtum eſt latus figuræ duodecim baſium,eſſe reſiduũ. Quod demonſtrare uolumus.



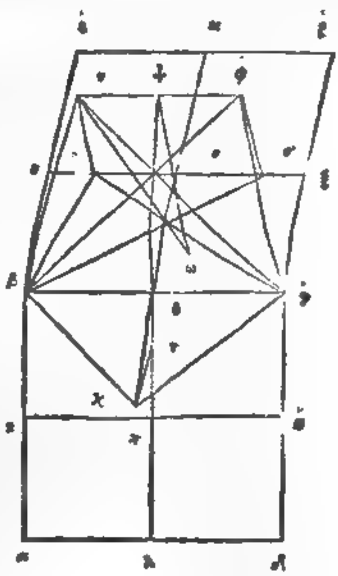
CAMPANVS. Fabricata ſunt igitur per 13 & quatuor eam ſequentes, quinque corpora æquilatera atque æquiangula,quorum unumquodque eſt circunſcriptibile ab aſſignata ſphæra Sunt autem hæc ſolida,primum quidem quatuor baſium triangularium,& dicitur tetrachedon. Secundum eſt ſex baſium quadratarum & dicitur cubus ſiue hexaedron. Tertium octo baſium triangularium,& dicitur octoedron Quartum autem eſt ſolidum icoſedron & eſt uiginti baſium triangularium. Quintum uero ex 12 baſibus pentagonis cõſiſtit,diciturqꝫ dodecedron, Hæc autẽ quinqꝫ ſolida,regularia dicũtur, regularia dicũtur, quoniam ipſa æquiangula ſunt atqꝫ æquilatera, & à ſphæra atqꝫ abinuicẽ circũſcriptibilia plura uero his quinqꝫ,æquilatera quæ ſunt æquiangula eſſe eſt impoſſibile. Ad cõſtitutionem cuiuslibet anguli ſolidi,neceſſe eſt ad minus tres ſuperficiales angulos concurrere Ex duobus enim ſolis ſuperficialibus,nequit ſolidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli ſunt æquales quatuor angulis rectis at uero heptagoni & cuiuslibet plurimũ laterũ figuræ æquilateræ atqꝫ æquiãgulæ tres anguli ſunt maiores quatuor angulis rectis quẽ admodũ ex 32 primi euidenter dicitur,omnis autem angulus ſolidus quatuor rectis angulis minor eſt teſte 21 undecimi,impoſſibile eſt tres angulos hexagoni atque heptagoni & ſimpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamen atque æquiangulæ,ſolidũ angulum conſtituere Ideo nulla ſolida figura æquilatera atque æquiangula,poteſt ex ſuperficiebus hexagonalibus aut plurium laterum conſtitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atqꝫ æquianguli quẽqꝫ ſolidum angulum excedũt quatuor,& plures multo fortius eundẽ excedũt Tres autem angulos pẽtagoni æquilateri atqꝫ æqanguli minores eſſe quatuor rectis angulis manifeſtũ eſt,& quatuor eſſe maiores quare ex tribus angulis pẽtagoni æquilateri atqꝫ æqanguli poſſibile eſt ſolidũ angulum cõſtitui

ftitui,ex quatuor aũt aut ex pluribus impoſſibile ideóque unum duntaxat ſolidum ex pentagonis æquilateris atque æquiangulis conſtitutum eſt illud uidelicet quod do decedron dicitur,in quo anguli pentagonorum trini & trini ſolidos angulos perfici/ unt. Eadem quoque eſt ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis, quæ in pentagonis,omnis enim quadrilatera figura ſi æquilatera æquiangulaque fuerit, i/ pſa erit qu adrata à diffinitione nam omnes eius anguli erunt recti per 11 primi Ex tri bus igitur angulis talis ſuperficialis figuræ, poſſibile eſt ſolidum angulum conſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſſibile eſt: propterea quòd ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cum quadrilateræ ſint ipſæ æquilateræ atque æquiangulæ) unicũ ſolidum quod cubum dicimus fabricatum eſt. Triangulorum autem æquilaterorũ ſex anguli ſunt æquales quatuor rectis ex 11 primi. pauciores ergo minores. & plures,ma/ iores,igitur ex ſex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impoſſibile eſt angulũ ſolidùm fieri. ex quinque & ex quatuor & ex tribus poſſibile. Cum itaqꝫ tres anguli tri/ goni æquilat:ri efficiũt angulum ſolidum,perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum. Cum uero quatuor cõſurgũt: corpus octo baſium. quod octoedron diximus At uero ſi quinque triangulorum æ/ quilaterorum anguli. ſolidum angulum contineant,fiet corpus icoſedron uiginti bà ſium triangulariũ & æquilaterarũ. Quare ergo tot & talia ſunt ſolida regularia,& quà re plura his non ſint dictum eſt.

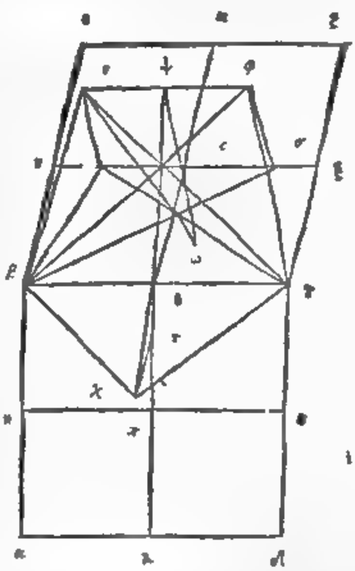
Eucli. ex Zamb. *Problema 5* *Propoſitio 17*

17 Dodecahedrum conſtruere & data ſphæra comprehendere qua & præ/ dictas figuras, oſtendereqꝫ quòd dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zamb. *Exponantur prædicti cui bina plana inuicem ad angulos rectos, α β γ δ, γ β ε ζ, ſeceturqꝫ (per 11 primi) unũ quodqꝫ ipſorum laterum α β, β γ, γ δ, δ α, ε ζ, ε β ζ γ, diuidue in η, θ, κ, λ, μ, ν, ξ, & cõnectãtur ipſæ η κ, θ λ, ſeſe ſecantes in ſigno ο & μ θ, ν ξ ſeinuicem ſecantes in ſigno π, ſeceturqꝫ unaquæqꝫ pſarum ν ο, ο ξ, θ π, extrema & media ratiõe in ρ, τ, σ ſignis, ſintque ipſarum maiora ſegmenta ρ ο, ο σ, τ, π, & cõſtituantur (per 12 undecimi) ab ipſis ρ, σ, τ, ſignis ad ipſius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipſius cubi ipſæ ρ υ, σ φ, τ χ, exponãtur que æquales ipſis ρ ο, ο σ, τ π, cõnectanturqꝫ ipſæ υ β, β χ, χ γ, φ υ. Dico quod υ β χ γ φ pentagonum, æquilaterũ eſt, & in uno plano, & inſuper æquiangulum. Cõnectãtur enim ρ β, σ β, φ β. Et quoniã recta linea ν ο extrema & media ra/ tione ſecatur in ρ, & maius ſegmẽtũ eſt ρ ο. quæ igitur ex ν ο, ν ρ, tripla ſũt eius quod ex ρ ο, Aequalis autem eſt ο ν ipſi ν β, & ο ρ ipſi ρ υ. Quæ igitur ex β ν, ρ υ, tripla ſũt eius quod ex ρ υ. Eis aũt quæ ex β ν, ν ρ æquũ eſt ei id quod ex β ρ. quod igitur ex β ρ, triplum eſt eius quod ex ρ υ, quare quæ ex β ρ, ρ υ, quàdruplam ſunt eius quod ex ρ υ. Eis uero quæ ex β ρ, ρ υ, æquum eſt id quod ex β υ, quod igitur ex β υ. quadruplum eſt eius quod ex υ ρ. Dupla igitur eſt β υ, ipſius ρ υ. Eſt aũt & φ υ dupla ipſius υ ρ. quo niã & φ υ dupla ipſius υ ρ, quoniã & σ ρ ipſius ο ρ hoc eſt ipſius ρ υ dupla eſt. Aequalis igitur eſt β υ, ipſi υ φ. Similiter iam oſtendetur, quod & una quæqꝫ ipſarum β χ, χ γ, γ φ, utrique ipſarum β υ, υ φ, eſt æqualis, quinquan gulũ igitur β υ φ γ χ, æquilaterum eſt,* Dico quod & in uno eſt plano. *Excitetur enim (per 31 primi) ab ipſo ο, utrıqꝫ ipſarũ ρ υ, σ φ, parallelus ad exteriores partes, cubi, ο ψ, & connectãtur ψ θ, θ χ. Dico quod ipſa ψ θ χ recta linea eſt. Quoniã enim θ π, extrema & media ratione ſecatur in τ & maius ſegmentum eſt π τ, eſt igitur ſicut θ π, ad π τ, ſic π τ ad τ θ, æqua/ lis autem eſt θ π ipſi θ ο, & π τ utrıqꝫ ipſarum τ χ, ο ψ, eſt igitur ſicut θ ο, ad ο ψ, ſic χ τ, ad τ θ, & eſt parallelus quidẽ θ ο ipſi τ χ, utraqꝫ enim ipſi β δ pla no ad angulos rectos eſt, & ipſa τ θ parallellus eſt ipſi ο ψ, utraque enim i/ pſarum plano ad angulos rectos eſt. Quando autem bina triangula com/ poſita fuerint ad unum angulum (ut ſunt ipſa ψ ο θ & θ τ χ,) bina late/ ra binis proportionalia habentia, ut ipſorum eiuſdem rationis latera ſint parallela, rel. quæ rectæ lineæ in rectas lineas erunt (per 32 ſexti.) Igitur ψ θ, ipſi θ χ in rectã lineam eſt. Oĩs aũt recta linea, in uno eſt plano. In uno igitur plano eſt ipſum υ β χ γ φ. quinquãgulũ. Dico iã quod & æquiangu lũ eſt Quoniam enim recta linea ν ο extrema & media rõne ſecatur in ρ, & maius ſegmentũ eſt ο ρ, eſt igitur ſicut utraque ν ο, ο ρ, ſimul ad ο ν, ſic ο ν ad ο ρ Aequalis autem eſt ο ρ, ipſi ο σ. Eſt igitur ſicut σ ν ad ν ο, ſic ν ο ad ο σ. ipſa igitur σ ν, extrema & media ratione ſecatur in ο, & maius ſegmentũ*



est υ ο, quæ igitur ex υ σ, σ ο, tripla sunt eius quod ex υ ο. Aequalis aũt est υ ο. ipsi υ ζ, & σ ο ipsi σ φ, quæ igitur ex υ σ, σ φ, quadrata tripla sunt eius quod ex υ β, quare quæ ex φ σ, σ υ, υ ζ, quadrupla sunt eius quod ex υ ζ. Eis aũt quæ ex σ υ, υ β, æquale est (per 47 primi) id quod ex σ ζ, quæ igitur ex ζ σ, σ φ, hoc est φ ex ζ φ, (recta enim est qui sub φ σ β angulus) quadruplum est eius quod ex υ ζ, dupla igitur est ζ φ, ipsius β τ. Est autem & ζ τ, ipsius ζ υ dupla, æqualis igitur est ζ φ, ipsi ζ τ. Et quoniam binæ ζ υ, υ φ, duabus β χ, χ τ, sunt æquales, & basis β φ basi ζ τ est æqualis, angulus igitur qui sub ζ υ φ, angulo qui sub ζ χ τ (per 8 primi) est æqualis. Similiter iam demonstrabimus, quod & angulus qui sub υ φ τ, æqualis est ei qui sub β χ τ. Tres igitur anguli qui sub β χ τ, β υ φ, υ φ τ, inuicem sunt æquales. Si autem quinquanguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint, æquiangulum erit (per 7 decimitertij) quinquangulum. Quinquangulum igitur ζ υ φ χ τ, æquiangulum est. Patuit autem, quod & æquilaterum. Igitur pentagonũ β υ φ τ χ æquilaterum & æquiangulũ est, estq́; super ζ τ uno cubi latere. Si igitur ab unoquoque ipsius cubi duodecim laterum eadem cõstruamus, constituetur figura quædam solida cõprehensa sub duodecim quinquangulis æqualia habentibus latera & angulos æquos. Oportet iam ipsum sphæra data cõprehẽdere, & demonstrare quod dodecahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur apotome. Extendatur ψ ο, & sit ψ ω, coincidit igitur ψ ω, ipsi cubi diametro & bifariã se inuicem dispescunt, hoc enim patuit in penultimo undecimi theoremate, secentur in ω. Igitur ω centrum est sphæræ cubum comprehendentis, & dimidia est ψ ω lateris cubi. Connectantur autem υ ω. Et quoniam recta linea υ σ extrema & media ratione secatur in ο, & maius illius segmentum est υ ο, quæ igitur ex υ σ, σ ο, tripla sunt eius quod ex υ ο. Aequalis autem est υ σ, ipsi ψ ω. quoniã & ipsa υ ο. ipsi ο ω est æqualis, & ψ ο. ipsi ο σ, sed ο σ ipsi ψ υ, quoniã & ρ ο, quæ igitur ex ω ψ, ψ υ, tripla sunt eius quod ex υ ο. Eis aũt quæ ex ω ψ, ψ υ, æquum est (per 47 primi) quod ex υ ω. Quod igitur ex υ ω, triplũ est eius quod ex υ ο. Est aũt & quæ ex centro sphæræ cubũ ipsum cõprehẽdentis potentia triplex dimidij ipsius cubi lateris, antea enim ostẽsum est cubũ constituere, ac sphæra cõprehendere, ac demõstrare quod sphæræ diametiens potentia triplex est lateris cubi (in 15 decimitertij) Si autem tota totius, & dimidia dimidiæ. Et υ ο, dimidia est lateris cubi. Ipsa igitur υ ω æqualis est ei quæ ex centro sphæræ cubum cõprehendentis. Sphæræ autem cubũ cõprehendentis centrũ est ω. Igitur υ signum, ad superficiem est ipsius sphæræ. Similiter iam ostendemus, quod & unusquisque reliquorum ipsius dodecahedri angulorum, est ad ipsius sphæræ superficiẽ. Igitur dodecahedrum, data sphæra comprehensum est. Dico iam φ ipsius dodecahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur apotome. Quoniam enim ipsa υ σ extrema & media ratione diuisa maius segmentũ est ρ ο, ipsa aũt ο ξ, extrema & media rõne diuisa maius segmẽtũ est ο σ, tota igitur υ ξ extrema & media ratione diuisa, maius segmẽtũ est ρ σ. Et quoniam est sicut ο υ ad ο ρ, & ο ρ ad υ ρ, & duplicia (partes enim æque multiplicium eandẽ habẽt rationẽ,) sicut igitur υ ξ, ad ρ σ, sic ρ σ ad utranq; ipsarum υ ρ, σ ξ, simul. Maior autem est υ ξ, ipsa ρ σ, utraque ipsarum υ ρ, σ ξ, simul. Igitur υ ξ, extrema & media ratione diuiditur, & maius segmẽtum est ρ σ. Aequalis aũt est ρ σ, ipsi υ φ. Ipsa igitur υ ξ, extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est υ φ. Et quoniam rationalis est ipsius sphæræ diameter, potentiaq́; triplex est ipsius cubi lateris, rationalis igitur est υ ξ, latus cubi existens. Si aũt rationalis linea extrema & media ratione secta fuerit, utrũq; segmentorũ, irrationalis est ea quæ appellatur apotome (per 6 decimitertij.) Igitur υ φ, latus existens dodecahedri, irrõnalis est ea quæ apotome appellatur. Quod ostendere oportuit: & fieri postulabatur.



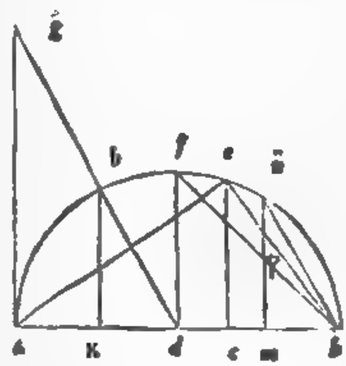
CORRELARIVM. Ex hoc, inquã, est manifestum, quod cubi latere extrema & media ratione diuiso, maius segmentum est dodecahedri latus, quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 18

18 LAtera quinque corporum præmissorum ab eadem sphæra circũscriptibiliũ, cuius sphæræ sola diametros nobis proposita fuerit, per ipsam propositam diametrum inuenire.

CAMPANVS. Sit a b diameter alicuius sphæræ, nobis proposita, ex qua iubemur latera quinq; præmissorum corporum elicere. Diuidamus igitur hanc diametrũ in c, ita quod a c sit dupla ad c b, & per æqualia in d, & lineemus super eam semicirculum a f b, ad cuius circunferentiã protrahantur duæ lineæ perpendiculares ad lineã a b, quæ sint c e & d f, & iungamus e cum a & cum b & f cum b. Manifestum ergo est ex demonstratione 13 quod a e est latus figuræ quatuor basium triangularium & æquilaterarũ, & ex demon

mõstratione 14. quod e b est latus cubi & ex demõstratione 15. quod f b est latus figuræ octo basium triangulariũ & æquilaterarũ. Prodeat itaq; a puncto a. linea a g perpẽdicularis ad a b & æqualis eidem a b & iungatur g cum d. sitq; h punctus in quo g d secat circũferentiam semicirculi & ducatur h k perpendicularis ad a b. Et quia g a est dupla ad a d, erit ex quarta sexti h k dupla ad k d: sunt enim duo triãguli g a d & h k d æquiãguli ex 32 primi, eo quod angulus a. maioris, est æqualis angulo k minoris, nã uterq; rectus, & angulus d. est cõis utriq;: igitur ex 4 secũdi h k est potentia quadrupla ad k d. ergo ex penultima primi h d. est potẽtia qncupla ad k d. Cũq; d b sit æqualis h d est enim d centrum semicirculi, erit quoq; d b potentia quincupla ad k d. At uero cum tota a b sit dupla ad totã b d quẽadmodũ a c detracta ex prima a b est dupla ad c b detractã ex secunda b d, erit ex 19 quinti b c residua primæ, dupla ad c d residuam secundæ, ideoq; tota b d est tripla ad d c. Igitur quadratũ b d est noncuplum ad quadratũ d c. Et quia ipsum erat quincuplũ tantũ ad quadratũ k d, erit ex secũda parte decimæ quinti, quadratum d c minus quadrato k d ideoq; d c, minor k d. Sit g d m æqualis k d, & prodeat m n usq; ad circũferẽtiã, quæ sit perpendicularis ad a b & iungatur n cũ b. Cum igitur d k & d m sunt æquales, erũt (ex diffinitiõe eius quod est aliquas lineas a centro æquidistare) duæ lineæ h k & m n æqualiter distantes a cẽtro: ideoq; æquales adinuicem ex secũda parte 13 tertij & ex secunda parte tertiæ eiusdẽ. Itaq; m n est æqualis m k, nã h k erat æqualis ei. At quia a b dupla est ad b d, & k m dupla est ad d k: & quadratũ b d quincuplum ad quadratum d k erit ex 15 quinti quadratum a b similiter qncuplũ ad quadratũ k m, est enim quadratũ dupli ad quadratũ dupli, sicut quadratũ simpli ad quadratũ simpli. Ex demõstratione aũt 16 manifestũ est, q; diameter sphæræ est potẽtialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20 basiũ, ergo k m est æqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 basium, nã diameter sphæræ quæ est a b, est potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni circuli illius figuræ, quam ad k m. Rursus quoq; ex demonstratione eiusdem manifestum est, quod diameter sphæræ cõstat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figuræ 20 basium. Cũ ergo k m sit tanquã latus hexagoni, at uero a k sit æqualis m b. nã ipsa sunt residua æqualiũ dẽptis æqualibus, erit m b tanquam latus decagoni. Quia igitur m n est tanquam latus hexagoni, nam ipsa est æqualis k m, erit ex penultima primi & 10 huius, n b tanquã latus pentagoni figuræ circuli 20 basium. Et quia ex demõstratione 16 apparet quod latus pentagoni circuli figuræ 20 basium est latus eiusdem figuræ 20 basium. cõstat lineã n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est latus cubi, ab assignata sphæra circũscriptibilis, secundũ proportionẽ habentem mediũ duoq; extrema in pũcto d, sitq; maior portio eius p b. Constat igitur ex demõstratiõe præmissæ, quod p b est latus figuræ 12 basiũ. Inuenta ergo sunt latera 5 præmissorũ corporũ ex diametro sphæræ nobis proposita: est enim a c latus pyramidis 4 basiũ e b latus cubi. f b, latus octoedri. at uero n b latus icosedri linea aut p b. latus dodecedri. Quæ autẽ horũ laterũ sint maiora aliis, sic habetur constat enim, quod a c est maior f b, nã arcus a c, est maior arcu f b. Itẽ f b, est maior e b, & e b maior quam n b, at uero n b, dico etiã esse maiorẽ quàm p b. Cũ enim sit a c dupla ad c b, erit ex 4 secũdi quadratũ a c quadruplũ ad quadratũ c b. Cõstat aũt ex sc̃da pte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdẽ, q; quadratum a b triplũ est ad quadratũ b c. Sed per 2 sexti quadratũ a b ad quadratũ b c, est sicut quadratũ b e ad quadratũ c b, ex eo quod proportio a b ad b e, est sicut b e ad b c ex secũda parte correlarij 8 sexti. Itaquẽ per 9 quinti quadratũ b e. triplũ est ad quadratũ c b. Et quia quadratũ a c quadruplũ est ad idẽ quadratũ ut ostẽsum est, ut ex prima parte 10 quinti quadratũ a c minus quadrato b e. ideoq; linea a c maior est linea b e. ideoq; a m, multo maior b e. Manifestũ uero ex 9 huius, quod si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentẽ mediũ duoq; extrema, erit maior portio eius linea k m quæ est æqualis m n. At uero cũ b e diuiditur secundum eandem proportionẽ uidelicet habentẽ mediũ duoq; extrema, maior eius portio est linea p b. Cum itaque a m tota sit maior tota b e, erit m n quæ est æqualis maiori portioni a m, maior quã p b quæ est maior portio b e. Hoc autem manifestum

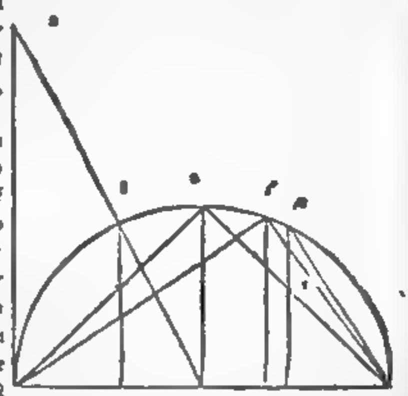


festum est ex 1 decimiquarti quæ sine auxilio alicuius earum quæ sequuntur firma de monstratione solidatur: ergo per 19 primi a fortiori n b, maior est quàm p b. Quare patet latera horum 5 corporum præmissorum fere eo ordine quo corpora seinuicem sequuntur: seinuicem excedere. In cubo enim dũtaxat & octoedro habet hic instantias, nam latus octoedri excedit latus cubi, quamuis cubus antecedat octoedron. Cubum autem præmittunt idcirco octoedro, quia eadẽ diuisione diametri, assignatæ sphæræ, latus pyramidis 4 bases triangulas habentis, & latus cubi inuenitur. Est igitur a e latus pyramidis, maius lateribus cæterorum corporũ, post ipsum autẽ, est f b latus octoedri maius sequentium corporũ lateribus. Tertio ordine sequitur in magnitudine e b, latus cubi. Quarto uero loco est n b latus icosedri. Minimũ autem est omniũ p b, latus dodecedri. Eucli. ex Zamb. Problema 6 Propositio 18

18 Latera quinque figurarum exponere, & adinuicem comparare.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq́ in γ, ut α γ ipsi γ β, sit æqualis, & in δ, ut α δ ipsius δ β dupla sit, & super α β describatur semicirculus α ε β, & ab ipsis γ, δ, ipsi α β, (per 11 primi) ad angulos rectos excitẽtur γ ε, δ ζ, & cõnectãtur α ζ, ζ β, β ε. Et quoniã dupla est α δ ipsius δ β, tripla igitur est α β ipsius δ β: conuertẽdo igitur (per correlariũ 19 quinti) sesqualtera est β α ipsius α δ. Sicut aũt β α ad α δ, sic quod ex β α ad id quod ex α ζ, æquiangulum enim est α ζ β triangulũ, ipsi α ζ δ triangulo, sesqualterum igitur est quod ex β α, eius quod ex α ζ. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potentia sesqualtera lateris pyramidis, & α β, ipsius sphæræ diameter est. Igitur α ζ æqualis est lateri ipsius pyramidis. Rursus quoniam dupla est α δ, ipsius δ β, tripla igitur est α β, ipsius β δ. Sicut autẽ α β ad β δ, sic quod ex α β ad id quod ex ζ β, triplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex ζ β. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potẽtia tripla lateris ipsius cubi, per 15 decimitertij,) & sphæræ diameter, est α β, igitur β ζ, cubi est latus. Et quoniã æqualis est α γ ipsi γ β, dupla igitur est α β ipsius γ β. Sicut autẽ α β ad γ β, sic quod ex α β, ad id quod ex β ε. Duplũ igitur est quod ex α β, eius quod ex β ε, Est aũt & ipsius sphæræ diameter, potentia dupla lateris ipsius octahedri, & α β datæ sphæræ diameter est. Igitur β ε, octahedri est latus. Excitetur iã (per 11 primi) ab ipso α signo ipsi α β rectæ lineæ ad angulos rectos, α η. Ponaturq́ ipsa α η æqualis ipsi α β, & cõnectatur η γ, seceturq́ η γ circũferentiã semicirculi in signo θ, & ab ipso θ, in ipsam α β (per 12 primi) perpẽdicularis excitetur θ κ. Et quoniã dupla est η α, ipsius α γ) æqualis enim est η α ipsi α β) sicut aũt η α ad α γ sic θ κ, ad κ γ, dupla igitur est & θ κ ipsius κ γ. Quadruplũ igitur est quod ex θ κ, eius quod ex κ γ. Quæ igitur ex θ κ, κ γ, quæ idẽ sunt ei quod ex θ γ, quintuplũ est eius quod ex κ γ. Aequalis aũt est θ γ, ipsi γ β, quintuplũ igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ κ. Et quoniã dupla est α β, ipsius β γ, quarũ α δ ipsius δ β dupla est, reliqua igitur β δ, reliquæ δ γ est dupla. Tripla igitur est β γ, ipsius γ δ, nonecuplũ igitur est quod ex β γ, eius quod ex γ δ, quintuplum autẽ est quod ex β γ, eius quod ex γ κ, maius igitur est quod ex γ κ, eo quod ex γ δ, maior igitur est γ κ, ipsa γ δ, ponatur (per 2 primi) ipsi γ κ æqualis γ λ, & ab ipso λ ipsi α β ad angulos rectos excitetur λ μ, & cõnectatur μ β. Et quoniã quod ex γ β eius quod ex γ κ quintuplũ est, & ipsius β γ dupla est α β, ipsius aũt γ κ dupla est κ λ, quintuplum igitur est quod ex α β eius quod ex κ λ. Est autem sphæræ diameter potentia quincupla, eius quæ ex centro ipsius circuli à quo icosahedrũ describitur, estq́ α β, ipsius sphæræ diameter, ipsa igitur κ λ ex cẽtro est circuli à quo icosahedrũ describitur. Ipsa igitur κ λ, hexagoni est latus dicti circuli. Et quoniã sphæræ diameter cõponitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo descriptorũ lateribus (per correlariũ 16 decimitertij,) estq́ ipsa α β, ipsius sphæræ diameter, & κ λ hexagoni latus, & æqualis est α κ ipsi λ β, utraq́ igitur ipsarũ α κ, λ β, decagoni latus est descripti in circulo à quo icosahedrũ describitur. Et quoniã decagoni quidem λ β, hexagoni autẽ μ λ (æqualis enim est ipsi κ λ, quoniã & ipsi θ κ, æqualiter enim distãt à centro) & utraq; ipsarũ θ κ, μ λ, dupla est ipsius κ γ, quinquanguli igitur est μ β. Quod aũt pentagoni est, & icosahedri. Icosahedri ergo est μ β. Et quoniam ζ β est latus cubi, secetur extrema & media ratione in ν, sitq́ maius segmẽtũ ν β. Igitur ν β, dodecahedri est latus.*

Et quoniã ostẽsum est quod ipsius sphæræ diameter potẽtia est sesqualtera ipsius α ζ lateris pyramidis, ipsius autem β ε lateris octahedri potẽtia dupla, ipsius aũt ζ β, cubi potentia tripla: qualiũ igitur sphæræ diameter potẽtia sex taliũ ipsius quidẽ pyramidis latus quatuor, octahedri uero latus triũ, cubi uero duorũ. Latus igitur ipsius pyramidis, lateris octahedri potentia est epitritũ. Cubi aũt lateris, potentia est duplũ. Octahedri aũt latus lateris, cubi potẽtia est hemioliũ. Ipsa quidẽ igitur prædicta triũ figurarũ latera, hoc est pyramidis & octahedri & cubi adinuicẽ, in rõnibus rõnalibus subsistunt. Reliqua uero duo & icosahedri & dodecahedri, neq; adinuicẽ, neq; ad prædicta in rõnibus rõnalibus existunt, irrationalia sunt etenim, hoc est minor & apotome. Quod autẽ maius est icosahedri latus μ β, dodecahedri latere ν β, sic ostendemus, Quoniã triangulum ζ δ β, ipsi triangulo ζ α β æquiangulum est, proportionaliter est sicut β δ, ad β ζ, sic α ζ ad β α. Et quoniã tres rectæ lineæ proportionales sunt, est igitur sicut prima ad tertiã, sic quod ex



Latus pyramidis

Latus cubi.

Latus octahedri.

Latus icosahedri

Latus dodecahedri

Comparatio 5 laterum

prima

primæ ad id quod ex secūda. Est igitur sicut δ β ad β α, sic quod ex δ β ad id quod ex ϐ ζ. Conuersim igitur sicut α β ad ϐ δ, sic quod ex ζ ϐ ad id quod ex β δ. Tripla autē est α ϐ, ipsius β δ, triplum igitur quod ex ζ ϐ, eius quod ex ϐ δ. Est autē & quod ex α δ, eius quod ex δ ϐ, quadraplum, dupla enim est α δ, ipsius δ β. Maius igitur est quod ex α δ, eo quod ex ζ β, & maior igitur est α δ, ipsa ζ β, multo igitur maior est α λ, ipsa ζ ϐ. Et ipsa quidē α λ, extrema & mediæ ratione diuisa, maius segmentū est α ϐ, quoniā ipsa quidē λ α hexagoni est, & α α decagoni, ipsa aūt ζ ϐ extrema & media ratione diuisa maius segmentū est ν ϐ. Maior igitur est α λ, ipsa ν ϐ. Aequalis autē est α λ, ipsi λ μ, maior igitur est λ μ, ipsa ν ϐ. Ipsa autē λ μ, maior est μ ϐ, multo igitur maior est μ β latus existēs icosahedri, ipsa ν ϐ latere existēte ipsius dodecahedri. Quod facere & ostendere oportuit. Aliter, quod maior est μ ϐ ipsa ν ϐ. Quoniā enim dupla est α δ ipsius δ β, tripla igitur est α ϐ ipsius δ β. Sicut autē α ϐ ad ϐ δ, sic quod ex α β ad id quod ex β ζ, quoniā triangulū ζ α β ipsi ζ δ ϐ triāgulo æquangulū est, quod igitur ex α ϐ, eius quod ex β ζ triplū est. Patuit aūt quod ex α ϐ eius quod est ex α λ, quincuplū. Quinque igitur quæ ex α λ, tribus quæ ex ζ ϐ, sunt æqualia. Sed tria quæ ex ζ β, sex quæ ex ν β, sunt maiora. & quinque igitur quæ ex α λ sex quæ ex ν β sunt maiora. Quare & unū quod ex α λ, uno quod ex ν ϐ maius est. maior igitur est α λ, ipsa ν β, æqualis aūt est α λ, ipsi λ μ, maior igitur est & λ μ, ipsa ν ϐ, multo igitur maior μ β, ipsa ν β, quod ostēdere oportuit. Quod aūt tria quæ ex ζ ϐ, sex quæ ex ν β sūt maiora, sic ostēdemus. Quoniā enim maior est ϐ ν ipsa ν ζ, quod igitur sub ϐ ζ, ϐ ν maius est eo quod ex ϐ ζ, ζ ν, quod igitur sub ζ ϐ, ϐ ν, una cū eo quod sub ϐ ζ, ζ ν, maius est quā duplū eius quod sub ϐ ζ, ζ ν. Sed quod sub ϐ ζ, ζ ν, una cū eo quod sub β ζ, ζ ν, id est quod ex ϐ ζ, quod uero sub ϐ ζ, ζ ν, æquū est ei quod ex ν β. extrema nāque & media rōne secatur ipsa ϐ ζ in ν, & quod sub extremis æquū est ei quod à media (per 17 sexti.) Quod igitur ex ζ ϐ, eo quod ex ϐ ν maius est quā duplū, unū igitur quod ex ζ ϐ, duobus quæ ex ϐ ν maius est, quare & tria quæ ζ β, sex quæ ex ϐ ν, sunt maiora. Quod ostēdere oportuit. Dico iam quod præter prædictas quinque figuras, non cōstruetur alia figura cōprehēsa sub æquilateris & æquangulis inuicē æqualibus. Sub binis nāque triāgulis, neque sub duobus alijs planis, solidus angulus nō cōstruitur. Sub tribus triāgulis, quæ pyramis, sub quatuor, quæ octahedri, sub quinque quæ icosahedri. Sub sex triāgulis æquilateris & æquangulis ad unū signū cōstitutis, nō erit solidus angulus, existente nāque æquilateri triāguli angulo duarū partiū recti, erūt sex quatuor rectis æquales. Quod est impossibile. Oīs namque solidus angulus, sub paucioribus quā quatuor rectis cōprehēditur (per 21 undecimi) iā id propterea, neque sub pluribus quā sex planis angulis solidus cōstruitur angulus. Sub quadratis tribus, cubi angulus cōprehēditur. Sub quatuor est impossibile, erūt enim rursus quatuor recti. Sub pētagonis æquilateris & æquiangulis tribus, dodecahedri. At sub quatuor, impossibile, existēte nāque quinquanguli æquilateri anguli angulo recto & quinto, erūt quatuor anguli quatuor rectis maiores, quod est impossibile. Neque sub polygonis alijs figuris comprehēdetur solidus angulus, quoniā absurdū esset. Igitur præter prædictas quinque figuras alia figura solida nō cōstruetur sub æquilateris & æquāgulis cōprehēsa, quod erat ostendendū. Quod aūt æquilateri & æquianguli quinquāguli angulus rectus est & quintū, sic ostēdēdū. Sit enim quinquangulū æquilaterū & æquiāgulū α ϐ γ δ ε, & circūscribatur (per 14 quartidecimi) ei circulus α β γ δ ε, & accipiatur (per 1 tertij) illius cētrū, sitque ζ, cōnectanturque ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ, ζ ε. Bifariā igitur secāt ipsius pētagoni angulos ad ipsam α, β, γ, δ, ε, signa. Et quoniā quinque anguli qui ad ζ, quatuor rectis sunt æquales & sunt æquales, igitur unus ipsorū (sicut qui sub α ζ ϐ,) unius recti est, †quasi quintū reliqui igitur qui sub ζ α ϐ, α ϐ ζ, unius sunt recti & quintū. Aequalis aūt est qui sub ζ α ϐ ei qui sub ζ ϐ γ, totus igitur qui sub α ϐ γ pētagoni angulus, unius recti est & quintū. Quod ostēdere oportuit.



F I N I S.

παρὰ πέμπτον
præter quintū,
i. est quinta
parte minor recto.

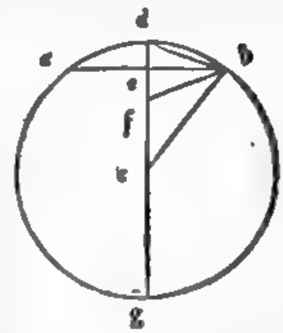
EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO PHILOSOPHO MATHEMATICORVMQVE

facile principi deputatus liber de regularium corporū proportione Campano cōmentatore, qui in ordine est decimusquartus.

Eucli. ex Camp. Propositio 1

1 Omnis perpendicularis à centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulū ipsum descripti dimidium, lateris decagoni atque dimidio lateris hexagoni intra circulum eundē descriptorū ambobus dimidijs in longū directúque coiunctis æqualis esse probatur. Patet igitur quod perpēdicularis ducta à centro circuli ad latus pētagoni, est æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus triāguli dimidioque lateris decagoni intra eundem circulum descripti directe coniunctis.

CAMPA. Sit linea a b latus pẽtagoni æquilateri inscripti circulo cuius centrũ c. & dẽcatur à centro c. perpendicularis ad lineã a b, quæ per secundã partẽ tertiæ tertij diuidet ipsam per æqualia, & arcũ eius etiã per æqualia ex 4 primi & 17 tertij. sitq; hæc perpẽdicularis linea c d, secãs a b in pũcto e. & arcũ eius in pũcto d. Est igitur ut diximus linea a e, æqualis lineæ e b, & arcus a d, arcui d b, protrahaturq; linea d b, de qua cõstat q ipsa est latus decagoni æqlateri ꝓposito circulo inscripti, cũ ipsa subtẽdatur medietati quinti totius circũferẽtiæ. Dico itaq; q linea e c, est æqualis medietati lineæ c d & medietati lineæ d b, in longũ directũq; cõiunctis. Cõpleatur quidẽ diameter d c. sitq; d c g, & sit e f æqualis e d, & protrahatur b f. eritq; ex 4 primi b f æqualis b d, ideoq; per 5 primi angulus b d f erit æqualis angulo b f d. Cõstat autẽ ex ultima sexti, qđ angulus g c b, quæ duplus est ad angulũ b c d, eo quod arcus g b quadruplus est ad arcũ b d: at uero angulus g c b per 32 primi duplus est ad angulũ b d c. nã ipse est extrinsecus duobus qui sunt b d c & d b c. at ipsi sunt æquales ex 5 primi: igitur angulus b d c, duplo est ad angulũ b c d, quare angulus quoq; b f d, duplus est ad angulũ b c f. Sed angulus b f d, duplus est ad angulũ b c f. Sed angulus b f d, est æqualis duobus intrinsecis q sunt b c f & c b f per 32 primi. Itaq; duo anguli b c f & c b f. sunt æquales, ideoq; per 6 primi c f est æqualis b f. ideo que etiam c f. est æqualis b d & nam b d & b f. sunt æquales adinuicem. Quare dimidiũ c d cum dimidio b d. est quãtum dimidium c d cum dimidio c f. at uero dimidiũ c d cũ dimidio c f, est quãtũ dimidiũ c f bis cũ dimidio f d, dimidiũ autem c f bis, est quantum c f. & dimidiũ f d, est quãtũ e f. Itaq; e c. est quãtũ dimidiũ c d cũ dimidio c b & d b. quod est propositũ. Correlariũ autẽ sic cõstat. Manifestũ est enim ex 8 tredecimi libri quod perpẽdicularis ducta a cẽtro circuli ad latus triãguli sibi inscripti est æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circunferẽtiã. Hoc quidẽ ibi demõstratũ est, & quasi correlariũ cõclusum. Cum igitur ex hac prima istius 14 libri pateat quod perpendicularis ducta à cẽtro circuli ad latus pẽtagoni sit æqualis dimidio lineæ ductæ a centro ad circũferentiã & dimidio lateris decagoni, sequitur q perpẽdicularis ducta a cẽtro circuli ad latus pẽtagoni sit æqualis perpẽdiculari ductæ a cẽtro ad latus triãguli dimidioq; lateris decagoni intra eũdẽ circulũ descripti. Et hoc est q ex correlario ꝓponitur.



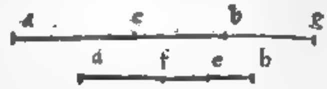
CAMPANI annotatio. Nũc ergo explicãdũ est quod ait Aristæus in libro intitulato. Expositio scientiæ quinq; corporũ necnõ & Apollonius in dono secũdo in proportionalitate figuræ 12 basiũ ad figurã 20 basiũ dicẽs quod proportio superficierũ figuræ habentis 12 bases ad superficies figuræ habẽtis 20 bases est tanquã proportio corporis 12 basiũ ad corpus 20 basiũ, linea etenim ducta a centro circuli pẽtagoni figuræ 12 basiũ dodecedri ad circũferẽtiã eius est quasi linea prodiẽs a cẽtro circuli triãguli figuræ uiginti basium icosedri ad circũferentiã eius. Hæc sunt ipsius magni Apollonij uerba. Intelligẽda aũt sunt de figura 12 & 20 basiũ ab una eadẽq; sphæra circũscriptibiliũ. Est enim proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron, cũ ambo una eadẽq; sphæra circunscribit sicut proportio omnium superficierũ dodecedri pariter acceptarũ, ad oẽs superficies icosedri pariter acceptas, quẽadmodũ Apollonius præmissorũ uerborũ prima parte cõmemorat, quod & 10 huius decimiquarti libri solida demõstratione stabilitur. Et est circulus circũscribẽs pẽtagonũ dodecedri æqualis circulo circũscribẽti trigonũ icosedri cum dodecedrõ & icosedrõ eadẽ sphæra circunscribit, quamadmodum ipse Apollonius secunda parte præmissorũ uerborum commemorat, quod etiam 3 huius libri demõstratione firmatur. Præmittẽda sunt igitur antecedẽtia, ad tantorũ uirorum eloquia inconcussa ueritate corroboranda.

Eucl. ex Camp. Propositio 1

2 QVicquid accidit uni lineæ diuisæ secũdũ proportionẽ habentẽ mediũ & duo extrema, omni lineæ similiter diuisæ ꝓbatur accidere.

CAMPANVS Sit utraq; duarũ linearũ a b & d e diuisa secũdũ proportionẽ habẽtẽ mediũ duoq; extrema. hæc qdẽ in c. illa uero in f sintq; maiores portiões huius quidẽ a c illius autẽ d f. Dico itaq; q ambarũ ad sui maiores portiones est una proportio itẽq; ambarũ ad sui minores portiones est proportio una. at quoq; maiorũ portionum ad maiores una. & ecõtrario & ꝑmutatim & cõiũctim & disiũctim & euersim, nihil enim aliud est, quicquid, uni earum accidit idẽ quoq; alij accidere, cõstat enim ex diffinitione

tione lineæ secundum proportionem medium duoqȝ extrema diuisæ & ea parte 16 sexti quod illud quod fit ex a b in b c, est æquale quadrato a c, eodēqȝ modo quod fit ex d e in e f, est æquale quadrato d f. ideoqȝ proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratum a c est sicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f. utraque enim est ꝓportio æqualitatis. Igitur quadruplū eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c, sicut quadruplum eius quod fit ex d e in e f ad quadratū d f. quod ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifestū est. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex a b in b c cū quadrato a c, ad quadratū a c, sicut quadruplū eius quod fit ex d e, in e f cū quadrato d f, ad quadratū d f. Adiūgatur autē secundū rectitudinē ad lineam a b, una linea quæ sit æqualis b c, quæ dicatur b g, & ad d e adiungatur æqualis e f, quæ dicatur e h.



Manifestū est igitur ex octaua secundi, quod quadruplū eius quod fit ex a b in b g cum quadrato a e, est æquale quadrato lineæ a g. At uero similiter quadruplū eius quod fit ex d e in e h cū quadrato d f, est æquale quadrato d h. At uero ex communi sciētia quadruplū eiusqȝ fit ex a b in b c æquū est quadruplo eius ꝙ fit ex a b in b g, eoꝙ b c & b g sūt quales, similiter quoqȝ quadruplū eius ꝙ fit ex d e in e f, æquū est quadruplo eius qd' fit ex d e in e h, eo quod e f & e h sunt etiā æquales. Igitur ex pria parte 7 quinti & ex 11 quinti quadratū a g ad quadratū a c, sicut quadratum d h ad quadratū d f. Quare ex secunda parte 11 sexti, proportio lineæ a g ad lineā a c est sicut lineæ d h ad lineā d f, & coniunctim a g & a c ad a c, sicut d h & d f ad d f. At uero a g cum a c, sunt taquam duplum a b, & d cum d f, tāquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c, sicut duplū d e ad d f & permutatim duplum a b ad duplum d e sicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplum d e, sicut a b ad d e ex 15 quinti. Igitur a b ad d e, sicut a c ad d f. Itaque permutatim & euersim & conuersim & disiunctim & coniunctim. Quod oportebat ostendere.

Eucl. ex Camp. *Propositio 5*

Diuiso latere hexagoni secundum proportionem habentem medium duoqȝ extrema, maior eius portio erit latus decagoni circunscripti à circulo ipsum hexagonum circunscribente.

CAMPANVS Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli diuisa secundū proportionē habente mediū duoqȝ extrema in puncto c, sitqȝ maior proportio eius b c. Dico qd' cuiuscūqȝ circuli a b est latus hexagōi, eiusdē, b c erit lat9 decagoni. Adiūgatur enim ad lineā a b, linea d b, quæ sit latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni, eritque ex 9 tredecimi, linea a d diuisa secundū ꝓportionē habentē mediū duoqȝ extrema & maior portio eius erit linea b. Cū igitur utraqȝ duarū linearū a b & a d sit diuisa secundum proportionē habentē medium duoqȝ extrema, igitur erit per præmissam ambarum ipsarū ad sui maiores portiones una proportio. Itaqȝ d a ad a b quæ est eius maior portio, sicut a b ad b c quæ est etiam eius maior portio, sed d a ad a b, sicut a b ad b d ex diffinitiōe lineæ diuisæ secundū proportionē habentem mediū duoqȝ extrema & maior portio eius igitur ex undecima quinti a b ad b d, sicut a b ad b c. Quare per secundā partē 9 quinti b d & b c, sunt æquales. Cū ergo d b sit latus decagoni, erit quoqȝ ex cōmuni scientia b c latus decagoni. Vel aliter. Ad lineā a b adiūgatur b d æqualis b c, eritqȝ ex 4 tredecimi tota a d diuisa secundū proportionem habētē mediū duoqȝ extrema, & maior portio eius linea a b. Itaqȝ per cōuersam 9 tredecimi quā cōtinue post ipsam demōstrauimus circuli linea a b est latus hexagoni, eiusdē linea b d (ideoqȝ linea b c sibi æqualis) est latus decagoni. Possumus iterū idem alia uia (si libet) demōstrare. Sit enim e f æqualis a b, quæ etiā diuidatur in g secundū proportionē habentē mediū duoqȝ extrema, & sit maior portio, eius linea f g. Cōstat igitur ex præmissa ꝙ queadmodū a b est æqualis e f, sic a c est æqualis e g, & c b æqualis g f. Cūqȝ fuerit b d adiūcta ad a b latus decagōi illius circuli cuius a b est latus hexagoni, erit (sicut prius dictū est) ex 9 tredecimi tota a d diuisa sec̄dm ꝓportionē habētē mediū duoqȝ extrema, & maior eius portio erit linea a b. Itaqȝ ꝑ præmissā a b ad b d, sicut f g ad g e, quare ꝑ primā partē 15 sexti ꝙ fit ex a b in g e, æquum est ei quod fit ex b d in f g. cūqȝ a b sit æqualis e f, & erit quod fit ex e f in g e



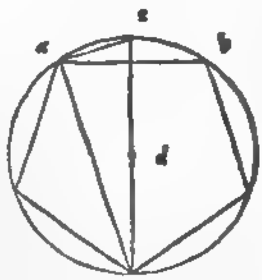
æquum

æquum ei quod fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f, in g e, æquum est quadrato f ex diffinitione lineæ diuisæ secundũ proportionem habentem medium duoq́ extrema, & ex prima parte 16 sexti, igitur ꝙ fit ex b p in f g est æquale quadrato f g, ideoq́ ex pria sexti linea b d, æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b, erit quoq́ c b æqualis b d, & latus decagoni. Quod oportebat ostendere.

Eucli. ex Camp. *Propositio 4*

4 QVadratum lateris pẽtagoni intra circulum descripti. quadratũq́ lineæ quæ illus pentagoni angulo subtenditur, ambo hæc quadrata pariter accepta, quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

CAMPANVS Sit in circulo a b c cuius centrum d, inscriptus unus pentagonus æquilaterus cuius unũ latus sit a b, & protrahatur diameter c d e. diuidens lineã a b & eius arcũ per æqualia. Est igitur arcus a e medietas quintæ partis circunferentiæ illius circuli, quare arcus a c est duæ quintæ totius circunferentiæ. Protrahantur itaque duæ lineæ a e & a c, eritque a e latus decagoni æquilateri, eo quod eius arcus est medietas quintæ partis circunferentiæ, linea uero a c, erit quæ subtẽditur uni ex angulis pentagoni prædicti eo quod arcus a c est duæ quintæ partes circunferentiæ circuli. Dico itaque quod quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta, quincuplum sunt ad quadratum lineæ d e. Est enim ex 4 secũdi quadratum lineæ c e, quadruplũ ad quadratum lineæ d e. Cum aũt angulus c a e sit rectus ex prima parte 30 tertij, erũtque ex penultima primi quadrata duarũ linearũ c a & a e quadruplum ad quadratũ d e, igitur quadrata trium linearũ c a & a e & d e, quincuplum sunt ad quadratũ lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b est æquale quadratis duarũ linearũ a e & d e, sequitur ut quadrata duarũ linearũ a b & c a sint quincuplum ad quadratũ d e, quod est propositum.



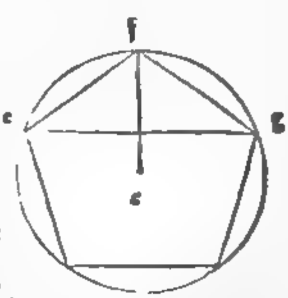
CORRELARIVM. Manifestum est ergo quod quadratum lateris cubi atque quadratum lateris figuræ duodecim basium, cũ cubum & figurã duodecim basiũ eadem sphæra circunscribit, ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circunscribit pentagonum eiusdem figuræ duodecim basium.

Istud correlarium uere manifestum est, constat enim ex demõstratione 17 tredecimi quod latus cubi subtenditur angulo pẽtagoni dodecedri, cum cubum & dodecedron una eadẽq́ sphæra circunscribit, itaque per hanc 4 sine obice constat correlarium.

Eucli. ex Camp. *Propositio 5*

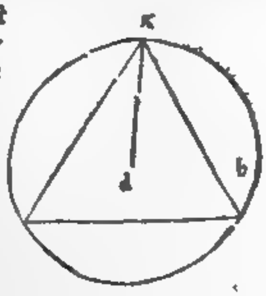
5 PEntagonus figuræ duodecim basium, triangulusq́ figuræ uiginti basium, quos eadem sphæra circunscribit, uno eodemq́ circulo circunscribuntur.

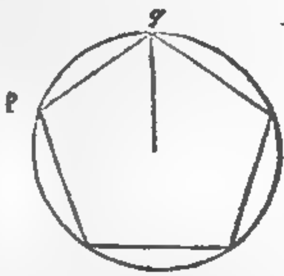
CAMPANVS. Sit sphæra cuius diameter a b, circunscribens duas solidas figuras, uidelicet dodecedron cuius unus ex duodecim pentagonis sit c, & icosedron cuius unus ex 20 triangulis sit d, pẽtagono autem c, & trigono d, super duo centra d & c. circunscribantur duo circuli, huic quidem f c ex 14 quarti, illi uero f d, ex 5 eiusdem. Dico itaque q. hi duo circuli sphæræ propositæ, quorum alter circunscribit pentagonũ c, alter uero trigonũ d. sunt æquales. Signentur enim duo latera pentagoni c, unũ ex suis angulis continentia, literis e f & f g & protrahantur, linea e g quæ subtendat angulũ f. & semidiameter circuli quæ sit c f. Vnum quoque ex lateribus trigoni d, signetur literis k h. & protrahatur semidiameter sui circuli quæ sit d k. Dehinc sumatur linea l m, ad quã sit linea a b quæ est diameter sphæræ assignatæ. quincupla in potentia quæ quidem l m diuidatur in n secundum proportionẽ habentem medium



dium duoq; extrema.sitq; maior portio eius linea l n.& secūdū quantitatē totius l m lineetur circulus p q.Itaq; semidiameter circuli p q,erit æqualis lineæ l m.eritq; ex correlario 15 quarti,linea l m.tāquā latus hexagoni æquilateri circulo p q inscripti,ideoq; per tertiā huius,linea l n.erit tāquā latus decagoni æquilateri eidē circulo inscripti. Igitur ex 11 quarti inscribatur pētagonus æquilaterus circulo p q.cuius unū latus sit p q. eritq; ex 10 tredecimi libri quadratū lineæ p q,æquale quadratis duarū linearū l m & l n pariter acceptis Cōstat autē ex demōstratiōe 13 tredecimi,quod n k est æqualis p,q ergo quadratū h k,est æquale quadratis duarū linearū l m & l n pariter acceptis. At uero ex demōstratione 17 tredecimi,manifestū est q; e g latus cubi ab eadē sphæra circunscriptibilis.quare per correlariū 14 tredecimi a b quæ est diameter sphæræ,potentialiter est tripla a d e g quæ est latus cubi. Si autē e g diuidatur secundū pportionē habētē mediū duo mque extrema,patet ex demōstratione tredecimi quod e f est tāquā maior portio eius,igitur ex secunda huius,e g ad l m. sicut e f ad l n,nā ut tota ad totā,sic maior portio ad maiorē. Itaque per 22 sexti quadratū e g ad quadratū l m,sicut quadratū e f ad quadratū l n quare p 12 quinti,quadrata duarū linearū e g & e f piter accepta,ad quadrata duarū linearū l m & l n,piter accepta,sicut quadratū e g ad quadratū l m.Ergo per 15 quinti & permutatā proportiōalitatē,& æquā,triplū duorum quadratorū duarū linearū e g & e f pariter acceptorum ad quadrata duarū linearū l m & l n,pariter accepta.sicut triplū quadrati e g ad quadratū l m Triplū aūt quadrati e g,est tanquā quadratū a b ex correlario 14 tredecimi,at quadratum a b, est per hypothesin quincuplū ad quadratū l m.ergo triplum quadrati e g,quincuplū quoq; est quadrati l m.Quare etiā triplū quadratorū duarū linearū e g & e f pariter acceptorum,est quincuplū ad quadrata duarū linearum l m & l n pariter accepta.Et quia probatū est quod quadratum h k est æquale e quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis,sequitur ex cōi scientia ut triplū quadratorum e g & e f sit quincuplū ad quadratum h k.cōstat autē ex 8 tredecimi,quod quincuplum quadrati h k est quindecuplū ad quadratū d k,nā simplum est triplū.Et ex quarta huius cōstat,quod triplū quadratorū e g & e f,est quindecuplū quadrati e f, nā simplum est quincuplum.Itaq; quindecuplū quadrati c f est æquale quindecuplo quadrati d k,ideoq; per 15 quinti quadratum c f,est æquale quadrato d k,quare etiā linea c f, est æqualis lineæ d k.Ergo ex diffinitiōe circulorū æqualium,circulus circunscribēs pētagonum c,est æqualis circulo circūscribenti trigonum,nā semidiametri horum circulorum sunt æquales,uidelicet c f & d k quod erat ex principio demonstrandum.

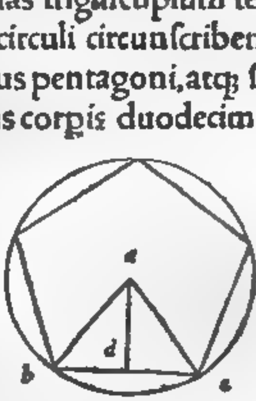






Eucli.ex Camp. Propositio 6

QVadratum quoq; quod est triangulum alias trigincuplum tetragoni qui sub perpēdiculari ducta à centro circuli circunscribentis pentagonū figuræ duodecim basiū ad latus pentagoni,atq; sub latere ipsius pentagoni cōtinetur,oībus superficiebus corpis duodecim basiū piter acceptis esse æquale ex necessitate cōuincit.



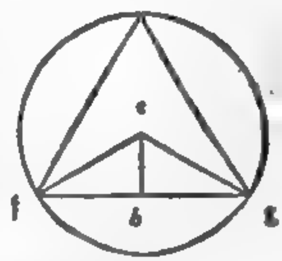
CAMP. Sit pētagonus a.una ex 12 basib9 figuræ dodecedri, & unū ex eius lateribus sit b c,sibiq; ex 14 quarti circūscribatur circulus supra cētrū a & ptrahātur lineæ a b & a c & a d ppēdicularis ad b c.Dico ergo q; trigincuplū eius q; fit ex a d in b c,est æquale oībus supficiebus dodecedri piter acce Cōstat enim pētagonū d esse diuisibilē in qnq; triāgulos æquales triāgulo a b c ex 8 primi.Itaq; oēs 12 pētagoni dodecedri (cū oēs sint æquales & similes pētagono a) diuisibiles sūt in 60 triāgulos,quorū qsq; p 8 primi est æqualis triāgulo a b c.Quod aūt fit ex a d in b c est duplū per 41 primi,ad triāgulū a b c.Ergo trigincuplum

plum eius quod fit ex a d in b c.est sexagincuplum ad triangulum a b c, nam ut simpli sic duplum ad duplum. Cum itaque omnes dodecedri superficies pariter acceptæ sint etiam sexagincuplum ad triangulum a b c. sequitur ut trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, sit æquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 7

7 QVadratum quoque quod est triangulum, alias trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta à centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figuræ uiginti basium, atque sub ipso latere trianguli continetur, æquale est omnibus superficiebus figuræ uiginti basiũ pariter acceptis.

CAMPANVS. Esto enim hic trigonus e, una ex 20 basibus figuræ icosedri, & unũ ex eius lateribus sit f g, sibiq́ ex 5 quarti circunscribatur circulus super centrum e, & protrahantur lineæ e f, e g, & e h perpendicularis ad f g. Dico igitur quod trigincuplum eius quod fit ex e h in f g, est æquale omnibus icosedri pariter acceptis. Constat enim trigonum esse diuisibilẽ in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi est æqualis trigono e f g. Itaque omnes 20 trigoni icosedri pariter accepti. (cum cuncti sint æquales & similes trigono e sunt tanquam sexagincuplum trigoni e f g. Et quia per 41 primi q fit ex e h in f g est duplum trigoni e f g. ideoque trigincuplũ huius est æquale sexagincuplo illius. sequitur ut trigincuplum e h in e f sit æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis. Quod erat demonstrandum.



CORRELARIVM. Manifestum igitur est, quod proportio superficierum figuræ duodecim basium in aliqua sphæra contentæ ad superficies figuræ uiginti basium in eadẽ sphæra conclusæ, est tanquã proportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figuræ duodecim basium & sub perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus pentagoni ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figuræ uiginti basium & perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum. Quod per illud correlarium concluditur uerum esse, siue figura duodecim basium & figura uiginti basium sint ab eadem sphæra circunscriptibiles ut proponitur, siue etiam fuerint circunscriptibiles à diuersis sphæris, proponitur autem prout hæ figuræ sunt circunscriptibiles ab eadem sphæra, quoniã hoc modo ualet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis ueritas sic patet. Constat enim ex 6 huius quod trigincuplum a d in b c, æquũ est omnibus dodecedri pariter acceptis cuius pentagonus a est una ex 12 superficiebus. Et ex hac 7 constat similiter qđ trigincuplũ e h in f g, æquũ est oĩbus superficiebus icosedri pariter acceptis, cuius trigonus e est una ex 20 basibus siue illud dodecedron & istud icosedron eadem sphæra circunscribat. siue diuersæ, itaque proportio trigincupli a d in b c ad omnes superficies illius dodecedri pariter acceptas, est sicut trigincupli e h in f g ad omnes superficies icosedri pariter acceptas. utrobiq; enim est proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplum a d in b c ad trigincuplũ e h in f g, sicut oẽs illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum, est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per 11 quinti quod proportio omnium superficierum illius dodecedri ad omnes supficies huius icosedri. est eius quod fit ex a d in b c, ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

8 Eucli. ex Camp. Propositio 8

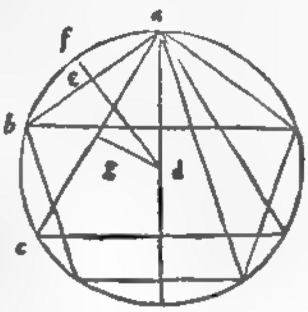
PRoportio cunctarum superficierum corporis duodecim basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis uiginti basiũ pariter acceptas, quæ ab una sphæra ambo circunscribuntur, est tanquam proportio lateris cubi quem circunscribit eadem sphæra, ad latus trianguli ipsius corporis uiginti basium.

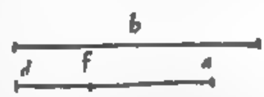
CAMP.

CAMPANVS. Vt ab huius octauæ demonſtrationis 14 libri proceſſu ambiguitas omnis abſcedat, iſtud præſcire oportet. Quod ſi aliqua linea ſecundum proportionē habētem medium duoq; extrema fuerit diuiſa, & ex medietate eius tanquā dimidium ſuæ maioris portionis detrahatur, ipſa quoq; medietas ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuiſa erit, & eius maior portio eſt tanquā dimidium maioris ſuæ duplæ. Verbi gratia. Sit a b diuiſa ſecūdum proportionem habentem medium duoq; extrema, in c, & maior eius portio ſit a c, & ſit d e tanquam dimidium a b, & d f tanquam dimidium a c. Dico ergo quod d e, diuiſa eſt in f ſecūdum proportionē habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius eſt d f, conſtat enim ex 15 quinti quod proportio a b ad a c, eſt ſicut d e ad d f, uidelicet, duplum ad duplum tanquā ſimplum ad ſimplum. Quare permutatim a b ad d e, ſicut a c ad d f, igitur per 19 quinti c b ad f e, ſicut a b ad d e. Eſtq; c b, dupla ad f e, ſic enim eſt a b ad d e. Cum igitur tota a b ſit dupla ad totā d e, & ſingulæ partes a b ad ſingulas partes d e, erit ex 15 quinti & prima eiuſdem & diffinitione lineæ diuiſæ ſecundū proportionē habentē medium duoq; extrema, linea de diuiſa in f, quemadmodū proponitur.



Nunc igitur demonſtrationi eius quod propoſitū inſiſtamus. Ad cuius exemplum ſit a b c circulus cuius centrum d, circūſcribens pentagonum dodecedri & trigonum icoſedri, quæ ambo pariter eadem ſphæra circumſcribit & concludit, nam ex 2 huius manifeſtum eſt, quod idem circulus huius pentagonū & illius trigonum circūſcribit. Sit autem linea a b, latus pentagoni, & linea a c, trigoni, ſitq; linea h, tanquā latus cubi ab eadem ſphæra circūſcripti. Dico itaq; quod proportio omnium ſuperficierū dodecedri pariter acceptarū ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, eſt ſicut linea h ad lineam a c. producatur quidem à centro d, perpendicularis ad a b, quæ tranſeat uſq; ad circūferentiam, ſecans a b in puncto e, & arcum eius in puncto f, hanc autē perpendicularē conſtat diuidere per æqualia tam lineam a b quam eius arcum, chordā quidem a b per ſecundā partem 3 tertij, arcum uero eius per 4 primi & 27 tertij. Eſt igitur arcus f a decima pars circūferentiæ. Subtendatur itaq; ſibi chorda a f, quæ erit latus decagoni æquilateri eiuſdem circuli erit igitur ex 5 tredecimi linea conſtans ex d f, f a, diuiſa ſecundum proportionem habētem medium duoq; extrema, & maior portio eius erit linea d f. At uero ex prima huius, d e, eſt æqualis dimidio d f, dimidioq; f a in longum directumq; cōiunctis. Sit igitur d g perpēdicularis ad a c, eritq; ex correlario 5 tredecimi, g d, tanquā dimidium d f. Itaq; ſi a linea d e quæ eſt tanquā dimidium d f a, cum d f & f a ſit linea una, detrahatur æqualis d g quæ eſt tanquam dimidium d f erit per illud quod ante hoc probatum eſt, linea d e diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio erit tanquam g d. Ex demōſtratione autem 17 tredecimi conſtat, quod ſi linea h quæ eſt latus cubi diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanquam a b quæ eſt latus pentagoni figuræ 12 baſium. Itaque per 2 huius, proportio h ad a b, eſt ſicut d e ad g d, quare per primam partem 15 ſexti, quod prouenit ex h in g d, æquum eſt ei quod fit ex a b in d e. Ex correlario autem præmiſſæ manifeſtum eſt, quod proportio omnium ſuperficierū dodecedri cuius latus a b pariter acceptarū ad omnes ſuperficies icoſedri, cuius latus a c, pariter acceptas, eſt ſicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud q̃d fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiuſdē, proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, eſt ſicut omnium ſuperficierum illius dodecedri ad omnes huius icoſedri. At uero eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, eſt per 1 ſexti, ſicut h ad a c. Itaq; per 11 quinti proportio omnium ſuperficierū illius dodecedri ad omnes huius icoſedri, eſt ſicut h ad a c, quod eſt propoſitū. Hoc ipſum aliter probare poterimus, ſi ad ipſum huius antecedens neceſſarium præmiſerimus, quod eſt.

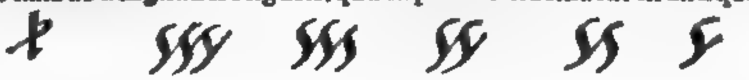




Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inſcribatur, rectangulum quod ſub dodrante diametri ipſius circuli & ſub dextante ipſius lineæ an-

gulum ipsius pentagoni subtendentis continetur, eidem pentagono æquũ esse ex necessitate oportet.

Maiores nostri unũquodq; integrum in 12 partes æquales intellectu & ratione diuiserunt, omnesq; eas simul hoc est ipsum totum, assem uocauerunt, undecim uero earũ dixerũt deuncem: decem autem, dextantem, nouem, dodrantem, octo uero, bisse, at septem, septantem uel septuncem, sex autẽ semis, quinq;, quincuncẽ, quatuor, trientem: tres autem, quadrantẽ, duas uero sextantem, unam autem appellauerũt unciam, easq; per ordinẽ talibus designauere figuris, quæ sæpissime inueniũtur in antiquis libris.

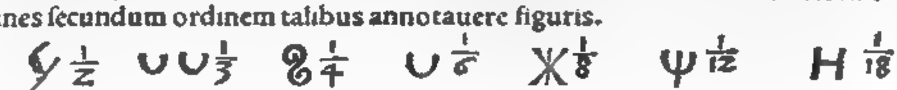


As Deunx Dextans Dodrans Bisse Septunx

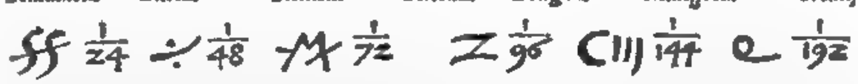


Vncia Sescuncia Sextans Quadrans Triens Quincunx Semis

Vnciam quoq; quam duodecimã partem assis fore diximus, in alias rursus 11 fractiones, sed alia uia diuiserunt, nam medietatem unciæ, dixerunt semunciam, tertiam uero duellam, quartam sicilicum, sextam sexculam, octauam dragmam, duodecimã semissiclam, decimamoctauã tremissem, uigesimamquartã scrupulum, quadragesimãoctauã obulum, septuagesimãsecundam bissiliquã nonagesimãsextam, ceracem. Vltimam uero quæ est centesima quadragesimaquarta pars ipsius unciæ, siliquam nominauerũt. His autem 11 fractionibus unciæ posteriores adiunxere calcum, est autem calcus centesima nonagesimasecunda pars unciæ. Cuius additionis causa fuit, ut usque ad minimũ extremũ diatesseron & diapente symphoniarũ tonorum semitonorumq; intercallis distinctarum, harum fractionum denominatio conscenderet uel contenderet, & ipsas omnes secundum ordinem talibus annotauere figuris.

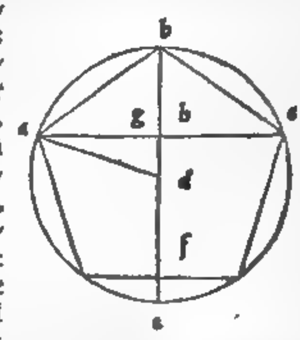


Semiuncia Duella Sicilicus Sexcula Dragma Hemissecla Tremissis



Scrupulus Obulus Bissiliqua Ceraces Siliqua Calcus

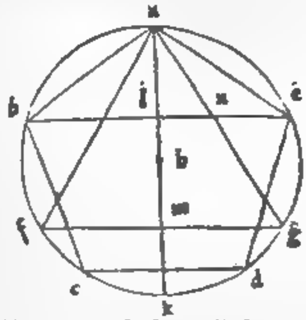
Eius ergo quod dicitur, sensus est. Quod si in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inscribatur, illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; sextas lineæ subtẽdentis unum ex angulis inscripti pentagoni, æquale est pentagono. Verbi gratia. Sit circulus a b c sicut centrum d, eiq; ex 11 quarti inscribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unũ ex suis angulis continẽtia sint a b & b c, & angulo b subtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e secans lineam a c per æqualia in pũcto g, sitq; d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritq; b f dodrans diametri, est enim tres quartæ ipsius, & a h erit dextans uel sextãs a c, est enim 5 sextæ eius, protrahatur autẽ linea a d: dico q illud quod prouenit ex b f in a h, est æquale pentagono inscripto circulo. Cum enĩ a g sit perpendicularis ad b d, erit ex 41 primi & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulũ a b d, ideoq; quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulũ, & quod prouenit ex b f in h g, duplum, & ex b f in totam a h, quincuplum. Cum itaq; totus pentagonus quintuplus sit ad eundẽ triangulũ, constat q illud quod fit ex b f in a h, est æquale pentagono. Et illud erat demõstrandum.



Quod igitur ex principio propositum est, nunc alia uia (sicut promisimus) demonstremus. Sint itaq; circulo cuius centrũ h, inscripti, pentagonus figuræ 12 basium & trigonus figuræ 20 basium, quas eadem sphæra circũscribit. Constat enim ex 5 huius, quod huius dodecedri pentagonus, & illius icosedri trigonus, ab eodem circulo circũducentur, sitq; pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni subtendatur linea b e, quæ ex

demonstra-

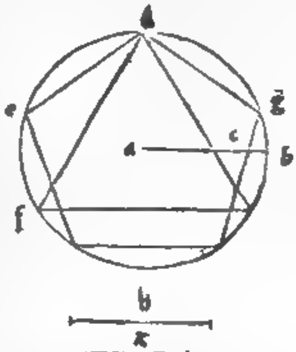
demõstratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem sphæra cõcludit, protrahatur itaq; diameter a h k, secans orthogonaliter & per æqualia utranq; duarũ linearũ b e & f g, hanc quidem in puncto l, illam uero in puncto m. Dico ergo q proportio omnium superficierũ dodecedri ad omnes icosedri, quorũ pentagonus & trigonus proposito circulo sunt inscripti, est sicut lineæ b e, quæ est latus cubi ab eadem sphæra conclusi, ad lineam f g quæ est latus trigoni icosedri. Constat enim ex correlario 5 tredecimi, q linea h m est dimidiũ lineæ a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a k, est enĩ eius tres quartæ. Sit ergo l n dupla ad n e, eritq; b n dextans b e, est enim quinq; eius sextæ. Itaq; per præmissum antecedens, quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pentagono a b c d e, q̃d autẽ prouenit ex a m in m f, est æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 sexti, proportio pẽtagoni ad trigonũ, est sicut b n ad m f, quare duo decupli illius pentagoni ad uigincuplũ istius trigoni, sicut duodecupli lineæ b n ad uigincuplũ lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifestum est: Duodecuplũ autem b n, est tanq; decuplũ b e, nam 12 dextantes, coæquãt 10 asses, hoc est 10 tota: uigincuplũ uero m f, est tanq; decuplũ f g, nam f g est dupla ad m f. Igitur duodecupli istius pentagoni ad uigincuplũ istius trigoni, est sicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplũ illius pentagoni est omnes superficies dodecedri, uigincuplũ autem huius trigoni est omes superficies icosedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplũ f g, sicut b e simplæ ad f g simplam, erit per 11 quinti, proportio omniũ superficierũ dodecedri pariter acceptarũ ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, sicut b e ad f g. Et hoc est quod oportuit nos demõstrare.



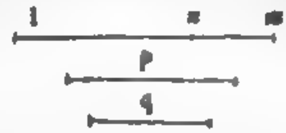
Eucli. ex Camp. *Propositio 9*

9 Diuisa qualibet linea secundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis supra totam lineã eiusq; maiorem portionẽ ad lineam potentem supra totam eiusdemq; minorem portionẽ, tanq; proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti basium una cum cubo ipso in eadem sphæra contenti.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa secũdum proportionẽ habẽtem medium duoq; extrema, & maior portio sit linea a c, & super centrũ a secundũ quantitatẽ lineæ a b describatur circulus d b e, eiq; inscribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius unũ latus sit d e, & ex secũda eiusdem triangulus æquilaterus cuius unũ latus sit d f, & uni ex angulis pentagoni qui sit d, subtendatur linea e g. Constat igitur ex 5 huius, q sphæra circũscribẽs dodecedron cuius pentagoni latus est d e, circũscribit simul icosedron cuius triãguli latus est d f, & ex demõstratione 17 tredecimi manifestũ est, q eadem sphæra circũscribit cubum cuius latus est e g. Sumatur ergo linea h potens super totam a b & eius maiorem portionẽ a c, & sumatur k potẽs super totam a b & minorẽ eius portionẽ b c. Dico itaq; q proportio e g ad d f, hoc est lateris cubi ad latus triãguli icosedri una cum ipso cubo ab ipsa sphæra contenti, est sicut h ad k. Constat quidem quod ex correlario 15 quarti, q a b est tanq; latus hexagoni æquilateri circulo b d e inscripti. Igitur ex 3 huius, a c est tanq; latus decagoni eiusdem circuli. Itaq; per 10 tredecimi, d e potens est super totam a b & eius maiorẽ portionẽ a c, quare d e est æqualis h, nam quadratũ utriusq; earũ, tantũ est quantũ quadrata duarũ linearũ a b & a c pariter accepta. Patet autẽ ex 8 tredecimi, q d f est tripla potentialiter ad a b, at uero ex 5 eiusdẽ patet, q k quoq; tripla est potentialiter ad a c. Ergo ex secũda parte 21 sexti, proportio d f ad a b, est sicut k ad a c, quare permutatim d f ad k, sicut a b ad a c. Et quia ex demõstratione 17 tredecimi, manifestũ est q si e g diuidatur secundum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanq; d e, erit per secũda, huius proportio e g ad d e, sicut a b ad a c, quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e, sicut d f ad k, & permutatim e g ad d f, sicut d e ad k. Et quia per primã partem 7 quinti, d e ad k, sicut h ad k, eo q d e & h sunt æquales, erit per 11 quinti e g ad d f, sicut h ad k.

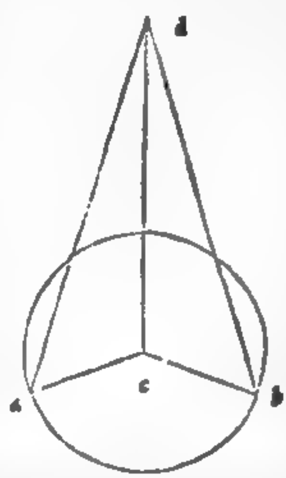


Quod est propositũ. Non solum autẽ est proportio e g lateris cubi ad d f latus triangli icosedri sicut h ad k, immo simpliciter sicut quarũlibet duarũ linearũ unius ad alteram, quarũ altera potest super totam quãlibet lineam diuisam secũdum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema & super eius maiorem portionẽ, altera uero super eandem & eius minorẽ portionẽ, nam singularũ linearũ talium est proportio una. Verbi gratia, maneãt priores hypotheses circa lineas a b, h, & k, & sumatur quoq; quælibet alia linea quæ sit l m, diuisa secundum proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema in n, & portio maior sit l n, sitq; linea p potens super totam l m & eius maiorẽ portionẽ l n, & linea q sit potens super totam l m & eius minorẽ portionẽ m n. Dico ergo q; proportio p ad q, est sicut h ad k. Constat enim ex 1 huius, q; b a ad a c, est sicut l m ad l n, ergo per primam partem 11 sexti, quadrati b a ad quadratũ a c, est sicut quadrati m l ad quadratũ n l, quare coniunctim quadrati h ad quadratũ a c, sicut quadrati p ad quadratũ l n, & permutatim quadrati h ad quadratũ p, sicut quadrati a c ad quadratũ l n. Eodem argumẽtationis genere sequitur q; pportio quadrati k ad quadratũ q, est sicut quadrati c b ad quadratũ n m. Et quia ex 1 huius & prima parte 11 sexti, quadratũ a c ad quadratum l n, sicut quadratũ c b ad quadratũ m n, erit ex 11 quinti quadratũ h ad quadratũ p, sicut quadratũ k ad quadratũ q. quare per secũdam partẽ 11 sexti h ad p, sicut k ad q. Et permutatim h ad k, sicut p ad q. Quod erat demonstrandũ. Et ne quisquã dubitationis locus ea quæ demõstranda restant obfuscet, præmittenda adhuc duximus quædam, quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permaneant.



Si aliqua plana superficies sphærã quãlibet secet, cõmunis sectio planæ supficiei secantis & curuæ supficiei sphæræ erit circũferẽtia continẽs circulũ.

Sit igitur aliqua plana superficies secans spherã, & sit linea a b cõmunis sectio superficiei secantis & superficiei sphæræ, dico q; linea a b est circũferẽtia circuli. Aut enim centrũ sphæræ est in plana superficie secante, aut extra. Quod si fuerit in ea, ponatur ubicunq; contigerit, & sit c. Quia ergo tota linea a b est in superficie sphæræ, & quia omnes lineæ ductæ à centro sphæræ ad ipsius circũferentiam sunt æquales quemadmodũ constat ex diffinitione sphæræ, sequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b sint æquales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea a b, circulus, & eius centrũ est c, uidelicet, idem quod centrũ sphæræ. Si autẽ centrũ sphæræ fuerit extra superficiẽ secantẽ, ponatur ergo ubilibet quod sit d, à quo secũdum doctrinã 11 undecimi, ducatur linea d c ppendicularis ad supficiem secantẽ, & protrahãtur ab eodem centro d, duæ lineæ rectæ quomodocunq; cõtingat ad lineam a b, quæ sint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b, erũtq; duæ lineæ d a & d b æquales, eo q; ipsæ sunt a centro sphæræ ad superficiẽ eius. Ex diffinitione autẽ lineæ perpẽdicularis ad superficiẽ manifestum est, q; anguli d c a ad d c b sunt recti, ideoq; ex penultima primi, & ista cõmuni scientia (quæ æqualibus sunt æqualia inter se sunt æqualia) erunt quadrata duarũ linearũ c d & c a pariter accepta, æqualia quadratis duarũ linearũ d c & c b pariter acceptis, dempto itaq; utrinq; quadrato d c, erit quadratũ c a æquale quadrato c b, quare & linea c a, lineæ c b. Eodem argumẽtationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto c ad lineam a b, esse æquales. Ergo ex diffinitione circuli, superficies quam continet linea a b, est circulus, & eius centrum est c, quod est propositũ.



Ex hoc itaq; manifestũ est, q; cum superficies secat sphæram super centrũ eius, sector proueniẽs in superficie sphæræ est linea continẽs circulũ, cuius centrũ est centrũ sphæræ. Cum autẽ superficies secat sphærã non super centrũ eius, sector quoq; proueniẽs in superficie sphæræ, est linea continẽs circulũ cuius centrũ est punctus ille in quo incidit perpẽdicularis ducta a centro sphæræ ad superficiẽ secantẽ. Amplius autem dico

Si in sphæra aliqua fuerint circuli æquales, perpẽdiculares ductæ à centro sphæræ ad superficies illorum circulorũ erunt adinuicem æquales.

Sint in sphæra cuius centrum a, signati duo circuli b & c æquales, quorũ superficies protra-



protrahãtur à centro sphæræ,uidelicet,à puncto a, ꝑpendiculares, secundũ ꝙ docet 11 undecimi,ad hũc quidẽ a b, ad illum autẽ a c. Dico ꝙ duæ lineæ a b & a c sunt æquales. Protrahãtur enim à punctis b & c singulæ lineæ rectæ ad circũferẽtias illorũ circulorũ prout libuerit,in hoc quidẽ b d,in illo autẽ c e,& iungatur a cum d & cũ e,éritq; ex diffinitiõe lineæ supra superficiẽ perpẽdiculariter stantis,uterq; duorũ angulorũ a b d,a c e rectus. At uero ex secũda parte præmissi correlarij manifestũ est, ꝙ duo pũcta b & c sunt centra circulorũ b,c, ideoq; duæ lineæ b d & c e sunt semidiametri eorũ,qui circuli cũ ponãtur æquales, sequitur ex diffinitiõe æqualiũ circulorũ has semidiametros esse æquales. Et quia duæ lineæ a d & ae sunt æquales,quia sunt ductæ a centro sphæræ ad eius superficiẽ,erũt ex penult. primi duæ perpendiculares a b & a c æquales. Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositũ redeamus. Eucli.ex Camp. Propositio 10

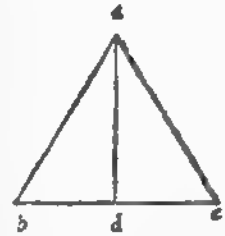
10 PRoportio corporis dodecedri ad corpus icosedri,quæ ambo una eademq; sphæra includit,est sicut omnium superficierũ eius pariter acceptarũ ad omnes superficies illius pariter acceptas.

CAMPANVS. Hoc est quod superius post demonstrationẽ 1 huius,auctoritate Aristei & Apollonij cõmemorauimus,cuius demõstratio ex ijs quæ præmissa sunt, euidenter elicitur. Ex 1 quidẽ huius manifestũ est,ꝙ circuli quorũ alter circũscribit pentagonũ dodecedri,reliquus uero trigonũ icosedri,quæ ambo corpora sphæra una coercet,sunt adinuicẽ æquales. Itaq; erunt perpendiculares à centro sphæræ ad sup̃ficies omniũ circulorũ circũscribentiũ pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icosedri in eorũ centra cadẽtes, adinuicẽ æquales, sicut ex præmissis manifestũ est,nam oñes hi circuli, teste 1 huius sicut dictũ est,æquales sunt sibi adinuicẽ. Pyramides igitur quarũ sunt bases pẽtagoni dodecedri,& coni earũ similiter centrũ sphæræ,ac pyramides quarũ bases sunt trigoni icosedri & coni earũ similiter centrũ sphæræ,sunt æque altæ. Cunctarũ quidem pyramidũ altitudinẽ,mensurãt uel determinãt à conis ad bases perpendiculares cadẽtes. Pyramides autẽ æque altas,suis basibus ꝑportionales esse oportet,quẽadmodũ in 6 duodecimi probatũ est. Itaq; ꝑportio pyramidis cuius pentagonus dodecedri,ad pyramidẽ cuius basis trigonus icosedri est sicut istius pẽtagoni ad hũc trigonũ,ideoq; per 14 quinti,ꝑportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus dodecedri ad pyramidẽ cuius basis trigonus icosedri,sicut duodecupli illius pẽtagoni ad hũc trigonũ,hæ autẽ 12 pyramides quarũ sunt bases 12 pentagoni dodecedri,sunt tanq; totum corpus ipsius dodecedri,at 12 pẽtagoni tanq̃ omnes sup̃ficies eius,itaq; ꝑportio corporis dodecedri ad pyramidẽ cuius basis est trigonus icosedri, est sicut ꝑportio omniũ superficierũ dodecedri ad trigonũ icosedri. Quare rursus ex 14 quinti ꝑportio corporis dodecedri ad uigincuplũ illius pyramidis cuius basis est trigonus icosedri,est sicut omnium sup̃ficierũ dodecedri ad uigincuplũ trigoni icosedri. Cũ igitur uigincuplũ huius pyramidis sit tanq̃ totũ corpus icosedri,at uigincuplũ istius trigoni tanq̃ omnes sup̃ficies ipsius icosedri,erit ꝑportio corp̃is dodecedri ad corpus icosedri, quæ ambo una eademq; sphæra cõcludit, sicut ꝑportio omniũ sup̃ficierũ corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes sup̃ficies corporis icosedri pariter acceptas. Hoc autem est prædictorũ philosophorũ de ꝑportione horũ duorũ corporũ sentẽtia,fixa solidaq; demonstratiõe roborata. Cui quoq; adijciendũ est hoc,nam cum ꝑportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icosedri una cum ipso cubo ab eadẽ sphæra cõclusi,sit sicut ꝑportio omniũ sup̃ficierũ corporis dodecedri pariter acceptarũ ad omnes sup̃ficies ipsius icosedri in eadem sphæra cõclusi,sicut ex 8 huius demonstratũ est, erit ex 11 quinti ꝑportio corporis dodecedri ad corpus icosedri quæ ambo sphæra una circũuoluit,tanq̃ ꝑportio lateris cubi eidemq; sphæræ inscriptibilis ad latus ipsius trigoni icosedri. Amplius autẽ quia diuisa qualibet linea secundũ proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema est ꝑportio lineæ potentis super totam & eius maiorẽ portionẽ,sicut lateris cubi alicui sphæræ inscripti ad latus trigoni corporis icosedri ab eadem sphæra circũducti, sicut ex 9 huius demonstratũ est, erit etiã ex 11 quinti, ut diuisa qualibet linea secũdum ꝑportionẽ habentẽ medium duoq; extrema sit ꝑportio lineæ potentis super totam & eius maiorẽ portionẽ ad lineam potentẽ super totam & eius minorẽ portionẽ, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icosedri quæ ambo una atq; eadẽ sphæra circũscribit. Ex dictis igitur manifestũ est ꝙ proportio lateris cubi alicui sphæræ inscripti ad

latus trigoni icosedri ab eadem sphæra circũscripti, item proportio cunctarũ superficierũ dodecedri ad cunctas superficies icosedri quæ ambo eadem sphæra circũscribit, & rursus proportio lineæ potentis super quamlibet lineam diuisam secundũ proportionẽ habentẽ medium duoq; extrema, & super eius maiorem portionẽ ad lineam potentem super eandem & super eius minorẽ portionẽ, itaq; iterum proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron quæ ambo una eademq; sphæra coercet, est proportio una. Mirabilis itaq; est potentia lineæ secundũ ꝓportionẽ habentem medium duoq; extrema diuisæ. Cui cum plurima philosophantiũ admiratione digna cõueniant, hoc principiũ uel præcipuũ ex superiorũ principiorũ inuariabili procedit natura, ut tam diuersa solida tum magnitudine tum basium numero tum etiã figura, irrationali quadam symphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonstratũ est ꝙ proportio dodecedri corporis ad icosedron corpus quæ ambo sphæra una coambit, est quasi proportio lineæ potentis super quamlibet lineam secundũ præfatam proportionẽ diuisam & super eius maiorẽ partem, ad quamlibet lineam potentẽ super eandem & eius minorẽ partem. Quoniam uero de tribus cæteris corporibus regularibus nihil adhuc diximus, studeamus de ipsis aliquid dicere. *Eucli. ex Camp.* *Propositio 11*

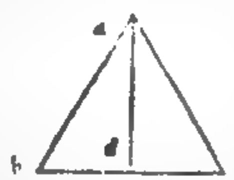
11 **IN omni triangulo æquilatero si ab uno angulorũ eius perpendicularis ad basin ducatur, latus eiusdem trianguli ad ipsam perpendicularẽ potentialiter sesquitertiũ esse conueniet.**

CAMPANVS. Sit enim triãgulus æquilaterus a b c, ducaturq; ab angulo a, linea a d, perpendicularis ad basin. Dico ꝙ a b est potentialiter sesquitertiũ ad a d. Sunt quidem ex 5 primi, duo anguli b & c æquales. Et quia anguli ad d sunt recti, erit per 26 primi, linea b c diuisa per æqualia in puncto d. Itaq; ex 4 secũdi quadratũ b c, quadruplũ ad quadratũ b d, ideoq; etiam quadratũ a b, q̃druplũ est ad quadratũ b d, est enim triangulus æquilaterus. Quare per penult. primi. quadrata duarũ linearũ a d & b d pariter accepta, quadruplũ sunt ad quadratũ b d. Itaq; quadratũ a d, triplũ est ad quadratũ b d. Constat ergo propositũ. *Eucli ex Camp.* *Propositio 12*



12 **OMnis trigonus æquilaterus cuius est latus rationale, superficies medialis esse probatur.**

CAMP. Sit ut prius, triangulus a b æquilaterus, & sit latus eius a b rationale siue in longitudine siue in potentia tantum. Dico itaq; ꝙ ipse triangulus est superficies medialis. Ducatur enim perpẽdicularis a d a b angulo a, ad basin, eritq; ex præmissa & ex 6 decimi, & diffinitiõe sup̃ficiei rationalis, quadratũ lineæ a d rationale, & linea a d rationalis in potentia. Ipsa autẽ ex ultima parte decimæ mediante præmissa erit incõmensurabilis lineæ a b, ideoq; & linea b d, quæ est tanq; eius dimidiũ. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d rationales, potẽtialiter tantum cõmunicantes, igitur ex 19 decimi, superficies unius earũ in alterã est medialis. Cumq; superficies unius earũ in alterã sit æqualis trigono a b c, constat uerũ esse quod diximus. *Eucli ex Camp.* *Propositio 13*



13 **CVnctæ superficies utriuslibet duorum solidorũ, quorũ alterũ est pyramis quatuor basium triangulariũ & æquilaterarũ, reliquum uero est corpus octo basium triangulariũ & æquilaterarũ pariter acceptæ, si diameter sphæræ ea circũscribentis rationalis fuerit, componũt superficiem medialem.**

CAMPANVS. Nam si diameter sphæræ alterum duorum propositorũ corporum circũscribentis fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tantum, erit ex correlario 11 tredecimi libri, latus pyramidis rationale in potentia, & ex correlario eiusdem 15, latus quoq; corporis octo basium rationale in potentia, quare per præmissam, trianguli qui sunt bases utriuslibet corporis, erunt superficies mediales. Et quia trianguli utriuslibet eorum sibi ad inuicem sunt æquales, erunt ex 21 decimi, omnes superficies utriuslibet eorum pariter acceptæ componentes superficiem medialem, quemadmodum proponitur.

Eucli. ex Camp. Propositio 14

14 SI tetrachedron & octoedron una eademq́ sphæra circũscribat, erit una ex basibus tetrachedri sesquitertia ad unam ex basibus octoedri. Omnes autẽ bases octoedri pariter acceptas ad omnes bases tetrachedri pariter acceptas, sesquialterã proportionẽ habere necesse est.

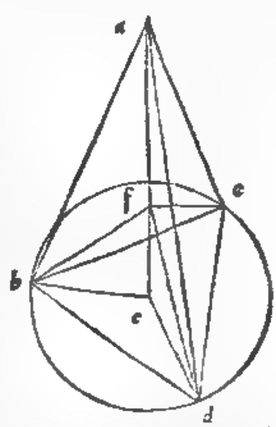
CAMPANVS. Sit aliqua sphæra cuius diameter a, circũscribens pyramidẽ cuius latus b, & octoedron cuius latus c. Dico itaq; quod triãgulus æquilaterus cuius latus b, sesquitertius est ad triangulũ æquilaterũ cuius latus c, & quod superficies quã componunt octo trianguli æquilateri cuiusq; quorum est latus c, sesquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli æquilateri cuiusq; quorũ est latus b. Constat enim ex correlario 13 tredecimi, quod quadratũ a ad quadratũ b, est sicut 6 ad 4, igitur econuerso quadratum b ad quadratum a, sicut 4 ad 6. Ex correlario uero 15 eiusdem manifestũ est, quod quadratum a ad quadratũ c, sicut 6 ad 3. Itaq; per æquam proportionalitatẽ quadratum b ad quadratum c, sicut 4 ad 3. Quadratũ autem b ad quadratum c, est sicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, utrobiq; enim est sicut b ad c proportio duplicata ex secunda parte 18 sexti, igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterũ cuius latus c, sicut 4 ad 3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secũda. Erit enim per conuersam proportionalitatẽ trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b, sicut tria ad quatuor, ideoq; octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est sicut octuplum ternarii ad quadruplũ quaternarii, hoc autem sicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, est omnes bases octoedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est omnes bases pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 est sesquialtera, sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octoedri cuius latus c, ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus b, sesquialtera (sicut diximus) in proportione respiciat.



Eucli. ex Camp. Propositio 15

15 PYramide quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ intra sphæram quamlibet collocata, si à quolibet angulorum eius per centrum sphæræ recta linea ad basin ducatur, in centrum circuli basin circũscribentis eam cadere, atque eidem basin perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

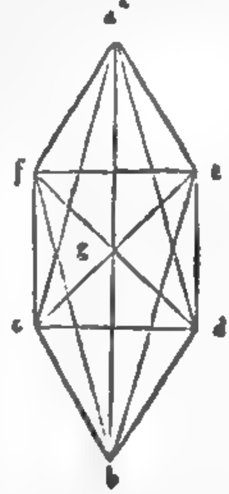
CAMPANVS. Sit pyramis a b c d, quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ, intra sphæram aliquam cuius centrũ sit f, collocata, & cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius, & quilibet quatuor triangulorũ esse basis, imaginemur nũc eius solidum angulũ a esse conũ, & triangulũ b c d imaginemur esse basin, atq; huic basi intelligamus circũscriptũ esse circulum b c d, dehinc a pũcto a quem imaginati sumus conum pyramidis, ducamus ad basin b c d, lineam rectam transeuntẽ per punctum f, qui est centrum sphæræ circũscribentis pyramidẽ de qua disputamus, & occurrat hæc linea superficiei b c d quam imaginati sumus basin pyramidis, super punctũ e. Dico igitur q̃ punctũ e est centrũ circuli b c d, & q̃ linea a f e est perpendicularis ad superficiem b c d. Producã enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a, b, c, d, sunt in superficie sphæræ cuius centrum f, propter hoc q̃ illam sphæram positum est circũscribere hanc pyramidẽ, erunt omnes quatuor lineæ f a, f b, f c, f d, adinuicẽ æquales, sunt enim ductæ a centro sphæræ ad eius superficiem. Ergo quia duo latera a f & f b triãguli a f b,



sunt æqualia duobus lateribus a f & f c trianguli a f c,& basis a b basi a c, nam pyramis posita est æquilatera,erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f c, ideoq; per 13 primi,angulus quoq; b f e,erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e esse æqualẽ angulo c f e,necesse est enim ex 8 primi,ut angulus a f d sit æqualis angulo a f c. Quare per 13 primi angulus quoq; c f e.erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli c f e,d f e,adinuicẽ æquales. Protractis igitur lineis e b,e c,& e d,sequitur ex 4 primi bis assumpta eas esse adinuicem æquales, ideoq; per 9 tertii punctus e,est centrum circuli b c d. Et quia perpẽdicularis ducta à centro sphæræ ad superficiẽ cuiuslibet circuli eam secantis,cadit super centrũ eiusdem circuli,sicut ex ijs quæ præmissa sunt uidelicet ex ijs quæ 14 huius immediate præcedunt didicisti,conuincitur lineam a f e esse perpendicularẽ ad superficiem circuli a b c,queadmodum proponitur. Sin autem,erunt eiusdem circuli duo centra,quod natura tanquam impossibile exhorruit.

Eucli.ex Camp. *Propositio 16*

16 SOlidum octo basium triangulariũ atq; æquilaterarũ quod ab aliqua sphæra circũscribitur, diuisibile est in duas pyramides æque altas quarũ altitudo æqualis est semidiametro sphæræ, basis autem utriusq; quadratũ quod est subduplum quadrato diametri sphæræ.



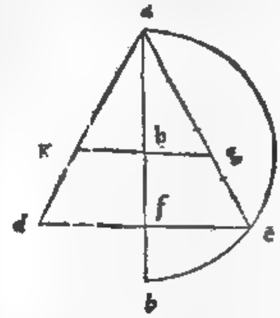
CAMPANVS. Esto corpus octo basium triangulariũ atque æquilaterarũ cuius sex anguli sint a,b,c,d,e,f,circũscripta à sphæra cuius centrũ g. Constat itaq; q sex puncta a,b,c, d,e, f, sunt in superficie sphæræ cuius centrum g. Si igitur centrũ g iungatur cum quolibet horum sex punctorũ,erunt duæ lineæ iungentes ipsum eis adinuicem æquales,cum ipsæ sint a centro sphæræ ad superficiẽ. Cum aũt ex correlario 13 tredecimi,sit diameter sphæræ potẽtialiter dupla ad latus huius corporis, erit ex 4 secundi latus huius corporis potẽtialiter duplũ ad semidiametrũ sphæræ.Quadratũ ergo e f,duplum est ad quadratũ ipsius c e,ideoq; æquale duobus quadratis duarũ linearũ e g & g f.Itaq; per penultimã primi angulus e g f,est rectus,eadem ratione quisq; angulorũ f g d,d g e,& e g c,est rectus, quare per 14 primi,& e g d,& f g e, est linea una, igitur ex 2 undecimi quinq; puncta c, f, d, e, g, sunt in superficie una. Manifestũ est autem ex 5 primi & 32 eiusdẽ q quilibet quatuor angulorũ c,e,d,e,f,est rectus, igitur ex diffinitione quadrati,supficies c e d f est quadrata. Et quia latus eius est latus propositi corporis, constat ex correlario 13 tredecimi, istud quadratũ esse subduplum quadrato diametri sphæræ. Consimili quoq; ratiocinatione constat utranq; duarum linearum a g & g b, cum qualibet quatuor linearũ c g, f g, d g,e g,continere angulum rectum,ideoq; ex 4 undecimi utranq; earum esse perpendicularẽ ad superficiẽ c e d f, & ambas scilicet a g & g b per 14 primi cõponere lineã unam. Diuisum est igitur propositũ corpus in pyramidem a c f d e cuius basis quadratũ c e d f quod est subduplũ quadrato diametri sphæræ, & etiam altitudo linea a g quæ est semidiameter sphæræ,& in pyramidem b c f d e cuius basis est prædictum quadratũ,& eius altitudo linea g b, quæ est semidiameter sphæræ. Et hoc est quod oportebat ostendere.

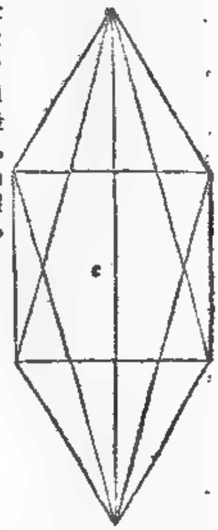
Eucli ex Camp. *Propositio 17*

17 PYramidẽ quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ sphæra aliqua circũscribente, erit ꝓportio tetragoni qui sub linea potentialiter subsesquitertia ad dodrantẽ lateris ipsius pyramidis & sub linea superquincupartiente uicesimasseptimas eius dodrantis cõtinetur,ad quadratũ diametri sphæræ, sicut corporis ipsius pyramidis ad corpus octo basiũ triangulariũ atq; æquilaterarũ,quæ ambo eadẽ sphæra circũducant.

CAMPANVS Sit sphæra cuius diameter a b & centrũ h, circũscribens pyramidem quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ a c d, & corpus octo basium triangulariũ atq; æquilaterarũ quod sit e, sitq; linea l m potẽtialiter subsesquitertia ad dodrantẽ lineæ a c quæ est latus pyramidis,& linea m n contineat dodrantem prædictum & eius quinq;

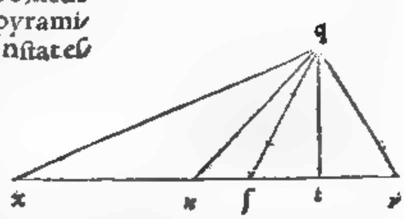
quinq; uicesimasseptimas, sit p quadratū diametri a b. Dico itaq; ꝙ proportio pyrami-dis a c d ad octoedron e, est sicut supficiei l m in m n, ad quadratū p. Imaginemur enim solidum angulū a esse conum pyramidis, & basin pyramidis cuius unū latus est d c, secare diametrū sphæræ in puncto f, eritq; (quemadmodū ex ratiocinatione 13 tredecimi manifestū est) a f dupla ad f b. Cumq; etiā a b sit dupla ad b h, erit ex 19 quinti b f dupla ad h f, ideoq; a f, quadrupla ad f h. Imaginemur igitur superficiē secantem pyramidē a c d, super centrū sphæræ æquidistanter basi ipsius, sitq; linea g k cōmunis sectio huius superficiei & triāguli a c d, eritq; ex 17 undecimi proportio c a ad a g, sicut f a ad a h. igitur c a ad a g, sicut 4 ad 3, sic enim est ex euersa pportionalitate f a ad a h. Constat etiam ex secūda parte 29 primi, & 16 undecimi, & 10 eiusdem, & prima parte 2 sexti, & diffinitione similium superficierū & similium corporū, ꝙ pyramis a g k est similis pyramidi a c d, ideoq; ex 8 duodecimi pportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut c a ad a g triplicata, quare sicut 4 ad 3 triplicata. Constat autem ex 2 octaui, ꝙ proportio 4 ad 3 triplicata, est sicut 64 ad 27. Itaq; proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k, est sicut 64 ad 27. Fiat ergo triāgulus æquilaterus q r s ex linea æquali a g, quam constat esse dodrantē lineæ a c, & producatur linea q t perpendicularis ad r s, erit ex 11 huius linea q t potētialiter subsesquitertia ad lineā q r, ideoq; æqualis l m. Adijciatur quoq; lineæ r s linea s x, ita ꝙ pportio r x ad r s, sit sicut 64 ad 27, diuidaturq; r x per æqualia in u, ut sit r u 32 de partibus illis de quibus r s est 27, aut r x 64, eritq; r u æqualis m n. Et ducātur lineæ q u & q x, eritq; ex 1 sexti, proporio trianguli q r x ad triangulū q r s, sicut 64 ad 27. Cumq; per eandem triangulus q r x sit duplus ad triangulū q r u, at ex 41 primi quod fit ex q t in r u, duplum quoq; sit ad triangulū q r u, erit quod fit ex q t in r u (& ipsum est æquale superficiei l n) æquale triāgulo q r x, quare proportio superficiei l n ad triangulū q r s, est sicut 64 ad 27: ideoq; sicut pyramidis a c d ad pyramidē a g k. Manifestū est autem ex 13 huius, ꝙ linea a f est perpēdicularis ad basin pyramidis a c d, ideoq; per 19 undecimi linea a h, est etiam perpendicularis ad basin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g k pyramidis, est semidiameter sphæræ. Diuidatur itaq; octoedron e, quemadmodū proponit præmissa, erit itaq; utraq; duarū pyram.dū in quas ipsum e diuiditur, æque alta pyramidi a g k, nam singularū altitudo, est semidiameter sphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æque altæ, suis basibus sunt pportionales, ut in 6 duodecimi demonstratū est, erit proportio pyramidis a g k ad utranq; earū in quas diuiditur octoedron e, sicut basis eius ad bases earū. Quare per 24 quinti pportio pyramidis a g k ad totū octoedron e, est sicut suæ basis quā constat esse æqualē triangulo q r s, ad bases ambarū pyramidū in quas diuiditur e pariter acceptas, quas cōstat esse æquales quadrato diametri sphæræ per præmissam, uidelicet p. Quoniā ergo pportio pyramidis a c d ad pyramidē a g k, est sicut ipsius tetragoni l n ad trigonū q r s, uidelicet 64 ad 27, & pyramidis a g k ad octoedrō e, sicut trigoni q r s ad quadratū p, erit per æquā pportionalitatē pportio pyramidis a c d ad octoedron e, sicut tetragoni l n ad quadratū p. Et hoc erat demōstrandū.





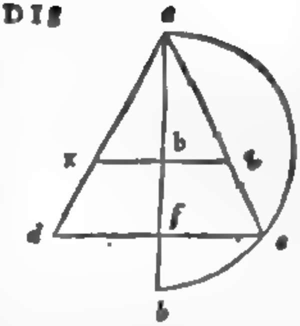






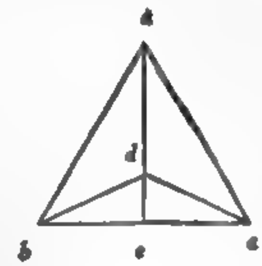
CORRELARIVM. Ex præmissis igitur manifestum est, quod perpendicularis ueniens à centro sphæræ ad pyramidem quatuor basium triangulariū atq; æquilaterarū circūscribentis ad quamlibet basin ipsius pyramidis, æqualis est sextæ parti diametri sphæræ.

cum



Cum enim cuncti trianguli pyramidẽ ambientes sint similes & æquales, erũt quoq; circuli ipsos circũscribentes æquales, ideoq; perdendiculares à centro sphæræ ad eosdem circulos in eorũ centra, erunt etiam æquales, perpendiculares autẽ cadentes ad circulos, sunt perpẽdiculares ad bases pyramidis, itaq; perpendiculares ad bases, sunt adinuicẽ æquales. Linea autẽ h f, est perpẽdicularis ad basin pyramidis a c d, quã h f quia constat ex prædictis esse sextã partem diametri a b, relinq̃tur ergo esse uerũ quod per correlariũ cõcluditur. Idem aliter demõstrare contingit, si prius hoc antecedẽs fuerit stabili ratiõe firmatũ.

In omni triangulo æquilatero linea descendens ab uno angulorũ eius orthogonaliter supra basin, tripla est ad perpendicularẽ quæ à centro circuli trigonũ ipsum circũscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.



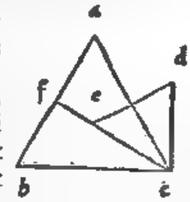
Sit enim triãgulus a b c, æquilaterus, sitq; d centrũ circuli ipsum circũscribentis, à quo ducantur lineæ ad singulos angulos, quas manifestũ est esse æquales, cum sint à centro circuli æd circũferentiam. Sint enim tria puncta a, b, c, in circũferentia circuli ipsum trigonũ circũscribentis, ptrahatur autẽ a d in continuũ & directum, quousq; obuiet lateri b c super punctũ e. Constat igitur ex 8 primi, q; angulus a d b est æqualis angulo a d c, ideoq; ex 13 primi angulus b d e, est æqualis angulo c d e. Quare per 4 primi, b e est æqualis e c, & anguli qui sunt ad e, recti. Itaq; d e perpẽdicularis est ad b c, ueniens à centro circuli circũscribentis trigonũ a b c, & a e perpẽdicularis est etiam ad b c, ueniens ab uno angulorũ prædicti trigoni. Dico ergo q; a e tripla est ad e d. Constat enim q; tetragonus qui fit ex d e in e b, æqualis est trigono b d c, tetragonus quoq; qui fit ex a e in e b, æqualis est trigono a b c. At quia trigonus a b c triplus est ad trigonum d b c, eritq; tetragonus qui fit ex a e in e b, triplus ad eum qui fit ex d e in e b. Cum igitur ex 1 sexti sit proportio tetragoni a e in e b ad trigonũ d e in e b, sicut a e ad e d, erit a e triplã ad e d. Quemadmodum proponitur.

Necesse est ergo ut perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni æquilateri super latus oppositum, transeat per centrum circuli trigonum ipsum circunscribentis.



Nunc itaq; quod promisimus absoluamus. Ad hoc autem imaginemur pyramidem quatuor basium triangulariũ atq; æquilaterarũ cuius una ex quatuor basibus eius sit trigonus a b c, circunscriptam esse à sphæra cuius centrum d, & protrahatur linea d e perpendicularis ad superficiem trianguli a b c, quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circũscribentis. Dico igitur lineam d e, esse sextam partem diametri sphæræ propositam pyramidem circũscribentis: producam enim lineam d c, & lineam c f perpendicularem ad lineam a b, quam c f ex proximo correlario constat transire per punctum e, & ex præmisso antecedente triplam esse ad e f. Constat autem ex 4 secundi quod secũdum quod quadratum diametri sphæræ cuius centrum d, est 16, & quadratum semidiametri d c, 9, ex correlario autem 11 tredecimi est quadratum b c, 24. & per 11 huius quadratum c f, 18. & per præmissam antecedens, quadratum c e, 8. Quia igitur ex penultima primi quadratum d c est æquale quadratis duarum linearum d e & e c, est autem quadratũ d c 9, & quadratum c e 8 prout quadratum diametri sphæræ est 16, relinquitur quadratum d e unum, prout quadratum diametri sphæræ est 16: itaque linea e d est unum, prout diameter sphæræ est 6, quod oportebat probare. Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis quod semidiameter sphæræ circunscribentis corpus 8 basium triangularium atq; æquilaterarũ tripla est in potentia ad perpendicularem à centro sphæræ circunscribentis ipsum, ad quamlibet suarum basium descendentem. Constat quidem quemadmodũ dictum est prius, quod cum omnes bases huius corporis sint æquales & similes, erunt circuli ipsas circũscribentes æquales, ideoq; perpendiculares a centro sphæræ in ipsorum circulorũ centra cadentes, erũt adinuicem æquales.

Cumq́ꝫ perpendiculares ad circulos basium, sint quoqꝫ perpẽdiculares ad bases, sequitur ut perpendiculares à centro sphæræ ad singulas bases, adinuicem sint æquales. Si ergo quod dicimus de perpẽdiculari ad unam suarũ basium probetur, relinquetur uerum esse quod proponitur. Sit itaqꝫ ut prius triangulus a b c una ex basibus octoedri circunscripti à sphæra cuius centrum d, & cætera quoqꝫ fiant ut prius. Cum igitur ex correlario 15 tredecimi, diameter sphæræ sit potẽtialiter dupla ad latus octoedri, sequitur ut latus octoedri sit potẽtialiter duplum ad semidiametrũ sphæræ, ideoq́ꝫ cum quadratum lineæ b c est 12, quadratum lineæ d c quæ est semidiameter sphæræ 6, ex 12 autem huius cum quadratũ b c est 12, quadratũ c f est 9. Et ex præmisso antecedẽte, quadratũ c e est 4. Itaqꝫ cum quadratũ d c quæ est semidiameter sphæræ est 6, quadratũ c e est 4. Et quia ex penultima primi quadratũ d c est æquale quadratis duarum linearũ c e & e d, sequitur ut quadratũ e d sit duo, prout quadratũ d e est 6. Constat ergo quod diximus.



Euclides ex Camp. Propositio 18

18 DVplum quadrati quod ex diametro sphæræ cubum circunscribentis describitur, æquum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoqꝫ quæ à centro sphæræ ad quamlibet ex superficiebus cubi producitur, medietati lateris cubi eiusdem æqualis esse ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Manifestum est enim ex correlario 14 tredecimi, quod diameter sphæræ cubum includentis, tripla est in potentia ad latus cubi. Cum igitur quadratum diametri sphæræ triplum sit ad quadratũ lateris cubi, duplum quadrati diametri sphæræ æquũ erit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi, sex quadrata quæ ex latere cubi in se producuntur, itaqꝫ duplum quadrati diametri sphæræ, æquum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars. Secundam autem partem, ex 18 & 19 & 4 undecimi libri facile probabis.

CORRELARIVM. Ex his ergo euenire necesse est, ut ex medietate lateris cubi in bisse quadrati producti ex diametro sphæræ ipsum cubum ambientis cubi soliditas producatur.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORUM, deputatus liber de regularium corporum proportione, traditore Hypsicle Alexandrino, ac Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, qui in ordine est decimusquartus.

Proœmium.

BAsilides Tyrius Protarche cum Alexandriam petijsset, patriq́ꝫ nostro ob Mathematicas disciplinas familiaris substitisset, cum eo, ipso pestilentiæ tempore diu uersatus est. Et quandoqꝫ discutiendo id quod ab Apollonio scriptum est de dodecahedri & icosahedri in eadem sphæra descriptorũ cõparatione, & quam inter se figuræ huiusmodi habeant rationem, uidebatur nanqꝫ Apollonius hæc rectè minime conscripsisse, ipsi uero enucleantes (quemadmodũ pater meus dicebat) perscripserant. Ego uero posterius alium comperi librum ab

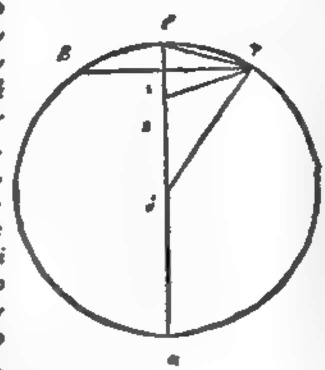
Apollonio conſcriptum, qui recte complectebatur eius quod obijciebatur demonſtrationẽ, gauiſi ſunt inquam illi ualde, in problematis indagatione. Ab Apollonio nanq; æditum uidetur cõmuniter conſiderare, nam ſic circumfertur. Quod uero à nobis rurſus laborioſe conſcriptum uiſum eſt, ea quæ ex cõmendatione deprehendi, tibi * diſcutienda eſſe cenſui, propter eam quæ in omnibus diſciplinis, & in Geometria præcipue promotionem, ut prompte ea quæ dicentur poſſis iudicare, tum propter beneuolentiam erga patrem, tum ob amorem erga nos. Benigne igitur audies ea quæ tibi trademus. Sed tempus iam eſto proœmio ſuperſedere, & conſtructionem exordiri.

προσφωνῆσαι dedicare

Eucli. ex Zamb. Theorema 1 Propoſitio 1

1 Camp. 1

Quæ ex centro alicuius circuli in pentagoni latus in eodem circulo deſcripti perpẽdicularis acta, dimidia eſt ſimul utriuſq; & eius quæ ex centro, & eius quæ decagoni in eodem circulo deſcripti.

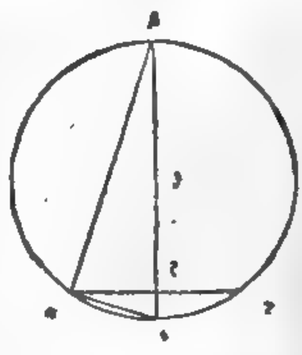


HYPSICLES ex Zamber. *Sit circulus α β γ, & in ipſo α β γ circulo latus pentagoni æquu lateri ſit β γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) centrum ipſius circuli, ſitq; δ, & in ipſam β γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ε, extendaturq; in rectas lineas ipſi δ ε recta linea α ε ζ. Dico quod ipſa δ ε dimidia eſt & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo deſcriptorũ. Connectantur enim δ γ, γ ζ, & ponatur ipſi ε ζ æqualis η ε, & ab ipſo η in γ connectatur η γ. Quoniam quincupla eſt totius circuli circũferentia ipſius β ζ γ circũferentiæ, & totius quidem circunferentiæ circuli dimidia eſt circunferentia α γ ζ, ipſius autem β γ ζ dimidia eſt ζ γ, igitur & circũferentia α γ ζ ipſius ζ γ circũferentiæ quincupla eſt. Quadrupla igitur eſt α γ ipſius ζ γ. Sicut autẽ α γ ad ζ γ, ſic qui ſub α δ γ angulus ad eum qui ſub ζ δ γ angulum: quadruplus igitur eſt qui ſub α δ γ, eius qui ſub ζ δ γ. Duplus autẽ qui ſub α δ γ, eius qui ſub ε ζ γ, duplus igitur eſt qui ſub ε ζ γ, eius qui ſub η δ ε. Eſt autem qui ſub ε ζ γ, ei æquus qui ſub ε η γ, duplus eſt igitur is qui ſub ε η γ, eius qui ſub η δ γ. æqualis igitur eſt δ η, ipſi η γ. Sed η γ ipſi ζ γ eſt æqualis: æqualis igitur eſt δ η ipſi ζ γ. Eſt autem η ε ipſi ε ζ æqualis: æqualis igitur eſt & ipſa δ ε, ſimul utriq; ε ζ γ. Cõmunis autem apponatur & ipſa δ ε. Vtraq; ſimul δ ζ γ, dupla eſt ipſius δ ε. Eſt autẽ δ ζ, æqualis quidem ipſius hexagoni lateri. At ζ γ æqualis ei quod decagoni. Igitur δ ε dimidia eſt & eius quod hexagoni & eius quod decagoni, in eodem circulo deſcriptorũ. Manifeſtum nempe eſt ex ijs quæ in tertiodecimo libro theorematibus, quod ex centro circuli in latus triãguli æquilateri perpẽdicularis acta, dimidia eſt eius quæ ex centro circuli.*

Eucli. ex Zamb. Theorema 2 Propoſitio 2

2

Idem circulus cõprehendit & dodecahedri quinquangulũ, & icoſahedri triangulum in eadem ſphæra deſcriptorũ.



HYPSICLES ex Zamb. *Hoc, inquam, ab Ariſteo deſcribitur in eo libro cuius index eſt quinq; figurarũ comparatio, ab Apollonio autem in ſecunda * traditione comparationis dodecahedri ad icoſahedrum, quod eſt ſicut dodecahedri ſuperficies ad icoſahedri ſuperficiem, ſic & ipſum dodecahedrum ad ipſum icoſahedrũ, quoniam ex centro ſphæræ in dodecahedri pentagonũ & in icoſahedri triangulum perpendicularis acta eadem eſt. Deſcribendũ quoq; à nobis eſt, quod idem circulus comprehendit & dodecahedri pentagonũ & icoſahedri triangulũ in eadem ſphæra deſcriptorũ. Hoc * deſcripto, ſi in circulo quinquangulũ æquilaterũ deſcriptum fuerit, quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ ſub binis pentagoni lateribus ſubtenſa eſt recta linea, quincuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus α β γ, & in ipſo α β γ circulo ſit latus pentagoni α γ, aſſumaturq; (per 1 tertij) ipſius circuli centrum & ſit δ, & in ipſam α γ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δ ζ, & extendatur in β, ε, & connectatur α β. Dico quod quæ ex β α, α γ, quadrata, quincupla ſunt eius quod ex δ ε quadrati. Connectatur α ε, igitur α ε decagoni eſt. Et quoniã β ε, ipſius δ ε dupla eſt.*

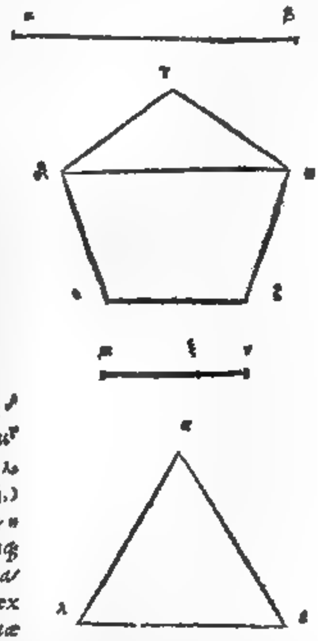
ἐκδόσει editione

Camp. 4

προγραφέντος

quadruplum

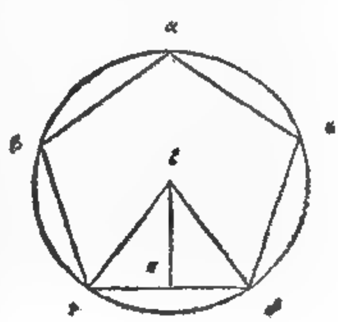
quadruplum igitur est quod ex β ε, eius quod ex δ ε. Ei aũt quod ex β ε, æqua sunt quæ ex ϐ α, α ε, quadrupla igitur sunt quæ ex ϐ α, α ε, eius ꝙ ex δ ε, quincupla igitur sunt quæ ex α ϐ, α ε, & δ ε, eius quod ex δ ε, quæ autẽ ex δ ε, ε α, æqualia ei quod ex α γ, quincupla igitur sunt quæ ex ϐ α, quod ex δ ε. Hoc ostenso, demonstrandum est quod circulus idem comprehendit & dodecahedri pentagonũ, & icosahedri pentagonum, & icosahedri triangulum, in eadem sphæra descriptorum. Exponatur ipsius sphæræ diameter α β, & in eadem sphæra describatur dodecahedrum & icosahedrũ. & sit unũ quidẽ dodecahedri pentagonũ, γ δ ε ζ η, icosahedri uero triãgulũ, esto κ λ θ. Dico quod quæ ex cẽtris circulorum qui circum ipsa, sunt æquales, hoc est quod idem circulus cõprehẽdit & quinquangulum γ δ ε ζ η, & ipsum κ λ θ triangulum. Connectatur δ, η. Cubi igitur latus est δ η, (per 17 decimitertij & eius correlarium.) Exponatur autẽ quædã recta linea μ ν, ut quincuplum sit quod ex α β, eius quod ex μ ν. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potẽtia quincupla eius quæ ex centro circuli à quo icosahedrũ describitur, est igitur μ ν, ea quæ ex cẽtro circuli à quo icosahedrũ describitur. Secetur (per 30 sexti) μ ν extrema & media rõne in ξ, sitq; maius segmentum μ ξ. decagoni igitur ipsius circuli est ipsa μ ξ (per 9 decimitertij.) Et quoniã quod ex α β, eius quod ex μ ν quincuplum est, triplum autem quod ex ϐ α eius quod ex δ η (per correlarium 15 decimitertij, tria igitur quæ ex δ η æqua sunt quinque quæ ex μ ν. Sicut aũt tria quæ ex δ η ad quinq; quæ ex μ ν, sic tria quæ ex γ η, ad quinque quæ ex μ ξ, tria igitur quæ ex γ η, quinque quæ ex μ ξ sunt æqualia. Quinque autem quæ ex κ λ, quinq; quæ ex μ ν & quinq; quæ ex μ ξ, sunt æqualia (per 10 decimitertij.) Quinque igitur quæ ex κ λ, æqua sunt tribus quæ ex δ η, & tribus quæ ex γ η. Sed tria quidem quæ ex δ η, & tria quæ ex γ η, sunt æqualia decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex centro circuli ipsi γ δ ε ζ η, pẽtagono circũscripti, patuit namque, quod ex δ η una cũ eo quod ex γ η, quincuplum est eius quod ex ea quæ ex centro circũscripti ipsi γ δ ε ζ η pentagono. Quinque autem quæ ex κ λ, æqualia sunt decẽ & quinq; eis quæ ex ea quæ ex cẽtro circuli ipsi κ θ λ triãgulo circunscripti, patuit æquidem (per 12 decimitertij) ꝙ quod ex κ λ, triplum est eius quod ex ea quæ ex centro circuli ipsi κ λ θ triangulo circũscripti. Quindecim igitur quæ ex ea quæ ex centro, æqua sunt eis quindecim quæ ex ea quæ ex centro, unum igitur ꝙ ex ea quæ ex centro, æquũ est uni eorũ quod ex ea quæ ex centro, dimetiens igitur, ipsi diametro est æqualis. Idem igitur circulus comprehendit & ipsius dodecahedri, quinquangulum, & ipsius icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum.



Eucli. ex Zamb. Theorema 3 Propositio 3

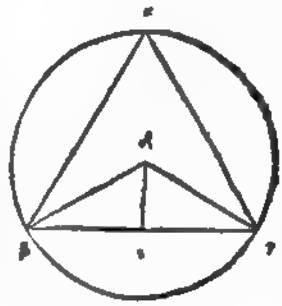
3 Si fuerit pentagonum æquilaterum & æquiangulum, & circum ipsum circulus, & ex centro perpendicularis in unum latus acta fuerit, quod trigesies sub uno laterum & perpendiculari, æquum est ipsius dodecahedri superficiei.

HYPSICLES ex Zamb. *Esto pentagonum æquilaterum & æquiangulum α ϐ γ δ ε. & circũ quinquangulum sit (per 14 quarti circulus) & capiatur (per 1 tertij centrũ) sitq; ζ, & ab ipso ζ, in γ δ, perpendicularis agatur (per 12 primi) ζ η. Dico ꝙ quod sub γ δ, η ζ, trigesies, æquũ est duodecim pẽtagonis quæ α β γ δ ε. Connectantur γ ζ, ζ δ. Quoniã quod sub γ δ, η ζ, duplũ est ipsius triãguli γ δ ζ, quod igitur quinquies sub γ δ, ζ η, decem triangula sunt æqualia, Decem uero triangula, bina sunt quinquangula, & omnia sexies, quod igitur trigesies sub γ δ, η ζ, decem quinquangulis æquũ est. Duodecim autem quinquangula sunt ipsius dodecahedri superficies. Quod igitur trigesies sub γ δ, ζ η, æquũ est ipsius dodecahedri superficiei.* Similiter quoque demonstrabimus quod & si fuerit triãgulum æquilaterum sicut α ϐ γ, & circum ipsum circulus, & centrũ circuli δ, perpendicularis uero δ ε, quod trigesies sub ϐ γ, δ ε, æquum est ipsius icosahedri superficiei. Quoniam enim rursus quod sub δ ε, β γ, duplum est ipsius δ β γ, bina igitur triangula æqua sunt ei quod sub δ ε, β γ, & omnia ter. Sex igitur triãgula δ ϐ γ, æqua sunt tribus eis quæ sub δ ε, ϐ γ. Sex autem triangula δ β γ, æqua sunt binis α ϐ γ, Tria igitur quæ sub δ ε, ϐ γ, æqualia sunt duobus



α β γ. Et omnia decies. Quod igitur trigesies sub δ ε, β γ, æquũ est uiginti triangulis α β γ. hoc est ipsius icosahedri superficiei. Quare erit sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic quod sub γ δ, ζ ε, ad id quod sub β γ, δ ε.

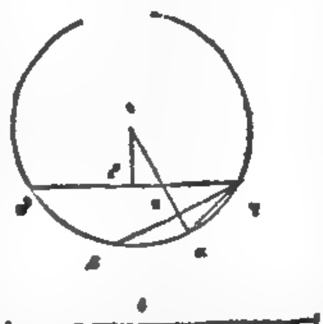
CORRELARIVM. Ex hoc nempe manifestum est, quod sicut ipsius dodecahedri superficies ad ipsius icosahedri superficiẽ, sic quod sub latere pentagoni & sub ea quæ ex centro circa quinquangulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, ad id quod sub latere icosahedri & sub ea quæ ex centro circa triangulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, in eadem sphæra descriptorum icosahedri & dodecahedri.



Camp. 8 Eucl. ex Zamb. Theorema 4 Propositio 4

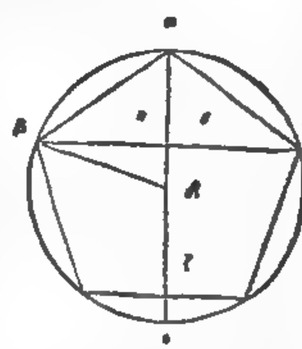
4 Hoc demonstrato ostẽdendum est, quod erit ut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic cubi latus ad icosahedri latus.

HYPSICLES ex Zamb. Exponatur (per 2 theorema) circulus cõprehendens & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorũ, sitq; δ β γ. & in ipso δ β γ. describatur trianguli æquilateri latus γ δ, quinquanguli uero α γ. & assumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & sit ε, & ab ipso ε, in ipsas δ γ, γ α, perpendiculares excitentur ε ζ, ε η, & extendatur in rectas lineas ipsi ε η recta linea η β, & cõnectatur β γ, ponaturq; cubi latus η θ. Dico quod est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic est θ, ad γ δ. Quoniam enim utraque simul ε β γ extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est β ε, (per 9 decimitertij.) & est quidem utriusque simul ε β γ dimidia ε η. (per 1 decimiquarti,) ipsius autẽ β ε dimidia est ε ζ, & ipsa igitur ε η extrema & media ratione diuisa, maius segmentum est ε ζ. Est autẽ & ipsius θ extrema & media ratione diuisæ maius segmentum γ α, sicut in dodecahedro ostẽsum est, sicut igitur θ ad γ α, sic ε η ad ε ζ, æquũ igitur est quod sub θ, ζ ε, et quod sub γ α, ε η. Et quoniã est sicut θ ad γ δ, sic quod sub θ, ε ζ, ad id quod sub γ δ, ζ ε, et autem quod sub θ, ε ζ, æquũ est quod sub γ α, η ε, & sicut igitur (per 11 quinti) θ ad γ δ, sic quod sub γ α, η ε. & ad id quod sub γ δ, ζ ε, hoc est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic θ ad γ δ.



Camp. 8 Aliter ostendere, quod est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic est cubi latus ad icosahedri latus sic descripti,

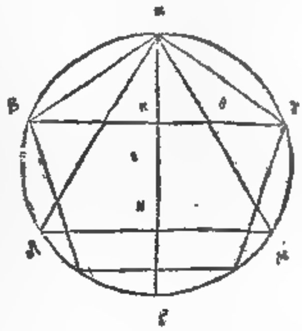
Esto circulus α β γ, & in ipso circulo α β γ. describantur quinquanguli æquilateri latera α β, α γ, & cõnectatur β γ, assumaturq; (per 1 tertij) centrum ipsius circuli, & sit δ, & ab ipso α in δ cõnectatur recta linea α δ, & extendatur in rectas lineas ipsi α δ recta linea δ ε, ponaturq; ipsius α δ, rectæ lineæ dimidia δ ζ, & η γ, ipsius ε θ, esto tripla. Dico quod sub α ζ, β θ, æquum est ipsi quinquangulo. Ab ipso enim β, in δ connectatur β δ. Quoniam dupla est α δ, ipsius δ ζ, hemiolia igitur est α ζ ipsius α δ. Rursus quoniam tripla est η γ ipsius γ θ, dupla est η θ ipsius θ γ, hemiolia igitur est η γ, ipsius θ η. Sicut igitur ζ α ad α δ, sic γ η ad η θ, æquum igitur est quod sub α ζ θ η, et quod sub δ α, γ η. Ipsa autẽ γ η, ipsi β η est æqualis. quod igitur sub α δ, β η, æquum est ei quod sub α ζ, θ η. Quod autem sub α δ, β η, bina sunt triãgula sicut α β δ, & quod igitur sub α ζ, η θ, bina sũt α β δ, quinq; igitur quæ sub α ζ, η θ, decem sunt triãgula, Decẽ uero triangula, bina sunt pentagona, quinq; igitur quæ sub α ζ, η θ, binis pentagonis sunt æqualia. Et quoniam dupla est η θ ipsius θ γ, quod sub α ζ η θ, duplum est eius quod sub α ζ, θ γ. Duo igitur quæ sub α ζ, γ θ, æqua sunt uni quod sub α ζ, θ η. Et omnia quinquies. decem igitur quæ sub α ζ θ γ, æqualia sunt quinque quæ sub α ζ, η θ, hoc est binis pentagonis, quare quinq; quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt uni quinquangulo. Quinquies autem quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt ei quod sub α ζ, θ β, quoniam quincupla est θ β ipsius θ γ, & commune fastigium est α ζ. quod sub α ζ, β θ, igitur æquum est uni pentagono.



Hoc demonstrato, nunc exponatur circulus comprehendens & dodecagoni pentagonum & icosahedri triangulum, in eadẽ sphæra descriptorũ.

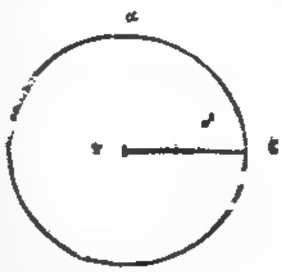
Describantur in ipso circulo α β γ, pentagoni æquilateri latera, β α, α γ, & connectatur β γ. & assumatur centrum circuli

circuli, & sit ε, & ab ipso α in ε connectatur αε, & extendatur αε in ζ. Et sit αε ipsius εη dupla. tripla autem ηγ ipsius γθ. Et ab ipso η, ipsi αζ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) ημ, & extēdatur in rectas lineas ηδ ipsi ημ, triāguli ergo æqlateri est δμ. Cōnectātur ipsæ αδ, αμ, æquilaterū igitur est ipsum αδμ triāgulū. Et quoniā quod sub αη, θϐ, æquū est ipsi quinquāgulo, quod autem sub αηδ, æquum est ipsi αδμ triāgulo, est igitur sicut quod sub αη, θϐ, ad id quod sub δηα, sic quinquangulū ad triangulū. Sicut autem quod sub ϐθ αη, ad id quod sub δηα, sic ϐθ ad δη. Et sicut igitur (per 11 quinti.) duodecim βθ, ad uiginti δη, sic duodecim quinquangula ad uiginti triāgula, hoc est dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Et duodecim quidē ϐθ, sunt decem βγ, nā ipsa βθ, ipsius αγ, quincupla est, & ϐγ ipsius γθ sexcupla est. Sex igitur βθ, sunt æquales quinque βγ, & duplicia, uiginti uero δη, decem sunt δμ, dupla namq; est δμ, ipsius δη. Sicut igitur decem βγ ad decē δμ, hoc est sicut ϐγ ad δμ, sic dodecahedri superficies ad icosahedri, superficiē, & βγ, quidē cubi est latus δμ ipsius icosahedri, & sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic βγ ad δμ, hoc est cubi latus ad icosahedri latus.



Ostendendum iam, quod (recta linea sexta extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quod à maiori segmēto, ad potentem quod à tota & minori segmento, talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus.

Esto circulus αβ comprehendens & dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, capiaturq; (per 1 tertij) centrū circuli & sit γ, & extēdatur quædam ab ipso γ utcūq; recta linea βγ, seceturq; (per 30 sexti) extrema & media ratione in δ, & maius segmentū sit γδ. Decagoni igitur est latus ipsa γδ, in eodē circulo descripti. Exponatur icosahedri latus & sit ε, dodecahedri uero, & sit ζ, cubi autē, & sit η, Igitur ε, triāguli latus est æquilateri, & ζ, pētagoni in eodem circulo descripti, & ζ ipsius η, extrema & media ratione diuisæ maius est segmentū. Et quoniam ε æqualis est ipsi æquilateri trianguli lateri, trianguli autem æquilateri latus (per 12 decimitertij) potētia ipsius ϐγ, triplum est: triplū igitur est quod ex ε, eius quod ex ϐγ. Sunt autem & quæ ex βγ, βδ, eius quod ex γδ tripla. Sicut igitur quod ex ε, ad id quod ex γϐ, sic sunt quæ ex γβ, ϐδ ad id quod ex γδ, & uicissim (per 16 quinti) sicut igitur quod ex ε ad ea quæ ex γϐ, ϐδ, sic quod ex γϐ, ad id quod ex γδ. Sicut autē quod ex ϐγ ad id quod ex γδ, sic est quod ex η ad id quod ex ζ, maius, nāq; est segmentū ζ, ipsius η. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex ε ad ea quæ ex γϐ, ϐδ, sic quod ex η ad id quod ex ζ, & uicißim (per 16 quinti.) Ac conuersim, sicut igitur quod ex η ad id quod ex ε, sic quod ex ζ, ad ea quæ ex γϐ, ϐδ. Et autem quod ex ζ. æqua sunt quæ ex ϐγ δ, quinquanguli nāque latus (per 16 decimitertij) potest & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex η ad id quod ex ε, sic quæ ex βγ, γδ, ad ea quæ ex γδϐ. Sicut autē quæ ex ϐγδ ad ea quæ ex γδϐ, sic (recta linea extrema & media ratione diuisa quacunq;) potens quod ex tota & ex maiori segmēto, ad potentem quod ex tota & ex minori segmento, & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex η ad id quod ex ε, sic (recta linea quacūque extrema & media ratione diuisa) potens id quod ex tota, & ex maiori segmento, ad potentem id quod ex tota & minori segmento. Est autem η, latus cubi, & ε icosahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione secta fuerit, erit sicut potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentū, sic cubi latus ad icosahedri latus in eadem sphæra descriptorum.



ε cubi latus

ζ dodecahedri

η icosahedri

Ostendendum iam nunc est, quod sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri solidum ad icosahedri solidum.

Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, in sphæris autem æquales circuli æqualiter distāt à cētro (à cētro nāq; sphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales sunt, & in centra circulorum cadunt) quare à centro sphæræ in centrum circuli comprehendentis & icosahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales sunt, perpendiculares, inquā: æqualiter igitur fastigiatæ sunt pyramides habentes bases dodecahedri pentagona, & bases habētes icosahedri triangula. Aequalis autem fastigij pyramides, adinuicem sunt sicut bases (per 5 duodecimi) Sicut igitur quinquangulum [illegible], id est æque altæ

quangulum ad triangulum, sic pyramis cuius basis quidem est dodecahedri pentagonum, uertex autem centrum sphæræ, ad pyramida basin quidem habentem triangulum, uerticem autem centrum sphæræ. Et sicut igitur (per undecimam duodecimi pentagona ad uiginti triangula, sic duodecim pyramides pentagona bases habẽtes, ad uiginti pyramides triangula bases habentes. Et duodecim pentagona, sunt dodecahedri superficies, & uiginti triangula, icosahedri sunt superficies. Est igitur sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic duodecim pyramides pẽtagona bases habentes, ad uiginti pyramides triangula bases habẽtes. Suntq; duodecim quidẽ pyramides pentagona bases habentes, solidũ ipsius dodecahedri, uiginti autem pyramides triangula bases habentes, solidum sunt icosahedri. Et sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic solidum dodecahedri, ad solidum icosahedri. Sicut autem superficies dodecahedri ad solidum icosahedri, sic patuit esse cubi latus ad icosahedri latus. Et sicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icosahedri latus, sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri & quæ sequuntur.

Quod si binæ rectæ lineæ extrema & media ratione sectæ fuerint, in proportione sunt subiecta, sic ostendemus.

Secetur enim (per 30 sexti) α β, recta extrema & media ratione in γ, maius autem segmentum eius sit α γ, similiter quoq; & δ ε (per 30 sexti) extrema & media ratione secetur in ζ, & maius segmentum eius esto δ ζ. Dico quod est sicut tota α β ad maius segmentum ipsius α γ, sic tota δ ε ad maius segmentum ipsius δ ζ. Quoniam etenim quod sub α β γ æquum est ei quod ex α γ, quod aũt sub δ ε ζ æquũ est ei quod ex δ ζ, est igitur sicut quod sub α β, β γ, ad id quod ex α γ, sic quod sub δ ε, ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et sicut quod quater igitur sub α β γ, ad id quod ex α γ, sic quod quater sub δ ε ζ, ad id quod ex δ ζ. Et componendo (per 18 quinti) sicut quod quater sub α β γ una cum eo quod ex α γ, ad id quod ex α γ, sic quod quater sub δ ε ζ, una cum eo quod ex δ ζ, ad id quod ex δ ζ. Quare & sicut quod ex utraque ipsius δ ε ζ, simul ad id quod ex δ ζ, & longitudine, sicut utraq; simul α β γ ad α γ, sic utraque simul δ ε ζ ad δ ζ. Componendo (per 18 quinti) sicut utraque α β γ, una cum α γ ad α γ, sic utraque δ ε ζ, una cum δ ζ ad ipsam δ ζ, hoc est binæ δ ε ad δ ζ, & antecedentium dimidia, hoc est sicut α β ad α γ, sic δ ε ad δ ζ. In antiquissimo codice sic. Quare & sicut quod ex utraque simul α β γ ad id quod ex α γ, sic quod ex utraque simul δ ε ζ ad id quod ex δ ζ. & longitudine sicut utraque simul α β γ una cum α γ hoc est binæ α β ad α γ sic utraque simul δ ε ζ, una cum δ ζ, hoc est binæ δ ε ad δ ζ, & dimidia sicut α β ad α γ, sic δ ε ad δ ζ.



Hoc demonstrato quod (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore segmento, ad potentem quod ex tota & ex minori segmento, talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus, hoc etiã demõstrato quod sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ in eadem sphæra descriptorum, & hoc quoque percepto quod sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic ipsum dodecahedrum ad icosahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehenduntur & ipsius dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum, manifestum est quod si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrum fuerint descripta rationem habebunt (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) sicut potens quod ex tota & quod ex maiori segmento, ad potentem quod ex tota & minori segmento. His omnibus nobis notis, patet quod si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrum inscripta fuerint, rationem habebunt, sicut (recta linea diuisa extrema & media ratione) potens totam & maius segmentum, ad potentem totam & minus segmentum. Quoniam enim est sicut dodecahedrum ad icosahedrum, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, hoc est cubi latus ad icosahedri latus, sicut autem cubi latus ad icosahedri latus, sic (recta linea quacunque extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum, ad potentẽ totã & minus segmẽtum, sicut igitur dodecahedrum ad icosahedrum in eadem sphæra descriptũ, sic (recta linea quacũq; extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentum.

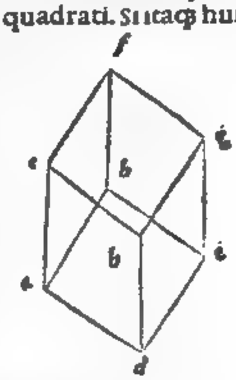
DECIMIQVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE facile principis, ex traditione Campani, Geometricorum Elementorum Liber decimusquintus.

Eucli. ex Camp. *Propositio 1*

1 INtra propositum cubum, corpus habēs quatuor bases triangulas æqualiū laterum designare.

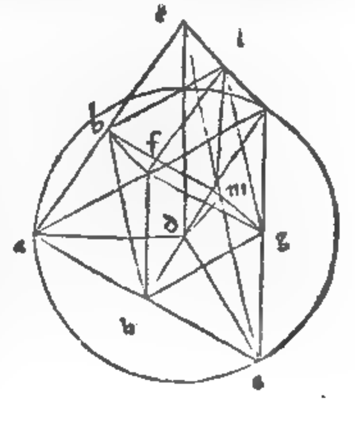
CAMP. Sit cubus cuius basis est quadratū a b c d, suprema uero eius superficies quadratū e f g h. Ipsum autē hac arte fabricare cōueniet Quadrato basis secūdū quālibet lineā ex 45 primi descripto, super singulos angulos eius ex 12 undecimi catheti secūdū mēsurā lateris ipsius quadrati erigātur, quos ex 6 undecimi cōstat esse æquidistantes. Quinq; ergo eorū bini & bini, coraustis eis imposit æquidistātēr lateribꝰ quadrati cōtinuētur, Cōstat igitur esse cōpositū cubū, nā quatuor eius laterales superficies sunt quadratæ ex 33 primi & ex 34 eiusdē & diffinitione quadrati: de suprema aūt superficie manifestū est quoq; φ ipsa est quadrata ex 9 immo 14 undecimi, & hac cōi sciētia quæ æqualibus sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia, & ex diffinitione quadrati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basiū triāgulariū & æqlaterarū inscribere, in basi & eius superficie suprema protrahātur duæ diametri quarū una cōtinuet duas extremitates infimas duorū cathetorū, & alia cōtinuet supremas aliorum duorum quas animo intelliges esse a c & h f, dehinc à duobus punctis h & f terminātibus diametrū superficiei supremæ, demitte hypothenusaliter binas & binas diametros quæ quatuor laterales sūpficies diuidant, quas imaginaberis esse ab h quidē a h & h c, at uero ab f f a & f c. Has aūt diametros in hac plana figura protrahere contempsi, ne multitudo lineariū confunderet intellectū. Si igitur figurā hanc ut oportet, actu uel animo cōpleueris uidebis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidētibus, pyramidē quatuor basiū triangulariū esse perfectā, quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam, huius autem pyramidis bases æquilateras esse cōstat, eo quod ex 4 primi omnes istæ sex diagonales sunt adinuicem æquales.



Eucli. ex Camp. *Propositio 2*

2 INtra datum corpus habens quatuor bases triangulas atque æquilateras, corpus octo basium triangularium æqualium laterum distinguere

CAMP. Si intra pyramidē quatuor basium triangularium & æquilaterarum, octoedrō libeat inscribere, prius cōuenit pyramidem ipsam fabricare quæ ratione certa hoc modo componitur. Statuatur secundum cuiuslibet lineæ quantitatem trigonus æquilaterus qui sit a b c, cui circunscribatur circulus supra centrū d, & exeat d e perpendicularis ad superficiē ipsius trigoni ex 12 undecimi, quæ ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circunscribentis trigonum a b c, & à puncto cadant tres hypothenusæ super tria pūcta a, b, c. Est itaque completa pyramis quatuor basium trilaterarū & æquilaterarū, protrahatur enim



d a d b,d c. Cum igitur anguli quos cõtinet linea e d cum singulis lineis d a,d b,d c. sint recti ex diffinitiõe perpendicularis ad superficiẽ cũq; quadratũ lineæ e d sit ex hypothesi duplũ ad quadratum semidiametri circuli a b c,erit ex penultima primi quadratum uniuscuiusq; trium hypothenusarũ linearũ e a,e b,e c triplũ ad quadratũ semidiametri circuli a b c. Sed ex 1 tredecimi quadratum quoq; cuiusq; triũ laterum triãguli a b c,triplũ est ad quadratũ semidiametri eiusdẽ circuli,igitur omnia latera statutæ pyramidis sunt adinuicẽ æqualia,quare ipsa est æquilaterarũ basiũ. Cũ itaq; sibi octoedron includere uoluerimus,diuidemus unũquodq; s. x laterũ eius in duo medio æqualia,& cõtinuabimus mediũ punctũ cuiusq; laterum mediis pũctis cũctorũ reliquorũ laterũ cũ quibus ipsum cõtinet & angulũ superficialẽ:uerbi gratia,diuidã latera basis in punctis f,g,h,& hypothenusas cadẽtes ab e.in pũctis k,l,m,& cõtinuabo pũctũ f: cũ pũcto g & cũ h & cũ k & cũ l,pũctũq; m,cũ eisdem g,h k,l,& g,cũ l,& k,cum eisdẽ h & l. Ecce itaque perfectum est corpus octo basium triangularium iis duodecim lineis media puncta laterum fabricatæ pyramidis iungentibus contentũ. Has autẽ octo bases ex 4 primi quoties oportet repetita æquilateras esse manifestum est,ipsum quoq; corpus statutæ pyramidi ex diffinitione inscriptum,quemadmodum iussi eramus efficere.

Eucli. ex Camp. Propositio 3

3 INtra cubum assignatum figuram octo basium triãgularium æqualium laterum constituere.

CAMPA. Cubo intẽdimus inscribere octoedron. Qualiter autẽ cubũ componere oporteat in prima huius sufficiẽter dictũ est. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor basiũ triãgulariũ & æqualiũ laterũ in eo ex prima huius designetur ac intra ipsam pyramidẽ ex præmissa octoedrõ distiguatur,quo facto. simul etiã factũ erit q; uolumus. Cõstat enim ex ratiocinatiõe primæ,latera cũcta ipsius inscriptæ pyramidis esse diagonos basiũ cubi,& ex ratiocinatiõe præmissæ liquet cũctos ãgulos octoedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis,quare manifestũ est omnia angularia pũcta huius octoedri esse in basibus assignati cubi Igitur ex diffinitione habemus ꝓpositũ. Aliter idẽ. Cẽtris cũctarũ basiũ cubi queadmodũ in 9 quarti fit, repertis,a cẽtro supremæ sup̃ficiei eius ad cẽtra quatuor lateraliũ superficierũ quatuor hypothenusas demitte,& a cẽtro infimæ & ad earũdẽ lateraliũ sup̃ficierũ cẽtra quatuor alias hypothenusas eleua,cẽtra quoq; quatuor lateraliũ quatuor rectis lineis cõtinua,ita uidelicet q; cẽtra earũ tãtũ quæ inuicẽ secãt cõtinues. Verbi gratia,iũges cẽtrũ anteriorũ cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro sinistræ cẽtrũ quoq; ultimæ iũges cũ eisdẽ,hoc est cũ cẽtro dextræ & cũ cẽtro sinistræ. Habes itaq; corp. octo basiũ triãgulariũ iis 12 lineis quæ cẽtra sup̃ficierũ cubi cõtinuãt,cõplexũ. Si igitur has bases æqlateras esse pbare uolueris,a centris basiũ cubi ad cũcta perpẽdiculares ꝓtrahe,quas necessariũ est omnia latera ipsius cubi per æqualia diuidere ex secunda parte 3 tertii. Quod planum erit. si unicuique basium cubi circulũ circunscripseris.atque ideo binas & binas super idẽ pũctum in lateribus basium cubi constat concurrere,easque ex secunda parte 3 tertii patet adinuicẽ esse æquales,& æquidistãtes lateribus cubi ex secũda parte 15 primi,ideoq; etiã singulas esse æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 14 undecimi manifestũ est binas & binas earũ super idẽ latus cubi in medio eius pũcto cõcurrẽtes rectum angulũ continere.eo q; oẽs sup̃ficies cubi sunt quadratæ. Quia igitur illæ 12 lineæ cẽtra superficierũ cubi cõtinuãtes quæ & angulis quos hæc lineæ super media puncta laterũ cubi cõcurrẽtes binæ & binæ cõtinẽt subtẽduntur,ipsæ erũt ex 4 primi uel etiã si mauis ex penultima primi adinuicẽ æquales. Ergo est in proposito cubo designatũ corpus octo basiũ triãgulariũ & æquilaterarũ,quod oportebat facere. Eucli. ex Camp. Propositio 4

4 INtra datum corpus octo basium triangularium atque æquilaterarum cubum figurare.

CAMP. Nõ dubites quin corpus octo basiũ triãgulariũ atq; æquilaterarũ certo dogmate fabricabis hoc modo Qualibet recta linea sup aliquod planum suritum orthogonaliter erecta eã per æqualia diuide & a pũcto eius medio duas lineas hinc inde perpendiculares extrahe quæ cõponant lineã unã,eruntq; hæ duæ lineæ seinuicẽ secãtes uidelicet prima quæ super positũ planũ est orthogonaliter erecta, & alia quæ ipsam super eius mediũ pũctũ orthogonaliter secat in eadẽ superficie sitæ sunt per primã partẽ 1 undecimi. Ad superficiẽ igitur in qua ipsæ sitæ sunt super cõem

punctũ

puncti sectionis earũ (quẽadmodũ 11 docet undecimi) ppẽdicularẽ erige quã facias eãdẽ superficiẽ in utrãq; partẽ penetrare, & pone cunctas sex portiões harũ triũ linearũ a pũcto in quo seinuicẽ secãt æquales, sic enim quælibet quãlibet per æqualia & orthogonaliter diuidet, ita q cũ sint tres quæq; duæ earũ salutiferæ crucis uenerãdũ signum ad angulos rectos cõtinebũt. A supremo igitur erectæ lineæ super positũ planum puncto quatuor hypothenusas ad extremitates duarũ linearũ ipsam secantiũ demitte deinde ab infimo eiusdẽ erectæ pũcto, quatuor alias hypothenusas ad easdẽ duarũ secantiũ linearũ extremitates eleua. postremo quoq; harũ hypothenusarum extremitates quatuor rectis lineis quadratũ cõtinentibus cõtinua. Erũt enim hæ duodecim lineæ uidelicet quatuor hypothenusæ a supremo pũcto erectæ perpendicularis descendentes quatuorq; postremæ ab eius infimo puncto sursum eleuatæ, & reliquæ quatuor lineæ harũ hypothenusarũ extremitates cõtinuãtes, ex penultima primi sine nugationis peccato pluries repetita adinuicẽ æquales quare cõstat corpus ab eisdem terminatũ octo basibus triangularibus æquilaterisq; cõtineri. Si igitur huic corpori cubũ inscribere delectat, cẽtra octo triãgulorũ ipsum ambientiũ inuenire ex 5 quarti labora, eaq; reperta 12 lineis rectis hac lege cõtinua, ut centrũ cuiusq; horũ triãgulorũ cũ centro cuiusq; triũ ad ipsius latera terminatorũ, per rectã lineã copuletur. Nõ est autẽ huius reidemõ figurã in plano depingere ideoq; restat, ut quod dicitur mẽte cõcipias, ipsumq; si placet actu & opere cõpleas. Videbis enim 12 lineas horũ triãgulorũ cẽtra posita lege cõtinuãtes cubũ cõtinere. quẽ restat ut æquilateris rectãgulisq; supficiebus demõstres esse cõclusum, non enim erit cubus, nisi oẽs eius supficies sint quadratæ. Ducito ergo a quolibet angulo trigonarum superficierũ octoedri perpendicularẽ ad latus illi angulo oppositũ, has autẽ perpẽdiculares ex 1 quartidecimi cõstat adinuicẽ æquales, & diuidere latera quibus ppẽdiculariter insistũt per æqualia, ideoq; binas & binas super 1 ẽ punctum lateris cu. superstãt cõuenire. Easdẽq; cõstat ex hisq; quæ in 17 quartidecimi demonstrata sunt trãsire per cẽtra triãgulorũ. ideoq; per extremitates laterũ inclusi corporis trãsire, ac eorum portiones quæ intra cẽtra trigonorum & latera ipsorũ intercipiũtur ex iis etiam quæ in eadẽ demõstrata sunt cõstat esse æquales. angulos quoq; ab iis perpendicularibus binis coeuntibus cõtẽtos: ex primi patet esse æquales. Et quia hæ perpendiculares, suæq; portiões inter cẽtra & latera interceptæ eosdẽ angulos ambiũt, erunt quoq; anguli quos lineæ a cẽtris trigonorũ ad latera perpẽdiculariter cadẽtes binæ & binæ cõtinẽt adinuicẽ æquales. Cumq; latera illius corporis de quo disputamus, hos angulos subtẽdunt, sequitur ex 4 primi frequẽter sumpta corpus inclusum esse æquilaterum. At quoq; rectãgulũ. Protrahãtur enim diagoni in singulis superficiebus, hos diagonos ex 4 primi oẽs adinuicẽ æquales esse cõuinces mediãtibus angulis æqualibus perpẽdicularibus per ipsarum diagonorum extremitates trãseuntibus cõtentis, si prius hos angulos ex 4 primi æquales sibi inuicẽ esse probaueris. Cum igitur diameter tetragonarum basiũ corporis huius sint adinuicẽ æquales, latera quoq; earundẽ basiũ æqualia, necesse est ex primi multoties repetita ipsas tetragonas bases esse æquiãgulas. At quia ex 32 primi oẽs ãguli cuiusq; earũ sunt æquales quatuor rectis, sequitur eas esse rectãgulas. itaq; ex diffinitiõe quadrati ipsæ sunt quadratæ. Igitur inscriptum corpus manifestũ esse cubum, si ut intẽdimus. *Eucli ex Camp. Propositio 5*

5 PYramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarũ, assignato corpori octo basiũ triãgulariũ quoq; atq; æquilaterarũ inscribere. CAMP. Assignato corpori octo basium inscribe sedm præcepta præmissæ cubum, cuboq; inscripto inscribe (ut docet prima huius) pyramidẽ qualis proponitur. Cum igitur huius pyramidis anguli sint etiã anguli cubi, quemadmodũ ex demõstratione primæ manifestum est: cuncti autẽ anguli cubi sint ex præmissa in superficiebus assignati octoedri erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam iubemur inscribere, quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod quæritur. *Eucl. ex Camp. Propositio 6*

6 INtra datum corpus uiginti basium & æqualium laterum, corpus duodecim basium pentagonalium æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter componere.

CAMPA. Corpus 12 basium non docemus hic fabricare. quoniam ex 15 tredecimi qua conueniat arte hoc fieri, satis euidens est. Eo igitur ut ibi docetur composito ut sibi

corpus 12 basium pentagonarum atque æquilaterarum includere delectat, hac uia pro
cedendum est. Manifestum enim est 20 triãgulos, 60 superficiales angulos habere, & quia
ad constitutionẽ uniuscuiusq; solidi anguli corporis icosedri quinque superficiales cõ
ueniunt, sicut ex demonstratione 15 tredecimi colligitur, cõstat illud corpus duodecim
solidis angulis cõpleri. Inuentis igitur ut in antepræmissa cẽtris cunctorum triangulo
rum totum icosedron terminantiũ, ea 30 rectis lineis cõtinua, ita q; cuiusq; cẽtrũ centris
omniũ circumiacentiũ cum quibus cõmunicat in latere per rectas lineas iũgas. Cũ ergo
hoc feceris, uidebis ex illis 30 in eis duodecim pẽtagonos cõstitui 12 angulis solidis dati i-
cosedri oppositos. hos itaq; pẽtagonos queadmodũ in antepræmissa fecisti de basibus
cubi, æquilateros esse probabis. Necesse est enim, ut quorũlibet triangulorum duorũ
idem latus habentiũ, centra eodẽ spatio distent, restat ergo ut eos etiã æquiãgulos esse
syllogises. Manifestũ est autem ex ratiocinatione 16 tredecimi, datum corpus uiginti ba
sium ab eadem sphæra cuius diameter est tanquam diameter huius corporis uidelicet
linea quæ duos eius angulos oppositos cõtinuat, esse circunscriptile. Si igitur hæc dia-
meter per mediũ secetur, pũctus sectiõis erit centrum sphæræ circunscribẽtis. Ab eo ita
que ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex 11 undecimi ducito,
& a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint, ad singulos eorum angulos re-
ctas lineas dirigito, deinde centrum sphæræ cum singulis angulis ipsorum pentagono
rũ cõtinuato. Age ergo eos proba esse æquiãgulos hoc modo. Cũ enim oẽs circuli circũ
scribentes trigonos icosedri sunt æquales, erunt oẽs perpẽdiculares à cẽtro sphæræ ad
ipsos uenientes & in eorum centra cadẽtes, æquales. omnes ergo lineæ a centro sphæræ
ad angulos cuiuslibet pentagoni uenientes, sunt æquales nã anguli pentagonorũ sunt
centra circulorum trigonos ipsos icosedri circunscribentium ex hypothesi. Igitur ex
penultima primi eodẽ argumẽtationis genere quo superius in 14 syllogisauimus secto
rem prouenientẽ in superficie sphæræ cum aliqua plana superficies sphæram secat
non super centrum eius, esse circunferentiam continentem circulum, necesse est quinq;
lineas uenientes a cõcursu perpendicularis ductæ a cẽtro sphæræ ad superficies omni
um pentagonorum ad quinque angulos cuiuscunq; pentagoni, esse adinuicẽ æquales:
itaque omnibus duodecim pentagonis est circulus circunscriptibilis. Cum igitur ipsi
sint æquilateri, conuincitur eos esse etiã æquiangulos quod oportebat ostendere.

Eucli. ex Camp. *Propositio 7*

7 **INtra datum corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularum, corpus uiginti basium triangularium atque æquilaterarum fabricare.**

CAMP. Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æ
quiangularum componere oporteat, ex 17 tredecimi require. Sed qualiter corpus ui
ginti basium triãgularium æquilaterarũ sibi conueniat inscribi, hic addisce. Suorũ pẽ
tagonorum centris (ut in 14 quarti fit) repertis, ea adinuicẽ 30 lineis hac lege cõtinua, ut
uniuscuiusq; pentagoni centro cuiusq; pentagoni secum in latere cõicantis iungatur.
ita uidelicet, quod uniuscuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum ter
minantium uel circumiacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris, obuiẽt tibi uigin
ti trianguli ab his 30 lineis centra pentagonorum continuantibus cõtenti. eruntq; hi ui
ginti trianguli uiginti solidis angulis ipsius dodecedri oppositi. amplectentes corpus
uiginti basium triangularium, quas æquilateras esse demonstrabimus, & erunt 12 soli
di anguli huius corporis 20 basium in centris 12 pentagonorum corpus dati dodecedri
terminãtium. Hos itaque 20 triangulos æquilateros esse sic proba. A centris pentago
norum ducito perpendiculares ad latera, eruntq; omnes perpendiculares æquales. Bi
nas ergo & binas probabis ex octaua primi æquos angulos cõtinere. Et quia lineæ cõ
tinuantes centra pentagonorum his angulis a binis & binis perpendicularibus contẽ
tis subtenduntur, cum omnes perpẽdiculares sint æquales, erunt ex quarta primi oẽs
lineæ cõtinuantes centra pentagonorum æquales. Quod est propositũ. Perpendicu
lares autem binas & binas æquales angulos cõtinere, & omnes eas adinuicẽ esse æqua
les, sic collige. Ex 3 primi & 27 eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentago
norum super quæ cadunt, per æqualia easq; esse adinuicem æquales ductis lineis a cẽ
tris pentagonorum ad singulos angulos eorum. Quare binæ & binæ super idem latus
cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt, eo quod utraque diuidit illud latus

duo

duobus pentagonis à quorum centris ueniunt cõmune per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas usq; ad angulos quibus cõe latus in quo cocunt oppositũ per centra pentagonorũ producito, & eisdẽ angulis duas lineas subtẽdito, quas ex demonstratione 17 tredecimi manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem sphæra cũ proposito dodecedro circunscriptibili, ideoq; patet eas esse æquales, eo quod omnia latera cubi sint æqualia easdẽq; liquet ex nona undecimi esse æquidistantes: propter hoc quod ambæ æquidistãt cõmuni lateri in quo binæ & binæ perpendiculares cõueniunt. At uero ipsas easdẽ cõstat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi. Itaque per 33 primi cunctæ lineæ cõtinuantes puncta in quibus binæ & binæ perpendiculares super has lineas quas tãquã cubi latera fore diximus, cõcurrunt sunt adinuicẽ æquales: nam omnes sunt tanquã latus cubi. Igitur ex octaua primi, anguli contenti à binis perpendicularibus, sunt æquales. Quare per 4 eiusdẽ, lineæ quoq; cõtinuantes centra pentagonorum sunt sibiinuicem æquales: inscriptũ ergo est proposito dodecedro corpus uiginti basium triangularium & æqualium laterum sicut iussi eramus.

Eucli. ex Camp. Propositio 8

8 **SOlido duodecim basium pentagonarum atque æquilaterarum proposito, intra ipsum cubum distinguere.**

CAMPANVS. Cum dodecedron super cubi latera fabricetur ut cõstat ex 17 tredecimi, nimirum eo fabricato sibi cõuenit cubũ inscribi, nam cum duodecim sint pẽtagoni, si unius cuiusq; eorũ uni angulo (prout cubi figuram uidebis exigere) chordã unã subtẽderis, ex ijs duodecim chordis sex æquilateras rectãgulasq; superficies cubi & corpus amplectentes superficies. Aequilateras quidẽ eas esse, constat ex quarta primi, rectãgulas autẽ, eodẽ argumentationis genere quo in sexta huius bases dodecedri dato icosedro inscripti demõstrauimus esse æquiangulas, constat quidẽ ex 17 tredecimi, propositum dodecedron sphæræ esse inscriptibile. Ergo à centro illius sphæræ ad omnes has quadrilateras superficies, perpendiculares, ut docet 11 undecimi protrahe, & a puncto concursus ad singulos angulos illarũ quadrilaterarũ superficierum rectas lineas dirige, ac eosdem angulos quadrilaterarũ superficierum cũ centro sphæræ iunge, eruntq; hæ lineæ centrum sphæræ cum angulis quadrilaterarum superficierum cõtinuantes: semidiametri sphæræ, de quarum quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis, remanẽt ex penultima primi quadrata linearũ continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarũ superficierũ) necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circũscriptibiles, ideoq; necesse est eas esse æquiangulas, cum sint æquilateræ. Et quia ex 32 primi anguli cuiusq; earum pariter accepti sunt æquales quatuor rectis angulis, sequitur eas esse rectangulas: nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Eucli. ex Camp. Propositio 9

9 **DAto dodecedro, sibi demum octocedron includere.**

CAMPANVS Cõposito dodecedro ut in 17 tertijdecimi, sex latera suarum superficierũ ea uidelicet quæ cathetos sup sex lineas opposita latera superficierum cubi per æqualia secãtes erectos tanquã eorũ coraustri iungũt per æqualia diuide, eaq; bina & bina adinuicẽ cõposita cõtinua per tres lineas, quæ seinuicem super medium punctum diametri cubi ex 38 undecimi per æqualia secabunt, eruntq; ut quæq; duæ earum trium seinuicem quoq; ad angulos rectos diuidãt. Si igitur harum triũ linearum extremitates per 12 lineas rectas continuaueris, proueniet tibi corpus octo basium triangularium & æquilaterarum ex 4 primi, uel si mauis ex penultima primi. Quod oportebat ostendere.

Eucl. ex Camp. Propositio 10

10 **INtra assignatum dodecedron, pyramidem quatuor basium triangularium atq; æquilaterarum adhuc restat distinguere.**

CAMPANVS Assignato dodecedro inscribe cubũ ex 8 huius, cuboq; pyramidem ex prima. Cum igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi ut patet ex ratiocinatione primæ, & anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ: erũt quoque anguli pyramidis in angulis dodecedri, itaque cõstat q; uolumus.

Eucli.

Eucli. ex Camp. Propositio 11

11 PRoposito icosedro, in eodem cubum figurare.

CAMPANVS Icosedro inscribe dodecedron ex sexta, ac dodecedro cubū ex octaua. Constat autem ex demōstratione sextæ, quod omnes anguli dodecedri cadunt super centrum basium icosedri, & anguli cubi sunt in angulis dodecedri: itaque anguli cubi sunt in centris basium icosedri. Habemus ergo propositum.

Eucli. ex Camp. Propositio 12

12 ICosedron datum, pyramidē quatuor basium triangularium atq; equilaterarum sibi postulat inscribi.

CAMPANVS. Si in dato icosedro ex præmissa cubum inscripseris, cuboque ex prima pyramidem inclujeris, quin postulationi icosedri satisfeceris hæsitandum non erit. Scire autem oportet quod cum sint quinque regularia corpora de quorum mutua abinuicem inscriptione in hoc 15 libro determinetur, si unūquodque eorum cuilibet cæterorum esset inscriptibile, 20 eorundē inscriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorū quinq; essent cætera quatuor inscriptibilia. ideoq; quater quinque inscriptiones quod est [illegible], necessario prouenirent. At uero pyramidi solū octoedrō cōueniens est inscribi, nō enim sunt in pyramide bases aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi aut icosedri aut etiā dodecedri possint extrema ipsius pyramidis contingere. Cubus quoque solius pyramidis & octoedri, & octoedron solius pyramidis & cubi, receptioni sunt apta, qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icosedri, aut 20 angulos dodecedri, ita ut singuli in eorum singulis cadant collocabis? Icosedron autem cum cætera conuenienti ambitione possit complecti, solius octoedri nequit esse receptaculum, nam octoedri sex anguli semidiametrali seinuicem bini & bini oppositione respiciunt lineæq; eos continuantes sese per æqualia orthogonaliter diuidunt, ita q; illud gloriosum signū ad cuius intuitum cōsternātur dæmones, sub rectis angulis triplicatū reddāt. hos itaq; triāgulos, neq; bases neq; anguli neq; latera icosedri possunt sub suo situ recipere, neq; enim in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera, hac diametrali orthogonaliq; oppositione se contuentes. Dodecedron autē nulli cæterorū suæ ambitiōis denegauit hospitiū, immo cūctorū receptoriū existit. Vnde non incōueniēter dodecedri figurā antiqui Platōis discipuli ascripsere cœlo, queādmodū pyramidis formā tribuerunt igni, eo q; sursum sub pyramidali figura euolet. Ac octoedri, aeri, qppe sicut aer ignē motus pulsate sequitur. sic octoedri forma, pyramidis formā ad motū babilitate comitatur. Viginti uero basiū figurā a[illegible] basiū pluralitate plus cæteris circuletur in sphærā, fluētis re[illegible] cōuenire uisa est. Cubū uero figurā, quidā dedere terræ: q[illegible]s maiori ad motū. uiolentia indiget quàm tessera. at in elementis q[illegible] reperitur terra. Si igitur ex 20 inscriptionibus, tres quaē pyram[illegible]us natura cubi & octoedri aliena est rursusq; unā cui re[illegible]gura re[illegible]s, erūt relit quæ tantum 11 inscriptiones, pyramidis quid[illegible] uero o[illegible] binæ, icosedri autē, tres, dodecedri autē quatuor, de [illegible] ut arbitror sufficienter aliās disputatū est.

Eucli. ex Camp. Propositio 13

13 FAbricato quouis quinque regularium corporum sibi sphæram inscribere,

CAMP. Ex tertio decimo libro itaq; manifestū est unūquodq; quinq; horū corporū esse sphæræ inscriptibile. Nūc itaq; cōstabit uiceuersa sphærā unicuique ipsorū esse inscriptibilē. A circūscribētis enim sphæræ cētro ad bases uniuersas cuiuslibet eorū perpēdiculares exeāt, quas intra centra circulorum bases ipsas circūscribentiū cadere necesse est. Cūq; oēs circuli eas circūscribentes sint æquales, eruntq; hæc perpendiculares æquales. Itaq; si secundū quantitatē unius earū circulū super centrū circūscribētis sphæræ descripseris eiusq; semicirculū quousq; ad locū unde moueri cœperit redeat circūduxeris, quia ipsum per extremitates cūctarū perpendicularū necesse est trāsire cōuinces ex correlario 14 tertii sphærā istius semicirculi motu descriptam uniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium cōtingere. Nō enim plus potest, sphæra de basibus corporis cōtingere q; circūductus semicirculus (dū mouebatur) cōtingit. Quare assignato corpori cōstat nos sphærā quemadmodū propositum erat inscripsisse.

FINIS.

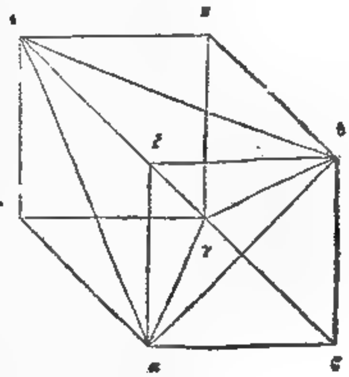
EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE facile principis, ex Hypsiclis Alexandrini, Græci philosophi traditione, Geometricorum Elementorum Liber decimusquintus,

Eucli. ex Zamb. Problema 1 Propositio 1

Cap. 1. 1

IN dato cubo pyramida describere.

HYPSICLES ex Zãb. *Esto datus cubus α β γ δ ε ζ η θ, in quo oportet pyramida inscribere, connectãtur α γ, γ ε, α ε, α θ, ε θ, θ γ. Manifestũ iã, quod ipsa α ε γ, α θ ε, α θ γ, γ θ ε, triãgula æquilatera sũt. quadratorũ enim diametri sunt latera. Pyramis igitur igitur est ipsa α ε γ θ, & describitur in dato cubo quod facere oportebat.*

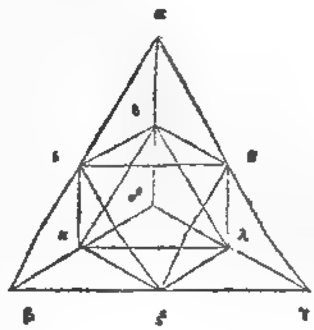


Eucli. ex Zãb. Problema 2 Propositio 2

Cap. 2. 2

In data pyramide octahedrũ describere.

HYPSIC. ex Zamb. *Esto data pyramis α β γ δ, seceturq; bifariã ipsis ε, ζ, η, θ, κ, λ, signis: & connectantur ipsæ θ κ, θ λ, ε ζ, ξ η, & reliquæ. Et quoniam α β, dupla est utriusq; ipsarũ θ κ, η ζ, æqualis igitur est θ κ, ipsi η ζ, & parallelus, similiter & θ η, ipsi ζ κ est æqualis & parallelus, æquilaterũ igitur est θ κ ζ η. Dico quod & rectãgulũ. Si enim ab ipsa κ λ, perpẽdiculares agãtur ad plana ε ζ β η, ε ζ κ ε, θ ζ θ λ, θ κ ζ η, similiter ostendemus quæ in ipsius θ κ ζ η, quadrati æquilatera: Quod facere oportebat.*



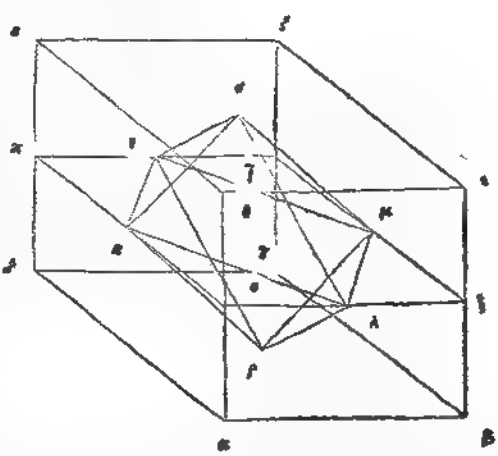
[illegible]

Eucli. ex Zamb. Probleme 3 Propositio 3

Cap. 3. 3

In dato cubo octahedrum describere.

HYPSICLES ex Zamb. *Esto datus cubus α β γ δ ε ζ η. Et capiantur centra insidentium quadratorum, κ, λ, μ, ν. Dico quod κ λ μ ν. quadratum est. Excitentur per ipsa κ λ. paralleli (per 31 primi) ξ ο. π ο. Quoniã igitur dupla est π ο ipsius ο κ, & ξ ο ipsius ο λ, id propterea quod ex ο κ igitur ei est æquum quod ex λ ο, & per hoc & ο κ, ipsi ο λ est æqualis. Quod igitur ex κ λ, duplum est eius quod ex ο λ. Ac per hoc: & quod ex μ λ duplũ est eius quod ex λ ξ. quod igitur ex κ λ, æquũ est ei quod ex μ λ. Aequilaterũ igitur est κ λ μ ν, manifestum est, quod & rectangulum. Assumantur ipsi β δ ε κ, bina quadrata, & centra ρ, σ, & connectantur ρ λ, ρ μ, ρ ν, σ κ, σ λ, σ ν, σ μ, manifestum est quod triãgula efficientia octahedrũ æquilatera sunt eadem nãq; ostendemus ratione.*



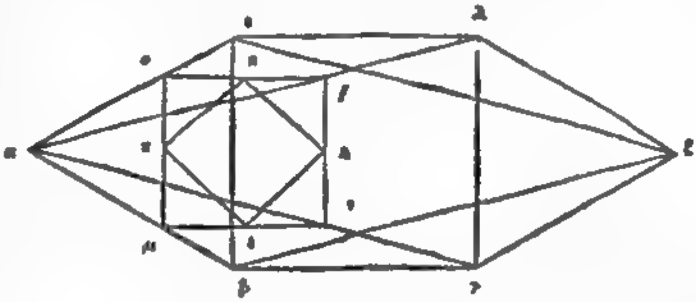
Cap. 4. Eucl. ex Zãb. Problema 4 Propositio 4.

4

In dato octahedro, cubum describere.

HYPSICLES ex Zamb. *Capiãtur (per primã tertij) eorũ qui circũ α β γ, α γ δ, α β ε, α δ ε, triangula, circulorũ centra κ, θ, κ, μ, λ, & connectantur κ θ, π κ, μ λ, λ θ. Dico quod κ θ μ λ est quadratum. Excitentur (per 31 primi) per ipsa κ, θ, μ, λ, ipsis β γ, β ε, γ δ, δ ε, paralleli, μ ν, μ ο, ν ξ, ξ ο. Quoniam igitur æquilaterũ est α β γ triãgulum, quæ ex α in θ centrum, eius qui circũ α β γ triãgulum circuli, bifariã dispescit eã quæ ad π ipsius α β γ triãguli, æqualis igitur est ρ θ ipsi θ μ. Ac per hoc iam & μ κ ipsi κ ο: & ο κ ipsi κ ξ est æqualis. Quoniam autem ipsa μ ν, ipsi*

μ ε, & μ ν, ipsi ε ξ est æqualis, æqualis igitur & ν θ, ipsi μ ε, & θ μ, ipsi ε ν, & μ ν, ipsi ε ν, qui autem sub θ μ ε & ε θ ν, re-
cti ex quo manifestum est.

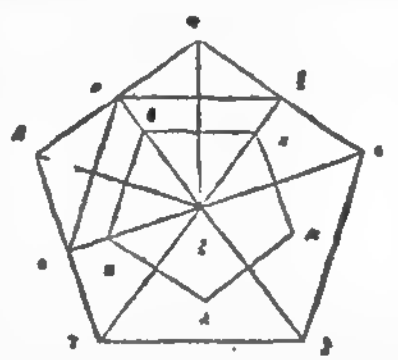


quod ν θ æqualis est ipsi ε, Et id propterea iam & reliquæ, Quoniã igitur ν θ ε λ parallelogrammum est in uno est plano. Et quoniam dimidium est uterque ipsorũ qui sub μ ν θ, ο ν ε, recti reliquus igitur qui sub θ ν ε, rectus est. Similiter & reliqui. Quadratum igitur est ν θ ε λ. Poßibile autem est quæ in principio aßũpta ν, θ, ε, λ, centra & parallelos cõficientia μ ν, ν ξ, ξ ο, ο μ, cõnectere ipsas ν θ, θ λ, λ ε, ε ν, & dicere ipsum ν θ ε λ quadratum. Si uero aßumamus & reliquorum triangulorum centra connectamusq; eadem, ostendemus reliqua, quadrata, habebimusq; in dato octahedro cubum descriptum, quod agendum fuerat.

Eucli. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5

5 In dato icosahedro dodecahedrum inscribere.

HYPSICLES ex Zamb. Exponatur quinquangulum ipsius icosahedri α β γ δ ε, & centra circulorum qui circũ α ξ ε, α ξ β, β ξ γ, ξ γ δ, δ ξ ε, triangula, sintq; ν, θ, κ, λ, μ, connectanturq; ν θ, θ κ, κ λ, λ μ, μ ν. Et rursus connexæ ξ ν, ξ θ, ξ κ, extendãtur in ξ, ρ, σ, bifariam nempe ipsæ ε α, α β, β γ, secabuntur in ipsis ξ, ρ, σ, signis. Et sicut ν ξ ad ν σ, sic ν θ ad θ κ, æqualis igitur est θ ν ipsi κ ν. Similiter iam & reliqua ipsius ν θ κ λ μ, pentagoni latera, æqualia demonstrabuntur. Dico quod & æquiangula.



Quoniam enim lineæ ν ξ, ξ σ, *ad binas ν θ, θ κ, æquos comprehẽdũt angulos & reliqua manifesta sunt. Intelligatur ab ipso ξ ad ipsius α β γ δ ε pentagoni planum perpendicularis acta quæ cadit in cẽtrum eius qui circũ pentagonum circuli. Si uero ab ipso ν in signũ in quod concurrit quæ ex ξ perpendicularis connectamus, ac per θ, parallelum agemus ad eam, manifestum quod concurrit et quæ ex ξ perpendiculari, & quæ ab ipso ν parallelus rectum comprehẽdit angulum una cum ea quæ ex ξ perpendiculari. Rursus si connectamus ab ipsis ξ, ν, in centrum eius qui circum α β γ δ ε pentagonũ circuli, & in signũ in quod cõcurrit quæ ex θ, et quæ ex ν connexa recta quo cum eadem comprehendet. Ex quo manifestum est quod quinquangulum ν θ κ λ μ in uno est plano.

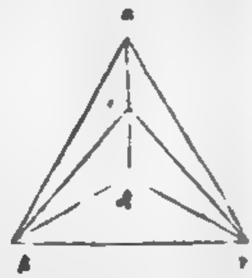
κατὰ δύο, id est paralleli

Nos uero scire oportet, quod si quis nos interroget quot latera habet icosahedrum, sic dicemus. Manifestum quod icosahedrum, sub uiginti triangulis comprehenditur, & quod unumquodq; triangulum tribus rectis lineis constat. Oportet igitur nos multiplicare uiginti triangula in ipsa trianguli latera, fiunt sexaginta, quorum medietas sunt triginta. Similiterque & in dodecahedro, Rursus quoniam duodecim quinquangula dodecahedrum conficiunt, & unumquodque quinquangulum quinque continet rectas lineas, efficiemus duodecies quinque, & fiunt sexaginta: rursus eorum medietas sunt triginta. Cur autem dimidium efficiamus? quia quodlibet latus etiam si fuerit triangulum siue quinquangulum siue quadratum ut in cubo, †ex secundo capitur. Iisdem eadem disciplina in cubo & in pyramide, & in octahedro eadem efficiens, latera comperies. Si uero uelis rursus uniuscuiusque figurarũ angulorũ numerum inuenire, rursus eadem efficiens diuide per plana comprehendentia unum angulum solidi. †Et quoniam icosahedri angulum quinque triangula cõprehẽdunt, diuide per quinque, fiunt duodecim icosahedri anguli. In dodecahedro, tria pentagona angulum comprehendunt, diuide per tria, & uiginti habebis dodecahedri angulos. Similiter autem & in reliquis angulos inuenies. Quæsitũ est quomodo ab una quaq; quinq; solidarum figurarũ uno plano cõprehendentium quomodocunq; dato, inuenitur & inclinatio, in quam adinuicem inclinantur comprehendentia plana unamquamque figurarum. Inuentio autem (sicut Isidorus noster magnus magister enarrabat) hunc habet modum. Quod quidem in cubo per rectũ angulum dispescunt ipsum comprehendentia plana adinuicem manifestum. In pyramide uero exposito uno triangulo, centris terminis unius lateris, spacio uero à uertice in basin perpendiculari acta, †ambitiones descriptæ inuicem se secent, & ab ipsa sectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent inclinationem planorum pyramidem comprehendentium. In octahedro uero à latere trianguli descripto quadrato, centris terminis diagonij, interuallo autem iisdem trianguli perpendiculari, describantur circunferentiæ, & rursus à communi sectione ad centra connexæ rectæ lineæ comprehendent †desinentem in binas rectas quæsitæ inclinationis. In icosahedro porro, à latere trianguli descripto pentagono connectatur sub binis lateribus subtensa recta linea, & centris terminis eiusdem, interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari descriptis, circunferentijs, quæ ex communi sectione

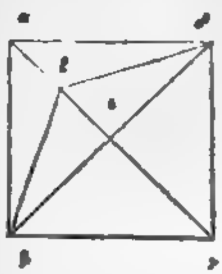
ἐκ δευτέρου, id est repetitus ...

περιφέρειαι ... id est comprehendẽt cũ quo quæsita inclinatio à duobus rectis deficit.

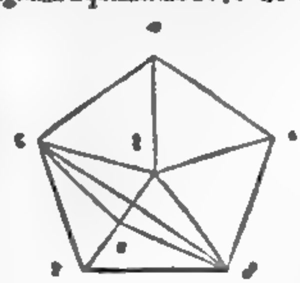
ctione ad centra connexæ, comprehendent desinentem similiter in binas rectas inclinationis icosahedri planorum. In dodecahedro uero exposito uno quinquangulo, connexa similiter sub binis lateribus subtensa recta linea, centris terminis eiusdem, interuallo autem acta perpendiculari à bifaria sectione ipsius in parallelum ei latus pentagoni, ut supra describantur circumferentiæ & quæ à signo in quod inuicem concurrunt ad centra connexæ, similiter comprehendent* desinentem in binas rectas inclinationis planorum dodecahedri. Sic quidem clarissimus ille uir de prædictis disseruit, claram putans in quouis demonstrationem. Sed ut manifesta fiat illorum demonstratio, uisum est uerba ipsius declarare, primumque in pyramide. Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa α β γ δ, basi α β γ, fastigio uero δ, & secto ipso α δ latere (per 10 primi) bifariam in ε, connectantur β ε, ε γ. Et quoniam α δ β, α δ γ, triangula æquilatera sunt, & α δ bifariam secatur, ipsæ igitur β ε, ε γ, perpendiculares sunt in ipsam α δ. Dico quod angulus qui sub β ε γ, est acutus. Quoniam enim dupla est α γ ipsius α ε, quadruplum est quod ex α γ eius quod ex α ε. Sed quod ex α γ, æquum est eis quæ ex α ε, ε γ, (per 47 primi) quorum quod ex α γ ad id quod ex γ ε rationem habet quam 4 ad 3, & est æqualis γ ε ipsi ε β: quod igitur ex β γ, minus est eis quæ ex β ε, ε γ: acutus igitur est qui sub β ε γ. Quoniam igitur binorum planorum α β δ, α δ γ, communis sectio est α δ, & communi sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ in utroque ipsorum planorum actæ β ε, ε γ, & acutum angulum comprehendunt, angulus igitur qui sub β ε γ inclinatio est planorum, & est datus, data enim β γ latus existens trianguli, & utraque ipsarum β ε, ε γ, perpendicularis, subsistens æquilateri trianguli, centris nimirum β, γ, hoc est terminis unius lateris, interuallo uero trianguli perpendiculari descripti* ambitus, sese inuicem in ε signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa β γ connexæ rectæ lineæ, comprehendunt planorum inclinationem



id autem erat dictum. Et quod centris quidem β γ, interuallo autem trianguli perpendiculari, descripti circuli adinuicem se secent, perspicuum est, utraque enim ipsarum β ε, ε γ, maior est dimidia ipsius β γ, centris autem β γ, interuallo autem dimidia ipsius β γ descripti circuli, sese inuicem tangunt. Si uero minor fuerit, neque se tangunt neque dispescunt, si uero maior, omnino secant & sic in pyramide hæc consequens aperte apparet ratio. Intelligatur rursus in quadrato α β γ δ, pyramis uerticem habens ε, & ipsam comprehendentia* bifariam basis triangula æquilatera, erit autem α β γ δ ε pyramis: dimidium octahedri, secetur (per 10 primi) unum latus unius trianguli α ε bifariam in ζ, & connectantur β ζ, δ ζ, æquales igitur sunt β ζ, δ ζ, & perpendiculares in α ε. Dico quod angulus qui sub β ζ δ, obtusus est, connectatur enim β δ. Et quoniam quadratum est α γ, dimetiens autem β δ, quod ex β δ, duplum est eius quod ex δ α. Quod autem ex δ α, ad id quod ex δ ζ rationem habet (sicut in præcedenti dictum est) quam 4 ad 3. & quod ex δ β igitur ad id quod ex δ ζ, rationem habet quam octo ad tria, æqualis autem est δ ζ, ipsi ζ β. Quod igitur ex δ β, eis quæ ex β ζ, ζ δ, maius est. Obtusus igitur est qui sub β ζ δ. Et quoniam binis planis se inuicem secantibus, hoc est α β ε, α δ ε, communis sectio est α ε, & ad rectos angulos ei in utroque ipsorum planorum actæ sunt, ipsæ β ζ, δ ζ, obtusum comprehendentes, qui igitur sub β ζ δ, angulus *desinit in binas rectas inclinationis ipsorum α β ε, α δ ε planorum. Si datus fuerit igitur qui sub β ζ δ, datur quoque dicta inclinatio. Quoniam igitur datur triangulum octahedri & unum latus octahedri est α δ, & ab ipsa quadratum describitur α γ, dataque β δ, dimetiens existens ipsius quadrati. Sed & β ζ, ζ δ, ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub β ζ δ angulus datur. Descripto igitur quadrato ex latere trianguli sicut α γ, & connexa diametro sicut β δ, si centris β δ, interuallo autem trianguli perpendiculari, circulos describemus, se inuicem in ζ dispescent. Et quæ ex ζ in centra connexæ rectæ lineæ, comprehendunt



inclinationem eam quæ sub β ζ δ,* quæ desinit in binas rectas (sicut dictum est) ipsorum planorum inclinationis. Et hoc perspicuum est quidem sicut utraque ipsarum β ζ, ζ δ, est dimidia ipsius β δ maior, ac per hoc in organica constructione circulos sese inuicem dispescere necesse est. Et ex demonstratione manifestum fit sicut β δ ad δ ζ, potentia rationem habet quam octo ad tria, dimidiæ uero ipsius β δ potentia quadrupla est, & proinde maior est utraque ipsarum β ζ, ζ δ, dimidia ipsius β δ. Et hæc quidem de octahedro. In icosahedro autem intelligatur pentagonum æquilaterum α β γ δ ε, & in eo pyramis uerticem habens ζ, ut triangula ipsam comprehendentia æquilatera sint, erit iam ipsa α β γ δ ε pyramis pars icosahedræ figuræ. Secetur unum latus unius trianguli ζ γ bifariam in η, & connectantur β η, η δ, æquales existentes & perpendiculares factæ in ipsum ζ γ. Dico quod qui sub β η δ angulus obtusus est, & ibidem manifestum est, nam connexa recta linea β δ, obtusum quidem explicat eum qui sub β γ δ ipsius pentagoni angulum, hoc autem maior qui sub β η δ, ipsæ namque β η, η δ, ipsis β γ, γ δ, sunt minores: similiter iam ut in præcedenti, quod qui sub β η δ angulus desinit in binas inclinationis ipsorum β ζ γ, γ ζ δ, triangulorum, hoc dato, data erit & inclinatio ipsius icosahedri planorum. A latere namque trianguli icosahedri descripto quinquangulo connexa sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut in ipsa descriptione β δ data, similiter autem



ut supra

[illegible]

δίχα τῶν βάσεων
præter basim

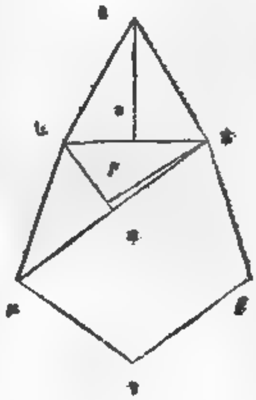
Est quo deficit à duobus rectis inclinatio

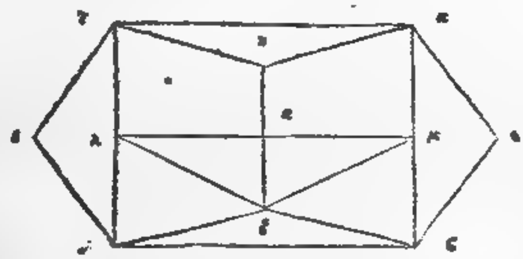
ut supra

inuicem subin dat

β & ipsi ε

& ipsis ζ ε, η δ perpendicularibus triangulorum, datur & qui sub ζ η δ. Si enim centris limitibus eius quæ sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut ζ δ interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari, circuli describantur, secabunt se inuicem sicut in η, & quæ ex η ad ipsa ζ δ connexæ rectæ lineæ, comprehendent desinentem sub binis rectis ipsorũ planorũ inclinationis, & hic quidẽ ex descriptione manifestũ est, quod utraq; ipsarũ β η, η δ maior est dimidia ipsius β δ. Instrumentali quoque fabrica est ostẽdere. Intelligatur separatum æquilaterum quidem triangulum θ κ λ, ab ipso autem κ λ quinquangulum describatur κ μ ν ξ λ, & connectatur μ λ, exciteturq; (per 12 primi) perpendicularis ipsius θ κ λ trianguli, θ ο. Dico quod ipsa ζ ε maior est dimidia ipsius μ λ subtendentis inclinationem planorũ. Acta ab ipso κ in ipsam μ λ, perpendicularis ipsa κ π, quoniam qui sub κ λ π maior est tertio recti, hoc est eo qui sub κ θ ο, constituatur ei qui sub κ θ ο æquus qui sub π λ ρ, ipsa igitur π λ, perpendicularis est æquilateri triãguli cuius est latus ρ λ, quare quod est ex ρ λ, ad id quod ex λ π, rationem habet quàm 4 ad 3, maior autem est κ λ, ipsa λ ρ. Quod igitur ex κ λ, ad id quod ex λ ο, maiorem rationem habet quàm 4 ad 3, habet autem & ad id quod ex θ ο, quã 4 ad 3. Ipsa igitur κ λ, ad λ π maiorẽ rationẽ habet quàm ad θ ο, maior igitur est θ ο ipsa λ π. In dodecahedro sic intelligatur unũ quadratũ cubi à quo dodecahedrũ describitur, & sit α β γ δ, & bina plana dodecahedri, hoc est α ε ζ ξ η, γ δ θ γ ξ. Dico iam & hic datã esse, binorũ quinquãguliorũ inclinationẽ. Secetur (per 10 primi) ξ η bifariã in κ, & ab ipso κ ipsi ξ η (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur in utroq; planorũ κ λ, κ μ, & cõnectatur μ λ. Aio primũ q; qui sub μ κ λ, angulus obtusus est. Ostensum autem est in decimotertio elemẽtorum, uolumine siue statu dodecahedri, quod quæ ex κ perpendicularis acta in α β γ δ, quadratum dimidia est lateris pentagoni, quare minor est dimidia ipsius μ λ, & id propterea qui sub μ κ λ angulus obtusus est. Simulq; ostensum est in eodem theoremate quod & quod quidem ex κ λ, æquum est ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pentagoni, quare eadem κ λ & κ μ sunt æquales, & maiores sunt dimidia ipsius μ λ: dato igitur angulo sub μ λ κ, desinens in binas rectas inclinatio erit planorum, uidelicet data. Quoniam igitur latus α ζ ε δ, quadrati subtendens est bina latera pentagoni daturque & pentagonum, datur ergo & μ λ. Datur autem & utraque ipsarum μ κ, κ λ, perpendiculares enim sunt à bifaria sectione α β sub binis subtensa lateribus in parallelum eidem latus pentagoni ut ξ η ... igitur qui sub λ κ μ desinens (sicut dictum est) in binas rectas quæsitæ inclinationis. Bene igitur in instrumentali fabrica dixit quod oportet dato pentagono, connectere subtensam sub binis lateribus quæ æqualis sit ipsius cubi lateri, & centris limitibus ipsius, interuallo uero ab ipsa bifaria sectione acta perpendiculari in parallelum eidem pentagoni latus, sicut in descriptione κ λ, κ μ, descriptæ circunferentiæ, & ab ipso commissuræ circunferentiarum signo ad centra connectere rectas lineas comprehendentes desinentem in binas rectas inclinationis ipsorum planorum, quod enim ipsa κ λ, perpendicularis maior est dimidia ipsius μ λ, dictum est, sicut in elementis simul etiam est ostensum.





DECIMIQVINTI LIBRI FINIS

BARTOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS
Clarissimo uiro Paulo Pisano patritio Veneto
equiti Iurato grauissimoq́ senatori
fœlicitatem perpetuam.

LICET Mathematicæ disciplinæ quæ primum certitudinis fastigium uno omniũ philosophantium iudicio obtinent. Paule Pisane uir grauissime, à priscis illis philosophantibus semper excultæ fuerint, tamen astrologiam cæteris lõge præstare censuerim: & hoc sane binis adductus rationibus, nam longe clariora & excellentiora sunt quæ ab astrologis in cœlestium globorum conuersione, astrorumq́ reuolutione, traduntur, hac siquidem disciplina cœlestia quæ his inferioribus lõge sunt præstãtiora homines intuentur, astra fixa errãtiaq́ pariter, distãtias, solisq́ & lunæ defectus cõiectãt, quæ deus opti. max. mira sapiẽtia cõstruxit. Illud quoq́ accedit quod hæc disciplina reliquas tres in sese cõtinet: nã cũ in astrologicis theorematibus spectãtur circuli, anguli, quadrata quæ ex cœlestiũ globorũ cõuersione fiunt, tunc geometria est opus, cũ uero numeri adhibẽtur ut supputatiões accõmodatius fieri possint tam minutorũ quã secundorũ & reliquarũ particularũ, sicut in magna cõstructiõe Mathematica Claudius tradit Ptolomæus, quã imperiti almagestũ nescio quo beluoso nomine appellãt, tũc auxiliatur arithmetica, si autẽ globorũ motꝰ alios celeriores, at alios tardiores iuuenis ubi eos simul cõparaueris, proportionibus sese mutuo correspõdere cõperies quas musica disciplina ostẽdit. Pythagoreus nãq́ Nicomachus in globorũ cœlestiũ reuolutionibus Harmoniã sonosq́ gigni in musicis tradit. Cuius disciplinæ primordia quæ Phænomena sunt hoc est apparentia, cum Euclides Megarensis clarissimus mathematicus mira indagatione cõscripserit, opusculũ illud ijs qui astrologiæ disciplinã sibi uendicare cõtendunt utile & scitu iucũdum cũ fortasse hisce diebus ad nostras manus peruenisset, ne tãta utilitate studẽtes carerẽt, illud latinũ fecimus. Quod opus qm̃ latinis hucusq́ ignotũ extitit, uoluimus ut sub tuo nomine è Græcia in Italiã migraret seseq́ latinis præberet legendũ, ut licet ex sese auctoritatẽ uel maximã habeat: nã nõ recte sentiũt qui Euclidi plurimũ non tribuũt, tua auctoritate, maior existimatio & auctoritas ei accederet. Tũ ut licet te pater meus nosq́ omnes semper excoluerimus, tuaq́ uetustissima fuerimus mãcipia, hãc obseruationẽ nostrã nullã esse cẽserẽ, nisi ea tibi hoc munere certior fieret. Quod opꝰ tibi abs te cõprobatũ fuisse cognoscã cõi utilitati consulens, conabor ut aliorum præclarissima mathematicorũ opera in lucem ueniãt, tu uero Vale æternũ, nostrisq́ uotis da facilẽ cursum. In Ædibus patrijs xij. Kal. Octobris in xi. xvi. & xix. Elemento à reconciliata diuinitate.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMATICIQ́ præstātissimi Phænomena, ex traditione Theonis Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

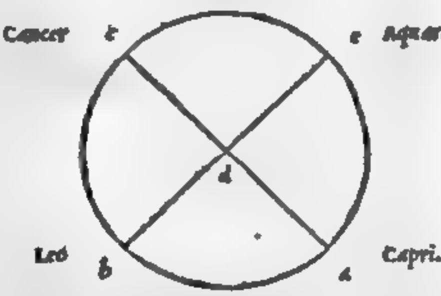
QVONIAM astra non errantia ex eodem oriri loco, in eūdemq́ locum occidere spectantur. quæq́ simul oriūtur, simul semper oriri, & quæ simul occidūt semper simul occidere. Ab ortuq́ in occasum uergentia eisdem inuicē interuallis distare, ueluti Orionis, id quod obtigit a cingulo ad pedes usque idem semper est interuallum. Id, inquam, fit in ijs solis quæ in gyrum feruntur, quoniam uisus omnino à circunferentia æque distat, quemadmodū in opticis ostenditur. Receptum siquidem esse oportet astra circulo se ferri: in unoq́ corpore reuinciri, uisumq́ à circunferētijs æque distare, spectatur siquidem stella aliqua inter sublimes loco, locum ex loco non permutans sed in qua est regione in eadem reuoluta. Quandoquidem ita ad circulorum circunferentias in quibus reliqua astra feruntur, ubique æque distare uidetur. Admittendū est sane circulos omnes parallelos esse. & id propterea astra non errantia per parallelos ferri polum habentes iā dictam stellā Horū aūt nōnulla neq́ orientia neq́ occidentia spectātur, eo quia in sublimioribus circulis ferūtur, quos semp apparētes appellāt. Hæc siqdē sunt astra quæ polum apparentem sequuntur usque ad circulum arcticum, & quæ polo propinquiora minimo circulo feruntur, maximo uero quæ longius absunt. At quæ in arctico circulo existunt horizontem radere uidentur. Quæ uero ad meridiem omnia & oriri & occidere spectantur, eo quia eorum circuli non sunt toti supra terram, sed eorum pars supra, at reliqua sub terra. Eorū uero segmentorū quæ supra terram unūquodq́ quo propius ad semper apparentium circulum maximum accesserit, magis apparet, eorū uero quæ sub terra quo propius ad dictū circulū accedit, minus spectatur. Eo quia astra in segmento orbis quod sub terra existunt inuehuntur tēpore minimo, quæ uero in eo quod supra terram maiori feruntur. Quæ uero ab ijs longius absunt semper supra terram tempus obtinent minus: quæ uero sub terra maius, minimum uero tempus habebunt quæ supra terram ferūtur ea quæ in meridiem uergunt, quæ uero infra terram maius. Quæ uero inter hos medij sunt æquale tempus habent ei quæ sub terra est parti. Quare orbem huiusmodi æquinoctialem appellamus. Qui uero ab æquinoctiali circulo æqualiter distent, æquali tempore. & segmentis uicinim æqualibus inuehuntur, sicut quæ supra terram in septentrionem uergunt eis quæ sub terra in meridiem tendunt. Quæ uero supra terrā in meridiem tendunt, eis quæ infra terram ad septentrionem commeāt utriusq́ enim circuli & eius qui supra terram & qui sub terra in continuum tendit idem tēpus, apparet præterea lacteus circulus & zodiacus in parallelos obliqui existentes circulos, seseq́ inuicē in circumuectione dispescētes semper hemicyclia super terram habere uidentur. Iā ex his omnibus quæ dicta sunt mundus sphæricæ speciei esse supponitur. Si enim cylindroides aut conoides esset. Quæ in obliquis circulis æquinoctialēq́ bifariā secātibus stellæ cōprehensæ in ambitu, neutiquam semper in æqualibus semicirculis preuchi apparerēt, sed quādoq́ in maiori semicirculi segmēto, & quandoq́ in minori. Si enim conus aut cylindrus plano secetur, non aūt ad basim, sectio fit oxygoni coni quæ clypeo similis est. Manifestū igitur qđ huiusmodi figura in medium secta & in longum & in latum dissimilia segmenta efficiet. Manifestum autem quod & si oblique per medium secta fuerit, & sic dissimilia efficiet segmenta. Quod in mundo nequaquam fieri deprehenditur. his igitur omnibus mundus est sphæricus æqualiter circa axē uoluitur. Cuius unus quidem est polus supra terram apparens, alter uero infra terram occultus. Horizon uero dicetur per planum nostrū procidens in mundo circulus finiensq́ supra terram spectatum hemisphærū, si sphæra nāque plano secta fuerit sectio circulus est. Meridianus porro circulus appelletur, qui

qui per sphæræ polos & recte ad horizōtē, puenit. Tropici uero sunt quos per mediū zodiacus orbis tangit, qui eosdem cum sphæra polos habent, sed qui per medium currit zodiacus circulus & æquinoctialis maximi sunt, bifariā enim inuicem sese dispescūt in principio arietis & libræ, sunt namq; in diametro, & in æquinoctiali existentes, coniugate oriuntur & occidunt, inter ipsos habentes 12 signorum sex signa, æquinoctialis uero circuli binos semicirculos, quandoquidem utrunque principium in æquinoctiali orbe existens in eodem feratur tempore. & quæ supra & que infra terram est pars. Si enim sphæra circa suū æqualiter axē euoluta fuerit, omnia in ipsius sphæræ circunferentia cōsistentia signa in æquali tempore similes circunferētias circulorum per quos feruntur transibunt, similes igitur æquinoctialis circuli circūferentias transibūt, eam scilicet quæ supra terram, & eam quæ infra: circunferentiæ igitur sunt æquales: semicirculus & enim utraq; est. Nam ab oriente in ortum, siue ab occidente in occasum totus circulus est. Id propterea animalium circulus & æquinoctialis inuicem sese bifariam dispescunt. Si uero in sphæra bini circuli sese inuicem bifariam secuerint, uterque secātium maximus est. Igitur zodiacus orbis. & æquinoctialis maximi sunt, & horizon quoque maximus est, zodiacum & enim & æquinoctionalem orbem maximos existētes semper bifariam dispescit, Duodecim uero animalium sex semper supra terram, & æquinoctialis circuli semper superne semicirculum habent: quæq; in eo sunt astra simul & orientia & occidentia in eodem tempore adueniunt, alterum siquidem ab ortu in occasum, alterum uero ab occasu in ortum. Ex his igitur ostensis manifestum est quod æquinoctialis circuli semicirculus in horizonte est. Si uero in sphæra manens circulus bifariam maximorum aliquem secuerit semper delatum, & secans quoque maximus est, horizon igitur maximus est.

Theorema 1 Apparens 1

TErra in medio mundo est, centriq; ordinem obtinet ad mūdum.

Sit in mundo horizon a b, terra autem sit uisus noster qui sit ad d, sintq; orientales partes c, occiduæ uero sint a. spectetur que per dioptram iacentem ad d, signum cancer oriens in c signo. spectabitur igitur eadem dioptrā capricornus occiduus, spectetur per a signū & quoniā signa a d c. per dioptram spectiātur, recta igitur est linea quæ p a d c esto a d c. manifestum iam est quod a d c dimetiens est non errantium sphæræ & zodiaci, quandoquidē zodiaci super horizontem sex animalia discindit. Rursus iam moto zodiaco & dioptra spectetur leo oriens in b signo: spectabit igitur eadem dioptra aquarius occidens, spectetur in e signo, & quoniam e d b signa per dioptrā spectantur, recta est linea quæ per e d b, sit e d.



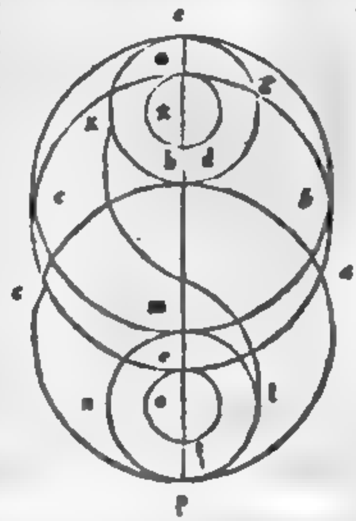
Igitur ipsa e d b diametros est, & non errantium sphæræ & zodiaci circuli. patuit autē quod & a d c. Igitur d signum centrum est non errantium sphæræ, estq; ad terrā. similiter iam ostendemus quod si illud signum, in terra assumatur centrum est mundi. terra igitur in medio mundo est, centrique ordinem ad mundum obtinet.

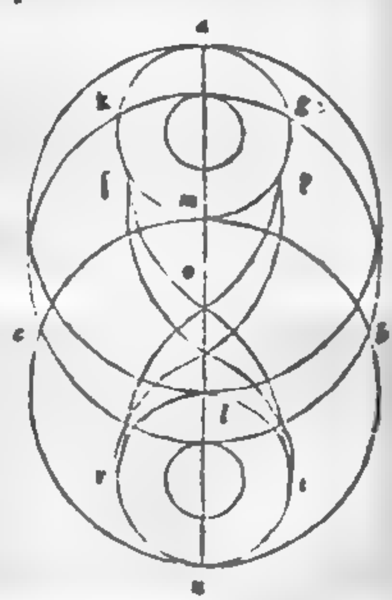
Theorema 2 Apparens 2

IN uno mundi ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus uero circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uero minime quando polus horizōtis fuerit inter æstiuum tropicum circulum, si uero in aliquo tropicorum fuerit polus horizontis, zodiacus circulus omnino ad horizontem rectus erit, quando autem polus horizontis inter tropicos circulos fuerit, zodiacus circulus ad horizontem bis erit rectus.

Esto horizon circulus b e c. & maximus semper apparentium circulorum esto a d. maximus uero semper non apparentium esto e f, æstiuus uero tropicus sit g h k, hyber

nus autem tropicus sit l m n. zodiacus porro circulus positionem habeat sicut k l. post autē sphæræ sint x o, signa, describaturq́ per x maximus circulus a x e o. Dico quod in uno sphæræ ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus autem circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uero minime, quando polus horizontis inter g h k, & a d. fuerit, quod quidem qui per polos sphæræ ad b e c, horizontem bis est rectus ostēditur. Dico iam quod k l, ad a o, meridianum bis erit rectus. Quoniam enim in sphæra bini circuli a b c, g h k, sese inuicem dispescunt, perque polos eorum describitur circulus maximus a h o, æqualis igitur est circunferentia k h, ipsi h k, & l p, ipsi, p n, estque æqualis circunferentia g h k, ipsi circunferentiæ l p n, æqualis igitur est l p, circunferentia ipsi k h, circunferentiæ. In quo igitur tempore k signum, ab ipso exordiens k, ipsam k h, percurrens circunferētiam in h, peruenit, in eo & l signum ambitum l p, percurrens in p signum stabit, & zodiacus circulus positionem habebit sicut h b, p c. Nā quoniam in sphæra bini orbes a g h k, b h p c, sese inuicem tangunt, ac per unius polum & contactum maximus describitur circulus x h o b. igitur ipse x h o q. orbis ueniet & per ipsius h b p c, orbis polos, ad eumq́ rectus erit, quare & h b p c. orbis ad ipsum x h o p, orbē rectus est. Rursus quoniam a d circunferentia ipsi m n, circunferentiæ similis est, in quo igitur tēpore a ad d. peruenit, in eodē & n ad m, & zodiacus circulus positionem habebit sicut a b m c. nam quoniam in sphæra bini orbes a b m c, a h sese inuicem tangunt, perq́ unius polum & contactum maximus describitur circulus a x o h, rectus igitur est, a x h o ad a b m c, orbem, quare & a b m c, orbis ad a x h o, orbem rectus est. Rursus quoniam a k circunferentia ipsi l m. circunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a, peruenit ad k, in eodem & m ad l, uenit zodiacusque circulus positionem habebit sicut k l: in quo igitur tēpore k incipiens a k, ipsam, q k h, percurrens circūferentiā ad h. peruenit, q temporis interuallum est unius sphæræ ambitus, ipse k l, orbis ad b e c. orbem, bis erit ad angulos rectos. Eisdē expositis sit polus ipsius b e c k, inter signa d x. Dico quod k l, circulus zodiacus ad b e c k. horizontem neutiquam erit erectus. Si enim orbis k l rectus est ad orbem, b e c k, ipsum per polos dispescit, transietq́ per polum existentem inter d x. secabit quoque ipsum g h k, tropicum quod est impossile, idq́ propterea k l zodiacus nō erit rectus ad b e c k, horizontem. Sit autem horizōtis polus in l m n, in m. signo. Dico quod omnino orbis k l. ad horizontem rectus erit. Nam quoniam k m, circunferentia ipsi l n circunferentiæ. est æqualis. In quo igitur tempore k ipsam k m, percurrens circunferentiam ad m, peruenit, in eodem l in n, erit & zodiacus circulus positionem habebit sicut b k c. Quoniam igitur b m, ipsum n b c, horizontē per polos secat ipsumq́ bifariam secat & ad angulos rectos. Rectus igitur est zodiacus circulus ad horizontē. Esto aūt polus horizōtis inter tropicos sitque o signū. Dico q k l circulus ad horizontē bis erit rectus describātur p polū o maximi orbes s o t. p o r, tangentes ipsum a g m k. tanget iam & ipsum t n r, & quoniam orbis p o r. ipsum g e k, per polos secat bifariam & ad angulos rectos ipsum secat, rectus ergo est circulus p o r, ad g e k. Idque propterea iā orbis s o t. ad g k e, rectus est. Et quoniam qui ex k semicirculus sicut ad k l partes contactum non admittit ipsi s semicirculo. sicut ad s t. partes, similis & x s, circūferentia ipsi l t. cir-



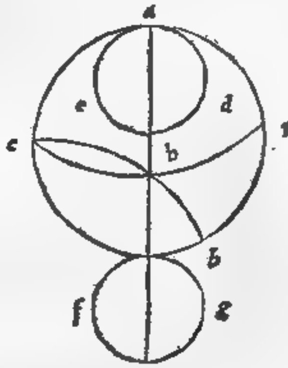


l t, circunferentiæ: in quo igitur tempore k in s peruenit in eodem & l in t. & k l. circulus coheret in ipso s t, circulo a t, s t. circulus ad g e k rectus est: & k l. igitur ad e k. rectus est. Rursus quoniam s m p, circunferentia ipsi t n r, est similis: in quo igitur tempore s in p, in eodem quoque & t in r uenit, & circulus zodiacus conuenit in circulo p o r, & p r. ad g e k, rectus est, & zodiacus circulus rectus est ad g e k, horizontem, bis igitur zodiacus circulus ad horizontem rectus est.

Theorema 3 Apparens 3

ASTrorum non errantium, ortus occasusque efficientium unumquodque iuxta eadem horizontis signa oritur & occidit.

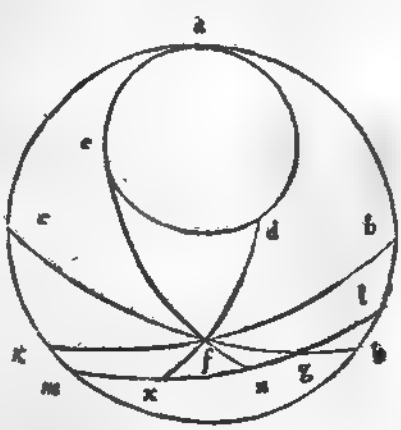
Sit in mundo horizon a b c maximus autem semper apparentium esto circulus a d e, non apparentium uero maximus esto b g f, assumanturque signum h ortus & occasus facientium. sintque orientales partes c, occiduæ uero sint k. Dico quod h signum semper iuxta eadem horizontis signa oritur, & occidit euoluta sphæra, sit orbis per quem signum h conuertitur sitque k h c, igitur orbis k h c, ipsum horizontem secat estque rectus ad ipsius sphæræ axem. Ipsi autem axi ad angulos rectos existentes circuli, horizontemque dispescentes, ortus & occasus per eadem horizontis signa efficiunt, orbis igitur k h c, per c signum oritur, & per k occidit, fertur autem h signum in circunferentia ipsius k h c circuli, & h igitur signum per signum c oritur, & per k occidit.



Theorema 4 Apparens 4

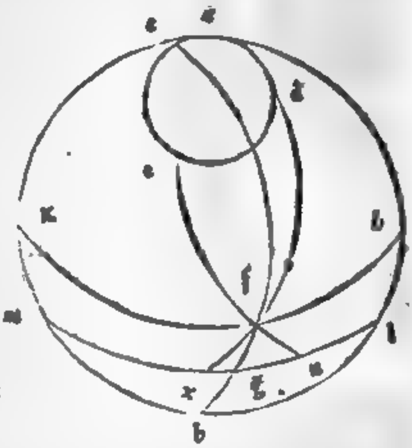
ASTrorum in maximi circuli ambitu existentium, maximumque semper apparentium non tangentis, neque secantis. quæ prius oriuntur, prius & occidunt & quæ prius occidunt prius oriuntur.

Sit in mundo horizon a b c. maximus autem semper apparentium sit a d e, alius autem maximus orbis esto e f b. non secans circulum a d e, neque ipsum tangens. Assumanturque in ipsius e f b, circuli circunferentia bina contingentia signa sintque f g. Dico quod ipsorum f g signorum, quod prius oritur prius & occidit, & prius occidens, prius oritur. Sint autem orientales partes c, occiduæ uero sint b. sintque paralleli circuli per quos signa f g, inuehuntur h k. l m & per f maximus describatur circulus n f e, ipsum a d e. circulum tangens ut tamen non tangat semicirculum qui ex e sicut ad partes e f n, ei qui ex a semicirculo ad a c: partes similis igitur est k f, circunferentia, ipsi m n, circunferentiæ, reliqua igitur f h, circunferentia & continua ei sub terram usque ad k, signum similis est ipsi n l, circunferentiæ & ei continuæ sub terram usque ad m signum. In æquali igitur tempore f n, signa ipsas f h, n l, & eis continuas usque ad k m, signa circunferentias pertranseunt. Ipsa igitur f n, signa simul oriuntur & g ipso n prius oritur, & g igitur ipso f, prius oritur. Dico quod & prius occidit, describatur per f signum maximus circulus x f d, ipsum a d e, circulum tangens, ut a b d, semicirculus ad partes d f x, ipsi a, semicirculo ad partes a h, non concurrat, similis igitur est f h, circunferentia ipsi x l. In æquali igitur tempore f, signum ipsam f h, circunferentiam transit, & x signum ipsam n l circunferentiam. Igitur f signo in h ducto, & x, in l, stabit. Ipsa igitur f x, signa simul occidunt: & g, ipso x, prius occidit, & g ipso igitur f, prius occidit: similiter iam demonstrabimus quod & prius occidens prius & oritur.



ASTrorum in maximi orbis ambitu qui maximum semper apparẽtium secat, existentium, quæ in septentrione sunt prius oriuntur posterius uero occidũt.

Esto in mũdo horizon a b c, maximus autẽ semper apparẽtiũ sit a d e. alius autẽ maximus circulus esto c f b, ipsum a d e. circulum dispescens. Assumanturque in ipsius c f b, orbis ambitu bina contingentia signa, sitq; f, signum ad septẽtrionem. Dico quod f, signum ipso g prius quidem oritur, posterius autem occidit. Sint orientales quidẽ partes c. occiduæ uero sint b sintque circuli paralleli per quos f g, signa inuehũtur h k, l m, describaturq; per f signum maximus circulus n f e, ipsum a d e, circulum tangens, ut non tangat eũ qui ex a, semicirculũ ad partes f g. ei qui ex a semicirculo, sicut ad a c k, partes. Similis ergo est f k, circunferentia ipsi n m circunferentiæ. Reliqua igitur h f, circunferentia & continuã ei sub terram usque ad k signum similis erit ipsi n l, circunferentiæ & ei cõtinuæ sub terrã usq; ad m signũ. In æquali igitur tẽpore ipsa f n, signa ipsas f h, n l, circũferentias, & eis continuas usq; ad k m, signa percurrẽt. Igitur ipsa f n, signa simul oriũtur. Ipsum autẽ n ipso f prius oritur, & f ipso g igitur prius oritur. Dico quod & posterius occidit. describatur per x

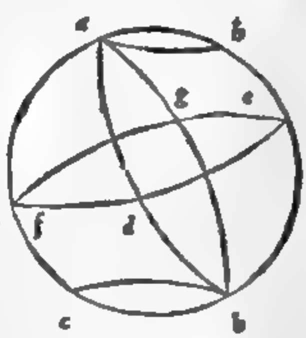


signum maximus circulus f d. ipsum a d e, circulum tangens. ut non tangat eum qui ex d, semicirculum sicut ad partes d f. ei qui ex a semicirculo, sicut ad a h partes. Similis igitur est f h, ambitus ipsi x l, ambitui. In æquali igitur tempore f, ipsum f h. ambitum, & x ipsum x l. perficit. Ipso igitur f in h signo existente, & x in l stabit. ipsa igitur x f, signa simul occidunt. Ipsum autem g prius ipso x occidit. Igitur & g ipso f prius occidit. quare & x ipso g posterius occidit, patuit autem quod & prius oritur. Igitur ipsum f ipso g prius oritur, posterius autem occidit.

Theorema 6 Apparens 6

IN zodiaco circulo astra consistentia in diametro coniugate oriũtur & occidunt, similiter & qui in æquinoctiali.

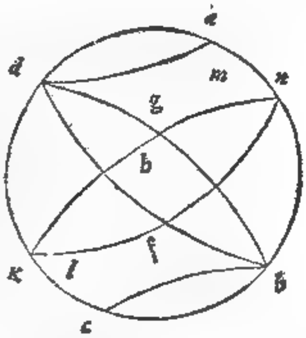
Sit in mundo horizon a b c, zodiacus autẽ circulꝰ positionẽ habeat a d b. æquinoctialis aũt esto e f d, sintque ipsorum quidem segmẽta super terram a g b, e g f, in diametro igitur est a. signum ipsi b signo, & e ipsi f. Dico quod ipsa a b & e f, signa coniugate oriuntur & occidunt. Sint orientes partes a. occiduæ uero b. & sint paralleli circuli per quos signa a b. inuehuntur a h, b c, sitq; segmẽtum a h super terram, at b c infra terram. Quoniam a ipsi b & e. ipsi f est in diametro, æqualis igitur est circunferentia. e b ipsi a f, circunferentiæ. Sed e b, ipsi f c, est æqualis. & a f igitur ipsi f c, est æqualis, éstque maximus parallelorum e f d. æquus igitur est orbis a h ipsi b c. orbi, suntq; ipsorũ segmenta quæ uicissim a h, b c, æqualis igitur est a h. circunferentia ipsi b c circunferentiæ. in æquali igitur tempore a signũ ipsum a h. ambitum transiens in h ueniet, & b ipsam b c, circũferentiam perficiens ueniet in c. Sed a ipsam a h. percurrens in h proueniens occidit. at b ipsam b c. currens in c. quod proueniens, oritur. Ipso igitur a occidente, ipsum b oritur. similiter demonstrabimus quod & a oriente b occidit. Rursus quoniã uterq; ipsorum e g f, f d e. semicirculus est, æqualis est ambitus f g e. ipsi f d e. ambitui. in æquali igitur



tur tempore f,signum ipsam f g e,circunferentiã efficiens in e,ueniet & e ipsum efficiens ambitum e d f in f ueniet. Sed f quidem per f g e,circunferentiam ductus in e,quod proueniens occidit. At e,per e d f,ambitum inuectus in f,quod perueniens oritur ipso igitur f occidente e,oritur,similiter iam demonstrabimus quod f ipso oriente ipsum e occidit. Similiter autẽ & omnia in zodiaco & æquinoctionali astra consistẽtia in diametro coniugate oriuntur & occidunt.

Aliter ex impossibili.

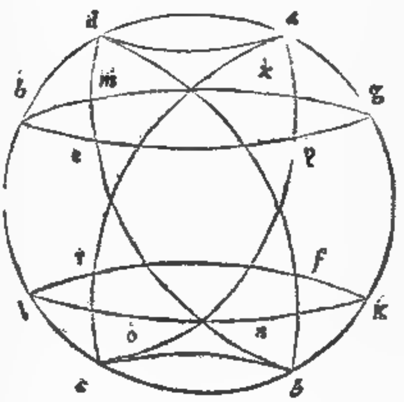
Sit horizon circulus a b c d,æstiuus autem tropicus sit a d,hybernus uero b c zodiacus porro positionem habeat sicut d g b f,sintque in d g b f in diametro signa f g, dico quod ipso f oriente,ipsum g,occidit. Si autem est possibile,non occidat,sed esto h. occidens & per f h, paralleli describantur circuli n h,f k. quare f signo oriẽte per k ipsum h,occidet per n,& zodiacus circulus positionẽ habebit sicut m n l k,& quoniam unusquisq; ipsorum a b c d, m n,l k,maximus est:in diametro igitur est k ipsi n,sed & k ipsi f,est idem, & n ipsi h,igitur f ipsi h,est in diametro, sed & g, quod est impossibile. Igitur oriente ipso f, ipsum g occidit.



Theorema 7 *Apparens 7*

Zodiacus circulus per omnem horizontis locum inter circulos tropicos oritur & occidit quando maximus semper apparentium maior fuerit circulo tropico, conuersionesq; contrarias fecerit transmutatus,quando enim ortus ad meridiem cum ipso ad septentrionem occasu immutatus fuerit,transmutatus apparet,quando uero ortus septentrionalis cum ortu meridiano immutatus fuerit: transmutatus apparet,& quandoq; aliter supra nos stabit.

Sit in mundo horizon a b c d,æstiuus quidem tropicus sit a d,hybernus uero tropicus b c,zodiacus circulus positionem habeat d e b, sitque d e b,segmentũ infra terrã at,d f b supra terram. Dico quod zodiacus circulus per omnẽ horizontis locũ inter tropicos oritur & occidit,conuersionesq; efficit opposite transmutatus: quãdo enim ortu meridiano eo qui ad septentrionem immutatus fuerit,transmutatus apparet,& quãdoq; aliter supra nos stabit. Sint quidem partes oriẽtales d c occiduæ uero a b,quod igitur zodiacus quidem circulus per omnem horizontis inter tropicos locum oritur & occidit,manifestũ est.quando quidem maximos tangit orbes,fuerit autem unus eorum quem tangit horizon. Dico autem quod & conuersiones oppositæ immutatus efficit, assumãtur æquales & ex opposito circunferentiæ,d e,b f. describanturque paralleli circuli per quos signa e f,inuehuntur g e h.k f l. Quoniam circũferentia d e



ipsi b f,circunferentiæ est æqualis,communis apponatur e b,tota igitur d e b,toti e b f. est æqualis,semicirculus autem est d e b,semicirculus igitur est & e b f:in diametro igitur est per præcedentem e signum ipsi f signo,& quoniam circunferentia e d,ipsi d m, circunferentiæ est æqualis.& b f ipsi b n. Sed d e ipsi b f est æqualis. & d m igitur ipsi b n est æqualis. Communis apponatur m b.tota igitur d m b toti m b n est æqualis,semicirculus autem est d m b,semicirculus igitur est m b n, igitur per præcedentem in diametro est m signũ ipsi n signo,& quoniam per præcedẽtem zodiaci circuli in diametro signa existẽntia coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur d signo oriẽte per signum d ipsum b,quod ei est in diametro signum occidit,& ipso igitur e oriente per h signum

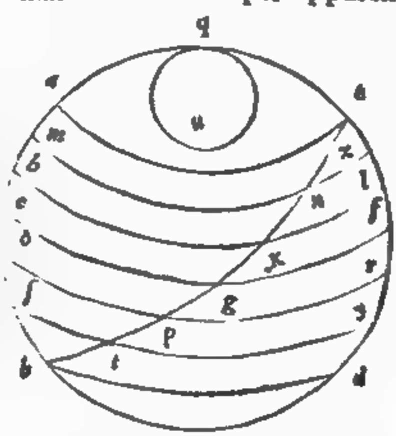
f,quod

f,quod ei eſt in diametro occidit per k ſignum.& ipſo n ſigno oriente per l,ſignum i-pſum m,quod ei eſt in diametro ſignum per g. ſignum occidit & inſuper ipſo b, ſigno per c oriente,ipſum d,quod ei eſt in diametro per a occidit Quando igitur zodiacus circulus ortu meridiano cum occaſu ſeptentrionali immutatus fuerit, tranſmutatus apparet. Dico quod & quando ortu qui ad ſeptentrionem,occaſu eo qui ad meridiem permutatus fuerit immutatus apparet. Oriente ſiquidem d c b,ſemicirculo, zodiacus circulus poſitionem habebit a x c. Similiterq; oſtendemus quod in diametro eſt ipſum quidem x ſignum ipſi o ſigno & r ipſi p. Et quoniã ſigno c oriente per c.quod in diametro ipſi c,eſt a,ſignum occidit per a. Ipſo autem o,per l.ſignum oriente,ipſum x, quod eſt ei in diametro per g ſignum occidit. Ipſo autem p ſigno per h,oriente ipſum r,quod ei eſt in diametro per k occidit. Et inſuper ipſo a ſigno, per d oriente, ipſum c, quod ei eſt in diametro per b occidit. Quãdo igitur zodiacus circulus ortu ſeptentrionali eo qui ad meridiem immutatus fuerit,permutatus apparet, patuit autẽ quod & quãdo ortu meridiano occaſu ſeptentrionali immutatus fuerit, permutatus apparet, & manifeſtũ quod quandoq; aliter ſupra nos ſtabit, Quãdo enim zodiaci circuli contactus fuerit in bifaria ſectione ſegmenti quod ſupra terram tropici æſtiui ad nos erit rectus: quando uero in bifaria ſectiõe ſegmenti quod infra terram æſtiui tropici humilior ad nos erit, ſemperque longius factus a bifaria ſectione ſegmenti circuli quod ſupra terram æſtiui tropici ualde erit proclinatus,ſimiliter autem erit inclinatus æque diſtans ab utraque bifaria ſectione.

Theorema 8 Apparens 8

Signa in inæqualibus horizontis ſegmentis oriũtur, & occidunt, & in maximis quæ ad æquinoctialem, in minoribus autem quæ hæc ſequuntur, in minimis uero quæ ad tropicos, in æqualibus quæ ab æquinoctiali circulo æque diſtant.

Sit horizon circulus a b c d, tropici autem a c, b d. maximus uero ſemper apparentium ſit q u. zodiacus porro circulus poſitionẽ habeat c b. æquinoctialis circulus ſit e f. Seceturq; utraque ipſarum c g, g b, in tria æqualia per n k, p t, ſigna. Dico quod ipſæ c n. n k, k g, g p, p t, t b. circunferentiæ in æqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt. In maximis ipſæ k g, g p, in minoribus autem, k n, p t, in minimis uero c n, b t, in æqualibus k g, ipſi g p, & k g, ipſi p t, & n c, ipſi t b. Sint per quos inuehuntur ipſa. n k, p t, ſigna paralleli circuli m x, h l, o r, ſ y. Quoniam ipſæ g k, k n, n c, ſunt adinuicẽ æquales: ipſæ igitur, f l, l x, x c, adinuicem ſunt maiores incipientes à maxima f l. Idq; propterea ipſæ quidem e h, h m, m a, inuicem ſunt maiores incipientes à maxima e h, & inſuper ipſæ quidem f r, r y y d, ab ipſa f r, maxima incipientes inuicem ſunt maiores, & inſuper ipſæ e o, o ſ, ſ b, ab ipſa e o, maxima incipientes inuicem ſunt maiores, & quoniã ipſæ c n. n k. k g, g p. p t, t b. oriũtur quidẽ per c x, x l, l f. f r, r y. y d circunferentias. occidunt autem per a m, m h. h e. e o, o ſ. ſ b quare in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt. Et quoniam in ſphæra, paralleli circuli, h l, o r, maximi alicuius circuli circunferentias ipſius c b, hoc eſt p g, g k, æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis igitur eſt circulus h l, ipſi o r circulo. Quoniã igitur in ſphæra æquales & paralleli circuli h l, o r. maximi alicuius circuli circunferentias ipſius a b c d, ipſas l f, f r, auferunt ad maximum parallelorum e f. æqualis eſt circunferentia l f. ipſi f r. circunferentiæ. Similiter autem oſtendemus. quod circunferentia f x. ipſi f y, circunferentiæ eſt æqualis. Reliqua igitur x l, reliquæ r x, per tertiam communem ſententiam eſt æqualis. Iam id propterea & c x, ipſi y d. Signa igitur in inæqualibus horizontis ſegmentis oriuntur & occidunt: in maximis quidẽ quæ ad æquinoctialem, in minori quæ ea ſequuntur. in minimis uero quæ ad tropicos, in æqualibus porro quæ ab æquinoctiali circulo æqualiter diſtant.

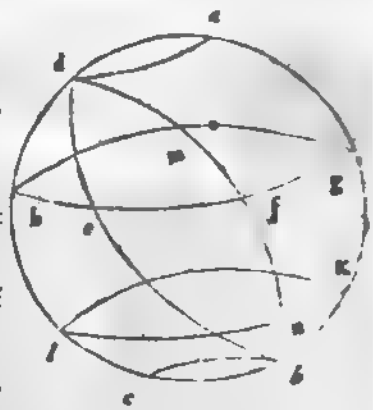


Theo

Theorema 9 Apparens 9

SIgnorum circuli ſemicirculi qui exordium in eodem parallelo nó habuerint inæquali tempore oriuntur toti, & in pluri qui cũ cancro, in minori autem qui ſubſequuntur, in minimis uero qui cum capricorno, quicunq; autem exordium in eodem habuerint, parallelo in æqualibus temporibus oriuntur.

Sit in mũdo horizon a b c d. æſtiuus autem tropicus ſit b c, zodiacus uero circulus poſitionem habeat. d e b f. ſintque orientales partes quidem c d, occiduæ uero a b & d e b. ſit qui poſt cancrum ſemicirculus, at b f d ſit qui poſt capricornum. Dico quod ipſius zodiaci circuli ſemicirculi qui exordium in eodem non habent parallelo inæquali tempore oriuntur & in pluri quidem qui cum ipſo cancro d e b, in minori qui hunc ſubſequuntur, in minimo autem qui cum capricorno b f d. quicunque uero exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, auferantur æquales circunferentiæ d e. b f Deſcribanturq; paralleli circuli g e h m. k f l n. per quos inuehuntur ipſa e f ſigna Sintque eorum quæ ſupra terram ſegmenta g m h, k f l. Similiter iam oſtendemus, ſicut in præcedentibus quod in diametro eſt e ſignum p.i f ſigno, & m ipſi n. Et quoniam ipſa a d circunferentia, ipſa m h, circunferentia eſt maior aut ei ſimilis. Ipſa autem g m h, ipſa k f l, & inſuper k f l, ipſa b c. In maiori igitur tempore d ſignum, incipiens a, d, ipſam d a. circunferentiã ambit: quam e incipiens ab h, ipſam h m g. circunferentiã ambit. Et e ab ipſo h incipiẽs in maiori tempore ipſam h m ambit, quàm n incipiens ab l ipſam l f k ambit circunferentiam, & n ab ipſo l incipiens in maiori tempore ipſam f k ambit quàm b ab ipſo c incipiens ipſam c b ambit circunferentiam. Sed in quo quidẽ tempore d ſignum ipſam d a, ambit circunferentiam, in eo & ei exiſtens in diametro b ſignum ipſam b c ambit circunferẽtiam, & ſemicirculus d e b, oritur. In quo autem tempore e incipiens ab ipſo h ipſam h m g ambit circunferentiam in eo f. ei in diametro exiſtens incipiens a k, ipſam k n l, ambit circunferentiam, & ſemicirculus e b f. oritur In quo uero tempore n incipiẽs ab ipſo l ipſam l f k. ambit circunferẽtiam, in eo m & in diametro exiſtens incipiens ab ipſo g. ipſam g e h. ambit. & ſemicirculus n b m oritur. In quo uero tempore b incipiens ab ipſo c. ipſam c b ambit. in eo ipſum d ei exiſtens in diametro incipiens ab a. ipſam a d ambit: & ſemicirculus b f d. oritur In maiori igitur tempore ſemicirculus qui cum cãcro oritur, hoc eſt ipſe d e b, minore uero eo quod in d e b ipſe e b f. & inſuper ipſe n b m. in minori ipſo e b f. in minimo demum qui capricorno. Dico inſuper quod quæcunque, exordium in eodem parallelo humerint æquali tempore oriuntur, habeant enim ipſi m d n, e b f. ſemicirculi exordium in eodẽ parallelo, dico quod æquali tempore ipſi m d n, e b f, ſemicirculo oriuntur: quoniam in æquali tempore m ſignum incipiens ab h. ipſam h m g. ambit circunferentiam. & e incipiens ab h, ipſam. h m g, ambit circunferentiam, ſed in quo tempore m ſignum incipiens ab h ipſam h m g ambit, in codẽ quod ei eſt in diametro n incipiens a k ipſam k n l. ambit circunferentiam, & ſemicirculus m d n oritur. In quo autem tempore e ſignum incipiens ab h ſigno ipſam h m g ambit circunferentiam, in eodem quod ei eſt in diametro f incipiens ab ipſo k ipſam k n l. ambit circunferentiam, & ſemicirculus e b f. oritur. In æquali igitur tempore ipſi m d n. e b f. ſemicirculi oriuntur.



Theorema 10 Apparens 10

SI zodiaci circuli bini ſemicirculi cõmunem quandã habentes circũferentiam inæquali tempore orti fuerint, & ex oppoſito circunferentiæ inæquali tempore oriuntur, & eædem erunt differentiæ

tempore in quibus semicirculi & circunferentia quæ ex opposito oriuntur, & si zodiaci circuli bini semicirculi æquali tempore communem quandam habentes circunferentiam orti fuerint, & quæ ex opposito circũferentiæ æqualibus temporibus orientur.

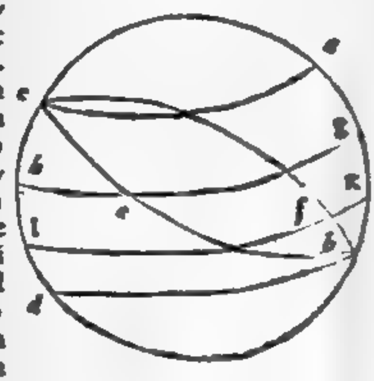
Sit horizon circulus a b c d, tropicus uero æstiuus sit a c, hybernus aũt sit b d, zodiacus porro sit b c. Assumanturq́ æquales circunferentiæ c e, b f, ipsi igitur semicirculi c e b, e b f, inæquali tempore oriũtur. Dico quod & ipsæ c e, b f, circunferentiæ in æquali tempore oriuntur. Nam quoniam c e b, ipso e b f, in maiori oritur tempore communis auferatur ipsius e f, circunferentiæ ortus tempus: ipsa enim a b, circunferentia eadem sed in æquali oritur. Reliqua igitur c e, ipsa b f in maiori tẽpore oritur. & manifestũ quod eodem sunt differentiæ tẽpore in quibus ipsi c e b, e b f. semicirculi oriuntur, & quæ ex opposito circunferentiæ c e, b f. Manifestum autem quod si semicirculi aliqui æquali tempore orti fuerint, & quæ ex opposito circunferentiæ æquali tempore orientur.

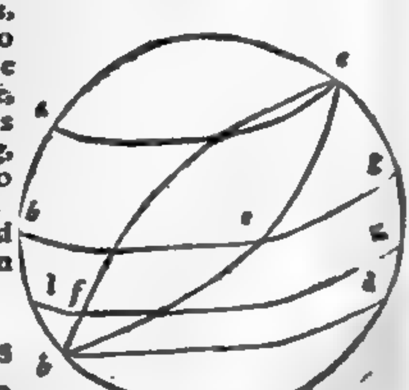


Theorema 11 Apparens 11

Zodiaci circuli æqualium & ex opposito circunferẽtiarum in quo tempore altera oritur, & altera occidit, & in quo altera occidit altera oritur.

Sit horizon circulus a b c d, tropicus autem æstiuus sit a c, hybernus autem b d, zodiacus sit c b, assumanturque in ipso æquales circunferentiæ ex opposito c e, b f. Dico quod in quo tempore c e, oritur b f, occidit. Sint per quos inuehuntur e f, signa paralleli circuli g h k l, & quoniam astra in zodiaco in diametro existentia per 6 theorema coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur e oriente f occidit. In quo igitur tempore e. incipiens a b e, ipsam e h, ambiens circunferẽtiam uenit in h, in eodem & f ab ipso f incipiens f k ambiens ad k uenit. Sed quando e ipsam e h ambiens ad h uenit. circũferentia e c, oritur: quando uero f ipsam f k ambiẽs ad k uenit, occidit b f circunferentia. In quo igitur tempore c e, circunferentia oritur in eodem f b, circunferẽtia occidit. Dicoq́ & in quo tẽpore b f oritur, occidit ipsa c e. Immutetur enim in b a. casu zodiacus circulus, habeatq́ positionem sicut c e b. Dico quod in quo tempore b f oritur, ipsa c e. occidit. Quoniam f ipsi e signo in diametro est, ipso igitur f oriente, ipsum e, occidit. In quo igitur tempore f ipsam f l, ambiens circunferentiam ad l uenit. In eodem & e ipsam e g, circunferentiam percurrens ad g, uenit. Sed quãdo f ipsam f l, circunferentiam ambiens peruenit ad l. ipsa b f oritur. Quando uero e ipsam e g ambiẽs ad g uenit ipsa c e occidit. In quo igitur tẽpore b f. ambitus oritur, in eodem & c e, ambitus occidit.





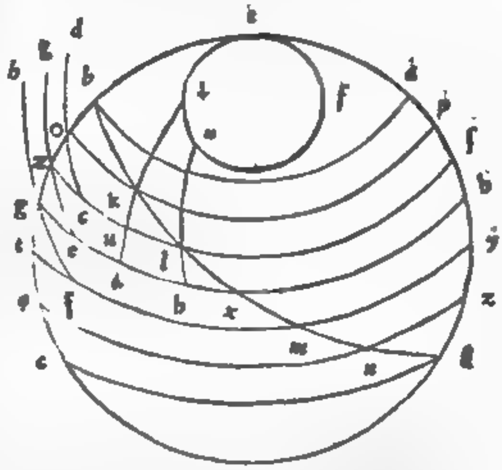
Theorema 12 Apparens 12

Semicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus occidũt, & in maiori quæ sũt

ad

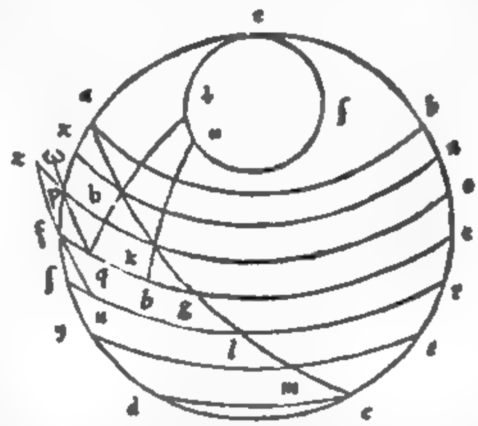
ad tropicorum contactus, in minori autem quæ has subsequũtur, in minimis uero quæ ad æquinoctialẽ, æqualibus porro qui æqualiter distant ab æquinoctiali circulo & occidunt & oriuntur.

Esto horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentiũ sit e f, tropicus uero æstiuus sit a b, hybernus sit c d, sit porrò cum cancro semicirculus qui super terram b d, æquinoctialis circulus sit h g. Seceturq; utraq; ipsarum b x, d x, in tria æqualia per signa k l, m n. Dico quod ipsæ b k, k l, l x, x m, m n, n d, in æqualibus tẽporibus occidunt & in maiori quidem ipsæ b k, n d, in minoribus ipsæ k l, m n, in minimis uero ipsæ l x, x m, in æqualibus porro ipsa quidẽ l x, ipsi x m, ipsa k l, ipsi m n, & b k ipsi n d. Sint per quos inuehũtur ipsa k l, m n, signa paralleli circuli p o, s r, y t, z φ. Describantur per k l, maximi orbes ↓ a, ω b, ipsum tãgentes circulum e f. Quoniam ipsæ b k, k l, l x, adinuicẽ sunt æquales, ipsæ igitur g a, a b, b x, sunt adinuicẽ maiores incipientes ab ipsa g a maxima. Quoniam igitur g a ipsa a b maior est, sed g a ipsi o k est similis, & a b ipsi u l & o k, igitur ipsa u l maior est uel ei similis. Ipsa autem l r maior fuerit uel similis o k. Sit ipsi o k similis l c. In quo igitur tempore k, signum incipiẽs ab ipso k, ipsam k o, ambiẽns circũferentiam ad ipsum usq; perueniit o. In eodẽ & l, incipiens

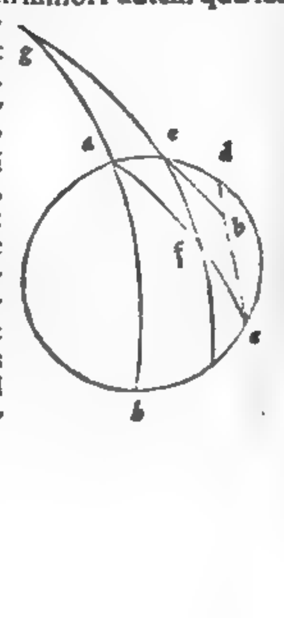


ab ipso l, ipsam l c ambiens perueniet ad c, & zodiacus circulus positionẽ habebit sicut c o d. Quoniam igitur o k circunferentia ipsi l c similis est, sed o k ipsi r u est similis, & r u igitur ipsi l c est similis, suntq; eiusdem circuli. Aequalis igitur est r u ipsi c l, cõmunis auferatur c u. Reliqua igitur r c ipsi u l est æqualis, & o k ipsa u l est maior aut ei similis, & o k igitur ipsa r c maior est aut similis ei, in pluri ergo tempore k ipsam k o circũferentiam ambiens peruenit ad o q̃ c, incipiens a c ipsam c r ambiens circũferentiam ueniat ad r. Sed in quo quidem tempore k ipsam k o ambiens circũferentiam, uenit ad o, ipsa b k cirũferentiã occidit: in quo autem tempore c ipsam c r ambiens circũferentiã, peruenit ad r, occidit circũferentia k l. In maiori igitur tẽpore occidit b k q̃ k l. Rursus quoniam minor est a b ipsa b x, sed a b ipsi u l est similis, & ipsa igitur u l ipsa b x, maior est uel ei similis, multo igitur maior est r l ipsa b x, uel ei similis. Ipsa autem g x minor, uel et similis, sit ipsi r l similis x e. In quo igitur tempore x ipsam x e, circũferentiam ambiens ad e, uenit in eodem & l ipsam l r, circũferentiam ambiens ad r, uenit & zodiacus circulus positionem habebit sicut e r g. Quoniam igitur circunferentia r l ipsi e x similis est, sed r l ipsi g b est similis, & g b igitur ipsi e x est similis. & sunt eiusdem circuli, æqualis igitur est g b ipsi e x circũferentiæ, cõmunis auferatur e b: reliqua igitur g e, reliquæ b x est æqualis. Et quoniam u l ipsa b x, maior est aut similis ei, æqualis autem est ipsa quidem u l ipsi r c, & b x ipsi g e, & r c igitur ipsa g e, maior est aut ei similis. In maiori igitur tempore c ipsam c r, circũferentiã ambiens ad r uenit q̃ e, ipsam e g percurrens ad g ueniat. Sed in quo tempore c ipsam c r, circũferentiam ambiens ad r uenit ipsa c o circũferentia occidit, hoc est ipsa k l circũferentia occidit. In quo igitur tempore e ipsam e g, circũferentiam ambiens ad g peruenit, ipsa e r, hoc est l x circũferentiã occidit. In pluri ergo tẽpore k l occidit quàm l x. Rursus quoniam t m ipsa n x, maior est aut ei similis sit ipsi g x, similis m x. In quo igitur tempore x, incipiens ab ipso x ipsam x g, ambiens circumferentiam ad g peruenit. In eodem & m ipsam m x, ambiens circũferentiam perueniet ad x, & zodiacus circulus positionem habebit sicut x g h. Et quoniam in sphæra paralleli circuli t y, r l, maximi cuiusdam circuli ambitus ipsius b d, ipsos l x, x m, æquos aufe runt ad maximũ parallelorũ orbem g h, æquus est r s ipsi t y. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli r s, y t, maximi cuiusdam circuli ambitus a b, c d, ad maximum parallelorũ g h auferunt, æqualis est t g ipsi g r, est autem & x n ipsi g h æqualis. Quoniam l x ipsi x m est æqualis: æqualis igitur est & quæ ab h in r ei quæ ab t in s. Estq; orbis r s ipsi t y orbi æqualis, æqualis igitur est circũferentia h r ipsi t s, circumferentiæ.

Sed ipsa quidem h r ipsi g e, ambitui est similis, & ipsa g e igitur ipsi t f est similis. In quo igitur tempore e, incipiens ab ipso e ipsam e g, circũferentiã ambiens ad g peruenit. In eodem & f ipsam f t, ambiẽs ad t peruenit. Sed in quo quidem tempore e ad g peruenit, occidit g r ambitus, hoc est l x circũferentia. In quo autem tempore f ad t peruenit, occidit f g ambitus, hoc est x m. Igitur l x ambitus ipsi x m, circũferentiæ in æquali tempore occidit. Similiter iam ostendemus q & k x ipsi x n, in æquali occidit tempore quarũ l x ipsi x m, in æquali tempore occidit. Reliqua igitur k l ipsi m n, in æquali occidit tẽpore. Similiter iam ostendemus q & b k ipsi n d, in æquali occidit tempore. Et quoniã in pluri tempore b k occidit q̃ k l, & k l q̃ l x. Sed in quo tempore b k occidit in eodem & d n. In quo igitur tẽpore k l in eodem & m n. In quo autẽ l x in eodem x m, & ipsa quidem d n, igitur ipsa n m in maiori occidit tẽpore, & n m ipsa m x. Dico q & ipsa l x ipsa x m, in æquali tempore oritur, & k l ipsa m n, & b k ipsa n d, inspiciãturq; ea quæ in secunda descriptione dicta sunt, sitq; cum cancro semicirculus q sub a c, diuidaturq; utraq; ipsarũ a g, g c, in tria æqualia per h k l m, signa, paralleli autẽ circuli sint n x, o p, s r, t y, quoniam f g ipsa k p, maior est uel ei similis. Sit ipsi k p similis g q. In quo igitur tempore k, incipiens ab ipso k ipsam k p, ambiẽs ad p, peruenit in eodem & g. incipiens ab ipso g, ambiens ipsam g q, circũferentiã erit in q. Et zodiacus circulus positionem habebit, sicut q p z. Rursus quoniam l s ipsa g f, maior est aut ei similis. Sit ipsi g f similis l u. In quo igitur tempore g ipsam g f, ambiẽs peruenit ad f. In eodem & l ipsam l u, ambiẽs peruenit ad u. & zodiacus circulus positionẽ habebit, sicut u f ∗. Et quoniam in sphæra paralleli circuli



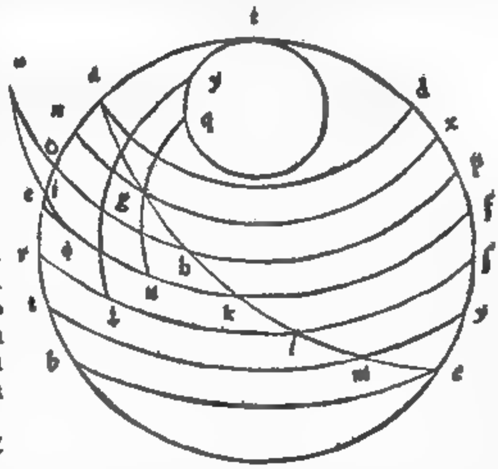
o p, r s, maximi cuiusd m orbis circũferentias ipsius, ac ipsas l n, g k, æquas auferũt ad maximũ parallelorũ e f, æqualis est o p ipsi r s. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdã orbis circũferentias ipsius a b c d, auferũt ipsas s f, f p, ad maximũ parallelorũ e f, æqualis est s f ipsi f p, est autem & u f ipsi f ∗ æqualis, æqualis igitur est & quæ ex p in ∗, ei quæ ex u in s, estq; orbis o p ipsi r s orbi æqualis, æqualis igitur est ipsa p ∗ ipsi u s circũferentiæ. Quoniã autem semicirculus z, nõ coincidit sicut ad partes z p ipsi ∗ semicirculo, sicut ad partes ∗ f, similis est circũferentia p ∗ ipsi q f circunferentiæ. Sed p ∗ ipsi u f, est æqualis ipsis circulis æqualibus existentibus. Similis est & q f, ipsi igitur u f. In quo igitur tempore q ipsam q f, ambiens circũferentiã ad f, peruenit in eodem, & u ipsam u f percurrens, ad f perueniet. Sed quando u ad f peruenit, oritur p q circũferentia, hoc est k g circũferentia, quando uero u ad f uenit, oritur u f circũferentia, hoc est l g & k g, igitur ipsi l g, in æquali tempore oritur, & a h ipsi m c, in æquali tempore oritur, cum cancro igitur semicirculi æquales circũferentiæ in æquali tẽpore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ subsequũtur, in minimis porrò quæ ad æquinoctialẽ. in æqualibus quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidũt & oriantur. Aliter idem. Eadem manente descriptiõe. Dico q ipsa a b ipsi a c, in æquali occidit tempore, nam quoniam c d ipsa b e maior est. uel ei similis ponatur ipsi b e. similis c f. & zodiacus circulus positionẽ habeat f e g. Et quoniã æqualis est a b ipsi b c æqualis est circulus a h ipsi c d circulo, æqualis igitur est a e ipsi e d, est autem & f e ipsi e g æqualis. Et quoniã c b ipsi b a est æqualis, est autẽ & quæ ex g in a. ei quæ ex d in f, æqualis igitur est & a g, circũferentia ipsi d f circũferentiæ. Sed ipsa a g ipsi e b est similis, & e b igitur ipsi d f est similis. In quo igitur tempore b, incipiens ab ipso b, ipsam b e ambiens circũferentiam peruenit ad e in eodem & f, incipiẽs ab f, ipsam q̃ f d ambiens circũferentiam. peruenit ad d. Sed quãdo ipsum b ad e peruenit, occidit b a. quãdo autem f peruenit



uenit ad d, occidit f e, hoc est c b. Igitur ipsa a b ipsi c b. in æquali occidit tempore.

Aliter xiij eadem & manifestior.

Semicirculi qui cum cancro æquales circũferentiæ inæquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ subsequũtur has, in minimis uero quæ ad æquinoctialem, in æqualibus porrò quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidunt & oriuntur. Sit in mũdo horizon a b c d, æstiuus uero tropicus sit a d, hybernus autem tropicus sit b c, zodiaci porrò semicirculus qui cum cancro sit supra terram a c, sintq́ partes orientales d c, occiduæ uero a b, æquinoctialis circulus autẽ sit e f. Seceturq́ a c semicirculus in ea quæ in ipso signa per g h k l m, signa, describanturq́ paralleli circuli n g x, o h p, r l s, & t m y, per quos inuehũtur ipsa g h l m signa. Dico quod in pluri tempore ipsæ a g, m c, circũferentiæ occidunt, in minori autẽ ipsæ g h, l m, in minimo porrò ipsæ h k, l k, in æquali autẽ quæ ab æquinoctiali æque distant. Sit maximus semper apparentiũ t y q. Describanturq́ per g h, maximi circuli y ψ, q g u ipsum orbem t y q tangẽtes, ut non coincidant semicirculi qui ab ipsis y q, sicut ad partes u & φ ψ, ei qui ex t a semicirculo, sicut ad partes t a. Similis igitur est g n, circũferentia utriq; ipsarũ ω o, u e, a r, h ω, ipsi u z. In æquali igitur tẽpore g ipsam g n, ambit circunferẽtiam, & ω ipsam ω o. Sed tempus in quo g ipsam n g, circũferentiã ambit, id est in quo circũferentia g a occidit, & tempus igitur in quo ω ipsam ω o, ambit, idẽ est tempori in quo ipsa g a, circũferentia occidit. Rursus quoniam tempus in quo h ipsam h o ambit, id est in quo ipsa h a occidit. A quibus aufertur tempus in quo ω ipsam ω o ambit, idem existẽs tempori in quo ipsa h a occidit circũferẽtia. Reliquũ igitur tempus in quo h ipsam h ω ambit, idem est tempori in quo ipsa g h occidit circũferentia. Similis autem est ipsa quidem o ω ipsi u e, & ω h ipsi u φ, & tempus igitur in quo u ipsam u e ambit, id est in quo ipsa g a occidit circunferentia, tempus autem in quo φ ipsam φ u ambit, id est in quo ipsa h g circũferentia occidit. Atq; id ꝓpterea iam & tempus in quo ipsum k ipsam k φ transit, id est in quo ipsa k h circũferentia occidit. Et quoniã in sphæra maximus orbis a b c, quendam tangit circulum parallelum t y q, & ipsum a b c maximi orbes secant e f, a c, quorũ e f maximus est parallelorũ, & a c obliquus ad parallelos, & assumptæ sunt circũferentiæ a g, g h, h k, in obliqui circuli circũferentia, æquales consequenter ad easdem partes maximi parallelorũ, & per g h signa descripti sunt maximi orbes y φ, q g u, ipsum orbem t y q tangentes, maior est ipsa quidem e u circũferentia, ipsa u φ circũferẽtia, & u φ ipsa φ k, in pluri igitur tempore u, ipsam u e transit, quàm φ ipsam φ u, & u φ ipsam φ u, pluri tempore ambit quàm k ipsam k φ. Sed tempus in quo u ipsam u e transit, id est in quo g ipsam g n, circũferentiam perficit, hoc est in quo ipsa a g occidit circũferentia, tempus autem in quo φ ipsam φ u ambit, id est in quo h ipsam h ω perficit, hoc est id in quo ipsa g h circũferentiá occidit, tempus autẽ in quo k ipsam k u transit, id est in quo k h circũferentia occidit. In pluri ergo tempore ipsa a g circumferentia occidit, ipsa g h circũferentia, & g h ipsa h k. Dico iam quod in æqualibus temporibus quæ æque distant ab æquinoctiali occidunt. Existente iam k signo in e, zodiacus orbis positionem habeat ω l φ. & quoniam æqualis est ω e, circũferentia ipsi e φ circũferentiæ, parallelorũ autem maximus est e f: æquus igitur est h p, orbis ipsi r l s, orbi: æqualis igitur est o e, circũferentia ipsi e r, circũferentiæ: est autem & ω e ipsi e t, æqualis igitur est & quæ ex ω in o, ei quæ ex r in l suntq́ æquales circuli ipsi ω h p, r l s, similis igitur est ω o, circũferentia ipsi r φ circũferẽtiæ. In æquali ergo tempore r signum, ipsam φ r perficit, & o ipsum o ω. Sed tempus quidem in quo φ ipsam φ r perficit, id est in quo ipsa r e circũferentia occidit, tempus uero in quo o ipsam o ω perficit, ei est æquũ tempori in quo e ω circũferentia occidit. In æquali ergo tempore ipsæ φ e, e ω, circũferentiæ occidunt, æqualis autẽ est φ e ipsi l k, & e ω ipsi k h. Ipsæ igitur l k, k h, in æquali tempore occidunt. Similiter autem demõstrabimus quod & ipsæ m k, k g, in æquali tempore occidunt,

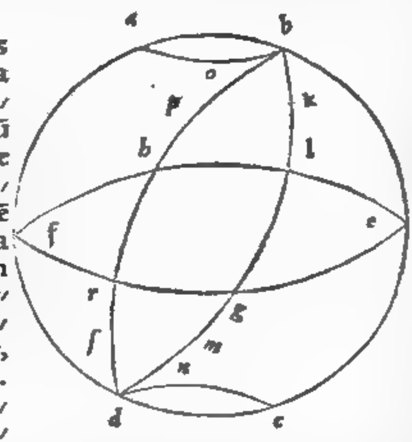


 quarum

quarum ipsæ l k.k h,in æquali tempore occidunt. Reliqua igitur m l,h k in æquali tempore occidunt. Similiter iam ostendemus q & ipsæ m c,a g,circūferentiæ tēpori æquali occidunt. Et quoniā in pluri tēpore a g,circūferentia occidit q̄ g h.& g h q̄ h k.in pluri ergo tempore occidit c m,circūferentia q̄ m l, & m l. q̄ l k. In pluri igitur tempore ipsæ a g,m c.circūferentiæ,occidunt in minori autem ipsæ g h,l m, in minimo uero h k,k l,in æquali autem quæ æqualiter ab æquinoctiali distant occidunt & oriūtur, eadem enim manente descriptione,si conuertamus zodiacum, efficiamus a c semicirculum zodiaci infra terram,eadem demonstratio eueniet, demonstrabiturq; æque restantes ab æquinoctiali æquali tempore oriri & occidere.

Theorema 15 *Apparens 15*

SEmicirculi qui cum capricorno æquales circūferentiæ tēporibus inæqualibus oriuntur, in maiori quidem quæ ad tropicorū contactus,in minori autem quæ has subsequuntur,in minimis uero quæ ad æquinoctialem , in æquali porro quæ ab æquinoctiali circulo æque distant oriuntur & occidunt.



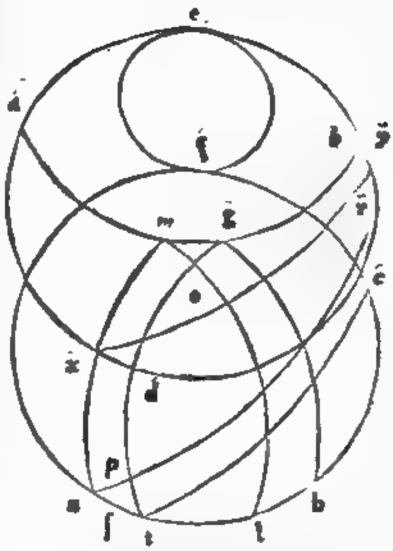
Sit horizō circulus a b cd, æstiuus uero tropicus sit a b,hybernus autem tropicus sit c d,sitq; cum capricorno semicirculus q sub terra d g , æquinoctialis uero circulus sit e h f g. Diuidantur utraq; ipsarū b g, g d, in tria æqualia p k l,m n, signa. Dico q ipsæ b k,k l,l g,g m,m n,n d , tēporibus inæqualibus oriuntur,& in pluri quidē ipsæ b k,n d, in minori autē ipsæ k l,m n,in minimis autem ipsæ l g,g m, in æquali porro ipsa b k,ipsi n d,& k l, ipsi m n, & l g,ipsi n m oritur. Sit enim cum cancro semicirculus super terram b h d, seceturq; utraq; ipsarū b h, h d,in tria æqualia in p r s.Quoniā in pluri tempore b o occidit, q̄ o p, sed in quo tēpore b o occidit,ipsa d g oritur. In quo autē tempore o p occidit,n m oritur.In pluri ergo tempore ipsa n d oritur q̄ n m. Rursus quoniam o p in maiori tēpore occidit q̄ p h. Sed in quo tempore o p occidit,oritur ipsa n m. In quo autem tempore p h occidit, oritur n m. In pluri igitur tēpore n m oritur quàm m g. Iam id propterea & ipsa quidem b k,ipsa k l, in maiori tēpore oritur,& k l ipsa l g,& quoniam in quo tempore p h occidit in eodem & h r. Sed in quo p h occidit.ipsa m g oritur. In quo autē tempore h r occidit,& g l oritur,& m g igitur ipsa g l,in æquali tēpore oritur.Iamq; id propterea & ipsa quidem k l, ipsi m g, inæquali tempore oritur,& b k ipsi d n. Rursus quoniam in quo tempore p h oritur.in eodem h r. Sed in quo tempore p h oritur, occidit m g , in quo autem tēpore h r oritur,ipsa g l occidit.Igitur l g ipsi g m, æquali temore occidit. Iam id propterea,& ipsa quidem k l,ipsi m n,in æquali tempore occidit,& b k ipsi g d.

Theorema 14 *Apparens 14*

ZOdiaci circuli æquales circūferentiæ inæqualibus tēporibus permutant apparens hemisphæriū,sed in pluri tempore quæ prope contactū æstiui tropici ea quæ longius distat, quādo polus horizontis inter arcticum circulum & æstiuum tropicum fuerit.

Sit horizon circulus a b c d,maximus autem semper apparentiū sit e f, æstiuus uero tropicus sit b a, sitq; ipsius a b c d,polus inter e f,b a, zodiacus autē circulus quandoq; positionē habeat sicut h g k,quandoq; uero sicut l m n.assumaturq; n k m,maior semicirculo . Describaturq; per k signum circulus maximus k n f, tangens e f. Quoniam in sphæra maximus orbis a b c d,quendam orbem e f,tangit alium uero huic parallelum secat a b,estq; ipsius a b c d, orbis polus inter a b & e f, descriptiq; sunt maximi orbes h g k, l m n,ipsum b a tangētes,maior est m x circūferentia,ipsa o d circūferentia. Rursus quoniam in sphæra maximus orbis a b c d , circulum quendam e f tangit,alium autem huic parallelum b a secat,estq; ipsius a b c d,circuli polus inter b a,e f. Describiturq; maximus

ximus orbis f n k, ipsum e f tangens, & ipsius f n k: igitur circuli polus est inter b a & e f. Alius igitur polus ipsius est inter æquos & parallelos ipsis e f & b a, maior igitur est ipsa k o, ipsa o m, quorũ x m o ipsa o d maior est. Reliqua igitur d k, ipsa x n, maior est, ponatur ipsi n x æqualis d p. Sintq́ per quos inue/huntur ipsa n p signa paralleli circuli n r, c p f. Quo/niam non coincidit ei qui ex e semicirculo, sicut ad partes e r, ei qui ex f semicirculo, sicut ad partes f n. Similis est r n circũferentia, ipsi c f circũferentiæ. Igi/tur n r, ipsa c p maior est uel similis ei. In pluri ergo tempore n, incipiens ab n, ipsam n r perficiens circũ ferentiã, peruenit ad r ꝙ p, incipiẽs ab ipso p, ipsam p c ambiens circũferentiã, peruenit ad c. Sed in quo tempore n ipsam n r, circũferentiã ambiens, ad r ue nit. Ipsa n x, ꝑmutat hemisphæriũ apparẽs. In quo autem tẽpore p incipiens à p, ipsamq́ p c ambit cir/cunferentiã, & peruenit ad c. Ipsa p d permutat ap/parens hemisphæriũ. In pluri ergo tẽpore ipsa x n, permutat apparens hemisphæriũ ꝙ d p. Dico ꝙ & propior est ipsa x n, contactui æstiui tropici ꝙ p d.

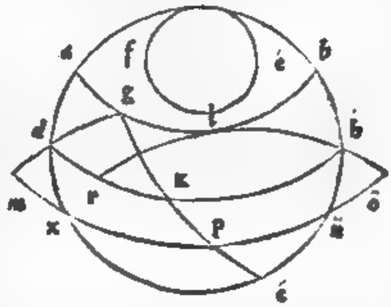


Describatur per x parallelus x y, æqualis igitur est x m, circũferentia ipsi d k, maior igi/tur est d g, ipsa m x & x n, igitur propior est contactui tropici æstiui quàm ipsa p d.

Theorema 15 *Apparens 15*

Similiter autem & in altero semicirculo, æquales circũferentiæ in inæqualibus temporibus permutant apparens hemisphæriũ, & in pluri quidem quæ propiores sunt contactui æstiui tropici ea quæ longius distat, in æquali uero quæ æqualiter distant ab æstiuo tropico in utroq; semicirculo.

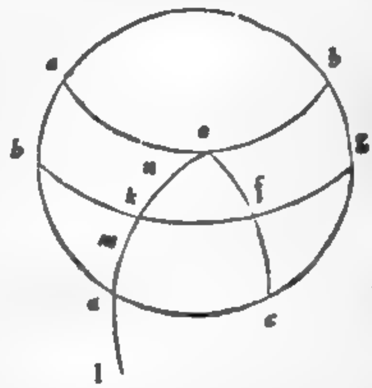
Sit horizon circulus a b c d, maximus autẽ sem/per apparentium e f, æstiuus uero tropicus sit b g a, zodiacus autem circulus positionem habeat c g d. Dico ꝙ in altero semicirculo qui ad g c partes, æqua les circũferentiæ non permutãt æquali tempore ap parens hemisphærium, sed in pluri quæ propiores contactui æstiui tropici ea quæ longius distat, in æ/quali uero quæ æque ab æstiuo tropico distant in utroq; semicirculo. Describatur per assumptionem parallelus circulus d h, æqualis igitur est k g ipsi g d permuteturq́; zodiacus circulus, habeatq́; positio/nem sicut h l r. Quoniam k g, g d, à contactu æstiui tropici æquæ distant, in quo igitur tẽpore d g oritur, in eodem k g occidit, hoc est k l. Sed tempus quidem in quo d g ori/tur, id est in quo g incipiẽs ab ipso a, ipsam a g, ambiens circũferentiã ad ipsum g uenit. Tempus autem in quo h occidit, id est in quo l incipiens ab ipso l, ipsam l b ambiens cir cunferentiã ad ipsum uenit b. In quo igitur tempore g, ipsam a g ambiens, ad g perue/nit. In eodem & l ipsam l b circũferentiam ambiens, ad ipsum uenit b Cõmune appona tur tempus in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d k h ambiens circunferentiã, peruenit ad h, tempus igitur in quo g, incipiens ab ipso a, ipsam a g ambiens circũferentiam, ad ipsum g uenit, cum tempore in quo d incipiẽs ab ipso d, ipsam d h ambiens circũferen/tiam, ad ipsum uenit h, æquale est tẽpori in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l b ambiens circũferentiã, ad b uenit cum tẽpore in quo h, incipiens ab ipso d, ipsam d k b, ambiens circũferentiã in h uenit. Sed tempus quidem in quo g incipiens ab a, ipsam a g ambiens circũferentiã ad g uenit, cum tempore in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d h, ambiens circũferentiã ad h uenit. Idem est in quo g d, circũferentia apparens hemisphæriũ per/mutat. Tempus uero in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l b, circũferentiam ambiens ad ipsum uenit b, cum tempore in quo h incipiens ab ipso d, ipsam d r h, ambiens circũfe/



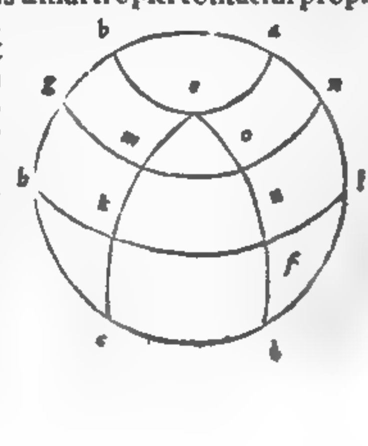
 rentiam

rentiā ad h uenit, id est in quo ipsa l h apparēs hemisphæriū permutat,hoc est ipsa k g. In quo igitur tempore k g.circūferentia apparens hemisphæriū permutat,in eodem & g d. Assumatur iam quoddam signū m,ut g d ipsi d m sit æqualis. Sitq; per quem inuehatur m,signū parallelus circulus m x n o. Aequalis igitur est d m ipsi k p. Et ipsæ d m, k p,à contactu æstiui tropici æque distant.In quo igitur tēpore d m circūferētia oritur, in eodem ipsa p k occidit,hoc est ipsa h o occidit. Sed tempus quidē in quo d m oritur, idem est in quo m incipiēs ab ipso m ipsam m x, ambiens circūferentiā ad x uenit. Tempus autem in qno h o occidit, id est in quo o,incipiens ab n,ipsam n o, ambiens circūferentiam ad o uenit. Tempus igitur in quo m incipiens ab ipso m,ipsam m x,ambiēs circunferentiā ad x uenit, idem est tempori in quo ipsum n , incipiens ab n ipsam n o ambiens circūferentiam ad ipsum peruenit o. Cōmune apponatur tempus in quo x incipiens ab x ipsam x n.circūferentiā ambiēs ad ipsum n peruenit. Tempus igitur in quo m,incipiēs ab ipso m ipsam m n,circūferentiā ambiens ad ipsum n uenit,æquū est tempori in quo o incipiēs ab ipso x, ipsam x o ambiens circūferentiā ad ipsum peruenit o. Sed tempus quidem in quo m,incipiens ab ipso m ipsam m n, ambiens circūferentiam ad n uenit,id est in quo ipsa d m,circūferentia permutat apparēs hemisphæriū. At tempus in quo ipsum o incipiēs ab ipso x, ipsam x o ambiēs circūferentiā ad o uenit, id est in quo ipsa o h,hoc est ipsa k p,pmutat apparens hemisphæriū.In quo igitur tēpore d m,permutat apparēs hemisphæriū. in eodem & k p. & in maiori tempore ipsa g d, permutat apparens hemisphæriū quam d m. Sed in quo quidem tempore g d, permutat apparēs hemisphæriū.In eodem & g k,permutat apparēs hemisphæriū.In quo autem d m,in eodem & k p.In pluri ergo tempore g k,permutat apparēs hemisphæriū q̄ k p.

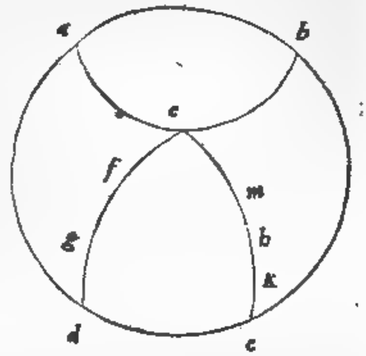
Aliter idem. Eisdem expositis assumatur e f,non maior existens quarta parte, estoq; per quem fertur f signum,ipse f k h orbis,æqualis igitur est e f, ipsi e k, ponatur ipsi e k,æqualis k l,tota igitur f e k toti e l est æqualis. Dico q̄ si quarta pars est e f, ipsæ f e k. e k l, æquali tempore permutāt apparens hemisphæriū. Si autem minor est quarta parte ipsa e f.In pluri tempore f e k, pmutat apparens hemisphæriū,q̄ ipsa e l. Esto prius quarta pars e f & e k,ipsa quarta pars est, æquinoctialis igitur est g f h, & quoniam ipsæ e k. k l, æqualiter distant ab æquinoctiali,in quo igitur tempore ipsa e k occidit,in eodem & k l.In quo autē tempore ipsa e k occidit,in eodem e f oritur, & in quo igitur tempore e f oritur,ipsa k l occidit, cōmune apponatur tempus in quo ipsa e k,permutat apparēs hemisphæriū: tempus igitur in quo k l occidit,cum tempore in quo ipsa e k,permutat apparens hemisphæriū, æquū est tempori in quo e f oritur, & ipsa e k permutat apparēs hemisphæriū. Sed tempus quidem in quo k l occidit, & ipsa k e permutat apparēs hemisphæriū,tempus est in quo ipsa e l, permutat apparens hemisphæriū. Tempus uero in quo e f oritur,cum tēpore in quo e k,permutat apparēs hemisphæriū.tempus est in quo f e k, permutat apparēs hemisphæriū . Igitur ipsæ f e & k l,in æquali tēpore apparens hemisphæriū permutāt Sed esto e f circūferentia minor quarta parte,& ipsa e k igitur quarta parte minor est, ponatur quarta pars e m, ponaturq; ipsi m k, æqualis k n. Reliqua igitur e n reliquæ m l est æqualis, & e n ipsius æstiui tropici contactui propior est q̄ m l, in pluri ergo tēpore ipsa e n occidit, q̄ m l.



Idq; ppterea & n k,in pluri tempore occidit q̄ k m,& ipsa igitur e k,ipsa k l pluri tēpore occidit. In quo autem tempore e k occidit,ipsa e f oritur : in pluri ergo tpe ipsa e f oritur, q̄ k l occidit. Cōmune apponatur tēpus in quo e k,permutat apparēs hemisphæriū,in pluri ergo tpe f e k,pmutat apparēs hemisphæriū q̄ ipsa e l. Eisdem suppositis assumatur e f.nō maior quarta parte assumaturq; cōtingens signum n, sitq; per quē inuehatur n, signum parallelus circulus h k n l,ponaturq; ipsi f n,æquans k m , æqualis igitur est & k e n ipsi m e f. Dico q̄ in pluri tēpore ipsa k e n circunferentia



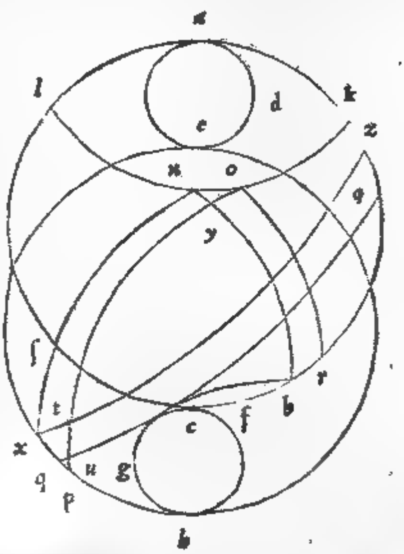
cunferẽtia permutat apparẽs hemiſphæriũ, ꝙ ipſa m e f. Sit per quẽ fertur m ſignũ parallelus circulus g m x, æqualis igitur eſt k m ipſi o n, & quoniã o n contactui æſtiui tropici propinquior eſt ꝙ n f, in pluri igitur tẽpore o n occidit ꝙ n f. In quo autẽ tempore, o n occidit, ipſa m k oritur. In pluri igitur tẽpore m g oritur ꝙ n f occidit. Cõmune apponatur tẽpus in quo ipſa m e n, pmutat apparens hemiſphæriũ. In pluri ergo tẽpore ipſa k e n permutat apparẽs hemiſphæriũ ꝙ ipſa m e f.



Eiſdem expoſitis aſſumãtur æquales, & ex oppoſito circũferentiæ f g, h k, ſitꝙ f g propior contactui ipſius æſtiui tropici ꝙ h k. Dico ꝙ in pluri tẽpore f g permutat apparẽs hemiſphæriũ, ꝙ h k. Quoniã enim f g, propior eſt contactui ipſius æſtiui tropici, ꝙ h k, maior eſt h e ipſa e f, ponatur ipſi quidem f e, æqualis e l, ipſi autẽ f g æqualis l m. Quoniã igitur ipſæ l m, f g æque diſtant à contactu æſtiui tropici, in quo tẽpore l m permutat apparens hemiſphæriũ, in eodem & f g, in pluri autem tempore l m, permutat apparens hemiſphæriũ, ꝙ h k, in pluri ergo tempore & f g permutat apparens hemiſphærium, quam h k.

Altera traditio ſuper 14. Propoſitionem.

Zodiaci circuli æquales circũferentiæ tempore in æquali permutãt apparẽs hemiſphæriũ, in pluri quæ propius contactui æſtiui tropici, ea quæ longius diſtat, quãdo polus horizontis inter arcticũ circulum & æſtiuũ tropicum fuerit.

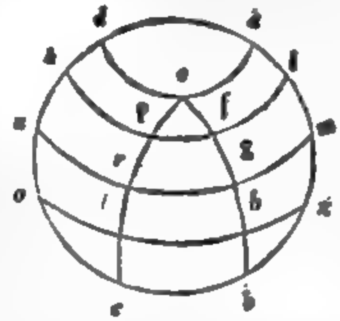


Sit in mũdo horizon a b c, & maximus ſemper apparentiũ ſit a d e, maximus autem ſemper non apparentiũ f g h, tropicus autẽ æſtiuus ſit k l, hybernus uero tropicus ſit b c. Sitꝙ ipſius a b c circuli polus inter a d e, & k l circulos. Sintꝙ partes orientales l, occiduæ uero b, zodiaci uero poſitiones ſint ſemicirculi qui cum cancro n x, o p. Aſſumaturꝙ o p circũferentia non minor exiſtens ſemicirculo, deſcribaturꝙ per p maximus circulus tangens ipſum a d e, tanget igitur & ipſum f g h. Iam aut per o ſignum, ſiue ſupra o ſignum cadit, deſcribatur ſitꝙ e h p, ut nõ coincidat qui ex h ſemicirculus, ſicut ad partes ex p, ei qui ex a ſemicirculo, ſicut ad partes a k r. Cõpleanturꝙ ipſi x n b, p o r, circuli. Quoniam in ſphæra maximus circulus eſt a b c, & bini maximi circuli ſeſe inuicem diſpeſcunt ipſi b n ſ, r o t p, & ipſius a b c, circuli polus eſt inter a d e & k l circũferentias: maior igitur eſt ſ n y, circũferentia ipſa y t circũferẽtia. Ipſa igitur t y, circũferentia ipſa y n ſ minor eſt. Et quoniam in ſphæra bini maximi circuli a b c, e h p, eundem circulum a d e tangunt, & ipſi a d e, ipſum k l parallelum exiſtentem ſecant, & ipſius a b c, polus eſt inter ipſos a d e, & k l circulos, & ipſius e h p, igitur polus eſt inter ipſos a d e, & k l orbes. Alter igitur eius polus eſt inter ipſos f g h, & b c circulos. Quoniã igitur in ſphæra maximus orbis eſt e h p & ipſum e h p, ſecant bini maximi circuli r o p, b n x, & ipſius e h p, polus eſt inter ipſos b c & f g h, orbes, maior eſt p y, circũferentia ipſa y n x, circũferentia. Quarum y t, ipſa y n ſ, minor eſt, reliqua igitur t p, ipſa ſ x, maior eſt, ponatur ipſi ſ x, circũferentiæ æqualis circunferentia t u. Deſcribanturꝙ paralleli circuli per quos inuehuntur ipſa u x, ſigna, ipſi x z, q φ. Similis igitur eſt x z, circunferentia ipſi q φ, circunferentiæ. Ipſa igitur x z, ipſa u φ, maior eſt uel ei ſimilis. In pluri ergo tempore x, ſignum, ipſam x z, circunferentiam tranſit, quàm u, ipſam u φ. Sed tempus in quo x ſignum, ipſam x z, circũferentiam ambit, id eſt in quo ſ x, circunferentia permutat apparens hemiſphærium,

Tempus autem in quo u signum ipsam u φ circūferentiam perficit, id est in quo ipsa t u permutat apparens hemisphæriū. In pluri ergo tempore ipsa s x, permutat apparens hemisphæriū quàm t u, & est ipsa s x, propior ipsi æstiuo tropico quàm t u. In pluri ergo tēpore permutat apparens hemisphæriū, ꝓpinquior æstiuo tropico, ea quæ longius distat.

Alia traditio in 15 Theorema.

Similiter autē & in eo qui cū capricorno semicirculo æquales circū ferētiæ inæqualibus tēporibus permutāt apparēs hemisphæriū, & in pluri quæ tropico æstiuo ꝓpinquior ea quæ lōgius distat, in æquali autē quæ æque distāt ab utroq; cōtactu.



Sit in mūdo horizon a b c d, tropicus uero æstiuus sit a d, zodiacus circulus autem positionē habeat b e c. Sitq; ipsa quidem b e circūferentia in semicirculo, qui cum capricorno & e c, sit in eo qui cum cancro. Sintq; oriētales partes d, occiduæ uero b. Assumātur q; æquales circūferentiæ f g, g h. Dico quòd f g in pluri tēpore permutat apparens hemisphæri: quàm g h. Describantur paralleli circuli k l, m n, x o, per quos inuehātur ipsa f g h signa, æqualis igitur est f g, circūferentia ipsi p r, circūferentiæ, & g h ipsi r s. Sed f g ipsi g h est æqualis, & p r igitur ipsi r s est æqualis. Et quoniā in quo tēpore p r, occidit ipsa f g oritur. Cōmune apponatur tempus in quo p signum ipsam k l, circūferentiū perficit, æquum existens tēpori. In quo f signum ipsam k l circūferentiā transit. Tempus igitur in quo p signum ipsam k l, ambit circumferentiā, & p r occidit, æquū est tempori in quo f g circūferentia oritur, & f signū ipsam k l, circūferentiā perficit. Sed tempus quidem in quo p signum ipsam k l, circūferentiā ambit, & p r occidit, id est in quo ipsa p r, permutat apparēs hemisphæriū. Tempus autem in quo f g oritur, & f signum ipsam k l, ambit circūferentiā, id est in quo f g, permutat apparens hemisphæriū. Ipsæ igitur f g, p r, in æquali tempore apparens hemisphærium permutant. Similiter iam ostendemus quod ipsæ g h, r s in æquali tempore permutant apparens hemisphæriū, & p r ipsa r s pluri tempore permutat apparens hemisphæriū, & ostensæ sunt ipsæ f g, p r, æquali tempore apparens hemisphærium permutare, & f g igitur in pluri tempore permutat apparens hemisphæriū quam g h. zodiaci ergo circuli æquales circūferentiæ, inæquali tempore permutat apparens hemisphærium. Sed in pluri quæ propinquior æstiuo tropico ea quæ longius distat, & simul ostensum est quod æque distantes æquali tempore permutant.

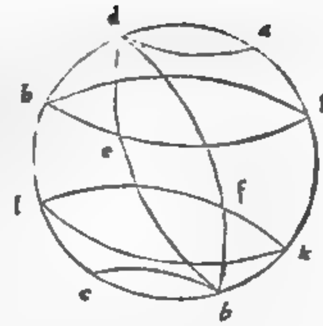
Aduerte. Vniuersaliter scire oportet, quod præcedēt[illegible] signis super horizonte existentibus circūferentia neq; oritur neq; occidit, subsequ[illegible] signis super horizonte existentibus, tota oritur & tota occidit, præce[illegible] quòd sign[illegible]untur & prius occidunt per 1 theorema. Ipsius igitur p r c[illegible]ferentiæ [illegible] præcedens est p ipsius autem g f præcedens est g accipiēs igitur ip[illegible] p r [illegible] ipsam uero g f orientem, necessario permutationes earum quæ[illegible]ens, eas [illegible] per apparēti hemisphærio accepit. Ipsius autem p r occasum ipsius uero g f ortum quādo enim p ad ipsum l uenit, ipsa p r nequ[illegible] occidit, sed adhuc super terram est quare accepit eius occasum, ipsum enim p r, per k in oriente existente, tota p r sub terra est motaq; sphæra tota superfertur. Quare in quo p ab ipso k ad l. uenit cum occasu ipsius p r, id est tempus in quo p r permutat apparens hemisphæriū. Rursus ipso f per k in oriente existente, ipsa g f tota prius oritur. Quare accepit eius ortum. Facto autem f per l tota g f occidit. Quere in quo f ab ipso k in l, uenit cum ortu ipsius g f, tempus est in quo g f, permutat apparens hemisphæriū. Si autem sicut habetur in alia traditione ipsius quidem p r ortum ipsius g f occasum, nequaq; accipient ipsa p f signa, sed ipsa r g, & tempus in quo ipsum r ipsam r g, & n ipsam n m, perficit.

Theorema 16 *Apparens 16*

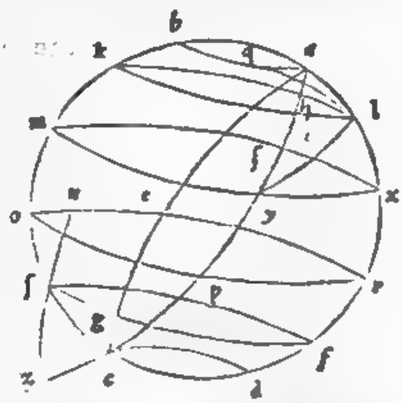
Zodiaci circuli æqualiū & ex opposito circūferentiarū in quo tempore permutat altera apparēs hemisphæriū, altera non apparēs, & in quo tempore altera non apparens, altera apparens.

Sit in

Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uero tropicus sit b c, zodiacus porro circulus positionē habeat d e b f. sitq́ d e b semicirculus qui cum cancro sub terra, at b f d sit qui cum capricorno super terram. Sintq́ orientales partes d, occiduæ uero sint b, assumanturq́ binæ æquales & ex opposito circūferentiæ d e, b f. Dico q́ in quo tēpore d e permutat apparēs hemisphæriū, in eodem f b non apparens, & in quo tēpore d e non apparens, b f apparens. Describantur paralleli circuli g e h, k f l, per quos inuehuntur ipsa e f signa. Et quoniam in zodiaco circulo astra in diametro existentia coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur e signo occidente per g signū, ipsum f quod ei est in diametro oritur per l signū. Sed ipsum quidem e, ipsam e h perficiens occidit, ipsum autem f, ipsam f k l ambiens oritur. In quo igitur tempore e, ipsam e h g ambit circūferentiā, & f ipsam f k l. Sed tempus quidem in quo e ipsam e h g transit, id est in quo d e permutat apparens hemisphærium. At tempus in quo f ipsam f k l transit, id est in quo ipsa f b, permutat non apparēs hemisphæriū. In æquali igitur tempore d e permutat apparens hemisphæriū, & f b non apparens, similiter ostendemus q́ & in quo tēpore ipsa d e permutat non apparens hemisphæriū ipsa f b apparens.

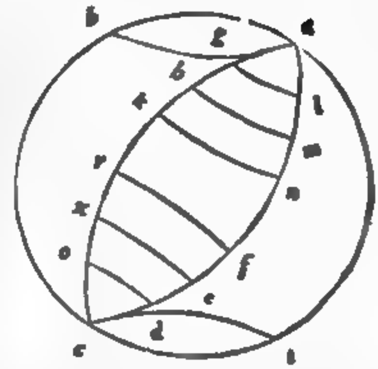


Aliter idem. Sit horizon circulus a b c d æstiuus autem tropicus sit b a, hybernus uero sit c d, zodiacus circulus positionē habeat sicut a e, c f. Assumāturq́ æquales & ex opposito circūferentiæ e g, f h. Dico q́ in quo tempore f h, permutat apparens hemisphæriū ipsa e g non apparens. Sint per quos inuehuntur ipsa f h, e g, signa paralleli circuli k h l. m n x f, e o p r, s g t, permuteturq́ zodiacus circulus, & hic habeat positionem y l q, at alius ipsam u f z. Et quoniam ipsæ f h. e g, circūferentiæ æquales sunt & ex opposito, æquales sunt & ipsi m n x, o p r, circuli, æqualiū autem & parallelorū circulorū sectiones, quæ per uices adinuicē sunt æquales. Ipsius igitur m n x f, circuli segmentū m n x supra terrā, æquū est ei quod sub terra ipsius o e p r, circuli o p r. Rursus quoniā ipsæ f h, e g, æquales sunt & ex opposito in quo tempore f h oritur, in eodem e g occidit. Sed tēpus in quo h f oritur, hoc est ipsa y l, tempus est in quo y signū incipiēs ab ipso y ipsam y x, ambiens circūferentiā ad ipsum x, uenit tempus autē in quo e g occidit, hoc est ipsa u s, tēpus est in quo u incipiēs ab ipso u ipsam u o, ambiens circūferentiam ad o uenit: tempus autem in quo y incipiēs ab ipso y, ipsam y x, ambiēs circūferentiā ad x, uenit æquū est tempori in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o ambiens circūferentiam ad o uenit. Cōmune apponatur tempus in quo y incipiens ab ipso x, ipsam x n m. circūferentiam ambiens ad ipsum m, uenit æquū existens tempori in quo u incipiens ab ipso u, ipsam u o, circūferentiā ambiens ad r uenit. Tempus igitur in quo y incipiens ab ipso y, ipsam y x n m, circūferentiā ambiens ad m uenit, æquū est tēpori in quo u, incipiens ab ipso u ipsam u o p r, ambiens circūferentiā ad r uenit. Sed tempus quidē in quo y, incipiēs ab ipso y, ipsam y x n m, ambiēs circūferentiā ad ipsum m uenit, id est in quo y l permutat apparens hemisphæriū, hoc est h f. Tempus autē in quo u, incipiēs ab ipso u ipsam u o, p r, circūferentiā ambiens ad r uenit, tempus est in quo u s, permutat non apparēs hemisphæriū, hoc est ipsa e g. In quo igitur tēpore h f, permutat apparēs hemisphæriū, in eodem ipsa e g. non apparens.



Theorema 17 *Apparens 17*

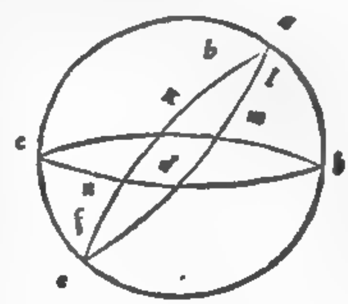
Zodiaci circuli æquales circūferentiæ æquali tempore non permutant non apparēs hemisphæriū, sed in pluri tempore quæ propinquior est tropico ea quæ longius distat, in æquali uero quæ ab utroq; contactu æque distant.



Sit in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus sit a b, hybernus uero sit c t, zodiacus uero circulus positionẽ habeat a c e, assumanturq́ æquales circũferentiæ d e, e f. Dico φ ipsæ d e, e f, æquali tempore non permutãt non apparens hemisphærium. Sed in pluri tempore ipsa d e φ̃ e f. Assumantur ipsis d e, e f, circũferentijs æquales, & ex opposito circũferentiæ g h, h k. Ipsæ igitur g h, h k, circũferẽtiæ æquali tempore non permutant apparens hemisphæriũ. Sed in pluri g h φ̃ h k. Sed in quo tempore g h permutat apparẽs hemisphæriũ, permutat ipsa f e non apparens. Ipsæ igitur d e, e f, circũferẽtiæ, æquali tempore non permutant non apparẽs hemisphærium. Sed in pluri d e, ipsa e f. Dico φ & in æquali tempore quæ æque distant ab utroq; cõtactu tropicorũ, sint n per quos inuehantur ipsa d e f g h k, signa circuli paralleli d o, e x, f r, l g, h m, n k. Ipsæ h k, l m, igitur circũferentiæ in æquali tempote permutãt apparens hemisphæriũ. Sed in quo tẽpore h k apparens hemisphæriũ permutat, ipsa d e non apparens permutat. In quo autem l m apparens. hemisphæriũ permutat, ipsa x o non apparẽs permutat. Ipsæ igitur e d, o x, circũferentiæ æquali tempore non permutãt non apparens hemisphærium.

Theorema 18 *Apparens 18*

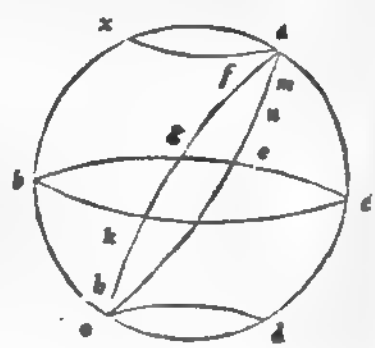
Harum quæ in utraq; parte æquinoctialis circunferentiarũ æqualium, & ab æquinoctiali æqualiter distantiũ, in quo tẽpore altera permutat apparens hemisphæriũ, altera non apparẽs, & in quo tempore altera permutat non apparens hemisphæriũ, altera apparens.



Sit in mũdo horizon a b c, æquinoctialis autem circulus sit b d c, zodiacus autem circulus positionem habeat sicut a e h, & ipsius b c d, æquinoctialis ex utraq; parte æquales & æque distantes circũferentiæ sint h k, f n. Dico φ in quo tẽpore h k permutat apparens hemisphæriũ, ipsa f n non apparens, ponatur enim ipsi f n, æqualis & ex opposito m l circũferentia. Ipsæ igitur m l, h k, circũferentiæ permutãt apparens hemisphæriũ. Sed in quo tẽpore l m apparens hemisphæriũ permutat, ipsa f n non apparens permutat, & in quo igitur tempore h k, circũferentia permutat apparens hemisphæriũ, ipsa n f circũferentia non apparens permutat. Idq́, ppterea iam & in quo tempore h k, circũferentia permutat non apparens hemisphærium, ipsa f n non apparens permutat.

Theorema 19 *Apparens 19*

In semicirculo assumpto sub æquinoctiali ad æstiuum tropicum æqualium circũferentiarũ existentium, in pluri tempore altera earum permutat apparens hemisphæriũ quàm reliqua non apparens, & contingens contingente.



Esto in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus esto a x, hybernus uero sit d o, æquinoctialis autẽ circulus sit b e c, zodiacus porrò circulus positionem habeat a e o, & in ipso a o, semicirculo æquales circũferentiæ sint f g, h k. Sit autem ppinquior æstiuo tropico f g. Dico quod in pluri tempore g f, permutat apparens hemisphæriũ φ̃ h k, non apparens & contingens ipso contigente ponatur n ipsi h k, circũferentiæ æqualis & ex opposito circũferentia m n, ppinquior igitur est f g, æstiuo tropico φ̃ m n, in pluri igitur tempore f g,

permutat

permutat apparens hemisphæriũ quàm m n, non apparens. Sed in quo tempore m n, circũferentia permutat apparens hemisphærium, ipsa h k non apparẽs. Similiter iam demonstrabimus q̃ & contingens contingente, in pluri tempore permutat apparens hemisphærium quam reliqua non apparens. Similiter autem & earum quæ in altero semicirculo assumpto, sub æquinoctiali ad hybernum tropicum æqualium circũferentiarũ in pluri tempore altera permutat, non apparens hemisphærium quam reliqua apparens, & contingens contingente.

PHAENOMENA FINIVNT.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS
Lodouico Mocenico patritio Veneto equiti iurato, Senatorij ordinis, ac oratori facundissimo, gaudere & bene rem gerere.

VIrtus, doctrina. morumq́ singularium tuorum claritudo Lodouice uir integerrime, quibus in homine splendidius aut rutilantius nihil esse sapientissimi græcorũ dicere consueuerunt, ea semper in te extitit, ut om̃es de te nil nisi clarum aliquid, nil nisi perspicuũ, nil nisi omni ex parte gloriosum semper conciperẽt, aut sperarent. Idq́ propterea ego quoq; quem tibi destinatum tu te scis semper habuisse mancipiũ præclaras animi tui dotes, probitatemq́ singularem contectans animoq́ perpendens, nil de te inquã aliud mihi persuadere solebam, nisi quod tibi tuæq́ familiæ præclarissimæ immortalem gloriam & laudem afferre posset. Quod, inquam, ut assequaris iam tibi uirtute, quæ, sola ex omnibus possessionibus, Isocratica sententia mortalitati minime obnoxia est adytus comparasti. Factum est enim ut huiusce inclytæ Reipub senatores ingenij tui peracuti uires, facundiamq́ singularẽ (habes enim ut ingrati mancipij suspicionem fugiam in orando nescio quid uiuæ uocis, ac latentis energiæ tibi naturæ benignitate concessæ) uel magni æstimantes, te oratorem Maximiliano cæsari, germaniæq́ principibus destinauerint. Quam legationem ita egisti, ita tractasti, ut senatorem optimum par est facere, & adeo ut Regi gratus, sed huic grauissimo senatui gratissimus extiteris. Illud, inquam, munera equestria tibi à rege donata, hoc uero senatorius ordo quem tibi comitia contulerũt exactissime comprobant. Neq; id mirum, quippe quoniam omnia adsunt bona quem penes est uirtus (ut eo utar Plauti familiaris nostri) hac etenim ductrice tibi nec legationes, nec præturæ, nec cæteri magistratus deerunt, modo Dei opt. maxi. munere tibi uita superstes. Verum quid illud fuerit quod eam fidem, eam obseruantiã quam erga te (licet exilis seruus) semper maximam habui, idq́ gaudij, quod ex dignitatibus tibi collatis concepi hucusque, si scire cupis, tibi non aperuerim, illud, inquam, fuit quod hoc a me fieri oportere censebam aliquo argumento, & eo sane quo tibi hæc fieri possent explicatiora. Cumq́ id propterea sapientium Græcorum uolumina reuoluerem, sese Catoptrica Euclidis Megarensis præstantissimi mathematici obtulerunt, opusculum certe arduum, rarissimum, & latinis hucusque aut ex toto, aut magna ex parte ignotum, speculari nanque & indagare uoluit sapientissimus philosophus quæ in speculis imagines, quas mirabili quadam disciplina patefacit, dum humanũ uisum, & oculi potentiam accõmodat. Quod opus sic reliqua Euclidis opuscula excellit, sicut cæteros humanos sensus uisus, qui rationi & intellectui in eo quod sub sensu cadit obsequitur, exuperare cognoscitur. Taceo de elementis, nam ex opere illo quod non minoribus uigilijs quam laboribus quos per multos dies ei accommodauimus, una cum Theonis acutissimi mathematici traditione latinum fecimus, nec minus Euclidi qui illa compegit, quemadmodum Proclus (inquit) Diadochus, quam eorum inuentoribus tribuo, licet uetus sit adagium inuentis addere facillimum esse. Sed quibus aut inuentoribus, aut ipsi Euclidi, siue etiam Interpretibus magis tribuendum sit, bonam hominum partem ignorare crediderim. Id igitur opusculi quod Catoptrica nuncupatur, à me latinum faciendum esse censui, tuoq́ nomini destinandum, ut ex eo tanquam ex planis, conuexis, cauisq́ speculis Bartholomæi Zamberti tui, & quidem ueterrimi mancipij, fidem inspicias,

obser-

obseruantiã spectes, amoris erga te sui magnitudinẽ uideas, & demum beneuolentiam in te maximam intuearis. At fortasse diceres quid sic id uis mathematicis huiusmodi disciplinis aperire? Ne id propterea mireris uelim, ob id scias Lodouice uir grauissime, à me id consulto factũ fuisse. Nam cum mihi sit compertũ te disciplinas semper amasse, & coluisse, earumq; amatorem extitisse, facile propterea mihi persuaserim te eas in primis diligere, & colere quæ primum certitudinis omnium philosophantiũ decreto gradum obtineant. Hæc, inquam, sunt mathematicæ disciplinæ, quæ uno eodemq; modo semper sese habent, quemadmodum Ammonius interpres Aristotelicus, philosophiæ diffinitionẽ Aristotelicam interpretans nos docuit. Has certe disciplinas naturales sequũtur, sicut Auerrois peripateticus Aristotelem nobis aperiẽs sensisse uidetur. Quas qui ignorãt sicut Euclidis interpres Proclus Lycius, inquit, ieiunas uoluptates capiũt. Hoc igitur argumẽto amorem erga te meum tibi esse explicandum sum arbitratus. In qua interpretatione licet Flaccus noster Horatius dixerit. Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus interpres, nihil tamen ex nostra officina adiunximus, at etiam nihil subsecuimus, sed sicut lectio sese habet græca, sic ueritatem colentes, nuda, pura, syncera, & fideli sumus interpretatione interpretati. Noluimus enim eos immutari qui ex auctoribus aliqua decerpũt, aliqua omittunt & aliqua permutant, & sic hinc & inde sumpta conglutinant, ut nec pes nec caput uni reddatur formæ. & perinde cum sic auctorũ illorum ueterum quos uetustas ueritatis indagatrix mira quadam religione coluit, famæ & fidei plurimum detraxerint, falsam & furto comparatam sibi gloriam uendicare studeant. Sed hij tandem sunt quos unusquisq; possit deridere. Nam si forte suas repetitum uenerit olim grex auium plumas, moueat cornicula risum, Furtiuis nudata coloribus. Stulti sunt qui aliena pluma sese obtegere quærunt. Accipias igitur uir clarissime opusculum huiusmodi iam in nulla sede receptum, ut tuo nomine in lucem prodeat, quod obsecro legere uelis ubi quid tibi ocij superfuerit, uidebis etenim quanto fuerit ingenio præditus is philosophus, cuius si id opusculi tibi placuisse cognoscam, sunt in manibus illius & alia opera. Phænomena quidem optica & Data, quæ quãdoq; me interprete è Græcia in Italiam uenient, & sic se latinis legenda tradent, & is auctor priscam auctoritatẽ penè amissam philosophantium scholas petens sibi comparabit. Verum ne pluribus quàm par est uerbis tecum agere uidear, superest iam ut ipsum audias Euclidem de speculorum imaginibus, sic per nos latine loquentem. Vale æternum nostri memor, equestris ordinis rarissimum ornamentũ, & hiis audacibus annue cœptis. Venetijs XI Calendas Octobris, in IXII. IIIVII. & XIX. Elemento, reconciliatæ diuinitatis.

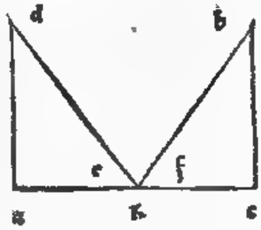
EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMATICIQ; præstantissimi Specularia, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

VISVM lineam rectã esse quã media cuncta extremis correspondent, quæq; uidentur per rectam spectari lineam, planũ ac receptũ esse oportet. Speculo in plano collocatõ, inspectoq; aliquo sublimi, quod & ipsi plano ad angulos rectos existat, fiant proportionalia, ut inter speculũ & spectantẽ recta linea ad eam quæ inter speculum & id quod ad angulos rectos fastigium, sic aspecti fastigij ad id quod ad angulos rectos in plano fastigium obiectum est. In planis nanq; speculis loco assumpto, in quẽ ab inspecto perpendicularis cadit, non amplius spectatur uisibile. In cõuexis uero speculis assumpto loco per quem ab inspecto in centrum sphæræ ducitur, uisibile non amplius spectatur, id quoq; in cauis euenit. Si in uas enim quidpiam proiectum sit, acceperitq; interuallum ut minime uideatur, eodem existente interuallo, si aqua infundatur, iniectum spectabitur.

Theorema

Theorema primum,

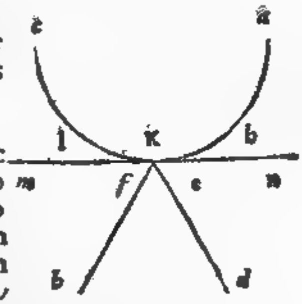
APlanis, conuexis, cauisq́ speculis uisus inæqualibus angulis re-fringuntur.

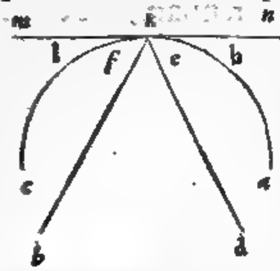


Sit oculus b speculum autem planum sit a c, uisus uero feratur b k & refringatur in d. Dico quod angulus e ipsi angulo f est æqualis. Excitētur per 11 primi elementorum perpendiculares in speculum b c, d a est igitur sicut b c ad c k, sic est d a ad a k, hoc, inquã, in diffinitionibus patuit. Simile igitur est triangulum b c k triangulo d a k, per diffinitionem primam 6 elementorum. Igitur angulus e angulo f est æqualis, nam quæ similia æquiangula sunt.

In conuexis.

Sit iam conuexum speculum a k c, uisus uero sit b k, refractus in d. Dico quod angulus e h, æqualis est angulo f l, apposui planum speculum n m, æqualis est angulus e angulo f per precedentem. Sed & h ipsi l: connectitur namque m k, totus igitur e h, toti l f est æqualis.



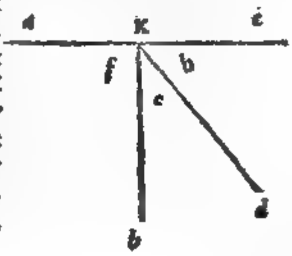


In cauis.

Sit rursus cauum speculum a k c. uisus autem b k refractus in d. Dico quod angulus e, æquus est angulo f, collocato enim plano speculo m n æqualis est per primam angulus h e angulo f l. Aequalis autem est h ipsi l: reliquus igitur e reliquo f est æqualis

Theorema secundum.

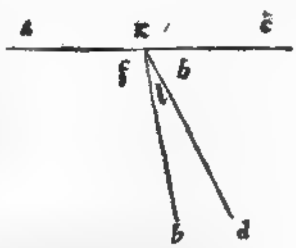
IN qualiacunq́ specula inciderit uisus æquos efficiens angulos, ipse per sese refringetur,



Sit planum speculum a k c oculus autem sit b. uisus uero sit b k, cadatq́ æquos efficiẽs angulos f h. Dico quod b k refractus in seipsum, hoc est in b reuertetur. Non enim, sed si possibile est agatur in d & quoniam per primam uisus in æqualibus angulis refringuntur, angulus e æquus est ipsi angulo h ostensum quoque est quod e f angulus ipsi h est æqualis, & angulus igitur e f, ipsi e angulo erit æquus maior minori, quod est impossibile. Igitur b k in se ipsum refringetur, eadem quoque demõstratio in conuexis, & in cauis speculis conueniet.

Theorema tertium.

IN qualecunque speculum procidens uisus inæquales efficiens angulos, in se ipsum non refringetur neque in minori etiam angulo.

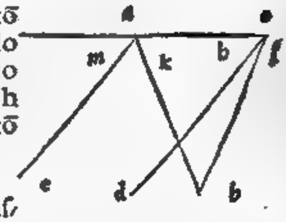


Sit planum speculum a k c. uisus autem b k procidat maiorem efficiens angulum f ipso h l. Dico quod b k, refractus, non refringetur in sese, neque in angulo h l, si enim ueniet in b k angulus f ipsi h l. est æqualis, quod est impossibile, maior enim supponitur. Igitur b k in maiori refringetur angulo f: a maiori namque minori æquale abscindi est possibile per 3 primi elementorum. eademq́ demonstratio est & in conuexis, & in cauis.

Theorema quartum.

VIsus in planis speculis, & cõuexis refracti, neque concurrunt adinuicem, neque sunt paralleli.

Sit planum speculū a c, oculus sit b, uisus uero refracti sint. b c d. b a e. Dico quod c d, & a e, neque paralleli sunt, neque cō currunt in d e. Nam quoniam angulus f æqualis est angulo h & k ipsi m, maior autem est per 16 primi elemē. f ipso k, quo niam est extra ipsum triangulum b k c, maior autem fuerit h quàm m. Igitur c d ipsi a e, parallelus non est, neque in e d, cō currunt.

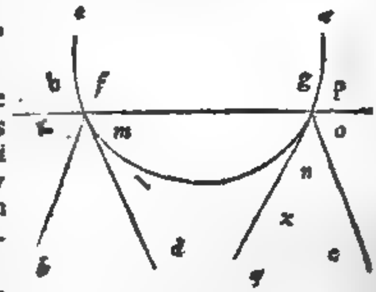


In conuexis.

Sit rursus conuexum speculum a g f c, oculus uero sit b, aspectus autem refractus sint b f d b g e. Dico quod ipsi f d, g e, neque in e d cōcurrūt, neq; sunt paralleli, & cōnectatur enim g f, recta linea, extendaturq; ex utraque parte, quoniā æqualis est k h, ipsi l, eo quia in æquis angulis refringitur, maior fuerit quoque l m ipso k & k ipso n x est maior, sed n x ipso p o maior est. Rursus x, æqualis est ipsi o p, maior igitur est l m ipso o p, multo igitur maior est l m ipso o: non concurrunt igitur ipsæ f d, g e, rectæ lineæ, neque sunt paralleli.

Theorema quintum.

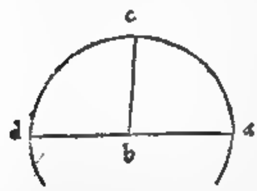
IN cauis speculis si ad centrum, siue ad circunferentiam, siue extra circūferentiam oculus extiterit, hoc est inter centrum & circunferentiā, uisus refracti concurrent.

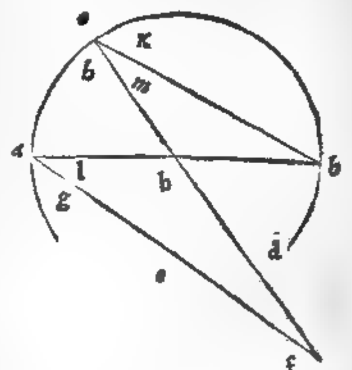


Sit cauum speculum a c d, centrum autem sphæræ sit b ponaturque oculus in b & procidant ex b uisus in circunferentiam b a, b c, b d, æquales igitur sunt qui ad signa a c d, sunt anguli, semicirculi enim sunt per 27 tertij elemē. uisus igitur refracti per se ipsos refringentur b a, b c, b d, hoc autem patet quod in b cōcurrunt.

Oculus in circunferentia.

Sit rursus cauum speculum a b c, oculus autē esto. b ponaturq; in eius circunferentia, & ab ipso b, incidāt uisus b c. b a, refracti in d e signis. Quoniam maius est a c b segmētum ipso b c, segmento, maior est angulus f, angulo h per 21 tertij elemētorū & g per a igitur ipso k, maior. Ipsi igitur f k, ipsis h k, sunt maiores Reliquus igitur l reliquo m minor, multo magis igitur: quæ enim cōcurrunt igitur ipsæ c d a e, in f similiter ostendetur, & si extra circunferentiam ceciderit oculus, sicut in sequenti theoremate.



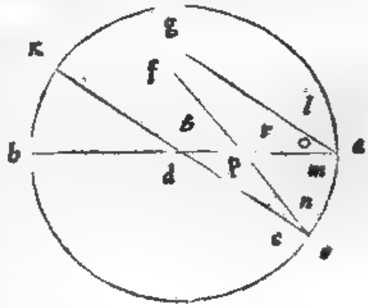


Theorema sextum.

IN cauis speculis, si ad medium centri & circunferentiæ positus fuerit oculus, quandoque uisus refracti concurrent, & quandoque non concurrent.

Sit speculum cauum a c, centrum autem sit d, oculus uero ponitur b, intra centri medium & circunferentiæ, uisus autem b a, b c, refringantur in g f, extendanturque uisus usque ad speculnm a h, c k. Ipsa a h, iam ipsa c k, aut maior est, aut ei æqualis, aut ea minor. Siquidē uisus, a h æqualis est ipsi c k. æqualis est & a c h, circūferentia ipsi c h k, circunferentiæ. Quare & m angulus ipsi x angulo, æqualium circunferētiarum anguli inuicem sunt æquales per 27 tertij elementorum, & anguli m l. igitur ipsis n x. sunt æquales per refractionem per primum theorema. & reliquus igitur angulus o angulo p est æqualis: maior igitur est angulus r ipso angulo o. Quoniam enim per 16 primi elementorum

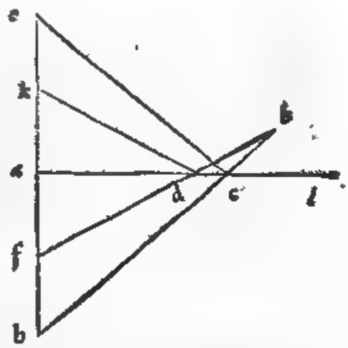
torũ angulus r,ipſo p maior eſt quia exterior eſt. Et angulus p ipſi o, angulũ eſt æqualis. Igitur angulus r, ipſo angulo o maior eſt, cõmunis apponatur qui ſub o r f, igitur ipſæ c f, a g, cõcurrunt ſicut ad g f. Idem quoque erit & ſi maior ſit uiſus a h, ipſo c k, maiores enim erunt ipſi l m anguli ipſis n x, & angulus p angulo o maior eſt, & r ipſo o. Si uero a h recta linea minor fuerit ipſa c k, id propterea maior erit angulus o angulo p: eſt autem & angulus r ipſo p maior. Nihil enim prohibet angulum r ipſi o eſſe æqualem uel ipſo o minorem, & nõ concurrere a g ipſi f. Manifeſtum eſt autem quod & ſi maior fuerit a h, circũferẽtia ipſa c k. Sitque æqualis coincidentia refractionum, neque in circuli circũferentia, neque extra utique fiet, ſed intus tantum.



Theorema ſeptimum.

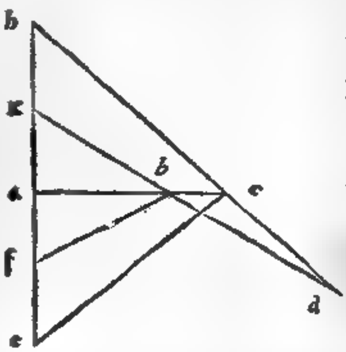
CElſitudines & craſſitudines à planis ſpeculis conuerſæ uidentur.

Sit faſtigium quidem a e, ſpeculum autẽ planum ſit a l. oculus uero ſit b, uiſus porro ſint b c, b d, refracti in e k. Igitur oportet deductis uiſibus in rectam lineam e, quidem ſupra eſſe, ipſo h infra exiſtente, & k infra exiſtens in f, quod ſupra eſt, ac perinde conuerſa ſunt in phantaſia.



In craßitudinibus.

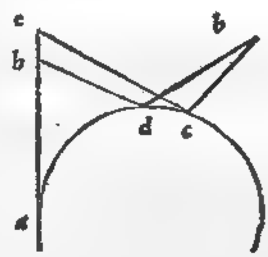
Sit rurſus craſſitudo quidem e a, ſpeculũ autem planum ſit a c, oculus uero ſit d, uiſus porro ſint d c, d b refracti in e f, ſimiliter eductis uiſibus ad h k, apparet quidem e infra exiſtens ſuper h ſuperius exiſtente, & f, ſupra exiſtẽs ſuper k infra exiſtente.



Theorema octauum.

FAſtigia & craſſitudines à conuexis ſpeculis conuerſa uidentur.

Sit celſitudo a e, ſpeculum autem conuexum ſit a d c, uiſus uero ſint b d, b c, refracti in e h, patet quod non concurrunt, reliqua uero ſicut & in planis.



In craßitudinibus.

Sit rurſus craſſitudo a e, ſpeculum uero conuexum ſit a d c. oculus autem ſit b uiſus autem refracti in e h, ſint b c e, b d h, reliqua uero ſicut & in planis.

Theorema nonum.

OBliquæ longitudines à planis ſpeculis ſicut ſe habent, ſic & uidentur.

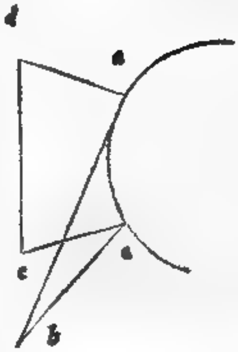
Sit oculus b longitudo autem obliqua ſit d e, ſpeculum uero ſit a c, igitur refractis uiſibus uidetur quidẽ d in a & e, ſuper c ſicq; ſe habet in phantaſia, ſicut uero ſe habet, propius propius, & remotius remotius.



Theorema decimum.

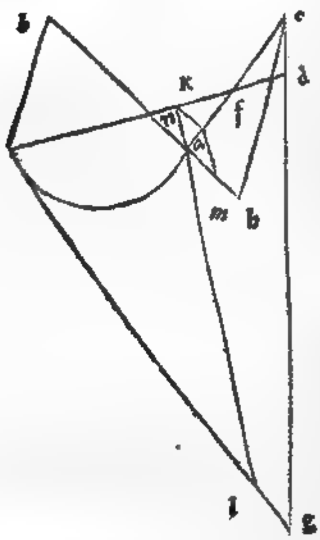
OBliquæ longitudines à conuexis ſpeculis ſicut ſunt uere, ſic ſpectantur.

Sit longitudo e d, oculus autem b, speculum uero conuexum a c, aspectus porro refracti in e d, sint b a, b c, reliqua uero eadem.



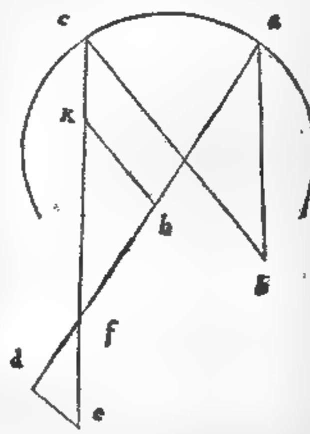
Theorema undecimum.

CElsitudines & crassitudines à cauis speculis quæcunque sunt intra coincidentiam uisuum conuersa uidētur, quemadmodum in planis & conuexis speculis, quæcunque autem extra coincidentiam sicut sunt, sic & spectātur.



Sit cauum speculum a c, oculus aut sit b, uisus uero refracti sint b a, b c. eorum coincidētia: porro sit f celsitudo sit d e, & k n, & k n quidē intra f coincidētiā sit at, d e sit extra coincidentiā: igitur productis uisibus sicut in planis & conuexis speculis apparet k super m, & n super l: quare conuersæ uidētur, rursus super exteriorem coincidētiam celsitudinis apparet quidem d super g, & e super h, sicut se habet sic spectatur.

In crassitudinibus.

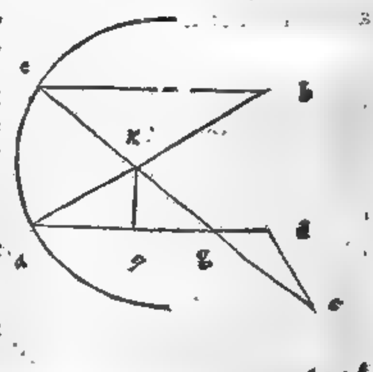


Rursus crassitudo quidem sit d e, & k h, cauū autem speculum sit a c, oculus uero sit b, uisus autem refracti sint & cōcurrētes in f b a, b c. igitur productis uisibus similiter K h, cōuersæ apparent, K quidem per c & h p a. Sicut est in planis & conuexis speculis ad d e, sicut ipsum quidem e, infra per a & d super c.

Theorema duodecimum.

OBliquæ longitudines à cauis speculis quæcunque intra coincidentiam uisuum iacent, ut sunt sic spectantur, quæcunque uero extra, conuersæ.

Sint inquam, longitudines obliquæ e d, h K, cauum uero speculum sit a c, oculus autem sit b, uisus refracti & concurrentes in g sint b a d, b c e, & ipsa quidem h K, obliqua longitudo sit intra. Igitur h K iuxta naturam apparet. sicut & in planis & conuexis speculis. Sed e d, conuersa, nam ipsum quidem d, super a apparet & e super c.

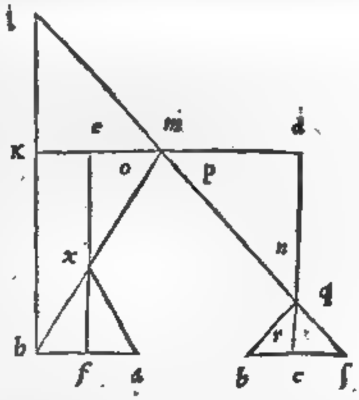


Theorema decimumtertium.

IDem spectare pluribus planis speculis est possibile.

Sit quod uidendum est a, oculus uero sit b, specula autem tria sint c d,

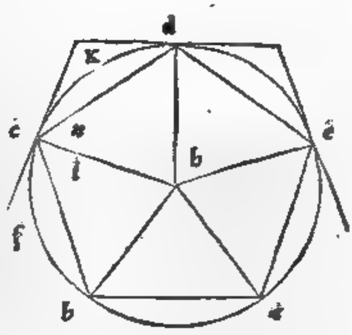
d,e:e f,excitetur per 11 primi elementorum perpendicularis ab ipso h in c d speculum b c,æqualis autem sit b c,ipsi c f,& rursus per eandem ab ipso a in e f, perpendicularis excitetur a f & ipsi a f,æqualis esto f h.& per eandem ab ipso h,in speculum d e, perpendicularis excitetur h k,sitq́ ipsi h k,æqualis k l, & ab ipso l in f cōnectantur l m x f,ab ipso aūt m in h cōnectatur m r h. Cōnectātur autem & a r & b x. Quoniam igitur æqualis est b c ipsi c f & qui ad c anguli recti sunt : binæ igitur b c,c q,ipsis binis f c,c q sunt altera alteri æquales,& angulus qui sub b c q, rectus existens,angulo qui sub f c q,recto existēti est æqualis per 4 postulatū,& reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales sub quibus æqualia latera subtenduntur per quattam primi elementorum. Angulus quidem qui ad b angulo qui ad f. & angulus x angulo t. Sed t ipsi n est æqualis per 15 primi elementorum ad uerticem enim. Quare & angulus n angulo x. Igitur uisus b x in m refringitur. Rursus quoniam æqualis est h k,ipsi k l,& qui ad k recti sunt,augulus o æqualis est ipsi p. Refringitur ergo idem uisus b x m in r. & id propterea iam & in a. quia æqualis est qui sub f r a,angulus ei qui sub e r m,similiter & in reliquis demonstrationibus. Inspice igitur ab ipso b oculo uisus a,per tria specula plana existentia c d,d e,e f.



Theorema decimumquartum.

EST autem & in quibuslibet siquis constituat speculis idem inspicere, oportet autem iuxta speculorum numerum polygonum æquilaterum & æquiangulum constituere binis lateribus excedēs specula.

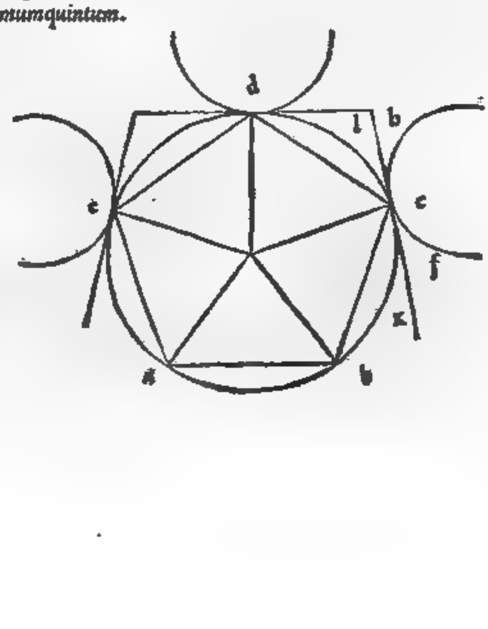
Esto enim quod spectari debeat a, oculus autem sit b & connectatur a b & ab ipso a b, describatur polygonum æquilaterum,& æquiāgulum binis lateribus excedens ipsā specula,& sit a b d polygonum.& sumatur per 1 tertij elementorum centrum circuli ipsi polygono circunscripti.& sit h,& ab ipso connectantur,h c,h e,h d.h b.h a, in angulis,& proponantur specula plana ad angulos rectos ipsis conuexis. Quoniam igitur per quartum postulatum æqualis est f l, angulus ipsi n k angulo: uterque enim rectus est, quorum n ipsi l est æqualis. reliquus igitur f,ipsi x est æqualis. Quare refractio ipsius b uisus erit in d, per æquos enim angulos refractiones fiunt per primum theorema. Similiter iā ostendetur quod qui ad d e signa ad omnia specula uenient in a.



Theorema decimumquintum.

ILlud idem quoque & in conuexis & in cauis speculis uideri potest.

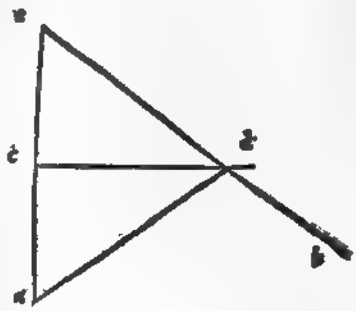
Sit namque spectare oporteta oculus uero sit b. & similiter describatur polygonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e,& ad signa c d e,sint specula plana à quibus spectatur a. sicut ostensum est. adijciātur his specula aut caua aut cōuexa ad uisuum contactus. Igitur æqualis est f ipsi h, & k ipsi l,totus igitur k f. æqualis est ipsi l h refringetur ergo uisus à speculo conue



xo c in d,& ab ipso d in e.& ab ipso e in a: manifestum igitur est quod conuexis aut cauis existentibus omnibus & mixtis illud idem uideri potest.

Theorema decimumsextum

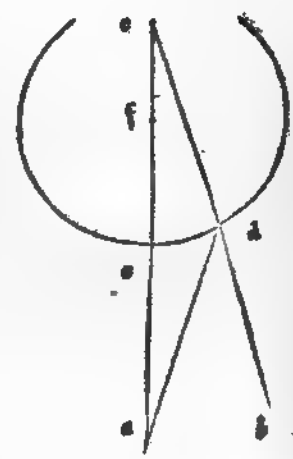
IN planis speculis unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per illius quod sub aspectum cadit perpendicularem uidetur.



Sit speculum planum c d, oculus autem sit b, res uero uisa sit a sitq; perpendicularis K re uisa in speculum a c: igitur quoniam supponitur in phænomænis quod assumpto loco c ipsum a nõ uidetur, ergo a uidebitur in linea recta a e. Sed & in rectas lineas ipsi b d, uisus per e igitur: positum namque est nobis rectum cuius medium extremis correspondet. Quare a e & b e recta linea erit.

Theorema decimumseptimum.

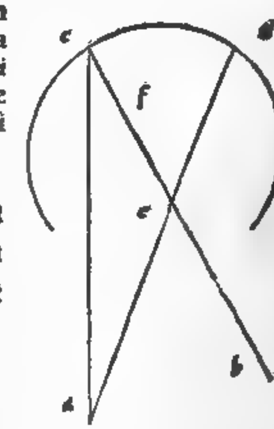
IN speculis conuexis, ununquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per eam quæ à re uisa in sphæræ centrum deducitur rectam lineam spectatur.



Esto cõuexum speculum c d, oculus autem sit b, uisus uero sit b d, refractus in a, aspiciaturque a, centrum autẽ sphæræ sit f, & connectatur a f extendaturq; b d in e: igitur quoniam supponitur in phænomenis quod assumpto c ipsum a non uidetur, uidebitur igitur in rectam lineam a c, per id quod euenit ex b d, uisu, & ab ipso a c in e, sicut & in planis.

Theorema decimumoctauum

IN cauis speculis unumquodque eorum quæ sub aspectum cadunt per eam quæ à re uisa in cẽtrum sphæræ ducitur rectam lineam spectatur.



Sit cauũ speculum c d, aspectus autem refractus sit b c, in a uisum, centrum autem sphæræ sit e connectatur recta linea & extendatur igitur quoniam in phænomenis deprehenditur quod assumpto loco d ipsum a non uidetur: quare agetur in rectam lineam a e, aspicietur ergo per congressum ipsius a d rectæ lineæ & b c uisus per f.

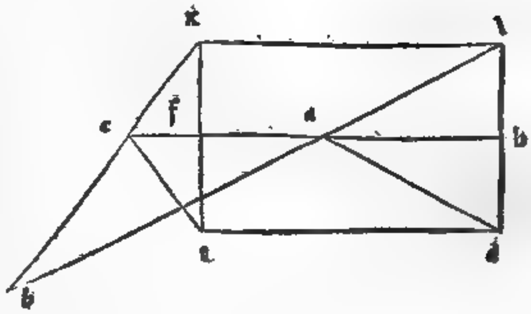
Theorema decimumnonum.

IN planis speculis quæ dextra sunt sinistra apparent, & quæ sinistra dextra, & simulacrum æquum est rei uisæ & distantia à speculo æqualis est.

Sit planum speculum a c, oculus autem b, uisus uero sint b a, b c, refracti in d e, quod autem spectatur sit, d e, & ab ipsis e d, per duodecimam primi elementorum in speculum perpendiculares excitentur e f, d h & extendantur. Extendanturque & b c, b a, uisus & concurrant parallelis in K l, & connectatur l K. Igitur eap

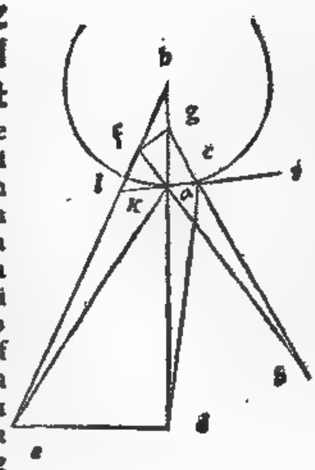
pares

paret super k & d super l. hoc enim prius ostēsum est, ergo sinistra dextra apparent, & dextra sinistra, & quoniam æqualis est qui sub k c f, angulus ei qui sub f c e angulo, & recti sunt qui ad f, æqua igitur etiam fuerit f k ipsi f e. Idq; propterea & d h, ipsi h l, æquum est igitur interuallum quod abest à speculo e d, ipsi a abest simulacrum k l & æquū est uisum e d simulacro k l, quoniam æqualis est e f ipsi f k, & d h ipsi h l. communis autem & ad rectos angulos ipsa h f.



Thorema uigesimum.

I N conuexis speculis sinistra dextra, & dextra sinistra spectantur, & interuallum à speculo simulacro minus abest

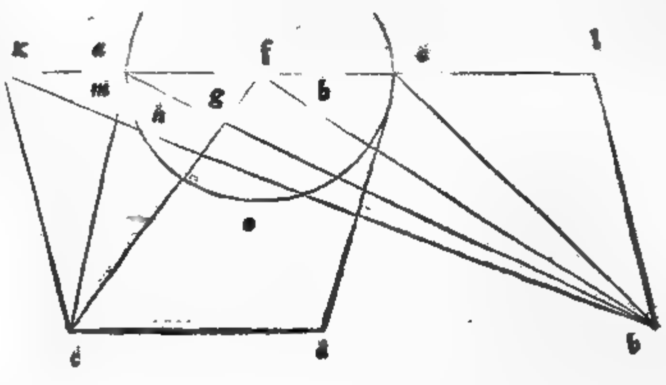


Sit speculum conuexum a c, centrum autem sphæræ sit h, oculus porro sit b, uisus autem sint b a, b c, refracti in d e, quod spectatur sit d e, & ab ipso h centro excitentur in d e ipsæ h d, h e, & extendātur uisus ad f g, & connectatur f g simulacrum. Igitur ipsum quidem d apparet super g, & e super f dextra igitur sinistra, & sinistra dextra spectantur. Dico quod maior est e l ipsa l f. excitetur per a ipsam tangens circunferentiam r a k. quoniam igitur b a, a e, ad ipsam circunferentiam æquos efficiunt angulos, propter refractionem tangit ipsa k a r, bifariam fuerit sectus qui sub e a f angulus, & obtusus est angulus k. maior igitur est e k, ipsa k f multo maior igitur e l ipsa l f: minus igitur abest simulacrum f g à speculo: magis autem quod spectatur e d, sicut in sequenti patet.

Theorema uigesimumprimum.

I N conuexis speculis simulacrum spectatis minus est.

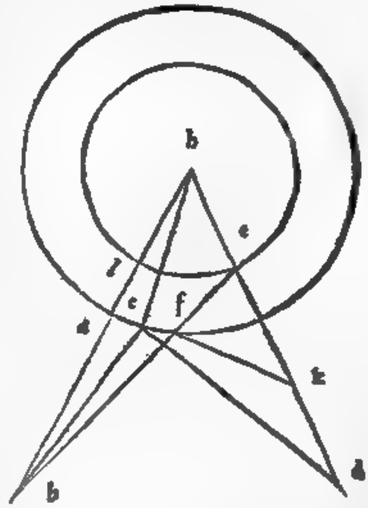
Sit speculum conuexum a o c, oculus autem sit b, uisus uero refracti sint b a, b c, in d e, igitur à conuexo speculo aspicitur e d in angulo qui sub a c b; apponatur iam speculum planum a c tangens, uisus in a c. Igitur uisus uisurus e à plano speculo non est b a e, non enim æquos efficit angulos ad planum speculum, neque refringetur intra a c, refringatur si possibile est, & esto b f. uisus, æqualis igitur est angulus g angulo h propter refractionem, & h, maior est ipso n & m ipso g: quare & m ipso n maior est, qd' est impossibile. Ipse nāq; n ipso m maior est. Aequalis enim est totus ei q ad circū ferētiā: extra igitur ipsum m a refringatur, refringatur esto b k e. Similiter aūt



& b c d, extra cadit. Igitur e d in maiori angulo ſpectatur à ſpeculo plano comprehẽſo ſub k b l, quæ à conuexo. æquum autem patuit apparens in plano, manifeſtum igitur quod à conuexo ſpeculo ſimulacrum minus apparet re uiſa.

Theorema uigeſimumſecundum.

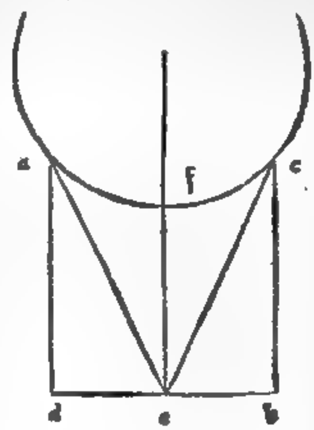
IN conuexis ſpeculis, à minoribus ſpeculis minora ſimulacra ſpectantur.



Sit ſphera maior a c minor uero e l, circa idem centrũ h, oculus uero ſit b & connectatur b a h, & ab ipſa ſphæra refringatur uiſus b c d, dico quòd uiſus refractus à minori ſphæra in d. neque per c, neque extra ipſum c cadit. Cadat enim prius ſi poſſibile eſt per c & refringatur à minori ſphæra in d, & ſit b e d. & connectatur ab h in c & refringatur in k. Igitur h c k, bifariam ſecat eũ qui ſub b c d, angulum: quoniam ipſos b c d angulos æquos ad circunferentiam propter refractionem efficit. Idque propterea iam quæ ab h in e cõnexa recta linea & extenſa angulum ſub b e d bifariam ſecat. Secet itaque h e f. Quoniam angulus comprehenſus ſub b c d, angulo comprehenſo ſub b e d, maior eſt. & dimidius dimidio maior eſt qui ſub b c k, eo qui ſub b e f eſt autem & minor quod eſt impoſſibile: uiſus ergo à minori ſphæra refractus per ipſum c minime ueniet. Supponantur rurſus eadem. & à minori ſphæra refractus uiſus b e d, extra ipſum c cadat. & b e ſecet maiorem ſphæram in f. Viſus iam ab ipſo f, refráctus in b f k, non coincidet ipſis c d, hoc, inquam, patet. Ipſi igitur e d, coincidat in k. Igitur b f k, uiſus refractus á maiori ſpeculo ipſum aſpicit k & ipſe b e k: refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k. hoc, inquam, ſuperius impoſſibile patuit. Intra igitur c a, cadit uiſus refractus a maiori ſpeculo in d. Similiter quoque oſtendetur. & quæ ab altera parte idem efficiens. Sub minori igitur angulo ſpectatur eo qui ad b facto a minori ſpeculo quàm à maiori, minus igitur apparet ſimulacrum à minori ſpeculo.

Theorema uigeſimum tertium.

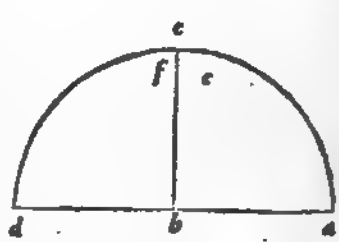
IN curuis ſpeculis ſimulacra conuexa ſpectantur.



Sit curuum ſpeculum a c, oculus autem ſit e uiſus uero refracti e a, e c, in d b at f e, ſit in ſeipſum refractus, hoc eſt in e. Igitur uiſus iam maiores ſunt qui longiores: minimi uero qui circa medium hoc eſt f e ſpectatur igitur propius a ſpeculo magis e, longius uero b, & d. quare totum curuum ſpectatur.

Theorema uigeſimum quartum.

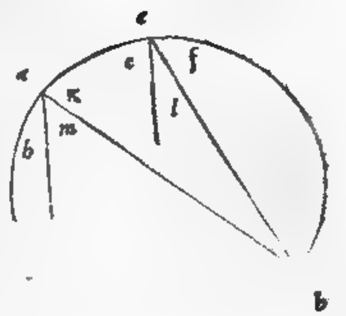
IN cauis ſpeculis ſi in centro oculus poſitus fuerit ipſe tantum oculus ſpectatur.



Eſto cauum ſpeculũ a c d. centrum aũt ipſius ſit b. uiſus uero ſint b a. b c, b d. Igitur angulus e æqualis eſt ipſi f, igitur uiſus b c refractus ueniet in b: ſimiliter quoque & reliqui, ipſum igitur tantum b, ſpectatur.

Theorema uigesimumquintum

IN cauis speculis si in circunferentia aut extra circunferẽtiam oculus positus fuerit, oculus non spectatur.

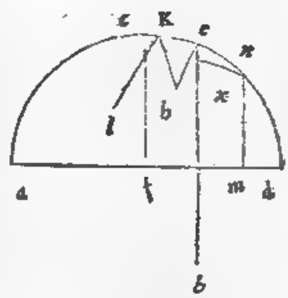


Esto cauum speculum, a c b, & oculus ponatur in circunferentia ipsius & sit b, aspectus aũt procidant b a, b c & refringantur igitur angulus m b angulo K maior est, & e l ipso f. Quare non refringuntur, b a, b c uisus in b oculum. Si in oculum refringũtur, anguli æquĩ ad ipsa a c, signa. Ostendetur autem & quod si extra circunferentiam sit oculus idem eueniet. scilicet quod non spectabitur oculus, quippe quoniam in ipsum non fiunt refractiones.

Theorema uigesimumsextum.

IN cauis speculis si extendatur dimetiens sphæræ, ex centróque ad angulos rectos ducatur, & in altera parte positus fuerit oculus nihil eorum quæ in sunt parte in aqua oculus spectabitur, hoc est neque eorum quæ ad diametrum, neque eorum quæ extra diametrum neque eorum quæ in diametro.

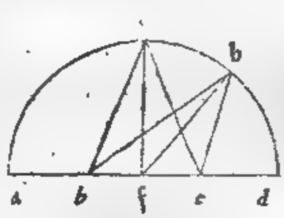
Sit cauum speculum a c d, dimetiens autem esto ipsius sphæræ a d & ipsi a d ad angulos excitetur rectos ab ipso f ipsa f c, culus autem esto b extra ipsum diametrum, uisus autem sit b e. Igitur uisus b e. refractus non ueniet in b, neque in f. In æqualibus namque angulis refringitur. Veniet igitur sicut e h Similiter quoque & si introrsum cadat oculus sicut h siue in diametro, sicut m. refracti autem uisus sicut h k, m n. uenient enim sicut K l, n x. Igitur eorum quæ in ea sunt parte in qua oculus spectatur nihil, neque eorum quæ in diametro, neque eorum quæ extra diametrum, neque eorum quæ introrsum.



Theorema uigesimumoctauum.

IN cauis speculis si in dimetiente ponantur oculi æqualiter distantes à centro, nullus ipsorum oculorum spectabitur.

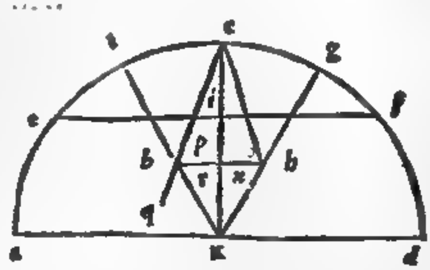
Sit cauum speculum a c d, dimetiens uero sit a d centrum autem sit f ad rectos angulos sit f c. oculi porro sint b e a centro æqualiter distãtes, uisus autem b c. igitur refractus ueniet in e: in æqualibus enim angulis refringitur, alius autẽ nullus ibit ut b h. Connectantur h e, h f. igitur angulus qui sub b h e bifariam secabitur ab ipsa f h. & proportionale erit sicut b h ad, h e, sic b f ad f e, quod est impossibile. Nã b h, ipso h e, maior est, & b f. ipsi f e est æqualis, nullus igitur refractus ueniet ex b in e, unus igitur uisus refringetur in utroque oculorũ, & ipse non spectabitur. Nam b c. extensa ipsi b d. non cõcurrit ad partes c d, apparebat autem unumquodque propter spectatorũ congressum neque e c, ipsi e a ad partes c a. concurrit. In cauis neq; speculis unũquodq; spectatorũ per ex spectato in centrum sphæræ ductã rectam lineam spectatur.



Theorema 28

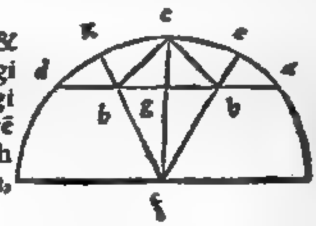
IN cauis speculis si eam quæ ex centro bifariam secans, & ad angulos rectos educens quis ponat oculos æque distantes in ea quæ ex centro, ponatur autem uel per medium diametri & eius quæ ad rectos angulos, uel in ipsa quæ ad rectos angulos, ipsorum oculorum nullus spectabitur.

Esto cauum speculum a c d. dimetiens autem sit a d cētrum sit k, & quæ ad rectos angulos, k c. secetur per 10 primi elemētorum bifariā in p, super e a uero ad angulos rectos esto e p f. & oculi intra diametrum a d & e f, sint b h, in parallelis e f, b h, æque distantes ipsi k c, uisus uero esto b c refractus in h: æquos igitur efficit angulos ad circunferentiā, quippe quoniam f e, ipsi b h parallelus est. & b n ipsi n h, est æqualis. & connexæ k b, k h, extēdantur, extendatur autem & c b in q. & quoniam b c maior est ipsa b k maior est angulus r angulo i. Quare & qui sub c b h, maior est eo qui sub h b k hoc est eo qui sub h b k, igitur b c, ipsi k h. non concurrit. Igitur ipse h non spectabitur: propter congressum namque ipsorum b c, k h, spectatur.



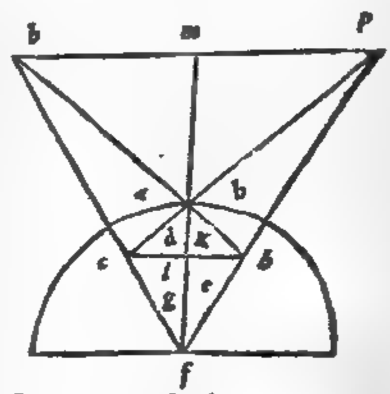
Aliter.

Sint rursus eadem qui supra, sed b h oculi sint in bifaria. & ad angulos rectos secta ea quæ ex centro a d: quoniam igitur æqualis quidem est b c. ipsi b f & e h ipsi f h. parallelus igitur est b c. ipsi f h. Igitur b c. uisus non concurrit ei quæ ex cētro in spectatū, hoc est ipsi f h ad partes, h c: quare oculus h non spectatur, spectabitur namque propter ipsorum b c f h, congressum.



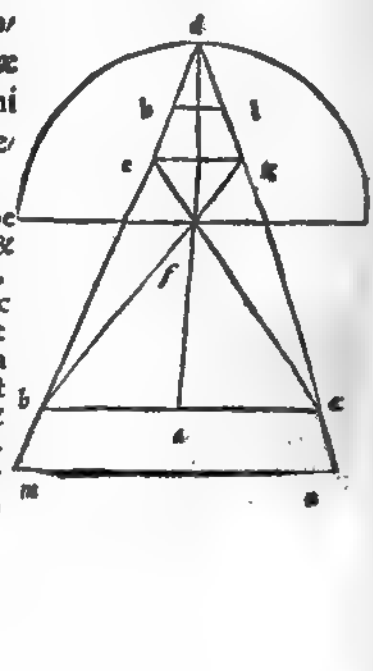
Aliter.

Sunto rursus eadem, in superiori uero ipsius bifariæ sectionis ponantur oculi b c. æque distantes ab ea quæ ex centro hoc est f a Dico iam b c, ipsos spectari, & ea quæ sunt dextra sinistra, & quæ sunt sinistra dextra, & simulacrum maius ore & interuallū à speculo maius habens simulacrum: esto enim b a, uisus refractus & connectantur à centro f ad b c ipsæ f b. f c, & extendatur b a. Quoniam igitur bifaria sectio est g maior est b f ipsa b a, & angulus k angulo e: æqualis autē est k ipsi d: maior igitur est & d ipso e: coincidunt igitur ipsæ f b. c a. extensæ coincidāt in p. Id propterea iam b a. f c concurrunt in h, spectabitur igitur ipsæ quidem c, in h, & b in p & dextra quidem sinistra, & sinistra dextra apparent. Sed maior esto h p ipsa b c. paralleli enim sunt: simulacrum igitur maius apparet, & magis à speculo distans. maior est enim m a ipsa a l.



Theorema uigesimum nonum.

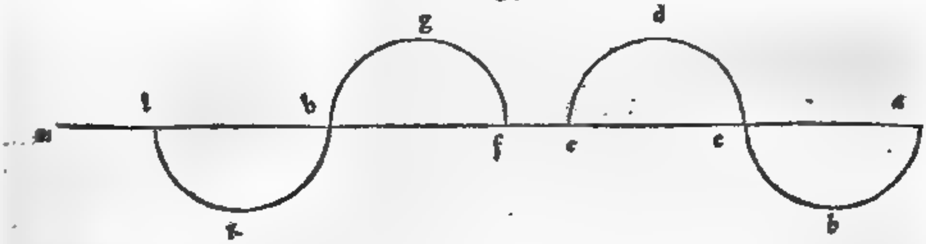
SI uero extra diametrum ponantur oculi, ea quæ dextra sunt dextra, & quæ sinistra spectantur, & simulacrum minus spectato, & in eo quod medium inter spectatum & speculum.



Esto, inquam, oculi b c, cētrum autem sit f. ipsius speculi: & ipsi diametro ad angulos rectos esto a f d, & huic ad angulos rectos b c & ipsi b a, æqualis esto a c, & uisus sit b d. refractus in c & per centrum ipsæ b f k, c f e, & ab ipsis e k. connectatur e k, igitur b in k apparet & c in e. Igitur quæ dextra sunt dextra. & quæ sinistra sunt sinistra spectantur, & simulacrum e k, minus est ipso b c, spectato, parallelus namque est e k ipsi b c, & circa medium speculi. & spectate apparet simulacrum. Deducto autem spectato, & eo minus apparet simulacrum

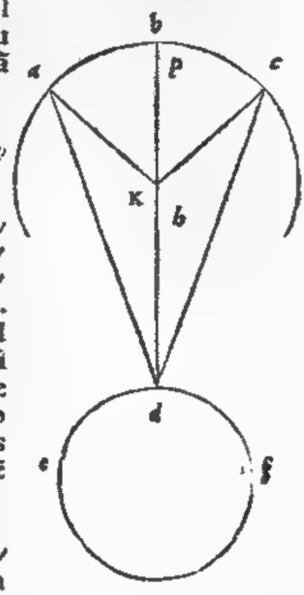
crum sepositum ab ipso b c, positum. similiter igitur ab ipso m in f, centrum connexa & extensa superius cadit in k sicut l. quæ uero ab n in f superius in e, usque h. Igitur m n spectatur sicut h l & minus est h l, ipso e k & speculo propinquius.

Theorema trigesimum,



SPeculum construere est possibile, ut in ipso spectentur plures facies, & maiores, & minores, & aliquæ propius, & aliquæ lõgius, & aliæ dexteræ, & aliæ sinistræ.

Sit enim planum a m, igitur in hoc fieri possunt connexa specula sicut a b c, h k l. Caua autem qualia sunt c d e, f g h. plana porro qualia sunt e f, l m, posita uero facie sicut g spectantur à planis æqualia simulacra æque distantia, à connexis uero minora & minus distã tia, à cauis porro omnino sicut manifestum est.



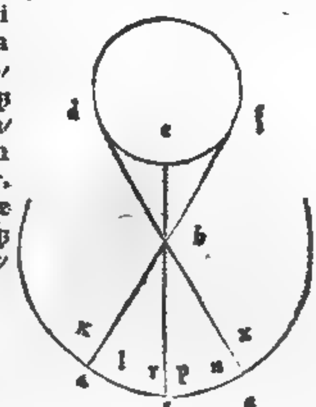
Theorema trigesimum primum.

EX cauis speculis ad solem positis ignis accenditur.

Esto cauum speculum a b c, sol autem sit e f, centrum autem speculi sit h. & à quodam signo d cõnexa quidem in h centrum d h, extendatur in b. Incidat autem d c acta & refracta in k. refringetur autem super h cẽtrũ. Angulus enim qui ad p, circunferẽtiam minor est eo qui ad circunferentiã sub b c d, & sit a b circunferentia æqualis ipsi b c, & ab ipso d alia acta cadat d a, manifestum igitur quod refracta a d acta cadit in k. quippe quoniam circũferentia a b æqualis est ipsi b c, similiter autem ostendetur quod omnes ab ipso d incidentes in speculum & æquos suscipiẽtes in idẽ coincidunt ipsi b k super ipso h.

Aliter.

Esto rursus cauum speculum a b c, sol autem sit d e f & à signo quoddam e per h centrum sit e h b & a b d f, sint d h c, f h a Igitur demonstraui quidem quod quæ ex e actæ concurrunt in se ipsas per p r, angulos æquos existentes, diametri enim sunt. Quæ uero ab f in h a, per k l angulos. Quæ uero a b d in h c, quoniam n x anguli sunt æquales. quod autem omnes in se ipsas refringuntur, manifestum. ex centro namq; existentes semicirculos faciunt. qui uero in semicirculis anguli sunt æqualis per 27 tertij elemẽtorum, per æquos enim angulos fiunt refractiones, in se ipsos igitur refringuntur. omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus signis in eas quæ per centrum & in centro agũtur. hijs igitur actis, calefactisq; circa centrum ignis colligitur, quare ibi stupa apposita accendetur.



Catoptrices hoc est de imaginibus quæ in speculis opusculi Euclidis Megarensis præstantissimi mathematici, FINIS. Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS Ioanni Zamberto Veneto fratri humanissimo salutem perpetuam.

QVVM me iam pluribus annis hisce mathematicis disciplinis mirum in modum delectari tibi exploratissimum esset Ioannes frater charissime, cumque saepius me quasi ad pugnam prouocans aliqua abs te mechanico artificio structa ostenderes, quae optices hoc est perspectiuae speculationibus compacta pluribus lineis sese inuicem dispescētibus, multiplicibusque angulis, mirandam ingenij tui solertiā altamque indaginem prae se ferrent. efficere non poteram quin eam theoremata maxime non comprobarem, quandoquidem niteris lineis & angulis efficere ut ea quae plana sunt quandoque conuexa, at quandoque sese in intima penetralia extendere, aliquando uero solida & tribus dimensionibus constare uideātur. Cuius quidem disciplinae rationem quādoque cum apud Socraticum Euclidem in uetustissimis & tineis ac carie contritis graecis codicibus legerem, quodam stupore perfusus, hominis ingenium arduum & sublime inde diiudicans, opus illud mira solertia sed maximo studio non legi sed relegi transcripsique pariter, ut tanta doctrina quoque inter nostros codices summa ueneratione seruata reperiri posset. Quod quidem opusculum cum quandoque tibi demonstrassem, auidissime, ut qui hiantibus faucibus sitibundi fontis frigidam aquam aestiuis ardoribus ingurgitāt, petisti, ut illud tibi latinū efficerem, existimans esse aliquid caeteros homines quos diuersa inutilia oblectamenta iuuant disciplinis excellere. Quod sane ut tuis uotis frater charissime satisfactum esset: quasi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, sedulo curaui opusque ipsum sublimi, & mirando iudicio ab Euclide ipso exquisitum latinum feci. ut tibi satisfaciendo, communi quoque studentium utilitati consulerem. Quod sane opusculum tibi id propterea destino, ut tibi necessitudinis nostrae amorisque & beneuolētiae sit exploratissimum pignus. tum quia hisce studijs & speculationibus delectaris, idque propterea iure quodam tibi id opus destinari debet, quandoquidem ea illis sunt dedenda. qui eorū peritiam tenēt. Sub tuo igitur nomine perspectiua Euclidis in lucē ueniet, ex grecorum illis disciplinarum ingeniorum & c[illegible] mundae & castigatae plenis scrinijs eruta. Caeterum tu frater charissime haec leges. uidebisque quantum fuerit Euclidis iudicium, quantum ingeniū, quanta doctrina, ut haec optica theoremata eo examine struxerit, ut eorū nullū recte sentientes negare possimus, in quibus si quid fortasse cōperies minus obuium & tibi notum, testatim ad ele[illegible] specularia & apparentium Euclidis doctrinam conferes. inde nāque omnia tibi plana fient, & luce meridiana clariora, uerū ne me crispini scrinia lippi compillasse putes, uerbum[illegible] amplius addam. Vale. XI. IV. XIX. elemento conciliatae diuinitatis. Vene. VI. Kalen octobris.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI PLATONICI INSIGNISQVE mathematici incipiunt optica ex traditione Theonis Bartholomaeo Zamberto Veneto interprete.

OSTENDENS ea quae per uisum consolationis gratia nonnullos induxerunt, ratiocinatus est, quod omne lumen in rectas lineas protenditur, reique huiusmodi argumentum uel maximum esse ex corporibus umbras eductas, deque foraminibus & aspectibus lucem delatam. Horum &enim unumquodque neutiquam fieret sicut & nunc factū spectatur, nisi à sole delati radij in rectas lineas extenderētur. Itidem quoque ex ignibus nostris emissam inquit lucem causam esse, qua corporum adiacentium aliqua illustrantur, indeque umbrae educuntur, aliquae quidem subiectis aequales corporibus. Aliae uero maiores. Aliae porro suppo-

suppositis corporibus minores. Aequales quidem emittunt umbras quæcunque lucẽtibus illustrantibusq́ ignibus sunt æqualia, extremi nãq; radii in hiis in parallelis cõueniunt, fitq́ ut umbræ neque cõcurrentes imminuant, neque hiis umbræ crescant, sed sicut se habet offensio corporis, talem quoque umbræ cõmensurationẽ obtineat. Minores uero corporibus umbræ sunt, quando illustrantes ignes maiores fuerint, extremi namque radii in ipsis concurrunt, idq́ propterea umbras imminuunt. Maiores porro corporibus umbræ sunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nãq; radios in his rotundi contingit inumbratamq́ maiorem partem perficere. Id minime fieret nisi ab igne delati radii in rectas lineas protenderentur. Clarius quoque hoc & aliis effectibus deprehendi contingit. Lucerna &enim utcunq; iacente si apposita fuerit portula subtilem habens rimulã ut seræ proueniatque rimula ex opposito lucernæ. Ipsi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula, inquam, per rimulam lux delata procidat, omnino procidentem lucem in ipsam portulam rectis contẽtam lineis inueniemus, connectentemq́ interuallum medium inter rimulam portulamq́ in eandem rectam lineam existere. Cum igitur manifestum sit quod omne lumen in rectam lineam protẽditur, & omnibus cõstat in recti aspectũ euenire, ab ipso erũpentes radios, eiusdem esse rationis hoc est per rectas protẽdi lineas hosq́ in interuallis, idque propterea ea quæ spectantur, simul tota aspici non posse, præceptionẽ attulit huiusmodi. Acu siquidem siue alio huiusmodi corpusculo sepius in pauimentum delapso aliquibusq́ accuratius inquirentibus, locumq́ ipsum sepius nullo corpusculum quæsitum prohibente tangentibus, deinde rursus uisum proiicientibus ad locum in quo erat corpusculum, acum perspexerunt. Manifestum nempe quod id quod inuentum est, neque etiam locus in quo erat uidebatur, proinde quæsito sub aspectũ exposito, loci partes omnes non spectantur. Si enim uideretur, & quæsitum quoque aspiceretur, non aspicitur autem. Itidem quoque eos qui libris accurate assistunt neque omnes literas in margine existentes intueri posse dixit. Sepius namq; coactos ostẽdere raro descriptas literas, minime ipsas ostendere posse, eo quia ad omnes literas uisus nõ efferuntur, sed per interualla ipsos existere, ac perinde ordine expositarum literarum plures percipi nõ possunt: proinde manifestum est quod neque totus marginis locus aspicitur, itidem quoque in aliis spectaculis euenit, quare quæcunque spectãtur simul tota non spectantur, uidentur tamen aspici ob nimiam uisuum celeritatẽ, nihilq́ relinquentium hoc est in cõtinuũ delatorũ, minimeq́ salientiũ. Sub uisum namq; cadit spectatæ rei imago, ut inde motus uisus rem uisam percipiat, causasq́ has attulit. In quæsito namq; corpore, & in eo qui accurate libro studet, dubiũ sumitur ut dicatur. Si imaginibus procidentibus passio uisiua gignitur, & si ab omni corpore cõtinue imagines profluunt quæ nostros sensus cõmouent, qua de causa fit ut quærẽs acum, itidemq́ librum accurate legens omnes literas non perspicit. Eo quia quandoque intellectu eleuantur nihil minus ratiocinantes quærunt, sed omnino non inueniunt sepius autẽ cũ aliis ratiocinantes, intellectuque atrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagines per aspectũ iudicantur, & qui nam causa iudicata permanent, dixerũt, inquã, naturam esse iuxta animalia. Eorum uero quæ sensus habent aliqua ad receptaculũ recta linea sunt constructa, aliqua uero non, auditum &enim & gustum & olfactum conuexa cõstruxit intrinsecus ut extrinsecus procidentia corpora eidẽ sensus huiusmodi mouerent, auditui siquidem uox procidens locũ aptum inuenire debet ut permaneat, ac ne ut obtigerit ẽ uestigio transiliat, sed sensum immobilem seruet, ac delatam uocẽ confundat. Similiter quoque & olfactũ, at de gustu aliquid dicere oportet, & maxime quo modo ipsi sensus conuexi & in speluncæ similitudinem sint constructi, ad hoc ut procidentia corpora plurimo tempore permaneãt, & in uisu quoque igitur si extrinsecus eidem ceciderint ipsum corpora mouentia, & non ab ipso in eadẽ aliquid sit emissum, illius constructionem conuexam beneq́ cõpositam ad receptaculum corporũ præcedentium esse oportuit, nunc autem spectatur hoc non sic sese habẽs, sed potius sphæricus uisus apparet, fidemq́ huiusmodi efficiunt in præsentia radii effusi passionemq́ uisiuam mouentes. At de huiusmodi satis dictum uidetur. Cur autem uisui in eodem existenti plano superficies iacentes in rectam lineam appareant, hæc asseruit quippe quoniam in eodem plano existens uisus rei uisæ idem est, neque sublimior, neque humilior eo quia in eodem situs est plano, si igitur neque sublimior, neque humilior est uisus in eodem existente plano circunferẽtia, in partes aliquas sublimiores, & in partes aliquas humiliores radios minime transfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus

æquos per planum delatos radios trãsmittit. Quare hac de causa fit ut planum rectas per phantasiam lineas relinquat, & in plano descriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uisui lineas iacens, inuisibile siquidem est eo quia in illud nullus ab uisu emissorum radiorum cadit, at illius finis spectatur, quæ linea est. Inquit enim quod eo quia in uisu linea manet, quæ reliquis plani partibus adiecta inuisibile planum efficit. Eadem quoque causa asseritur de plano in rectas lineas posito ad oculum, efficit nãque rectas lineas relinquere phantasiam, circunferentiarũque in eodẽ plano ad oculum expositarum apparere, ut maior pars appareat quando plures uisus emittuntur, æqualis uero quando æquales, minor autẽ quando minores, fiunt uisibus sicut anguli quidem ad oculum.

Suppositio prima.

Supponatur ab oculo uisus emissos in rectas lineas ferri, interualluque quoddã inuicem efficientes, & sub uisibus figuram comprehensam esse conum uerticem habentem ad oculum, basim uero ad fines rerum uisarum.

Suppositio secunda.

Ea uidentur ad quæ uisus perueniunt.

Suppositio tertia.

Ad quæ uisus non perueniunt, ea non spectantur.

Suppositio quarta.

Sub maiori angulo spectata: maiora apparent.

Suppositio quinta.

Sub minori angulo minora uidentur.

Suppositio sexta.

Aequalia uero uidentur quæ æqualibus angulis spectantur.

Suppositio septima.

Quæ sub sublimioribus radijs spectantur: sublimiora apparent.

Suppositio octaua.

Quæ uero sub humilioribus radijs uidentur, humiliora apparent.

Suppositio nona.

Et similiter quæ sub dexterioribus spectantur radijs, dexteriora apparent.

Suppositio decima.

Quæ uero sub sinisterioribus radijs spectantur: sinisteriora uidentur.

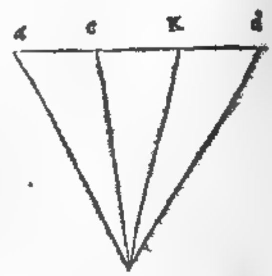
Suppositio undecima.

Quæ sub pluribus angulis spectantur: expeditius uidentur.

Theorema primum.

NOrum quæ sub aspectum cadunt quicquã simul totum aspici minime potest.

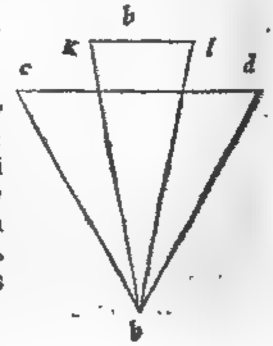
Sit nãque uisile quoduis a d, oculus uero sit b, à quo procidant uisus b a, b c, b k, b d. Igitur quoniam in interuallo feruntur procidentes uisus non prociderent continui ad a d, quare fient quoque & ad a d, interualla, ad quæ uisus non ueniunt ea non spectantur per 3 suppositionem: totũ igitur a d, simul minime spectabitur uidetur autem simul spectari uisibus celerrime delatis.



Theorema secundum.

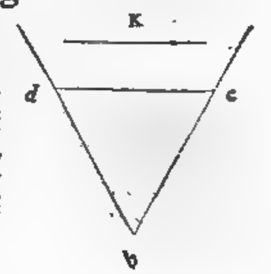
AEqualibus magnitudinibus interuallo positis, propius positæ euidentius spectantur.

Sit oculus b, quod autẽ spectatur sit c d, & k l oportet, inquã, ipsa æqualia & parallela esse, propius uero sit c d, procidantque uisus b c, b d, b k, & b l, non utique dixerimus quod ab ipso b, oculo ad ipsam k l procidentes uisus ueniant per c d, signa, fuerit namque trianguli. b k l, & b c d. ipsum k l, maius quàm ipsum c d, atqui positum est quod & æquale, igitur sub pluribus uisibus spectatur c d, quàm k l, euidentius igitur apparebit c d, quàm k l.



Theorema tertium.

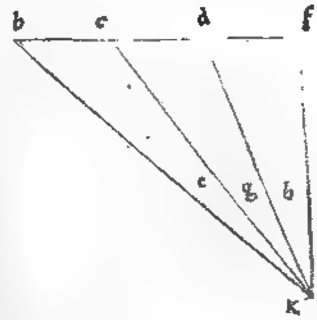
EOrum quæ ſpectantur unumquodque longitudinem interualli habet aliquam, qua aduentante, non amplius ſpectatur.



Sit, inquam, oculus n, ſpectatũ uero c d, ſitq́ in aliqua diſtantia, nõ amplius ſpectabitur, fiat nãq; c d, inter uiſuũ interuallũ in quo K igitur ad k nullus ab ipſo b uiſus procidet, id uero ad quod uiſus non addunt non ſpectatur. Eorũ igitur quæ ſpectantur unũquodq; longitudinem diſtantiæ habet nõ aliquam, qua aduentante, amplius ſpectatur.

Theorema quartum.

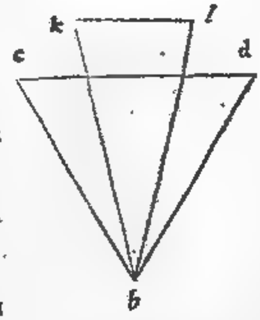
AEqualibus interuallis, in eadẽ recta linea exiſtẽtibus, quæ ex pluri diſtantia ſpectantur minora apparent.



Sint, inquam, æqualia b c, c d, d f, oculus uero ſit k, ex quo ꝓcidãt uiſus k b, k c, k d, & k f, & K b, ad rectos ſubſiſtat angulos ipſi b f: quoniam igitur in rectãgulo K b f, æquales ſunt b c, c d, d f, maior eſt quidem angulus e angulo g & g angulꝰ ipſo angulo h: maius igitur apparet b c ipſo c d & c d, ipſo d f.

Theorema quintum.

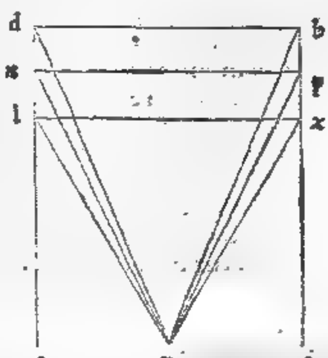
AEquales magnitudines inæqualiter expoſitæ inæquales apparent, & maior ſemper ea quæ propius oculum adiacet.



Sit æqualis c d ipſi k l, oculus uero ſit b a, quo procidant uiſus b c, b k, b l, & b d: igitur, d c, ſub maiori ſpectatur angulo quam ipſa k l: maior igitur apparet c p ipſa k l.

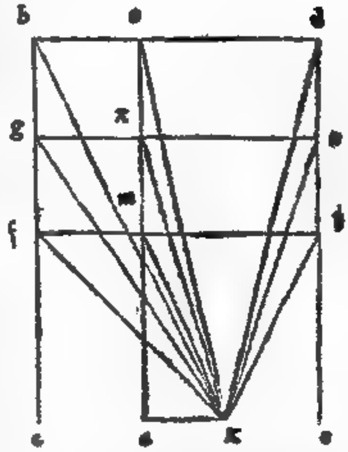
Theorema ſextum.

PArallela interuallo in diſtantia ſpectata inæqualis latitudinis apparent.



Sit, inquam, b c ipſi d f parallelũ interuallum, oculus uero ſit K. Dico quod b c, & d f inæquali latitudine apparet, & maius, inquam, propius interuallum remotiore, procidant nempe radij k x, k p, k b, k d, k n, & k l, & connectantur rectæ lineæ x l, p n, & p d. Quoniam igitur angulus q ſub x k l, maior eſt eo angulo qui ſub p k n, maius igitur apparet ipſum x l ipſo p n, atq; id propterea n p, recta linea maior apparet ipſa b d, recta linea non amplius ſpectabuntur parallela interualla, ſed minora, & inæqualis latitudinis, parallela igitur interuallorum ex diſtantia ſi ſpectentur inæqualis latitudinis apparent. Sic nempe in eodem plano ſpectato fuerit oculus ſic, eſto enim k, & excitetur per undecimam undecimi elementorum, ab ipſo k ad ſubiectum planum perpendicularis k a: ab ipſo autem a in f l, ipſa a m, per duodecimam primi elementorum: & extendatur per ſecundum poſtulatum in o, procidantque radij k b, k g, K f, K d K n, & k l, & connectantur, per primum poſtulatum k m, K x, & K o. Quoniam igitur ab ipſo k, ſublimi in ipſum m annectitur k m, perpendicularis igitur eſt in ipſam m l, per duodecimam primi elementorum: ſimiliter iam & k x, in ipſa g n, & ipſa K o, in ipſa b d. Igitur trĩagula k m l, K x n: K o d, rectãgula ſunt, & æqua-

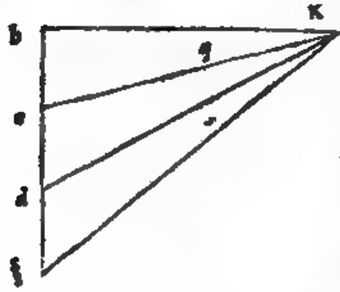
lis est ipsa quidem x n ipsi m l, parallelogrammum, in/ quam, est ipsum m n, utraque ipsarum x k, k n, maior est utraque ipsarum m k, k l, maior igitur est & angulus qui sub m k l, eo qui sub x k n. Quare & tota f l, tota g n maior apparet. idque propterea & l f, ipsa b d, inæqua lis igitur latitudinis ipsæ magnitudines apparent.



Theorema septimum

IN eadem recta linea æquales ma/ gnitudines remotius inuicem posi tæ inæquales apparent.

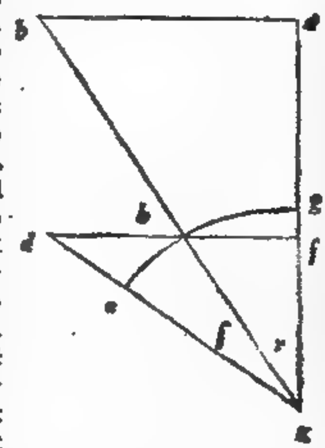
Sint æquæ magnitudines b c, & d f ocu/ lus uero sit k, & ab ipso k, oculo procidant ui/ sus k b. k c, k d, k f, re/ ctus uero sit angulus qui sub k f b. igitur an/ gulus f angulo q maior est. quare & d f ipsa c b, maior apparet. Igitur ipsæ d f & b c magnitudines inæquales apparent.



Theorema octauum.

AEquales magnitudines inæqualiter expositæ interuallis proportionaliter minime spectantur.

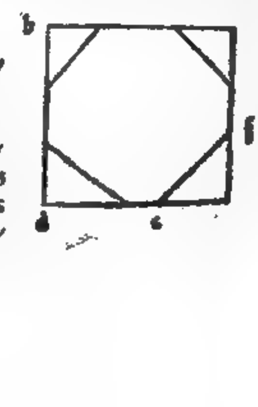
Esto enim b c ipsi d f, æqualis. & ei parallelus apponatur. k oculus, & ab ipso procidant radij, k f c: k h b, k f, & k e d. Quorum k c. ipsi b c, esto ad angulos rectos. Dico iam quod ipsæ b c, & d f magnitudines ipsis c k, & k f, interuallis pro portiõaliter minime apparent. Quoniam enim angulus qui sub d f k, rectus est, acutus igitur est angulus qui sub f k h. quare & ipsa h k ipsa k f maior est. centro igitur k, interuallo uero k h, per tertium postulatũ circulus descri ptus extra ipsam k f cadit, describatur & esto e h g: & quo niam h d k, triangulum maiorem habet rationem ad h k e, sectorem, quàm f h k, triangulum ad g h k, sectorem: ui cissim igitur h d k, triangulum ad f h k, triangulum maio rem habet rationẽ, quam e h k, sector, ad g h k sectorem. Componendo igitur per decimamoctauam quinti elemẽ torum triangulum f d k, triangulum f h k, maiorem ha/ bet rationem, quã e g k, sector ad g h k, sectorem. sed sicut f d k, triangulum ad f h k triangulum, sic d f ad f k, sicut autem g e k, sector ad g h k, sectorem, sic qui sub d k f angulus ad eum qui sub h k f angulum. In maiori ergo ratione est d f ad f h. quàm f e angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f h, sic c k, ad k f, & k c. igitur ad k f. in maiori est ratione quàm f r angulus ad r angulum, at ex angulo f r, spectatur d f: ex r uero an/ gulo spectatur b c. Igitur magnitudines interuallis proportionaliter minime spe/ ctantur.



Theorema nonum.

REctangulæ magnitudines ex interuallo spe/ ctatæ circunductæ apparent.

Sit rectangula magnitudo, b c ex interuallo spe/ ctata, igitur eorum quæ spectantur unumquodque lõgitudinẽ habet aliquã interualli, qua aduentante nõ amplius spe/



spectatur sicut per 5 theorema apparet, igitur angulus o non spectatur. At signa d f, solum apparent. Similiter etiã & in unoquoque reliquorum angulorũ hoc eueniet, quare totum circũductum apparebit.

Theorema decimum.

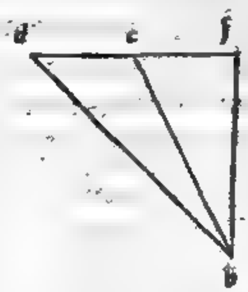
Sub oculo positorũ planorum quæ remotiora sublimiora apparent.



Sit, inquam, oculus b super ipso c k, plano, à quo oculo procidant radij, b c, b d: b f, & b k, perpendicularis autem esto per 11 undecimi elementorum b k ad subiectum planum. Dico quod c d ipso d f sublimius apparet. Igitur ipso quidem, c d ipso d f, sublimius apparet, & f d ipso f k. quæ uero sub sublimioribus radijs spectantur sublimiora uidentur, sicut per suppositionem septimam perspectiuæ apparet.

Theorema undecimum.

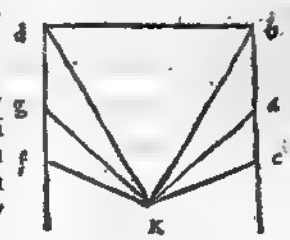
Planorum super oculo positorum quæ remotiora humiliora apparent.



Sit oculus b sub ipso d f plano positus. à quo exeuntes radij procidant ut b c, b d: & b f humilima omnium quæ ex b ad ipsum d f prodũt, planum est ipsa b d. & b c etiam ipso b f humilior est. Sed per b d, & b c, radios spectatur ipsum d c, & per b c & b f, spectatur ipsum c f, ipsum igitur d c humilius ipso c f spectatur.

Theorema duodecimum

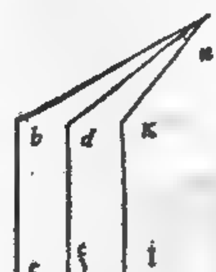
Quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ sunt in dextris, in sinistra procedere uidentur, quæ uero in sinistris in dextra.



Sint enim spectata b c, d f. oculus uero sit k: à quo procidant uisus k c, k a, k b, k f, k g, & k d. Igitur ipsum d in sinistrã magis quàm g, similiter quoque b dextrorsum magis quàm a uidetur procedere. Quare quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ in dextris sinistrorsum & quæ in sinistris dextrorsum uidentur procedere.

Theorema decimumtertium.

Aequalium magnitudinum sub oculum positorum quæ longe positæ sunt sublimiores apparent.



Sint enim æquæ magnitudines b c, d f, k l, sub oculum n positæ & ab ipso n oculo procident radij n b. n d, n k, igitur sublimior est n b, reliquis radijs, quare & b signum. Igitur b c ipsa d f: sublimior apparet & d f ipsa k l: æqualium igitur magnitudinum sub oculum positorum, quæ longe positæ sunt sublimiores apparent.

Theorema decimumquartum.

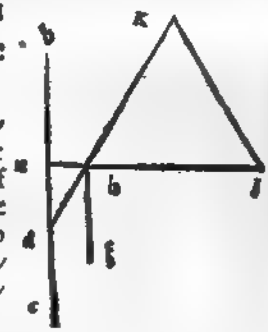
Aequalium magnitudinum supra oculum positorum quæ longe positæ sunt humiliores apparent.



Sint æquæ magnitudines k n, l f, c d, super oculũ positæ, qui sit b & ab ipso b oculo procidant radij b n, b f & b d. Igitur humilima est b d. quare & d signum. Ac per hoc c d, humilior apparet ipsa l f, & l f, ipsa k n.

Theorema decimumquintum.

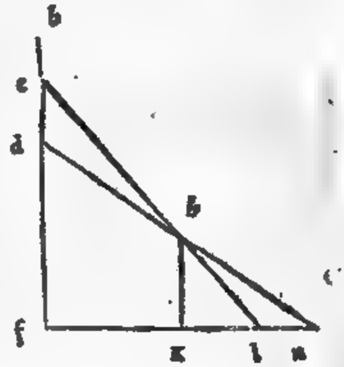
Eorum quæ sub oculum posita sunt, quæ sese inuicem excedunt adhærente oculo maiore supra spectatũ maius apparet, recedente uerò minore minus.



Sit nempe maius b c ipso h f, ponaturq́ ut oculus sit k, super ipsa b c, & h f, procidatq́ radius per h, sitq́ k d, igitur b c ipso h f maius apparet ipso b d, æquum enim apparebat h f ipsi d c, quoniam iam sub eodem oculo k & radio k d aspiciebatur. Rursus iam permutetur oculus k, sitq́ oculus in l & per h, procidat radius l n, igitur rursus b c ipso h f maius apparet ipso b n minore, igitur ipsum b c, ipsum h f, uidetur excedere abeunte oculo que adhærente.

Theorema decimumsextum

Quæ sese inuicem excedunt inferius oculo posito, adhærente oculo minore minus super spectatum apparet, recedente uero maius maiore.



Esto, inquam, maius b f ipso h k, & oculo l inferius posito cadat radius l c, per h, igitur b f ipso h k maius apparet ipso c b. Immutetur iam l oculus sitq́ oculus n cadatq́ radius n d, per h igitur rursus b f ipso h k maius ipso b d apparet. Adhærente igitur oculo minore maius, & recedente maiore ipsum b f, ipsum h k uidetur excedere.

Theorema decimumseptimum.

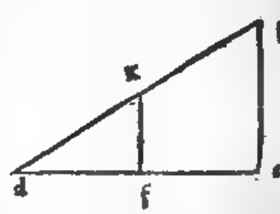
Quæcunque sese inuicem excedunt, oculo posito in recta linea minori magnitudine existente, adhærẽte & recedente oculi æquali semper superius spectatum minus uidebitur excedere.



Excedat, inquam, b d ipsum h g ipso b c & connexa c h per 2 postulatum extẽdatur, sitq́ oculus in f. Igitur ab ipso f radius procidens per f c, annectetur. Rursus iam permutetur oculus in k, igitur per hoc ab ipso k oculo radius procidens per k c annectetur, eodem igitur excedet b d, ipsum h g & adhærente & recedente oculo.

Theorema decimumoctauum.

Datam altitudinem cognoscere quanta sit.

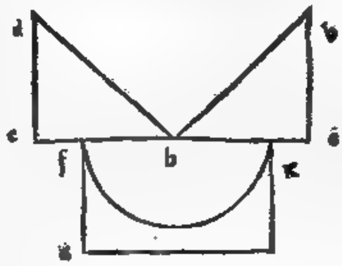


Sit, inquam, quã oportet cognoscere, quanta sit data altitudo b c, cadatq́ radius solis ab ipso b ut b d, igitur umbra erit ut c d, cape magnitudinem quampiam notam sitque k f annectásque per trigesimamprimam primi elemẽtorum sub angulo d, parallelũ b c. Igitur est sicut d c ad c b, sic d f, ad f k. & nota est ratio ipsius d f, ad ipsam f k, nota igitur est ipsius d c ad c b ratio. Sed d c umbra non est ipsa igitur c b altitudo nota est.

Theorema decimumnonum

Sole non apparente datam altitudinem quanta sit cognoscere.

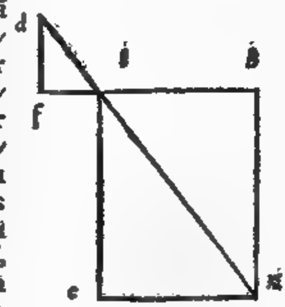
Sit quam cognoscere conuenit quāta sit data altitudo b c, exponaturque speculum k a, oculus uero sit d & ab ipso procidat radius d h, refringaturq́ ut h b, finiens, & ab ipso d oculo perpendicularis d f agatur per duodecimam primi elementorum. Igitur anguli qui ad h sunt æquales adinuicem, hoc enim ostensum est per primum theorema speculariæ, sed angulus ad c, eo qui ad f, est æqualis per 4 postulatum, rectus enim est eorum uterque. Reliquus igitur angulus qui ad b, reliquo qui ad d est æqualis. Quare triangulum b c h, ipsi d h f, triangulo simile est per primam diffinitionem 6 elementorum. Est igitur sicut h c ad c b sic h f ad f d. Ipsius autem f h, ad f d ratio nota est, & ipsius igitur h c ad c b, ratio nota est: at nota est c h nota igitur & c b altitudo.



Theorema uigesimum

DAtam profunditatem quanta sit cognoscere.

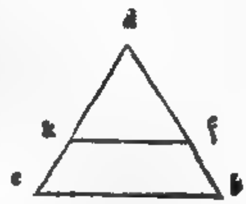
Esto, inquam, profunditas quam oportet quāta sit cognoscere b k, ponaturque oculus d, procidatq́ radius d l k in deiectum, excitetur q́ per 31 primi elementorum ab ipso d ad ipsam b k ipsa d f, quoniam parallelus est b k ipsi d f. prociditq́ d k, angulos igitur per uigesimamnonam primi elementorum b k l, & l d f, inuicem efficit æquales: sunt autem qui ad l ad uerticem inuicem æquales per decimamquintam primi elemētorum, reliquus igitur angulus reliquo angulo est æqualis, æquiangulum igitur est b k l triangulum ipsi l d f, triangulo, est igitur sicut l f, ad f d, sic l b ad b k. Data autem est ratio ipsius l f ad f d. Data igitur est ratio & ipsius l b ad b k. Data autē est l b. Data quoque est ipsa b k.



Theorema uigesimumprimum.

DAtam longitudinem quanta sit cognoscere.

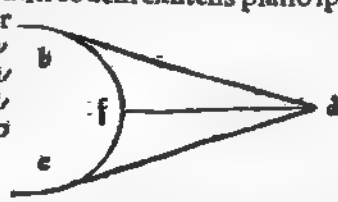
Esto enim quam quāta sit cognoscere oportet data longitudo b c ponatur oculus d à quo procidant radij d b, d c, & ab ipso f, excitetur per trigesimamprimam primi elementorum ad ipsam b c. ipsa f k igitur est sicut f k, ad k d, sic b c ad c d nota autem est ratio ipsius f k ad k d: nota igitur & ipsius b c ad c d ratio, & nota est c d, nota igitur est & c b.



Theorema uigesimumsecundum.

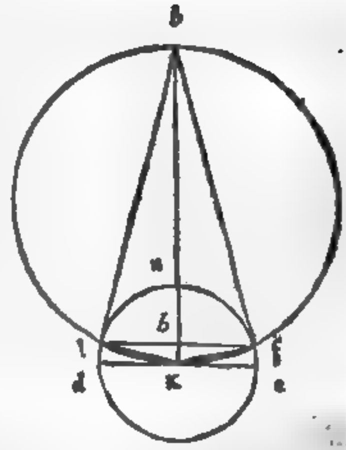
SI in eodem plano, in quo & oculus, circuli ambitus positus fuerit, recta linea ipsius circuli ambitus apparebit.

Esto, inquam, ambitus b c, oculus uero sit d. In eodem existens plano ipsi b c à quo procidant radij d b, d f & d c. Igitur quoniam per primum theorema eorum sub prospectum cadunt nihil simul spectatur nequaquam apparebit f b, ambitus ipsa igitur f b, signa in rectam esse lineam uidebuntur, similiter quoque & f c, tota igitur b c circumferentia recta linea uidebitur.



Theorema uigesimumtertium.

SPhæra utcunque inspecta ab uno oculo minus semper hemisphærio cernetur, ipsum uero spectatum sub sphæræ circulo comprehensum apparet.

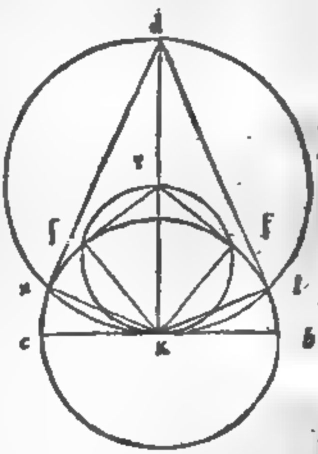


Sit enim sphæra cuius cẽtrum sit k, oculus autem sit b, & connectatur per primum postulatum b k, & per 11 primi ele. ei ad angulos excitetur rectos per k ipsa c k d & extendatur per b k, planum c k d, efficiet, inquã, in sphæra circulum, efficiat iam ipsum c d l n f. circum uero k b dimetientem circulus describatur, & per primũ postulatũ connectantur k f. f b, b l. l k, & l f, igitur quoniam per 31 tertij elementorum anguli qui sub k f b. b l k, recti sunt. quoniam in semicirculus sunt. & ex centro k f & k l in uno signo tangunt b l, b f, ipsam sphæram. Igitur ab ipso b oculo procidẽtes radij in ipsas b f, b l, procidunt. Et quoniam uterque qui ad h sunt angulorum rectus est eo quia c d, ipsi f l, parallelus est, & f h, ipsi h l, est æqualis per tertiam tertij elementorũ, si iã manẽte ipsa h b ipsum h f b, triangulum circũducatur in idem rursus reuoluẽtur unde cœperat circunduci. At b f, circumacta in uno signo sphæræ ambitum tangit per correlarium 16 tertij elemẽtorum, hoc est in f, & circulus erit descriptus per f l signa, quare sub circulo id sphæræ quod spectatur contentũ, uidetur & minus hemisphærio: ipsum namque f n l: minus est hæmisphærio. Quare & ab oculo spectatum minus est hemisphærio.

Theorema uigesimumquartum.

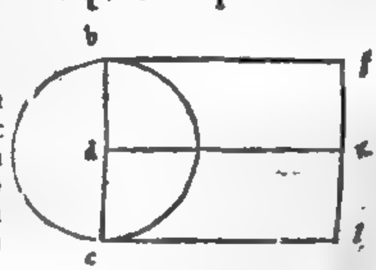
OCulo ad sphæram propius accedẽte, spectatum minus est, putabitur autem maius uideri.

Esto enim sphæra cuius centrum sit k, & ab oculo d in centrum connectatur d k, & per k, per undecimã primi elemẽtorum excitetur, b c, circũ uero d k circulus describatur, per 3 postulatum, & per secundum postulatum connectãtur d n, n k, d l, l k, igitur recti sunt qui ad l n, anguli: quoniam in semicirculus sunt per 31 tertij elementorum. In unũ igitur contactum tangunt ipsæ d l, d n, ipsam sphærã per correlarium 16 tertij elementorum. Ipsi igitur ab ipso d, oculo procidentes radij per d l & d n cadunt. Rursus remoueatur oculus & sit in r & circum ipsum r, per 3 postulatũ circulus describatur, & per secundum postulatum connectãtur r f, f k, r f, f k, igitur ipso r f. r f, in uno signo ipsam tangunt sphæram per correlarium 16 tertij elementorum, & ab ipso r oculo procidentes radij ut r f. r f cadunt. Quare sub angulo r ipsum f f, & sub angulo d ipsum n f f l, spectatur. sed f n f l, ipso f f, maius est, apparet autem minus, angulus enim qui ad r maior est: eó qui ad d est angulo p 21 tertij elementorum, quæ uero sub maiori spectantur angulo per 4 suppositionem optices maiora uidẽtur, maius ergo apparet f f, ipso n f f l, est autem minus.



Theorema uigesimumquintum.

SPhæra binis spectata oculis, si dimetiens sphæræ æquus fuerit rectæ lineæ distãti ab oculis, ipsius hemisphærium spectabitur.

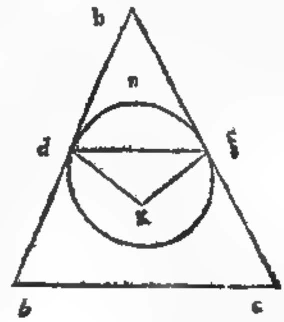


Sit sphæra cuius dimetiens sit b c. & ab ipso b e per 11 primi elemento. excitentur ad angulos rectos b f, c l & ab ipso f ad ipsam b c, per 11 primi elementorum excitetur f l, & ponatur oculus unus in f. alter uero in l. ab ipso uero centro d per 11 primi elementorum ad ipsam b f parallelus d k, igitur si manẽte d k ipsum b k parallelogrammum circumagatur in idem rur-

sus unde cœpit agi consistet,& circunscripta ab ipsa b d,figura circulus erit,qui per cen trum erit ipsius sphæræ. Quare hemisphærium tantum ipsius sphæræ spectabitur sub f l oculis.

Theorema uigesimumsextum.

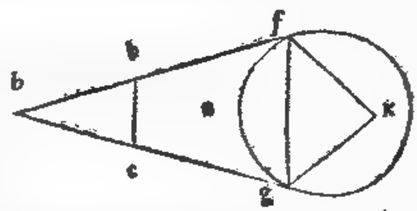
CVm oculorum distantia sphæræ diametro maior fuerit hemisphærio, maius id quod ipsius sphæræ spectabitur apparebit.



Esto enim sphæra cuius centrum sit k, oculorum uero internallum maius esto ipsius sphæræ diametro,& per k & b c,extendatur planum efficiatque in sphæra circulum d f n, procidantque radij b d,c f,in uno signo tangentes.igitur producti inuicem congrediuntur. Quoniam b c ipsius sphæræ diametro maior est.congrediantur iam in h signum.igitur quoniam ab ipso signo h ipsæ h f,h d.per unum signum tangentes cadunt.minor est ipse f n d,ambitus semicirculo per uigesimumtertium theorema,anguli enim h f k,h d k,sunt rectæ. Ipsius uero sphæræ reliquum sphæræ hemisphærio maius spectatur sub b d c f.

Theorema uigesimumseptimum.

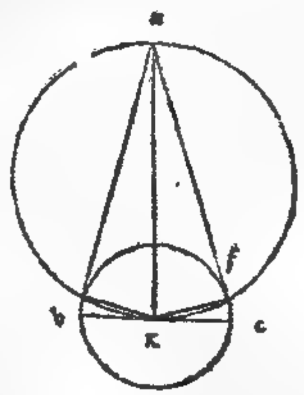
SI oculorum interuallū minus fuerit sphæræ diametro,id sphæræ quod spectatur hemisphærio minus spectabitur.



Esto, inquam, sphæra cuius centrum sit k oculorum interuallum sit b c minus existens ipsius sphæræ diametro: & per k, & b c, extendatur planum efficiatque in sphæra circulum f g n,excitentur autem per decimamseptimam tertij elementorum ab ipsis b c oculis in uno signo tāgentes b f,& c g, quæ in h inuicem congrediātur. Quoniam b c, & ipsius sphæræ diameter sunt inæquales.Igitur ab ipso h signo procidentes in ipsam sphæram minorem hemisphærio ambitum capient,per uigesimumtertiū theorema.igitur ambitus f g n, hemisphærio minor est.Quare sub b c oculis spectatum, hemisphærio minus erit.

Theorema uigesimumoctauum

CYlindro utcunque inspecto ab oculo uno, minus hemicylindro spectabitur.

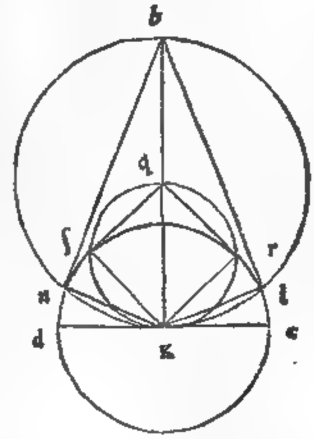


Esto namque cylindri circa basim circuli centrum k. ab ipso n,oculo excitetur ad k ipsa n k.per primum postulatum,& per k:per secundam primi elementorum excitetur b c,& circum k n. describatur circulus, connectanturque n f,f k,n d,d k.Igitur qui ad f d,recti sunt. In uno igitur signo f n,n d,tangunt per correlarium decimāsextamtertij elementorum.ipsi igitur ab ipso n oculo educti radij per n f,n d procidunt, quare ipsi ambitus f l d,tantū spectabitur;sed f l d,minor est ipso c l b, semicirculo. Igitur f l d,semicirculo minor uidebitur,hoc est cylindrus. Similiter enim basi per omnem superficiem cylindri demōstrabimus, quare totius cylindri dimidio minus spectabitur

Theorema uigesimumnonum

OCulo propius ad cylindrum posito, minus quidem erit assumptum cylindri sub ipsis aspectibus, uidebitur autem maius aspici.

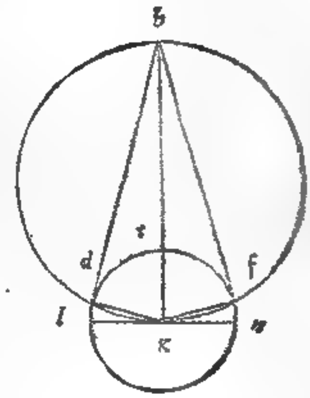
Esto enim cylindri circa basim circuli centrum K,& ab ipso k oculo in K centrum per 1 postulatum connectatur b K,& per K, per 11 primi elementorum ad angulos excitetur rectos c d,& circum k b circulus describatur,per 3 postulatũ & cõnectantur b n. n k, b l,l k: iam per ea quæ prædicta sunt l f n,minus est semicirculo,& similiter basi cylindri minus est,& dimidium spectabitur. Sed propius excitetur oculus,sitq́ q & circũ s k, per 3 postulatũ circulus describatur cõnectãturq́ q r, r k,k s,& s q. Igitur qui ab ipso q radij ,pcidẽtes per q r,&q s, cadunt, q uero ab ipso b scatẽt,cadũt per b l.b n,maior igitur ambitus n s l,ambitu r s,uidetur aut minor r s s,ipso n s l,maior enim est angulus,q angulo b,per 20 tertij elementorum. quare cylindri minor pars spectabitur, uidetur autem maior aspici.



Theorema trigesimum

Cono circulum basim habente sub uno oculo perspecto, minus hemiconio spectabitur.

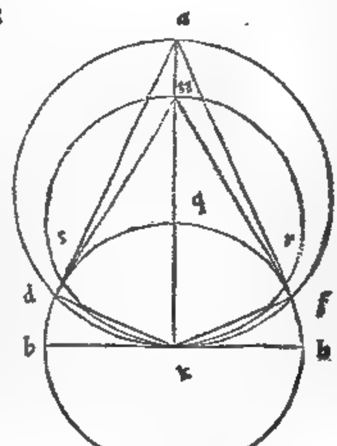
Esto enim coni basis circulus cuius centrum sit k, & ab ipso b oculo excitetur in centrum per primum postulatum b k,& per K,per 11 primi elementorum, ad angulos rectos ipsi k b excitetur n l,circum uero K b,per 3 postulatum describatur circulus. Connectanturq́ per 1 postulatum b f,f k,b d,d k. Igitur anguli qui ad f d,recti sunt per 31 tertij elemẽtorum. Igitur ipsæ b d,b f in uno signo tangunt per correlarium 6 tertij elementorum.& radij qui ex b per b d,b f,procidunt,igitur ambitus f r d, perspectus minor existens ipso n r l. At n r l,semicirculus est. Igitur ambitus f r d semicirculo minor est. Quare & coni quod spectatur minus est hemiconio: similiter enim & in reliquorum circulorum ipsius coni superficie ostendemus.



Theorema trigesimumprimum.

Oculo propius posito in eodem plano minor,inquam,erit uisibus assumpta pars at maior perspicij uidebitur.

Esto coni basis circulus cuius centrum sit k,oculus uero sit a & ab ipso a per primum postulatum in K connectatur a K. Et per undecimam primi elementorum, ad angulos rectos excitetur per K ipsa h b. Describaturq́ per tertium postulatum circum a K circulus,& per primum postulatum connectantur a f,f k,a d d k,permuteturque oculus a in n. & circum k n,per tertium postulatum circulus describatur,connectanturque n r, r k,n s,s k. Igitur qui ex a oculo radij scatent,per a d,a f,cadunt. Quare ambitus f q d apparet. Idque propterea & qui ab ipso n,oculo radij scatent per n r,n s cadunt, spectabitur igitur ambitus r q s. Sed maior f q d ipso r q s. At minor apparet, maior enim est angulus n eo qui ad a est angulo.



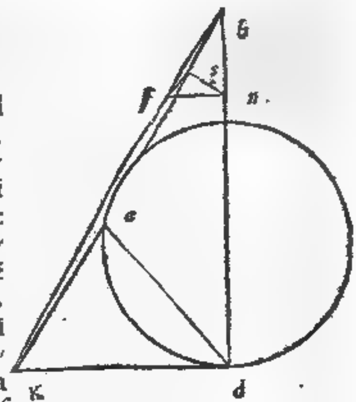
Theorema trigesimumsecundum

Cono circulum basim habente, si à contactibus qui ab oculo in coni basim procidẽtibus radijs rectæ lineæ deducãtur per superficiẽ

coni

coni ad uerticem eius perq; deductas, & eis quæ ab oculo in basim coni procidentibus plana educta fuerint, in communique planorum sectione oculus positus fuerit, id quod spectatur coni, omnifariam æquum spectabitur uisu in plano proposito existenti.

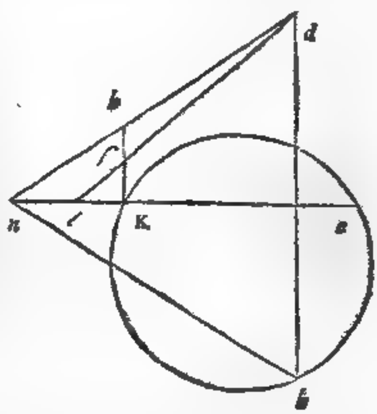
Sit conus cuius basis quidē sit circulus c d, uertex autem sit b signum. oculus uero sit K à quo procidant radij k d, k c, tangentes in c d, connectaturq; ab ipsis d c, signis in uerticem coni d b. & c b, & per c b, & c K, quidem planum extendatur quod est ipsorum d b. d K. Similiterq; alterum protenditur planum, igitur ipsi plani ueniunt in congressum. nam ipsæ c d b. concurrunt. & c K, d k, cōcurrunt, ueniant in congressum igitur ipsa plana, & sit eorū communis sectio b K. Dico quod ubi in b k. positus fuerit oculus, quo spectatur coni. æquū est, ponatur in b k oculus sitq; f, exciteturq; per 31 primi ele. per f ad ipsam quidē K d, ipsa f n, ad ipsam autem c k ipsa f s, igitur ipsæ f n, f s. coni superficiem in signis f s, tangunt. In ipsa enim coni super æquidistantium circulorum segmenta sunt similia. igitur in ipsa b d c, coni superficie interualla spectata æqualia apparent. Quoniam æqualis est quem ipsæ f s, s n cōprehēdunt angulus ei qui sub K c. c d, cōprehēditur angulo, æquum apparuerit igitur, s n, interuallum ipsi d c interuallo. Quare quando oculus in K b, recta linea positus fuerit, æquū semper spectatum apparet.



Theorema trigesimumtertium

Equaliter autem semper oculo à cono distante, sublimius quidem oculo posito minus apparet coni spectatum, humilius uero maius.

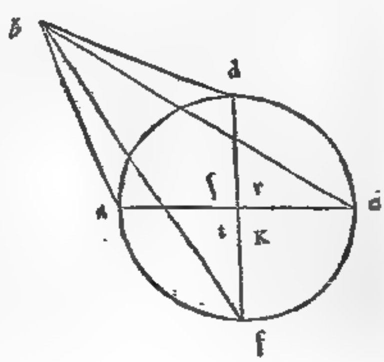
Esto coni uertex quidem ad d signum, basis autē circulus, exciteturque per 31 primi elementorum k h. ipsi b d, ponaturque oculus in h. Dico iam quod id quod spectatur coni oculo posito in h minus spectabitur quàm in s. Connectātur, inquam, per primum postulatum ab ipso d signo in h s signa ipsæ h d, d s, & per secundum postulatum extendantur in n l. igitur in n & l, signo posito oculo spectata coni æqualia apparebunt, & minus quidem apparebit quod ad n, maius autem id quod ad l. æquū uero id quod ad n, ei quod ad h. Id autem quod ad l ei quod ad s, sicut in præcedēti patuit: oculo igitur in h, signo existente spectatū coni minus apparet quàm in s signo,



Theorema trigesimumquartum.

IN circulo si à centro ad angulos rectos quædam agatur recta linea ipsius circuli plano, & in ipsa apponatur oculus circuli dimetientes æquales apparent.

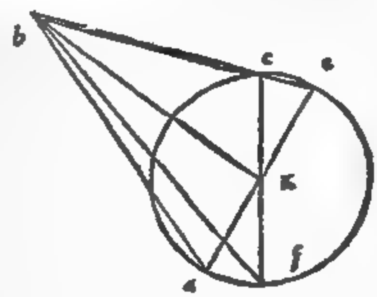
Esto enim circulus cuius centrum sit k, & ab ipso k. per 12 undecimi ele. ad angulos rectos excitetur ipsi plano circuli ipsa k b, oculus uero sit in b: exciteturq; diametri c a, & d f. Dico iam ipsum a c ipsi d f, æqualem apparere cōnectantur enim ipsæ b a. b f, b c, b d. per primum postulatum. Igitur binæ b K, k f, binis b k. K c, sunt altera alteri



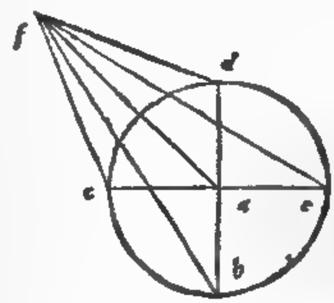
teri æquales,est autem & angulus r angulo f æqualis,æqualis igitur est per 4 primi elemētorū basis b f.bāsi b c.Idq; propterea iam & b d ipsi b a est æqualis,binæ iam d b,b f, binis c b,b a,sunt æquales,est autē & d f ipsi c a,æqualis:angulus igitur qui sub d b f. angulo qui sub c b a,est æqualis.Sed ea quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent:æqualis igitur per suppositionem 6 c a,ipsi d f apparet.

Theorema trigesimumquintum

ET si quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipsi plano,æqualis autem fuerit ei quæ ex centro,dimetientes ipsi æquales apparent.

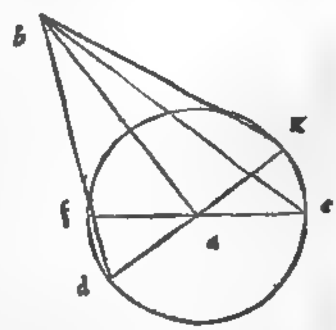


Sit circulus cuius centrum k,& ab ipso k, excitetur non ad angulos rectos ipsi plano ipsa k b, æqualis autem esto ei quæ ex centro circuli.& per primū postulatum cōnectantur ab ipso b signo eæ, quæ prius: quoniā igitur ipsæ d k,k b,k f,inuicem sunt æquales,rectus est angulus contentus sub f b d.Idque propterea iam & qui sub a b c,angulus rectus est. æquales igitur sunt ipsi adinuicem per 4 postulatum. Sed quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent per suppositionem 6:æqualis igitur apparet d f ipsi a c.Sed iam a f,neque sit æqualis ei quæ ex centro,neq; sit ad angulos rectos ipsi circuli plano,æquales uero efficiat angulos sub d a f,f a c,& e a f & f a b.Dico quod & sic dimetiētes ipsi æquales apparent.Quoniam enim æqualis est d a,ipsi a c,per 15 diffinitionem primi: ele.communis autem a f,& æquos comprehēdunt angulos.Basis igitur d f,per 4 primi elemē.basi c f,est æqualis,& angulus d f a angulo a f c,est æqualis.similiter iam ostēdemus quod & angulus e f a. angulo a f b est æqualis.totus angulus igitur qui sub d f b,toti angulo sub e f c,est æqualis:quare per suppositionem 6 perspectiuæ ipsæ diametri æquales apparebunt.



Theorema trigesimumsextum.

SI uero quæ ab oculo ad centrum procidēs circuli,neque ad angulos fuerit rectos ipsius circulo plano,neque etiā ei q; ex centro fuerit æqualis,neq; æquos cum hijs quæ ex centro comprehendet angulos,sed aut maior aut minor ea quæ ex centro fuerit,di ametri ipsę inæquales apparebunt.

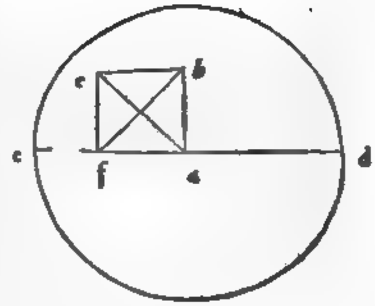


Sit enim circulus cuius cētrum sit a,& ab ipso b oculo in cētrum circuli excitetur recta linea b a. sit autem neque ad angulos rectos ipsi plano,neque ei quæ ex circuli cētro æqualis,neque etiam cum his quæ ex centro æquos comprehendat angulos. Dico quod ipsæ diametri circuli inæquales apparebunt, excitetur, inquam,c f.dimetiens ad angulos subsistens rectos ipsi a b. Et d k inæquales efficiens angulos ipsi a b,& per primum postulatum connectantur b c,b d,b f.& b k. Sit. inquam, prius b a ipsa a k maior:igitur maior est angulus comprehensus sub c b f,eo qui comprehēsus est sub k b d, sicut in theorematibus ostensum est. Quæ uero sub maiori angulo spectātur maiora apparēt.Igitur c f ipsa d k maior apparet.

Theorema trigesimumseptimum.

SI autem b a,ipsa a k,minor fuerit,maior apparet d k ipsa c f.

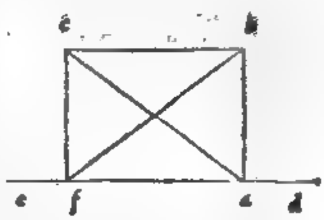
Esto circulus cuius centrum sit a, oculus uero sit b, à quo in circulum perpẽdicularis acta nõ cadat in a, sed exterius, sitq́ b c, connectaturq́ per primum postulatũ ex c in a, ipsi c a, insuper ab a in b, ipsa a b per idem postulatũ. Dico quod omnium per a actarũ rectarum linearũ, ad ipsamq́ b a angulos efficientium minimus est qui sub c a b, excitetur enim recta linea d a, & ab ipso c per xi. xi. ele. in d e perpendicularis agatur ipsi plano c f, cõnectaturq́ b f, per primum postulatum: igitur ipsa b f, super d e perpẽdicularis est. Quoniam igitur angulus c f a rectus est, qui sub a c f, igitur minor est recto, maius igitur est per 18 primi elem. latus a c, latere a f. Igitur b a, ad ipsam a f, maiorem habet rationem, quàm ad a c, sed angulus a c b, & qui sub b f a recti sunt, & c a, & a f, sunt inæquales, & reliquus igitur qui sub f a b, eo qui sub c a b maior est, similiter autem ostendetur ꝙ & omnium per a, actarũ rectarũ linearũ ad ipsam a b, rectam lineam angulum efficientium minimus est qui sub c a b.



Theorema trigesimumoctauum.

Sed ꝙ f b ipsi d e ad angulos rectos existat sic ostendemus.

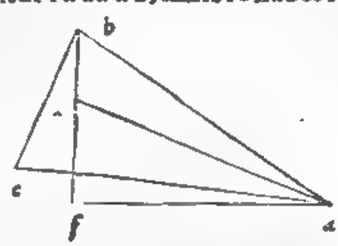
Quoniã b c. ipsi circuli plano ad angulos est rectos, & omnia igitur per b c, plana producta ipsi circuli plano per 3 diffinitonem 11 element. ad angulos rectos existunt. Unum autem eorum quæ per b c, extendũtur planorũ est ipsum b e f, triangulum. Igitur triãgulum b c f, ipsius circuli plano ad angulos rectos exist. Quoniã igitur bina plana hoc est & id quod ipsius e d, circuli, & id quod ipsius b c f, triãguli adinuicem sese dispescunt, & ipsi e f, quæ ipsorum cõmunis est sectio ad angulos rectos est ipsa f d, in ipsius circuli plano: perpẽdicularis nanq; agitur c f, in e d, & f d igitur ipsius b c f, trianguli plano ad angulos rectos est. Quare per 3 diffinitionẽ 11 elementorũ. ad omnes ipsum tangentes rectas lineas, & in ipso trianguli e f b, plano existentes ad angulos rectos subsisit. Igitur d f, ipsi b f, ad angulos rectos est.



Theorema trigesimumnonum.

Rursus igitur b f ipsi e f d, dimetienti ad angulos rectos est.

Esto bina triangula b c a, & b f a, rectos habẽtia eos qui ad c f, angulos, & b a, ad f a, maiorem habeat rationẽ quàm ad c a. Dico ꝙ angulus f a b, eo qui sub c a b, est angulo maior est. Quoniam enim b a, ad a f, maiorem habet rationem quàm ad c a: & rursus igitur f a ad a b, minorẽ habet rationem quam c a, ad a b, quare c a, ad a b, maiorem habet rationẽ quàm f a, ad a b. Fiat igitur sicut c a, ad a b, sic f a, ad minorem ipsa a b, hoc est ad ipsam a d, æquiangula igitur sunt triangula b c a, & d f a, quare angulus c a b, angulo f a d, est æqualis. Igitur angulus f a b, angulo c a b. maior est. Esto circulus a b c d, excitẽturq́ binæ diametri a b, c d, sese inuicẽ ad angulos rectos dispescentes, oculus uero esto e, à quo in centrum connexa e f. ad angulos quidẽ rectos esto ipsi c d, ad ipsam autem a b, contingentẽ angulum comprehendat, estoq́ e f. utraq; ipsarũ quæ ex centro maior. Quoniam igitur c d. utriq; ipsarũ a b & e f, ad angulos est rectos & omnia igitur plana per c d, proiecta ei quod per e f & a b, plano ad angulos rectos subsistunt. Excitetur perpdicularis igitur ab ipso e, signo ad subiectum planum per 11 undecimi elemen. in cõmunem igitur planorum sectionem a b cadit. Cadat igitur & sit e k, extendaturq́ dimetiens g h, ponatrurq́ ipsi dimetienti circuli æqualis l m, seceturq́ per 10 primi elementorũ. bifariam in n, & ab ipso n, ipsi l m, per 11 eiusdem excitetur ad angulos rectos in sublimi recta linea n x, sitq́ ipsa n x, ipsi e f æqualis. Segmentum igitur circum l m, descriptum, transiensq́ per 13 semicirculo maius erit. Quoniam n x, maior est utraq; ipsarum l n, n m, sit ipsum l x m. Cõnectanturq́ ipsæ x l, & x m, angulus igitur qui ad x comprehensus sub l x m, ei est æquus qui ad e. signum, cõprehenso sub continẽtibus ipsum



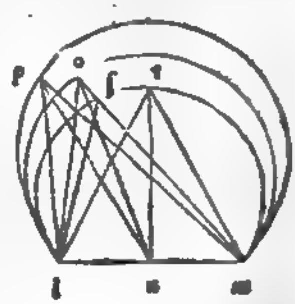
e,& c d,signa. Insuper ponatur ei qui sub e f,& f g,æquus qui sub l n,n o, auferaturq́; ipsa e f,æqualis ipsi n o, cõnectanturq́; ipsæ l o, m o, describaturq́; circum l o m, triangulũ segmentũ circuli cõprehẽsum sub l o, o m, hoc est ipsum l o m. Erit iam qui ad o, signũ angulus cõprehensus sub l o m æquus ei qui sub g e h. Insuper ponatur ei qui sub e f g, æqualis qui sub l p n, auferaturq́; e f, æqualis ipsi n p, connectanturq́; ipsæ l p, p m, describaturq́; circum ipsum triangulum segmentũ circuli, erit iam angulus qui ad p, signum angulo comprehenso sub a e,& e b, æqualis. Quoniam igitur angulus x, angulo o, maior est, sed angulus x, ãgulo f, est æqualis,& qui ad f, per 16 primi elemẽt. maior est eo qui ad o, extra enim triangulũ est l f o,& qui ad x igitur eo qui ad o maior est,& qui ad x, ei est æqualis qui sub c e d,& qui ad o, ei qui sub g e h, igitur per 4 suppositionẽ perspectiuæ c d, ipsa g h, maior apparebit. Rursus angulus f, angulo g e h, est æqualis,& qui ad p, ei qui sub a e b: maior autem est angulus o, angulo p, maior igitur apparebit per suppositionem 4 perspectiuæ g h, ipsa a b recta linea.



Theorema quadragesimum.

NOn sit autem maior quæ ab oculo in centrũ annexa est ea quæ ex centro, sed minor, erit iam circa diametros contrariũ: nam ipsorũ dimetientiũ maior, minor,& minor, maior, apparebit.

Esto circulus a b c d, extendanturq́; bini dimetientes a b, c d, sese mutuẽ ad rectos angulos secantes, altera uero quæpiam extendatur n h, oculus uero sit e, à quo in centrum f, connexa esto e f, minor existens utraq; earum quæ ex centro, ad angulos uero rectos esto e f, ipsi c d, ponaturq́; circuli diametro æqualis l m, quæ per 10 primi element. secetur bifariam in n, exciteturq́; per 11 eiusdem ad angulos rectos ipsi l m, ipsa n x. Describaturq́; circum l x m, segmentum circuli, sitq́; l x m. Erit iam minus semicirculo, quoniã n x, minor est ea quæ ex centro, esto, inquam, l x m, cõnectanturq́; per primum postulatũ ipsæ x l, x m, igitur angulus qui ad x, comprehensus sub l x, x m, æquus est ei qui ad e, comprehenso sub c e,& e d. Insuper ponatur ei qui sub e f, f g, æqualis qui sub l n, l o, angulus, auferaturq́; e f ipsi n o, æqualis, connectanturq́; l o, m o. Describaturq́; circa l o m, triangulum segmentum circuli l o m. Iam angulus qui ad o, signum comprehensus sub l o, o n, rectis lineis æqualis erit ei qui ad e, comprehenso sub h e n. Insuper ponatur ei qui sub a f, f e, æquus qui sub l p, p n, auferaturq́; n p, ipsi e f, æqualis connectanturq́; l p, p m, describaturq́; circum l p m, triãgulum segmentum circuli, sitq́; l p m, erit iam angulus qui ad p, signum comprehensus sub l p, p m, æqualis ei qui ad e, angulo comprehenso sub a e & e b. Quoniam igitur angulus qui ad x, eo qui ad o, minor est, æqualis autem est angulus qui ad o, ei qui ad e. comprehenso sub h e, e n, & qui ad x, ei qui ad e, comprehenso sub c e d, minor igitur apparebit c d, ipsa n h. Rursus quoniam angulus qui ad e, comprehensus sub h e n, minor est eo qui comprehẽsus est sub l e b, minor igitur per suppositionem 5 speculariæ apparebit & n h, ipsa a b.



Theorema quadragesimumprimum.

CVruũ rotæ quandoq; circulares,& quãdoq; contractæ apparẽt.

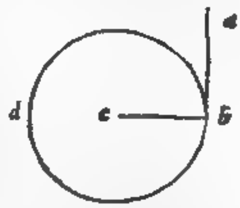
Esto enim rota cuius dimetientes sint d f,& b c. Igitur quandoq; ab oculo in centrũ agitur, ad angulos fuerit rectos, ipsi plano uel æqua fuerit ei quæ ex centro, æquales diametri apparẽt, sicut in præcedenti theoremate ostensum est. Quare rota currus hĩs existentibus circulares apparet, producto uero curru & eo qui ab oculo in centrum actus est, ad rectos angulos non subsistente radio ipsius rotæ plano, neque æquali ei quæ ex ipsius centro, dimetientes inæquales apparẽt, quod similiter in præcedenti ostensum est, quare rota contracta apparebit.



Theorema quadragesimumsecundum.

SI magnitudo quæpiam sublimis ad subiectum planum ad angulos rectos extiterit, positusq; fuerit oculus in aliquo signo ipsius plani, & permutatum fuerit uisile in circuli circunferentia, uisile semper æqualiter spectabitur.

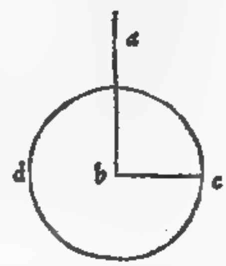
Esto, inquam, spectata aliqua magnitudo a b, sublimior plano, oculus autem esto c, connectaturq; b c, & centro c, spacio uero c b, per 3 postulatum circulus describatur b d. Dico quod si in circuli circunferentia permutabitur ipsa a b, ab ipso c, oculo æqualiter spectabitur. Quoniam enim a b, recta est & ad ipsam b c, angulum efficit rectum: omnes igitur quæ ex centro c, ad ipsam a b, magnitudinem procidentes inuicem æquos efficiunt angulos, per secūdam diffinitionem 11 element. æqualiter igitur uisile spectabitur, similiter quoq; & si à centro c, sublimis excitetur recta linea, & in ipsa positus fuerit oculus in parallelum existens spectatæ magnitudini, commotaq; fuerit magnitudo, spectatum æqualiter semper apparet.



Theorema quadragesimumtertium.

SI uero uisile ad subiectū planum ad angulos fuerit rectos, permutātus autem fuerit oculus in circuli circunferentia centrum habente signum circum quod conuertitur magnitudo ipsi plano, uisile semper æqualiter apparebit.

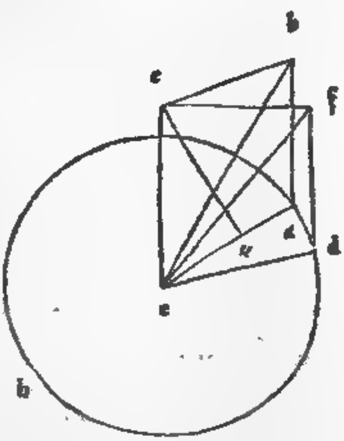
Sit, inquam, spectata magnitudo a b. sublimis & ad angulos rectos existens ad subiectum planum, oculus uero sit c, & centro quidem b, spacio uero b c, per 3 postulatum circulus describatur c d. Dico quod si c, permutetur in circuli circunferentia ipsa a b, magnitudo æqualiter semper apparebit, hoc, inquam, est manifestum, omnes enim ab ipso c signo ad a b, cadentes radij ad æquos angulos procidunt. Quoniā angulus qui ad b rectus est. Aequaliter igitur spectata magnitudo apparebit.



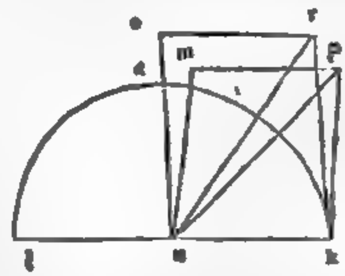
Theorema quadragesimumquartum.

SI autem spectata, à magnitudo ad subiectum planum neutiquā ad angulos rectos fuerit, mutatūq; fuerit uisile in circuli circunferentia, inæqualiter semper spectabitur.

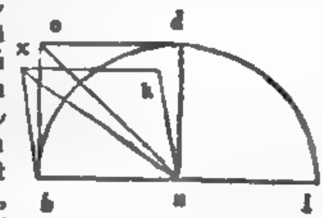
Esto circulus a h, & suscipiatur in ipsius circūferentia signum, sitq; illud d, & cōstituatur non ad rectos angulos ipsi circulo ipsa d f, oculus uero sit e. Dico quod ipsa d f, si in ipsius circuli circūferentia permutabitur quandoq; maior, & quandoq; minor apparebit. Iam ipsa d f, uel est maior ea quæ ex centro, uel ei æqualis, uel minor: sit in primis maior, excitet urq; per 31 primi element. per e, centrum ipsi d f, parallelus e c, sitq; æqualis d f, ipsi c e. Excitet urq; per 11 undecimi element. ab ipso c, signum ad subiectū planum perpendicularis c n, & cadat ipsi plano in n, signum, & connexa e n, per 2 postulatum extendatur & procidat in circuli circunferentia in a, & per a, per 31 primi element. ipsi c e, parallelus excitetur a b, ipsi d f, æqualis: dico quod a b, omnibus in circuli circūferentia stantibus rectis lineis minor apparebit. Connectantur enim per primum postulatum c f, e f, b c, & e b: habuimus autē in præterito 36 theoremate quod omnium per e, signum ductarum rectarum linearum, efficientiumq; a d, e c, angu-



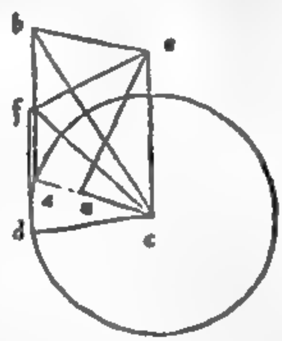
e c, angulum, minimus est qui sub c e a. Quoniam igitur c e, ipsi a b, parallelus est, sed & æqualis, & e a igitur ipsi c b, æqualis est & parallelus, parallelogrammum igitur est b e, idq; propterea iam & f e, parallelogrammum est. Et quoniam oportet ostendere quod minor apparet a b, ipsa d f, manifestum est quod prius ostendere oportet quod angulus qui sub b e a, minor est angulo qui sub f e d. Quoniã igitur ostensum est quod omnium per e, signum actarum rectarum linearũ ad c e, angulosq; efficientium minimus est qui sub c e a, minor igitur est & ipso c e d, is qui sub c e a. Exponatur circuli semicirculo, æquum segmentum k a l, accipiaturq; illius centrum & sit n, ponaturq; ei angulo qui sub c e a, æqualis angulus qui sub k n m, ei aũt qui sub c e d, æqualis qui sub k n o, ponaturq; ipsi d f, utraq; ipsarum o n, m n, æqualis per 2 primi elementorũ, & per m ipsi k n, æqualis & parallelus excitetur m p, per 31 primi ele. Connectaturq; per primum postulatum p k, parallelogrammũ igitur est n p, & æquum & simile ipsi b e. Rursus per o ipsi k n, per 31 primi element. excitetur o r, & connectatur r k. Igitur r n, parallelogrammum æquum est & simile ipsi f e. Connectanturq; diagonij r n, p n. Quare angulus qui sub k n p, eo qui sub k n r, minor est. Estq; qui sub k n p. ei æqualis qui sub a e b, & qui sub k n r, ei est æqualis qui sub d e f, minor igitur est qui sub a e b. angulus eo qui sub d e f. Quare & magnitudo a b, magnitudine d f, minor apparebit. Similiter iam ostendemus quod b a, ipsa f d, minor est ipsa f d, minore existente & æquali ei quæ ex centro.

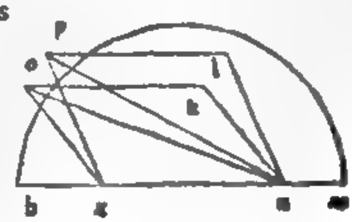


Sed iam esto d e, ei quæ ex centro æqualis, construanturq; omnia eadem quæ super, ponaturq; circuli semicirculo æqualis semicirculus h d l, accipiaturq; illius centrum, & sit n, & quoniam d o, æqualis supponitur ei quæ ex centro, æqualis igitur est d o, ipsi h n, ponatur, inquam, ei qui sub c e a, angulo, æqualis angulus qui sub h n k, excitetur q; ipsi h n, parallelogrammũ n x, & ipsi h n, auferatur æqualis k x, connectaturq; x h, ei autem qui sub c e d, æqualis ponatur qui sub h n d, & ipsi h n, parallelus per 31 primi element. excitetur d o, ipsiq; h n, æqualis auferatur d o, connectaturq; o h: parallelogrammũ igitur est utrunq; ipsorũ h d, h k, & sunt æqualia & similia ipsis e f, e b, quare & qui sub m d, angulus ei est æqualis qui sub c e d. & qui sub h n k, est æqualis ei qui sub c e a, minor autem est qui sub c e a, eo qui sub c e d, minor igitur est & qui sub h n k, eo qui sub h n d, connectanturq; diagonij x n, o n, minor igitur est & qui sub h n x. eo qui sub h n o. æqualis autẽ est qui sub h n x, ei qui sub a e b, ipso d e f, minor igitur & qui sub a e b. eo qui sub d e f, minor igitur spectabitur a b, magnitudo, ipsa d f, magnitudine, quod ostẽdere oportebat.



Sed iam esto d f, minor ea quæ ex centro circuli, construanturq; eadem quæ supra, ponaturq; circuli semicirculo æqualis semicirculus sitq; h m, accipiaturq; centrum illius sitq; n, auferaturq; ab ipsa h n, ipsi d f æqualis n x, ponaturq; ei angulo qui sub c e a, æqualis angulus qui sub h n k, ei autem qui sub c e d, æqualis qui sub h n l. Sit autem utraq; ipsarum n k, n l, æqualis ipsi d f, excitetur q; per k, ipsi n x, per 31 primi element. æqualis & parallelus k o, connectanturq; o x, & per l, ipsi x n, per eandem parallelus excitetur l p, connectaturq; p x, parallelogrammũ igitur est utrunq; ipsorũ k x, x l, & est quidẽ ipsum k x, ipsi e b, simile & æquale & x l, ipsi e f. Quare & angulus qui sub h n k, æquus est ei qui sub c e a, & qui sub h n l, ei qui sub c e d, maior autem est angulus qui sub c e d, eo q sub c e a. maior igitur est angulus qui sub h n l, eo qui sub h n k, connectantur n o, n p. Angulus igitur qui sub x n o, eo qui sub x n p, minor est, æqualis autem est qui sub x n o, ei qui sub a e b, & qui sub x n p, ei qui sub d e f, minor igitur est qui sub a e b, angulus eo qui sub d e f, perspicitur autẽ sub a e b, magnitudo



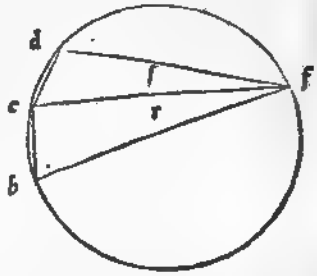


gnitudo

gnitudo a b, at sub angulo d e f, magnitudo d f: minor igitur spectabitur magnitudo a b, magnitudine d f, quod oportebat ostendere.

Theorema quadragesimumquintum.

St aliquis locus in quo oculo manente uisile, quæ permutato, æquum semper uisile apparet.



Sit, inquã, spectata magnitudo b c, oculus autẽ sit f, à quo procidant radij f b, f c, suscipiaturq́; triangulum f b c, in circulo d b f. Dico quod b c, magnitudo pmutata in descripti circuli circunferentia æqualiter semper apparebit, permutetur enim b c, in c d, connectaturq́; d f. igitur circũferentia b c, æqua est circunferentiæ c d, igitur per 27 tertij elementorũ, æqualis est angulus r, angulo s, quæ uero sub æqualibus spectantur angulis per 6 suppositionem optices, æqualia apparent æqualis igitur apparet b c, ipsi c d.

Theorema quadragesimumsextum conuersum præcedentis.

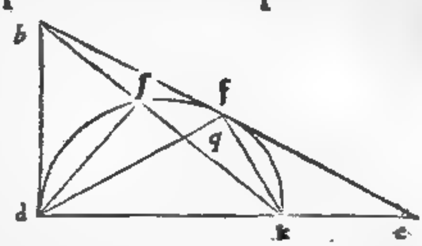
St aliquis locus in quo oculo permutato, uisile uero manente, æqualiter semper uisile apparet.



Esto, inquam, quod spectatur b c, oculus autem sit f, à quo procidant radij f b, f c, & accipiatur b f c, triangulũ in ipsius circuli b f c, segmento, permuteturq́; oculus f. sitq́; in d. procidatq́; radij d b, d c. Igitur per 21 tertij angulus r, angulo s, est æqualis: in eodem enim sunt circuli segmeuto, quæ uero spectantur sub æqualibus angulis æqualia apparent, æqualiter igitur semper b c, apparet: permutato oculo in b d c, circunferentia.

Theorema quadragesimumseptimum.

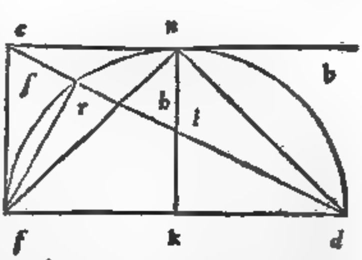
St aliquis locus in quo oculo permutato & uisile permanente, inæqualiter uisile apparet.



Sit, inquam, uisile k d, recta autem linea b c. in ipsam k d, procidens, accipiaturq́; per 13 sexti ele. ipsius d c, & c k, media proportionalis c f, & connectatur f k, & f d. Super autem k d, segmentum describatur acutum habens angulum q, tangis autem rectam lineam b c. Quoniam est sicut d c, ad c f, sic c f, ad c k, ponatur igitur oculus in b, signo, protendaturq́; d b, b k, connectatur f d, igitur angulus q, æqualis est per 21 tertij elementorũ, angulo f, in eodem nanq́; est segmento, & angulus f, angulo b, maior est, & angulus q, igitur angulo b, maior est, oculo igitur in f, existente, maior apparet k d, q̃ si oculus in b positus fuerit.

Theorema quadragesimumoctauum.

Dem continget & si parallelus fuerit linea ipsi spectatæ magnitudini, in qua oculus permutatur.

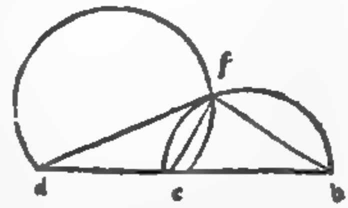


Esto enim parallelus b c, ipsi spectato d f, seceturq́; per 10 primi element. d f, bifariam in k, exciteturq́; per 11 eiusdem ad angulos rectos k n, ponatur igitur oculus in n, connectaturq́; n d, n f, & circum d f, describatur segmentum quod suscipiet angulum q l. Quoniam igitur dimetiẽs est k n, & ad rectos angulos ab extremitate excitatur k n, ipsi b c. Igitur per correlarium 16. 3. element. b c, ipsum d n f, segmentũ tangit, permutetur autem oculus in c, extendaturq́; c f, c d, connectaturq́; r f. Igitur angulus q l, ipsi angulo r, est æqualis. Sed angulus r, angulo c, maior est: igitur & angulus q l, angulo f, maior est. At quæ sub maiori spectantur angulo maiora apparent.

igitur magnitudo d f, maior apparet oculo in n, existente quàm in c, oculo igitur in b e permutato parallelo existenti ipsi d f, spectatum inæquale apparet.

Theorema quadragesimumnonum.

Est aliquis locus in quo æquales magnitudines inæquales apparent.



Sit, nanque æqualis b c ipsi c d, & circum quidē b c, semicirculus describatur b f c. circum uero d, describatur segmentū maius semicirculo. Connectatur f b, f c, f d, igitur angulus qui in semicirculo per 31 tertij element. maior est eo qui est in maiori segmēto, at quæ sub maiori spectantur angulo per 4 suppositionē opticæ maiora apparēt, oculo uero posito in f, maior igitur apparet b c, ipsa c d, erat autem & æqualis: est igitur cōmunis locus in quo æquales inæquales apparent magnitudines.

Theorema quinquagesimum conuersum præcedentis.

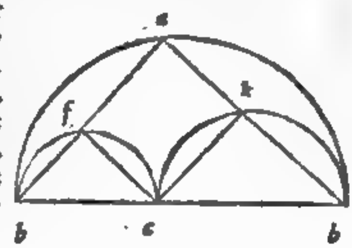
Est aliqs locus cōmunis à q̊ inæquales magnitudines æquales apparēt.



Esto, inquā, maior b c, ipsa c d, & super b c, maius semicirculo segmentum describatur, & super c d, simile ei quod super b c hoc est suscipiēs angulū æqualē ei qui in b f c, cōnectantur autē f b, f c, f d: igitur quoniā per 27 tertij element. in similibus segmētis anguli cōstituti inuicē sunt æquales, æquales quoque sunt & in b f c, c f d, segmētis anguli sibi inuicē. Quæ uero sub æquis spectātur angulis æqualia apparēt, per 6 suppositionē opticæ, oculo igitur posito in f, signo æqualis apparet, b c ipsi c d, est autē maior. Est igitur locus quidam cōmunis ex quo inæquales magnitudines æquales apparent.

Theorema quinquagesimumprimum.

Aliqui sunt loci in qbus binæ magnitudines inæquales in idem compositæ utrique inæqualium æquales apparent.



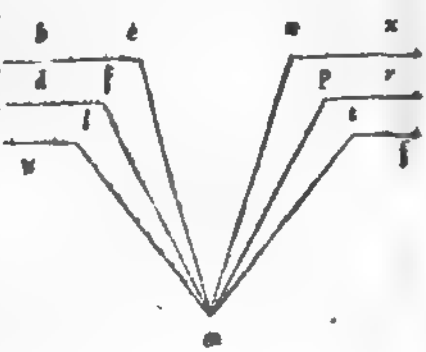
Esto nempe maior b c, ipsa c d, & super ipsis b c & c d, semicirculi describātur. super quoque tota b d. Igitur per 31 tertij element. angulus qui in semicirculo b a d, æqualis est ei q in b k c, uterque enim ipsorū rectus est. Igitur b c ipsi b d, æqualis apparet, itidem quoque & b d ipsi c d, oculis in b a d, b k c, c f d, semicirculis positis. Sunt igitur aliqui loci in qbus binæ inæquales magnitudines in idem cōpositæ æquales utrique inæqualium apparent.

Problema primum *Propositio 52*

Locos inuenire à quibus æqualis magnitudo dimidiū apparet, siue quarta pars, & uniuersaliter in data ratione in qua & angulus secatur.



Sit enim recta linea l f, & super l f. describatur segmentū contingēs, & inscribatur in eo angulus k. Ipsi autē l f, æqualis esto b c, & sup b c, describatur segmentū quod suscipiet angulū ipsius k, anguli dimidiū, igitur angulus k, ipsius d, anguli duplus est, dupla igitur apparet l f, ipsius b c, oculis in l k f, & b d c, circunferentijs iacentibus.



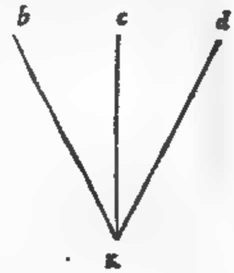
Theorema 52 *Propositio 53*

Æquali celeritate delatorū, in eademque recta linea existentium, propinquū oculo postremum præire

præire putabitur, permutatis autem præcedens ſubſequi, & ſubſequens præcedere putabitur.

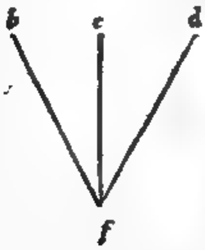
Deferantur æquiceleriter b c, d f, k l, & ab oculo m, procidãt radij m c, m f, & m l, igitur ſublimior & dexterior omniũ ab m, oculo radiorũ erumpentiũ eſt ipſe m c. Igitur b c, præcedere putabitur, permutatis autem b c, d f, & k l, in n x, p r, ſ t, quæ poſitis procidãt radij m n, m p, & m ſ, omniũ igitur ab m, oculo radiorũ erũpentiũ dexterior eſt ipſe m ſ. Siniſterior uero m n, quare & ſ t præcedere putabitur, ſubſequi uero n x. Igitur b c præcedens in n x, poſitũ ſubſequi & l k, ſubſequẽs in ſ t, poſitũ præcedere putabitur.

Theorema 53 Propoſitio 54



SI aliquibus delatis, & pluribus celeritate inæquali, cõferatur uero ad eadẽ & oculus, oculo quidẽ æquiceleriter delata ſtare, quæ uero tardius in contrariũ ferri, quæ autẽ celerius, præcedere exiſtimabuntur.

Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uero feratur b, ſed c æquiceleriter oculo k & d, celerius ipſo c, ab oculo uero k, procidant radij k b, k c, k d, igitur oculo ipſos b c d, inſequẽte. Semper c per c delatum ſtare putabitur. At b derelictum in contrarium ferri, & d celerius ipſo c uidebitur præcedere, plus nanq; ab ipſo c diſtat.



Theorema 54 Propoſitio 55

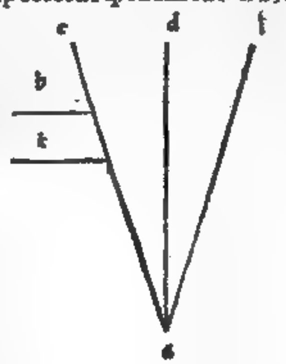
SI aliqbus delatis differat quippiã aliquid non delatũ, non delatũ in contrariũ ferri putabit.

Ferrantur nanq; b, d, maneat autem c, & ab oculo f, procidant radij f b, f c, f d. Igitur b quidem delatũ propius erit q̃ c. At d diſcedere longius, proinde c in contrariũ ferri putabitur.



Theorema 55 Propoſitio 56

OCulo prope ſpectatum accedente, ſpectatũ augeri putabitur. Spectetur, inquã, b c, oculo in f, poſito ſub f b, f c, radijs, permuteturq; oculus ut propius ſit ipſi b c, ſitq; in d, ſpecteturq; idem ſub d b, & d c radijs. Igitur angulus d, angulo f, maior eſt. Sed quæ ſub maioribus angulis ſpectantur per ſuppoſitionem 4 opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo exiſtente in d, augeri putabitur potius quàm in f.



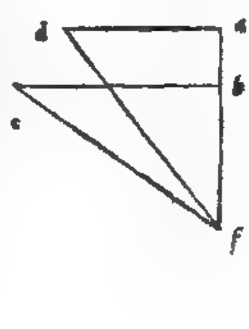
Theorema 56 Propoſitio 57

AEquali celeritate delatorũ, quæ longius diſtant tardius ferri uidentur.

Ferantur enim æquiceleriter b, k, ſicut ad partes f, & ab oculo a, radij excitentur a c, a d, a f. Igitur k minores habet ab ipſo oculo radios productos, quàm b, minus igitur tranſibit interuallum, & prius permutans a f, uiſum celerius ferri putabitur.

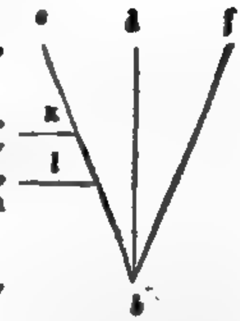
Aliter.

Ferantur bina ſigna a b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æque cito & æquali tempore procedent, ſint igitur æquales a d, b e, procidantq; radij ab f, oculo f a, f d, f e. Quoniam angulus qui ſub d f b, minor eſt eo qui ſub b f e, minus igitur a d, interuallum, uidebitur q̃ b e. Quare a tardius quàm b ferri putabitur.



Theorema 57 *Propoſitio 58*

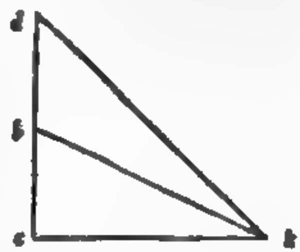
QCulo translato quæ longius ſpectantur, deſtitui uidentur.



Sit, inquã, oculus b, à quo excitentur radij b c, b d, b f, ſpectentur uero k & l, igitur oculo tranſlato ad partes c, celerius tranſibunt uiſus k quàm l, putabitur igitur k, deſtitui, & l, in contrarium ferri, hoc eſt ad partes f.

Theorema 58 *Propoſitio 59*

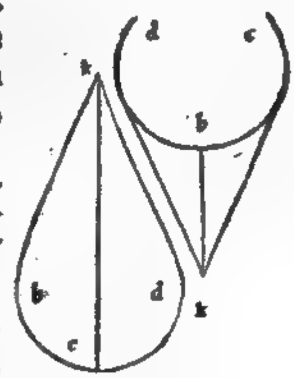
AVctæ magnitudines, propius oculo produci putantur.



Sit ſpectatũ b c, ſub k b, k c, radijs augeaturq; b c, ipſa b d, & ab ipſo k, oculo procidat radius k d. Igitur angulus qui ſub d k c, maior eſt angulo qui ſub b k c, qui uero ſub maiori ſpectantur angulo, per 4 ſuppoſitionem opticæ maiora apparent, maior igitur apparet, maior igitur apparet c d, ipſo c b, & ea quæ oculo putantur maiora, augeri putantur, & auctæ igitur magnitudines ad oculum prouehi putantur.

Theorema 59 *Propoſitio 60*

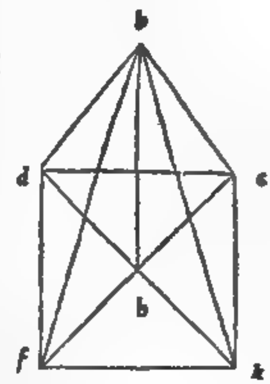
QVæcunq; in eodem non iacent interuallo, neq; parallela in extremis poſita, neque inuicem poſita medijs, neque in rectas exiſtentia lineas totam figuram quandoq; manentem conuexam, quandoq; uero curuam efficiunt.



Spectentur nanq; b c d, oculo in k poſito, procidantq; radij k b, k c, k d, igitur tota figura cõuexa eſſe putabitur, permutetur iam rurſus ſpectatum, ponaturq; propius ad oculum. Igitur d b c, curuum eſſe putabitur.

Theorema 60 *Propoſitio 61*

QVadrato exiſtente, ſi à contactu dimetientiũ ad angulos rectos quædam excitatã fuerit ad ipſius quadrati planũ, in ipſaq; poſitus fuerit oculus, latera & dimetientes ipſius quadrati æquales apparent.



Eſto, inquam, quadratum c f, excitenturq; dimetientes c f, k d, & a b h, ad angulos rectos, excitetur per 11 undecimi elementorũ h b, oculus uero ponatur in b, procidantq; radij b k, b d, b c, b f: igitur duæ f h, h b, duabus c h, h b, ſunt æquales, & æquales ſunt anguli qui ſub ipſis cõprehendũtur, hoc eſt anguli qui ad h. Aequalis igitur eſt per 4 primi element. f b, baſis ipſi b c, baſi. Idq; propterea & k b, ipſi b d, eſt æqualis. Binæ iam f b, b c, binis k b, b d, ſunt altera alteri æquales. Et diametri ſunt æquales, quare & anguli qui ad b, erunt æquales. Quæ uero ſub æqualibus angulis ſpectãtur æqualia apparent. Diametri igitur & altera quadrati æqualia apparent, ea uero quæ ab oculis in dimetientiũ contactum ad angulos rectos ipſi plano exiſtente, neq; æquali utriq; eorũ quæ à contactu ad angulos quadrati ductæ ſunt, neq; angulos cõprehendente æquos cum ipſis, diametri inæquales apparent, ſimiliter enim oſtendemus cotingentiã, quemadmodum & in circulis.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS doctiſſimo phyſiologo Antonio Abioſio Rauennati artium, ac Medicinæ doctori eximio ſocero patriq́ humaniſſimo fœlicitatẽ perpetuã.

PHiloſophãtes illi ueteres Antoni uir clariſſime eorum opera, aut magnis, aut doctiſſimis uiris deſtinare conſueuerũt, aut quia inde eorum operibus maximã inuehi poſſe auctoritatẽ cenſebant. aut quoniam eis eorum obſeruantiã explicatiorẽ fieri poſſe arbitrabãtur, aut ꝙ ab illis aliquid aſſequi poſſe expeditius exiſtimabãt. Idq́ propterea nos qui cum aliquid ocij ſupereſt illud omne græcorũ operibus ſapiẽtium ſtudendis accõmodauimus, & maxime hiis mathematicis quæ tute ſcis qualẽ nam gradum certitudinis obtineãt, ex hijsq́ ſtudijs pinguibus & multiplici diſciplina ſcatentibus noſtris laboribus, ut ſcis, eduximus illius Megarenſis Euclidis mathematici præſtantiſſimi elementa, optica, phænomena, catoperica, & data. Quæ opera eo ſunt iudicio & arte ab inſignillo Socratico philoſopho ſtructa & cõpacta, ut ſtudentes eis miro quoddã ſtupore detineant. Scalam enim quandã uenerandus ille uir cõpegit qua ad omnes mathematicas diſciplinas percipiẽdas aſcendere poſſimus, qua ſine ad eas nõ ſit acceſſus, quæ opera cum à me nõnullis emancipata fuerint. ueterem, ſincerã ac puram illam beneuolentiã tuam qua patrem meum noſtramq́ familiã iam pluribus annis cõplexus es, & quam poſtea inuicem ſanximus cõciliauimusq́ cum Luciam filiã tuam mihi dicaueris, fraudẽ facillime perpeti poſſe cenſerem, niſi aliquo noſtrorũ ſtudiorũ munere amoris noſtri mutui ac beneuolẽtiæ defecatæ fructũ reportaret. Quam cum tibi uellem fieri explicatiorem, cumq́ nollem Euclidis opera in lucem uenire, niſi tuũ quoq́ nomen aliquã eius partẽ ſibi uendicaret, cumq́ ad manus noſtras fortaſſe ex bibliotheca ſenatoria Marini philoſophi ac dialectici præſtantiſſimi protheoria in data Euclidis cõſtructa perueniſſet, eam a me latinã eſſe cenſui faciendã, tibiq́ dedendam, non ut abs te aliquid mihi id propterea dari uelim, nam tute ſcis te & nos iam unum eſſe, ſed ut eam tua auctoritate ſtudentes cumulatius exiſtimẽt, & tu obſeruantiã amoremq́ noſtrũ ſingularẽ perpendas, ac ut beneuolẽtiæ tuæ erga nos pari lance correſpondeã. Futurũ etenim ſcias, ꝙ ſi hos labores noſtros tibi placuiſſe, gratosq́ fuiſſe perſpexerimꝰ, conabimur efficere ut noſtris uigilijs aliqua in intimis græcorũ penetralibus recondita, ſcitu iucũda & utilia latinã ueſtem induere non aſpernẽtur, nam quid poſſum agere melius cum ociũ ſupeſt ꝙ illud omne ad linguã latinã illuſtrãdam cõuertere, & inde curare ut uiui poſt mortẽ noſtræ poſſimus intereſſe poſteritati, ſed iam ipſius Marini protheoriã doctiſſime inſpicito philoſophe æternumq́ Valeas, in. XI. IV. XIX. elemento ſalutis, nonis Octobrib.

IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS PHILOSOPHI PLATONICI, AC PRAEſtantiſſimi mathematici, protheoriæ ex uoce Marini philoſophi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, Caput primum.

IN primis quid ſit datum ponere oportet, poſtmodum quænam huius ex tractatu utilitas dicendũ eſt, tertium uero ad quam diſciplinã deducitur. Diffiniunt nempe datum multipliciter aliter quidem antiquiores, & aliter iuniores: idq́ propterea obtigit, ut eius uera aſſignatio difficilis ſit. Nonnulli ſiquidem nullam ipſius diffinitionem tradunt, propriam nanq́ dati inuentionem tentauerunt. Alij uero quæ ab illis iamdiu dicta ſunt complicantes, ipſum diffinire auſi ſunt. neque hij cum illis congrue. Videntur ſiquidem omnes ex unã eademq́ ſententia, ac perceptione excitati, de eo aliquid dicere: aſſumptum enim quid datum eſſe perceperunt, ac per hoc ſimpliciori, ac una quadam differentia

rentia datum deſcribere proponentibus illis, hij quidem ordinatum ut Apollonius in libro inclinationum, & in uniuerſali tractatu. Notum ſicut Diodorus, ſic etenim rectas lineas, & angulos dari inquit, & quicquid, & ſi rationale minime fuerit, in cognitionem aliquam uenit. Nonnulli uero ipſum rationale eſſe dixerunt, quemadmodum uidetur Ptolemæus, data illa appellans, quorum menſura nota eſt ad certitudinem uel prope. In ſuppoſitione autem a proponente propoſitum, datum nonnulli eſſe contenderũt. Inquiunt autem, & alio modo in primis elementariis datum, & datam rectam lineam, hoc eſt qualem quis diffiniat, detq; rectam lineam. Omnia uero huiuſmodi perceptionem quandam ſignificare uolunt, unde maxime illæ diffinitiones comprobantur, quæ à nobis aſſumptum manifeſte oſtendunt. In præſentia uero ipſius dati naturã non ſolum tenui, & uno aliquo aſſignantium, qualem uero diffinitionem efficientium, differentias exponemus id capitulatim cum horum modi bene enumerati ſint. Alij nanq; ordinatum & porimon datum eſſe diffiniunt. Alij uero ordinatũ ſimul & notum. Nonnulli porro ordinatum ſimul & porimon. Hij ſiquidem omnes apprehenſionem, ſiue perceptionem & inuentionem ipſius dati reſpicere uidentur, ac perinde prædicto modo diffinire. Vt autem eorum huiuſmodi ſententiam oſtendamus, inſuperq; ut ueram propoſitæ diffinitionis ex multis propoſitis cõprehendamus inquirendum prius eſt ſimplicis uniuſcuiuſq; & ei oppoſitum ſignificatum, inordinati quidem dico, ignoti, & apori, & irrationalis. Extenduntur ſiquidem hæc ad præſentaneam geometricam materiam, necnon & ad res naturales, ac ad alias mathematicas diſciplinas. Deſcribunt ſiquidem ordinatum, quod idem obſeruat, per quod ordinari dicitur, aut per magnitudinem, uel ſpeciem, ſiue aliud quidpiam huiuſmodi. Vel aliter quod aliter fieri non comprehenditur, ſed tantummodo in diffinito aliquo eſt loco, ut ſi dicatur. per bina ſigna exiſtentia deſcripta recta linea ordinari dicitur, eo quia aliter & inordinate minime fit. Inordinatus eſt qui per bina angulus, multipliciter ſiquidem & inordinate deſcribitur maioris, ſcilicet, & minoris circuli infinities deſcriptorum per bina ſigna. Rurſus ordinatus eſt qui per tria ſigna angulus. Sunt autem & hæc ordinata, ſicut ſuper data recta linea triangulum æquilaterum conſtituere, ſed ex utraque rectæ lineæ parte tantummodo & præter coincidentiam Et datam rectam lineam in datam rationem diſpeſcere, tantummodo ſiquidem hoc fieret, in utraque bifaria ſectione. Inordinata ſunt quæ hijs contrario ſeſe habent, ſicut ſcalenum conſtituere, & rectam lineam infinities ſecare: adiacet autem diffinitioni id ex quo ordinatur, quãdoquidem unum quid & idem exiſtens quandoq; ordinatum, aliter autem inordinatum eſſe poteſt, ſicut æquilaterum triangulum, ſiquidem æquilaterũ eſt, ordinatur: magnitudine uero non omnino diffinitur. Notum autem eſt quod cognitum eſt, ſicut nobis manifeſtum & perceptum, ignotum uero quod neutiquam notum, neque a nobis perceptum eſt, ſicut quadrati longitudo nota eſſe dicitur, quæ percipitur quotnam ſit ſtadiorum, & quod trianguli tres anguli binis ſunt rectis æquales. & quod quæ ex binis nominibus irrationalis eſt, inſuperq; & talia nota dicuntur, ut unam tantum eſſe ab exterius dato ſigno curuam tangentem ad utraſq; partes: ſi enim & alia fuerit, binæ rectæ lineæ areolam comprehendent, quod abſurdum eſt. Ignota uero irrationalia non ſunt ſed quæ non ſunt nota, neq; a nobis percepta. Porimon autem eſt quod neq; efficere, neq; conſtruere, hoc eſt in opinionem ducere non poſſumus, aliter uero rurſus porimon diffiniunt, uel quod per demonſtrationẽ exhibetur, uel quando quidpiam abſq; demonſtratione manifeſtum fuerit, ſicut centro & interuallo circulum deſcribere & triangulum conſtituere non ſolum æquilaterum ſed & ſcalenum, & eam quæ ex binis nominibus inuenire, & rectas lineas rationales potentia tantum cõmenſurabiles indagare, & alia quæ infinities fiunt porimata ſunt, ſicut per bina ſigna circulum deſcribere. Aporon uero eſt quod porimo ipſi ſeſe contrario habet. ſicut circuli tetragoniſmus, nondum enim in uia eſt, & ſi illum exhiberi poſſe putentiat, cire eum poſſumus, eius ſiquidem eſt diſciplina, nõdum tamen percepta. In præſentia uero iam de eo quod in uia eſt ratio aſſignatur, quare & proprie porimon id appellant, quod nondum in diſciplinæ uia eſt, quod autem perceptum exhiberi poteſt poriſton proprie appellant. Aporon autem, ut dictum eſt, quod ipſi porimo contrariũ eſt, hoc eſt cuius inquiſitio dnudicata non eſt. Rationale eſt, de quo dicendũ eſt, magnitudo, uel ſpecies, ſiue poſitio, ſed diffinitio huiuſmodi quidem cõmunior eſt, proprie uero & ex ſe ipſo rationale eſt, quod per aliquam dimenſionem poſitione cognoſcimus, aut palæſta ſiue cubito, aut digito.

Hijs ſic

Hijs sic diffinitis, quod reliquum super est facile est, eorum quæ dicta sunt cõmunicantiam, & differentiã coniectare. In primisq; quomodo ordinatum ad notum, & hiis opposita sese inuicem habent. Eorum quæ connectuntur eadem non sunt, neq; eorum in quibus alterum altero plus est. Et si eis plura cõmunia existant sicut per bina signa rectam lineam scribere, ac per tres circulos triangulum æquilaterum construere. Sed circulum quadrare ordinatũ quidem, ignotum uero est, & quod una tantum recta linea curuaturam ab uno signo tangit. Ordinatorum & minime perceptorũ aliter se habere est: siquidem & illius demonstratio & constructio cognoscitur. Rursus quæ in infinitũ fit sectio, & scaleni constructio cognoscitur quidem, sed nondum ordinatur. Quare manifestum est, quod ipsius ordinati, aliud quidem notum, aliud uero ignotum, & rursus ipsius noti, aliud ordinatum, at aliud inordinatum est, & sic se hæc habent adinuicem sicut rationale, & quod incedit neq; huiusmodi coæquant sese, neque alterum alterum excedit. Similiter ordinatum, & inordinatum sese habet, ac porimon & aporon. Communicant siquidem hæc plurimum, differuntq; ut dictum est. Curuatura siquidem ordinatur, sed hijs qui Archimedem præcesserunt in uia erat, & alia quæ infinities fiunt, & inordinate, porima quidem sunt, si quis eorum constructionem, ac constitutionem intelligat, non tamen etiam ordinata, ut scalenum triangulũ intelligere, in ipsiusq; constructionem intelligentiam ducere ab æquilatero. nec difficile id est, sed in promptu, & quicquid inordinatum & infinitum. Sic autem ad rationale & irrationale, ordinatum & inordinatum sese habet: cõmunicant siquidem inuicem admodum, differuntq; modo prædicto: hæc autem inuicem minime sunt æqualia, neq; alterum altero percipitur, nam quæ ex binis nominibus, & sic assumptæ irrationales, ordinatæ quidem sunt, sed neutiquam rationales, & quæ dimetientis ad costam quadrati est ratio. Rationalium quidem plura inordinata sunt, sicut quæ multipliciter, indeterminateq; fiunt: possumus enim & scalenum triangulũ mensura diffinita rationali proposita metiri. & siquidem inordinatum fuerit, noti autem ad porimon similitudinem omnino inspicere facile est, differentiam uero elicere difficile: natura nanque prope sunt adinuicem, quare sese inuicem coæquare uidentur, tamen hæc certe intuentibus quædam inesse uidebitur differentia. Quod quidem una sit inflexionem ab uno signo tangens, manifestum ac notum est. Non tamen id propterea iam id problema porimon est, nondum enim perceptum, quare omne notum non omnino porimon est: porimon siquidem omne notum est. Maius igitur est notum ipso porimo. Rursus notum porimon & rationale, quandoq; cõmunicant, at quandoq; inuicem differunt modo iam dicto. Nam quæ irrationales dicũtur notæ sunt, non tamen rationales, numerus enim omnis rationalis quidem est, non tamen omnis notus est. Et rationale ex suipsius more similiter rationale est, nec sic rationalis erit longitudo, in idem siquidem deducunt dimentionẽ, nota siquidem est longitudo, at quandoq; minime, & si in eadem fuerint consuetudine Fortasse autem & inuenire difficile est. Rationali quidem, at ignotum, uidetur siquidem & rationali notum esse aliquid plus. Quod autem porimon & aporon, a rationali & irrationali differunt, ex hijs est manifestum: porima enim esse possunt & irrationalium aliqua. At rationaliũ irrationale nullum. affinitas autem horum sicut & aliorum omnino manifesta, hæc adinuicem sic se habẽt, quare porimon rationali plus esse uidetur, opere etiam precium est & prædictorũ differentiã coniectare. Rationale quidem & irrationale per dimẽsionis relationẽ, dicuntur ad cognitionẽ nostram minime uenientis, potest enim qdpiam rationale existens nobis minime notum esse, quatenus rationale est, neq; percipi quod rationale sit. Ordinatũ uero & inordinatũ, non per idem, & iuxta propriã speculati naturam est, & si a nobis minime percipiatur, plura igitur ordinata natura posterius Archimedes ex Serini sermonibus, quod ordinantur demonstrauit. Notum autem & ignotum quo ad nostrã relationẽ dicitur, quare prædicta inuicem differunt. Siquidem hoc ad nos habet relationẽ, illud uero quo ad naturã, hoc autem ad dimensionẽ. Cum iam præpositorũ societas & differentia diffinita sit, reliquũ superfuerit, quidnam sit datum indagare. Quicunq; in præsentia apponente quid per hypothesim datum, id datum esse putant a quæsito aberrant, elementa nanq; datorũ omnia simul ordinantur, & non de eo quod per hypothesim, sicuti ex hijs quæ in eorum tractatu sunt licet intueri. Quare perceptionẽ huiusmodi nos negligentes, aliter diffinientium rationes ordinare oportet. Erit autẽ quod per hypothesim datum, id quod post principia speculatur, diffiniunt iam nominatiuis diffinitionibus utentes, uno aliquo dictorũ illud charactere pingentes. Sicut in principio dictum est, omnes autem ferme ut com-

Archimed.

ut cōmunem sententiam de dato retinere uideantur. perceptum enim quid illud esse assumpserūt, quemadmodū & ipsius dati nomen ostendit, & in primis illi qui per hypothesim datum describunt. Nonnulli uero concessionē respexerunt. Nos autem quoq; utentes prædicta tanquam canone & foro, ipsius dati perfectam diffinitionē inuenire poterimus. Manifestū autem quod coæquatione aut cōuersione ipsum indiget ad diffinitum, & hoc subsistere oportet eis quæ recte datæ sunt diffinitionibus, est & propositi hæc in illis diffinitionibus quæ supplicius dictæ sunt, quæ porimon diffiniet, in complicatis autem notum simul & porimon. reliquæ uero omnes imperfectæ sunt. neq; enim ordinatum diffiniens uesigio ad dati comprehensionē extenditur eo quia neq; in totum, neq; solum ordinatū perceptū est, sed inordinatorū nonnulla sicut ostensum est. Neq; illa idonea est quæ notum ipsum diffinit, neq; enim hoc totum perceptum est, & si tantum ignotū enim nequaq̄ fuerit perceptum, neq; ipsum rationale diffiniens diffinitio, perfecta erit, nam hoc solum perceptū non est, quoniam & irrationaliū aliqua forsitan autem neq; omne omne rationale perceptū est, sicut & hoc diffinitū est prius. Deficit iam in nominatiue assignatis porimon, quare uidetur maxime perceptionē ostendere, nam omne porimon percipi potest & solum, huiusmodi autem diffinitione usus est Euclides species omnes dati describens. Compositarū diffinitionū perfecta est quæ notum simul & porimon datum esse diffinit, genere quidem ꝓportionale habēs ipsum notum differētia uero porimon. Ordinatū autem simul & porimon dicens imperfecta est, nam non solum huiusmodi data sunt & qui datum, & rationale similiter defectiue datum cōprehendit. Quæ uero notum simul & ordinatū, eo quia propositū excedit, neq; sana est, neq; enim omne huiusmodi datum est. Solæ iam reliquū dati sententiæ attingere uidentur, qui illum notum esse dixerūt, nam tale omne percipi potest & solum, bina autem hæc subsistere oportet in disciplinaribus diffinitionibus datis. His autem prope sunt compositæ & sic. Datum est cui exhibere possumus æquū per ea quæ a nobis in primis prioribusq; suppositionibus dicta sunt, prædictis autem Euclides ubiq; in exhibēdo utens, notum prætermittit, tanquam porimon iuxta sequens. Accusaret autem quispiam ipsum rationabiliter, tanquam prius cōmuniter datum minime diffinientem, sed immediate unamquanq; ipsius speciem. At qui in geometria elementari prius simplicem lineam quam lineæ species, & alia huiusmodi [illegible] uidetur.

Quænam utilitas ex datorum tractatu. Caput secundum.

Cum forsitan quoad præsentem [illegible] ipsum datum diiudicatū sit, subsequens fuerit ipsius tractatus utilitatē [illegible] hoc ad [illegible] habentiū reductionē, ad [illegible] enim qui resolutus dicitur necessaria est admodum [illegible] cognitio. Quantā namq; potentiā hab[illegible] in [illegible] disciplinis, & alas [illegible] sicut perspectiua & canonica locus [illegible] diffinitum est, & [illegible] ipsa resolutio & [illegible] est resolutiua potentia [illegible] plures particulares [illegible] rationes habere.

Ad quam disciplinam reducatur datorum tractatus. Caput tertium.

Ad omnes [illegible] disciplinas [illegible] utilis sit, quādoquidem [illegible] oportunū neutiquā fuerit ipsam reducere [illegible] quæ in uniuersali mathematica dicitur [illegible] quidem est [illegible] multitudines [illegible] & celeritates huiusmodi [illegible] rationes, proportiones, & ubiq; medietates negocia [illegible] datorum disciplinæ perceptione utilima existente datorum uolumen Euclides elaborauit, quem proprie & elementarem appellauerūt. Totius enim [illegible] mathematicæ disciplinæ elementa, & tanquā introductoria ordinauit, sicut geometriæ quidem totius in tredecim uoluminibus. & astronomiæ in phænomenis, musicesq; & perspectiuæ similiter elementa præbuit. At dati tractatus in proposito libro elementarem resolutiuam fecit. Geometricus enim existens ipse uir diuisim cōmunes ipsius dati rationes proprie conglutinauit. Sicut in uniuersalibus rationibus fecit, ut in magnitudinibus eas proprie operatus in quinto de plano uolumine. Communiter quidem quid [illegible] datum dictum est, & ad quam disciplinam reducatur, ac q; eius speculatio utilima est [illegible] quæ dicta sunt, adnectatur quoq; ipsius descriptio disciplinæ. [illegible] ex prædictis est manifestum, datorum perceptio iuxta omnem locum, & eorum quæ eis eueniunt. proprie uero & sicut ex proposito uolumine dicatur esse [illegible] datorum disciplinæ elementa cōprehendens, habebit autem & ipsa consequēter utilitatem & alia iuxta relationem ad ipsum datum. Diuiditur autem ipsum

tem ipſum uolumen in dati ſpecies,& in primis. primum ſegmentum ea quæ ratione data ſunt comprehendit,ſecundum autem ea quæ poſitione,& demum ea quæ ſpecie. Simplex enim erat quæ de magnitudine datis: diſſeminauit autem & hæc particulatim in alijs,& maxime in hijs quæ ſpecie data ſunt. Orſus autem eſt ab hijs quæ ratione & poſitione data ſunt: quandoquidem ex hijs quæ ſpecie dantur conſtant. Aliter facta etiam ipſius libri diuiſio.in uniuerſales magnitudines in lineas & plana, & cyclica theo remata: ſimili namque ordine & in diffinitionibus ſiue uoluminis ſuppoſitiõibus uſus eſt. Secutus autem eſt modum doctrinæ non per compoſitionem, ſed per reſolutionẽ, quemadmodum & Pappus ſatis in libri huius commentationibus demonſtrauit.

In Librum Datorum Euclidis philoſophi Platonici Marini philoſophi præſtandiſſimi Protheoriæ finis. Bartholomæo Zamber-to Veneto interprete.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS clariſſimo uiro Marino Georgio patritio Veneto, artium ac ſacræ Theologiæ doctori eximio, Brixienſiumque præfecto deſignato S.

PLVRES hominum maxima tenet admiratio Marine Georgi philo ſophe doctiſſime,quòd in humanis ita ſit comparatum homines abſque diſſidijs,contumelijs,iurgijs, tumultibus,bellíſq; atrocibus quaſi uiuere neſciant. Ac ſi eorum miſera conditio foret. ſi amore paceque mutua ſibi inuicem correſponderent. Idque magis mirũ uideri ſolet.cum hij qui ab humanitate nomen ſibi uendicarũt. nõ niſi inhumaniter uitã agere curẽt. Quod quidẽ uir clariſſime nobis enucleatiſſime conſtat: nam ſi uelimus ueterum memorias altius recenſere,quam æta-tem bellorum uacuam comperiemus? nullam. Sed ne a memoria noſtra longe diſtãtia repetamus,quid de noſtra ætate,quam uidimus,nec apud autores legimus in qua ea obtigerunt,quæ ſi a nobis ſic ſicut uiſa ſunt legerentur,proculdubio ſomnia & phãta ſtica machinamenta eſſe putarentur. Nam decem autem aut undecim annorum inter uallo quot,quantaq; ac qualia euerſa immutata,ſubuoluta,radicitúſque conuulſa no ſtris oculis conſpeximus? Tu optime noſti qui ob ſingularem doctrinam tuam, erga patriamq; uel maximam fidem.à ſenatu legatus miſſus hos turbines uidiſti,& ingenij tui libramine ponderaſti. Teſtis heu teſtis eſt Neapolitana ciuitas quæ plures ſtrages perpeſſa,uno anno,rem nullis ſeculis auditam regale ſceptrum quinquies commuta-uit. Teſtis heu teſtis eſt illa Roma quæ cum alias ſubacta Italia ferociſſimas infrenéſq; nationes domuerit.longe latéq; fines imperij propagauerit,ſæpius in præſentia nõ in Italia ſed apud urbis muros: non apud muros urbis.ſed in ipſa urbe: non hominum tumultus,ſed enſes euaginatos,non enſes euaginatos ſed multas cædes.& funera paſ-ſa eſt. Teſtes heu teſtes ſunt fluentinorum.felſinenſiumq; agri toties a militibus diſſipa ti. Teſtis demum tota Italia tranſpadana toties bellis,atrocibus, cædibus miſerandis, ignibus maximis cõquaſſata: Sed quid de illa quæ citra padũ eſt Italiæ regiõe dicemus? nil niſi laborioſum,nil niſi flebile.nil niſi illachrymabile,& quod potius ſilentio trãſeũ-dum ſit,quam ea quæ obtigerunt connumerare. Nam ſi Tarrenſes agri uocem attolle re poſſent,ſe hominum cæde uel maxima contabuiſſe,humaníq; ſanguinis copia affa tim effuſi inundaſſe quererentur. Si tota italia loqui poſſet,eam ad funeſtum deplora-bilemque ſtatũ perueniſſe intelligeremus. Sed hæc in præſentia miſſa faciamus: quã-doquidem in præſentia hyſtoriam non conſcribimus,& quæ apud poſteros,non par uam, ſed nullam fidem ob rei magnitudinem ſit habitatura. Quæ omnia licet quodã nictu oculi obtigerint.non eſt tamen quod perinde nos mirari oporteat.nam ſi a cau ſis exordiri atque ad huiuſmodi effectus nos ipſos deuoluere uelimus, ſiue etiã ab his effectibus incipientes cauſas altius repetere uoluerimus,bella huiuſmodi ex contra-rijs gigni uoluntatibus comperiemus,quæ ab appetitu diuerſo oriuntur,quẽ diuerſa hominum ſortita eſt qualitas,quam illi quatuor humores efficiunt.qui cum ab illis

elemētis toties celebratis scateāt.iuxta temporū qualitatē.stellarūq; in humana huius/
modi uires suas transfundentiū motum & influxus.augentur.attollūtur.imminuūtur
ac deprimi solent. Fitq; nimirū ut uniuscuiusq; loci & regionis exigit dispositio, quēad/
modum in aphorismis medicorum princeps nos docet Hyppocrates. Alij namq; sunt
influxus in septentrionalē plagā uergentibus.at alij his qui australē inhabitāt.itidēq;
alij orientalē regionē colentibus. At alijs aliter sese habet.& sic sicut regio seposita fue/
rit. Quare cū ea quæ inuicē non conueniunt nō sint æqualia sed dissideant.sicut in ele/
mentis præstantissimus ille Mathematicus nos docet Euclides: at aduersæ hominū uo/
luntates cū inuicē non conueniant,sed mira quadā discrepātia dissideāt, superest igitur
ut cōtrariæ remaneant. Quod cum ita sese habeat.si priscis illis tēporibus sacrorū uatū
monumenta multa bella.& funera facta fuisse commemorant. Si assyriorū. Persarū.ac
aliarū nationū horrendos tumultus Dionysius Halicarnassæs, Diodorusq; siculus, ac
Iustinus narrant. Si Thucydides Atheniensium.si T. Liuius Romanorum illa denique
miranda facinora & non sine magna copia sanguinis.& non nisi totius mundi tremen
tibus quasi cardinibus.explanant: si Quintus curtius Alexandri macedonis in Persa/
rum Darium delicatissimum regē expeditionē terribilē.expugnationemq; ac uictoriā
subactis Persis explicat: si ille quoq; dicat quod fraterno primi maduerunt sangui/
ne muri. si demū quoq; nostra tēpestate priscis illis tēporibus exorta bella.ac nō extin
cta.sed usque in id temporis propagata in præsentia horrendis tumultibus, magnis
cædibus.ardentibusq; occulte odijs ferueant.non est id propterea clarissime philoso/
phe quod mirari debeamus. Dolendū potius est ingemiscendūq; plurimū.quando qui
dem bella quæ inter eos qui sub Christi gloriosi uexillo uiuunt tam atrociter fiūt.non
externa sed ciuilia sunt.ac si in præcordijs.in intestinis ac in intimis cordis penetralibus
gererentur. Illud,inquam,uir doctissime possumus dicere. Quis furor o ciues.quæ tan
ta licētia ferri gentibus inuisis Latium præbere cruorem Cumque superba foret Baby
lon spoliāda trophæis Ausonijs,umbraque erraret Crassus inulta. Bella geri placuit nul
los habitura triumphos. Heu quātum terræ potuit pelagiq; parari Hoc quem ciuiles
auxerunt sanguine dextræ,unde uenit titan & nox ubi sidera condit. Quaq; dies medi
us flagrantibus æstuat horis Et qua bruma rigēs ac nescia uere remitti. Astringit scy/
thicum glaciali frigore pontū Subiuga iā Seres.iā barbarus isset Araxes. Et gens si qua
manet nascenti conscia Nilo. Tū illud accedit quòd his bellis noui emergunt ritus, no
ui mores.nā nūc prætextatos referūt artaxata mores.& si quid uspiam est bonarū lite
rarū illud interit. Nā adsunt adhuc in Italia illa fœdissima Vādalorū Gothorūque ue
stigia qui postea quam Italiā flāma,ferro,cæde,rapinis.& alijs huiusmodi sæuiētiū be/
luarū peruersis moribus fœdarūt,maximas bonis literis tenebras obiecerūt.& adeo ut
ipsæ contremiscentes pluribus annis inuisæ,ritu ferino uiuētibus delitescerēt Quibus
beluis in uniuersum sæuiētibus multa priscorū illorū ueterū preclara opera interierūt,
multa obcæcata & subuersa, multa fœdissima barbarie obsita in lucē exierūt. Perijt.in/
quā, tūc perijt illa prisca mathematicæ disserendi cōsuetudo & adeo ut quæ priscis illis
tēporibus adolescētulis plana & facillima ac in prōptu erāt.in præsentia uelut alta calig/
ne demersa.difficillima nimisq; recondita eruditissimis uiris etiam esse uideantur. neq;
id mirū Euclides namq; Megarēsis Mathematicus præclarissimus, qui omniū mathe/
maticarū disciplinarū unus est qui nobis fores reserat.in primis nimis peruerse inter/
pretatus studentiū animos pluribus annis ambiguos tenuit. Nā cū illud quod illius es
se asseritur uolumen studētes legerent.miris laruis.somnijs. & phātasmatibus quibus
ille interpres barbarissimus illud refersit.offensi neq; autori fidē adhibebāt.neq; illi de
trahere audebāt. Quare cū nos his disciplinis operā per plures annos accōmodauerī
mus.cupiētesq; nostris laboribus studentium cōi utilitati cōsulere.ipsius Euclidis elemē
torum uolumina tredecim ex Theonis traditione nō minoribus uigilijs quam labori
bus quibus per septēniū insudauimus.ex Græcia in Italiam deduximus.quibus labori
bus tandē uoto superatis. decreueramus ut qui ex fluctuāti procellosoq; mari portū
quietū cupit.nos alicui amœno studio emācipare.animumq; his studijs fessum ad hu
maniora conuertere. Cupiebamus etenim illā sublimis Homeri poesim uidere.uim De
mosthenis suspicere.suauitatē Isocratis mira quadā sanctitudine mixtā gustare. Pynda
rices fontes libare: Tū illa rusticana Theocriti in præsentia in aliqua grata umbra æstu
anti corpori relegere. Quādoquidē ut optime nosti in præsentia sol domū est leoninā
ingressus, radijque ad rectos angulos procidūt.idq; propterea inferiora hæc uehemē
tius incendūt. Tamen habitus qui aut nunquam,aut difficulter a subiecto conuelli po
test

test dispositionē huiusmodi dissuaserit. factum nāq; est ut cū me accingerē ut ipsius Euclidis opera seponerē, ecce ut euenire solet, ad manus ipsius Euclidis data peruenerūt. opus sane præter id quod iucūdum studentibus etiam necessariū, quādoquidē ex eo facillime datur intelligi, quod toties Euclides ipse in elementis datum appellat. Quod opus quoniā pulchrū, utile, necessariū, scitu iucundū. & quia ex his laqueis mathematicis me eximere nescio, tum quoniam hucusq; latinis ignotū extitit, latinū id à me propterea faciendum esse censui, tuoq; nomini humanissime philosophe destinandum. Eo sane argumento ut meā erga te obseruātiam, amorēq; singularē inde cognosceres. Tū quoniā cū hisce diebus triūuiratū Rei. pu. patrocinatorū ageres, magistratum sane in ciuitate grauissimū, a quo sicut uirtutes benignissime fouentur, sic uitia & scelera seuerissime uindicātur, quē cū per paucu los dies mira integritate, sed miranda te adeuntiū satisfactione exercueris. & adeo ut Brixiensiū præfectus omnium pene comitiorū suffragijs designatus extiteris, tu te meo patri nescio qua liberalitate te me uel libenter cognoscere uelle dixisti. Cognosces igitur me, & quid tui uetustissimū mācipiū. quale uero quis nescit, ineruditū, indoctū incultū, philosophiæ tamē, & eū qui diuini Platonis decreta auidissime sequi cupiat, ita tamē ut quādoq; uelut trāsfuga & explorator castra philosophātiū petat. Sed quoniā si uelis binas lōge inæquales magnitudines cōponere: id, inquā, haud facile factu tibi fuerit, nisi medius quidā sit ppositus limes quo analogico medio extrema cōueniant, coalescant, seq; mutuo pulsent. Nā si sexdecim ad quaternariū cōparare uolueris quippe quoniā lōge distāt, medio indigent octonario sane, ad quē eā sexdecim habēt, quā ipse ad quatuor habitudinē, duplā quidē. Sed quoniā bini dupli quaternariū cōficiūt, ex ea igitur analogia ipsorū sexdecim ad octo, & octo ad quatuor, ea scatet rō quadrupla qua & sexdecim & quatuor reuinciūtur. Quod cū ita sese habeat, cū mea paruitas tuæ magnitudini nulla ex parte cohereat, fuit igitur medium adhibendū, quo tibi uir clarissime fuisset satisfactū. & id sane q tuæ illi rarissimæ doctrinæ correspōderet. Data igitur ipsius Euclidis ea erūt quibus me cognosces, quibus meā erga te fidē, & obseruātiæ magnitudinem intueberis. Quæ cū in præsentia græca ueste reposita, latina induta sint, te petūt, te adeūt, te uir doctissime uidere gestiunt, tuoq; sublimi iudicio comprobata, sub tuo nomine in manus studentiū uenire cupiunt. Tantū igitur hospitem philosophe præstantissime hilari fronte serenoq; uultu accipies. & eo sane quo uiros doctos aspicere, & tibi beneuolentia deuincire soles. Verū quoniā priscorū fuit cōsuetudo ut maximos uiros absque munere adire nulli liceret, id propterea, tibi nō orientaliū gēmas: non Arabū munera uulgo preciosa, non id quod plures hominū preclarissimū bonū existimāt, aurū scilicet, nō id demū quod paruo tēporis interuallo exiguo nutu fortunæ euanescit afferimus. Id quoniā tibi tradere conamur quod rarissimum sit, idq; propterea omni thesauro fœlicisq; Arabiæ ditissimis muneribus lōge preciosius lōgeq; preclarius, hæc igitur nostra tibi erūt tradita munera, quæ si talia fuerint, quæ tua excellēs doctrina amplexetur, tuū illud ferax ingeniū benigne foueat. Curabimus nostris laboribus, præclaris illorum ueterū operibus, & huic nostræ ætati ignotis nomen tuū illustrare ut tu multis annis etiā post mortē uiuere possis. Sed hoc iam satis est, hoc libello, iam peruenimus usq; ad umbilicū, lōgaq; nimis ac inculta oratione, quæ ne quā par est prolixior euadat, iam te ad sublimē datorum doctrinā philosophe doctissime transmittā. Valeas æternū philosophantiū exemplar rarissimū. Venetijs. M. D. V. VIII. ID. Sextilis.

EVCLIDIS MEGARENSIS PHILOSOPHI PLATOnici mathematiciq; præstantissimi Incipit liber Datorum ex traditione Pappi Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

Diffinitio prima.

DATA magnitudine dicitur areæ lineæ, & anguli quibus æqualia possumus exhibere.

Diffinitio secunda.

Ratio dati dicitur cui eandem possumus exhibere.

Diffinitio tertia.

Rectilineæ figuræ specie dari dicuntur, quarū anguli dati sunt ad unum, & laterum rationes adinuicem datæ.

Diffinitio quarta.

Positione dari dicuntur signa, lineæ, & anguli, quæ eundẽ semper locum obtinent.

Diffinitio quinta.

Circulus magnitudine dari dicitur, cuius quæ ex centro magnitudine datur.

Diffinitio sexta.

Positione magnitudineq́ circulus dari dicitur, cuius centrũ positiõe datur, ea quæq́ ex centro magnitudine.

Diffinitio septima.

Segmenta circuli magnitudine dari dicũtur, in quibus anguli dati sunt, & segmentorum bases magnitudine.

Diffinitio octaua.

Positione & magnitudine segmenta dari dicuntur, in quibus & anguli dati sunt magnitudine, & bases segmentorum positione & magnitudine.

Diffinitio nona.

Magnitudo magnitudine dato maior est, quando sublato dato, reliquũ eidẽ æquũ fuerit.

Diffinitio decima.

Magnitudo magnitudine dato minor est, quando adiecto dato, totũ eidem æquum fuerit.

Diffinitio undecima.

Magnitudo magnitudine dato maior est quã in ratione, quãdo ablato dato reliquũ ad idem rationem datam habuerit.

Diffinitio duodecima.

Magnitudo magnitudine dato minor est quàm in ratione, quãdo apposito dato reliquum ad idem rationem habuerit datam.

Diffinitio decimatertia.

Producta est quæ à dato signo in positione rectam lineam acta recta linea in datum angulum, uel in datum signum.

Diffinitio decimaquarta.

Reducta quæ à dato signo ad positionẽ rectam lineã, recta linea in angulo dato acta est.

Diffinitio decimaquinta.

Appositione est quæ per datum signum positione rectæ lineæ parallelus acta est.

Interpres

Quoniam in eo uolumine ex quo Data huiusmodi transcripsimus, in latinumq́ conuertimus, quod sane uetustissimũ est, nõnullas adiectiões cõperimus, quæ licet breues & cõcisæ sint, quoniã ad datorũ intelligentiã plurimũ conferunt, ut sese habẽt sic eas, sumus interpretati, studẽtes uero iudicabũt. Apud græcos id obseruatum, inquã, inuenimus, ut nõ omnes interpretatiões autorũ scribant aut cõficiant, sed hij tantũ qui inter autores nominari possint, ut fuerunt homerici & pyndarici interpretes, & alij plures uiri sane grauissimi in disciplinis humanioribus. Indẽ quoq; in physiologicis ut sunt interpretes Aristotelici, Ammonius, Alexander, Ioannes grã. Themistius, & Platonici, sic etiã in mathematicis, ut Theon, Hypsicles, Pappus, Heron Alexandrinus, Proclus Lycius qui in Euclidẽ scripserũt, factũq́ est id propterea ut apud Græcos nõ uideamus ista immensa nugarũ uolumina, quorũ nos latini pleni sumus. Videmus enim unũquẽque autorẽ tribus & quatuor cõmentationibus esse nõ interpretatũ, sed laceratum, & adeo ut crebro studentes nesciãt ubi nã sit incipiendũ, quippe quoniã sunt adeo nugis & laruis nescio quibus obsiti, ut cæcutiẽtes in tenebris ambulent, illud, inquã, Horatianũ si unquã nũc mirũ in modũ uerũ est, nã scribimus indocti doctiq́ poëmata passim, nolim tamen detrahere famæ & autoritati Seruij, Acronis, Porphyrij, Donati, Lactantij grauissimorum autorũ, qui linguã latinam illustrarũt, de illis uero alijs quid dicendum supersit ignoramus. Ecce etiã plurima uideas opuscula in grãmaticis composita quæ in eũ creuerunt numerũ ut studentes superauerint. Miramur plurimum quod in hac nostra ætate tãta sit audacia, ut quasi Priscianus, Diomedes, Agretius, Phocas, Donatus, & alij autores grauissimi non satis exquisite ea quæ in grãmaticis erant dicenda conscripserint, nescio qui insurrexerint conantes ut suæ nugæ neglectis autoribus bonis legantur, & hijs assuescant adolescentes, qui hijs nugis cura præceptorum iudicio carentium studentes scholis ignorantissimi exeunt, sed hos iam missos faciamus cũ cuilibet audẽdi semper æqua fuerit potestas, redeamusq́ ad rem nostram. Vbicũq; igitur in datorum theorematibus lector humanissime uidebis aliqua dicta per Scholium, ea omnia ex græcis adiectionibus sumpta esse censeto. Ea enim à græcis scholia nuncupãtur, quæ à nobis latine postilla dicuntur.

Scholium

Datorum aliqua positione at alia magnitudine data sunt. Datum siquidem quadrũpliciter dicetur, aut enim magnitudine, aut specie, aut ratione, aut positiõe dari dicitur: quid uero horũ unũquodq; significet, ipse Euclides docet. Cõiter aũt dicitur datum, cui idem inuenire & exhibere est possibile. Datorum uero traditionem in plano uno positã accipimus, sicut in sex prioribus libris elementorum. Data sunt definita. hoc est quorũ finis datur aut intellectu aut sensu, hijs enim æqua possumus exhibere, similiter autem siue intelligentia, siue sensu, potest autem rationale & irrationale datum esse, ut inquit Pappus in principio eorum quæ in Euclidem scripsit, rationale namq; Datum est: sed non omnino Datum rationale est, sed has tres diffinitiões ultimas de magnitudinibus aiunt esse Apollonij.

Theorema 1 *Propositio 1*

DAtarum magnitudinum ratio adinuicem datur.

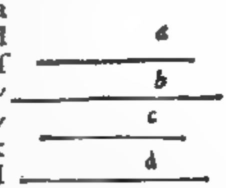
Sint datæ magnitudines a.b. dico quod ipsius a ad b, ratio data est. Quoniam enim datur a, possibile est per primam diffinitionẽ ei æquam exhibere, exhibeatur & esto c. Rursus quoniam data est b possibile est per eandem eidẽ æquam exhibere, exhibeatur & esto d: quoniam igitur a est æqualis ipsi c, & b ipsi d: est igitur sicut a ad c. sic est b ad d, uicissim per 16 quinti elementorum sicut a ad b. sic c ad d. ipsius igitur a ad b ratio data est, eadem namque eidem exhibetur ipsius c ad ipsam d.



Theorema 2 *Propositio 2*

SI magnitudo data ad aliam aliquam magnitudinem rationem datam habuerit, & eadem magnitudine datur.

Data, inquam, magnitudo a ad quampiam aliam magnitudinem b rationem habeat datam. Dico quod ipsa b magnitudine datur. Quoniã enim datur a possibile est eidem per primam diffinitionem eandem exhibere, exhibeatur at esto c. Et quoniam ratio ipsius a ad b datur, sic enim supponitur, & ei æqualem per 2 diffinitionem exhibere est possibile, exhibeatur, estoq; ipsius c ad ipsam d ratio, & quoniam est sicut a ad b sic est c ad d. uicissim igitur per 15 quinti element. est sicut a ad c, sic b ad d: æqualis autem est a ipsi c: æqualis igitur est & b ipsi d. Datur igitur per primam diffinitionem ipsa b magnitudo, æqualis siquidẽ ei exhibetur d.



Scholium

Hoc precedẽtis conuersum est quodammodo. sed non uniuersaliter id esse conuersum dicendum est, esset enim uniuersaliter id precedentis cõuersum si magnitudines inuicẽ rationem haberent datam, dantur magnitudine, nonnulli autem aggrediuntur ut ostendant esse conuersum precedentis, inquiuntq; quod si magnitudines aliquæ rationem adinuicem datam habuerint dantur magnitudine.

Theorema 3 *Propositio 3*

SI datæ magnitudines quæcunque compositæ fuerint, & ex ipsis compositum datum erit.

Componantur enim quælibet datæ magnitudines a b, b c. Dico quod & quod ex a b, b c hoc est ipsum a c conflatũ datum est. Quoniam enim datur a b possibile est per primam diffinitionem æqualẽ eidem exhibere: exhibeatur per eandem sitq; d e. Rursus quoniam datur b c. possibileq; est eidem eandem exhibere, exhibeatur per eandem & sit e f. Quoniã igitur æqualis quidem est a b ipsi d e & b c ipsi e f. Tota igitur a c toti d f, est æqualis: per 2 communem sententiam. Datur igitur ipsa a c: eidem siquidem in eadẽ exhibetur d f.



Theorema 4 *Propositio 4*

SI à data magnitudine, data magnitudo auferatur, reliqua data erit.

A data siquidem magnitudine a b data auferatur magnitudo a c. Dico quod reliqua c b, data est. Quoniam enim datur a b, possibile est eidem æqualem exhibere, exhibeatur per primam diffinitionē & sit d f. Rursus quoniam datur a c. possibile est ei æquam exhibere, exhibeatur per eādem & sit d e. Quoniam æqualis est a b ipsi d f. & a c ipsi d e. reliqua igitur b c, reliquæ e f, est æqualis per tertiam cōmunem sententiam. Datur igitur b c, æqualis enim eidem exhibetur e f.



Scholium.

Et id theorema præcedentis quod minime est conuersum, proprie siquidem esset conuersum. si data magnitudo in quascūq; diuisa fuerit, & unaqueq; earū in quas diuiditur, data est, quæ eidē eædē & adinuicem sunt eædē, hoc, inquā, patet in 11 quinti elemētorū.

Theorema 5 Propositio 5

SI magnitudo ad sui partem aliquam rationem habuerit datā, & ad reliquam rationem habebit datam.

Magnitudo siquidem a b ad aliquam sui partem a c, rationem habeat datam, dico quod & ad reliquam b c, rationem habet datā, ponatur siquidem data magnitudo d f. & quoniam per primam propositionem ipsius b a ad a c, ratio data est, eadem eidem per 2 diffinitionē exhibeatur, ut ipsius d e ad d f. possibile enim est tribus datis magnitudinibus quartā proportionalem inuenire per 12 sexti elementorum. Ipsius igitur f d, ratio data est, data igitur est & f d. Igitur & d e, data est, & reliqua igitur e f, data est. Est autem & d f data. Ratio igitur ipsius d f. ad f e, data est. Et quoniam est sicut d f ad d e sic a b ad a c. Conuertendo igitur per corre. 8 quinti elemen. est sicut d f ad f e, sic a b ad b c. Ratio aūt ipsius d f ad f e, data est ut patuit. Ratio igitur & ipsius a b ad b c, data est.



Theorema 6 Propositio 6

SI binæ magnitudines compositæ fuerint adinuicem rationem habentes datam, & tota ad ipsarum utranque rationem habebit datam.

Componantur enim binæ magnitudines a c, c b adinuicem datam rationem habentes. Dico quod tota a b ad utranque ipsarum a c, c b rationem datā habet, exponatur enim data magnitudo d e, & quoniā per primam propositionem ratio ipsius a c, ad c b data est, eadem fiat quæ ipsius d e ad e f ratio: data est autē utraque ipsarū d e, e f data. Ratio igitur ipsius d e ad utrāq; ipsarū d e, e f, data est. Et quoniā est sicut a c ad c b sic est d e ad e f. Cōponendo igitur per 18 quinti elementorum sicut a b ad b c, sic d f. ad f e, & conuertendo igitur per correlariū, decimæoctauæ quinti elementorum sicut b a ad a c, sic d f. ad d e, & quoniam sicut d f, ad utranque ipsarum d e, e f. sic a b, ad utrāq; ipsarū a c, c b. Ratio igitur & ipsius a b ad utranque ipsarum a c, c b data est.



Scholium.

Datarum siquidem magnitudinum ratio inuicem datur, æquā enim ipsius d f. ad f e, exhibemus rationem.

Theorema 7 Propositio 7

SI data magnitudo in datam rationem diuisa fuerit, utrunq; segmentum datum est.

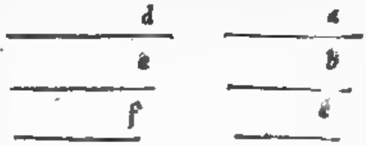
Data enim magnitudo a b, in datam rationem ipsius a c ad c b, diuidatur. Dico quod utrunq; segmētum & a c & c b datū est: quoniam enim ratio ipsius a c ad c b data est, ratio igitur ipsius a b ad utrāque ipsarū a c, c b data est. Data est a b data igitur utraque ipsarum a c, c b.



Theorema 8 *Propositio 8*

EAndem ad idem rationem datam habentia,& adinuicem ratio nem datam habebunt.

Habeat siquidē utraq; ipsarū a,c ad b rationē datā. Dico quod & a ad c, ra tionē habebit datā. Sit,inquā,data magnitudo d,& quoniā ratio ipsius a b data est. eadē eidē fiat quæ ipsius d ad e. Data,inquā,est d,data igitur & e. Rursus quo niā ratio ipsius b ad c data est,eadē eidē fiat quæ ipsi us e ad f,data est e, data igitur est & f. Est autē & d. da ta, Ratio igitur ipsius d ad f.est data. Et quoniā est si cut d ad e,sic a ad b,& sicut b ad c,sic est e ad f,sed ratio ipsius d ad f,data est.ratio igitur & ipsius a ad c data est.



Scholium

Aequa est ratio sicut in 17 diffinitiōe & 22 propositiōe 5 ele. patet.

Theorema 9 *Propositio 9*

SI binæ aut plures magnitudines inuicē rationē habuerint da tam, habuerint autē eædē magnitudines inuicē ad alias quas dam magnitudines rationes datas, neque easdem,& ipsæ ma gnitudines inuicem rationem datam habebunt.

Binæ,inquā,siue plures magnitudines a,b.c adin uicem rationē habeāt datā,habeant aūt ipsæ a,b,c magnitudines ad alias quasdā magnitudines d.e,f,datas rationes. nō aūt easdē. Dico quod & ipsæ d, e,f magnitudines ad inuicē rationē datā ha bebunt. Quoniā ipsius a ad b,ratio est data,& ipsius a ad d, ratio est data,& ipsius igitur d ad b ratio est data. Sed ipsius b ad e ratio est data, & ipsius igitur d ad e,ratio est data. Rursus quoniā ipsius b ad c ratio est data,ipsius autem b ad e,ratio est data.& ipsius igi tur e ad c ratio data est. Ipsius autem c ad f ratio est data,& ipsius igitur e ad f ratio est data,ipsæ igitur d,e,f,adinuicē rationem da tam habent.



Scholium

Si enim de substantia se habet ostensio quando hoc fuit eadē, uel ratio propositarum ad aliquas contingentes magnitudines ea dem,uel quod contingentes rationē habebūt datā,in hoc exerce tur problema.

Theorema 10 *Propositio 10*

SI magnitudo magnitudine dato maior fue rit quàm in ratione,& utraque eadem dato maior erit quàm in ratione,& si utraq; eadē dato maior fuerit quàm in ratione, & reliqua eadē uel dato maior est quàm in ratione, uel reliqua cū consequenti ad quā altera rationem habet datam,data est:

Magnitudo,inquā,a b magnitudine b c dato maior esto quàm in ratione,dico quod & utraque a c,eadē c b,dato maior est quàm in ratione. Quoniā enim a b,ipsa b c,dato maior est quàm in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b.ad b c,per 4 propositionem ratio est data,& cōponēdo per 18 quinti ele. & 3 datorū ipsius d c ad b c.rō data est.& est data a d igitur ipsa d a ipsa c d dato maior est quàm in rōne.



Rursus iam a c,ipsa c b,dato maior esto quàm in ratiōe. Dico quod & reliqua a b, eadē b c,aut dato maior erit quæ in ratione,uel ipsa a b cum consequenti ad eam ad quam ipsa b c,rationem datam habet. data est. Quoniam enim a c,ipsa c b,dato maior est quā in ratione auferatur data magnitudo. Data iam aut ipsa a b minor, aut maior est. Sit prius minor,sitq; a d. reliquæ igitur d c ad c b,ratio per 4 propositionē data est. Distribuendo igitur quod ipsius d b ad b c,ratio data est. per 7 propositionē estq; data ipsa a d. Igitur a b ipsa b c dato maior est q̄ in ratione. Sed iam data maior esto ipsa a b,ponaturq; per diffinitionem primam datorum eidem æqualis a e. Ratio



igitur reliquæ e c ad c b data est. Quare & econtra ipsius b c, ad e c, ratio data est, & conuertendo per correlarium 11 quinti elementorum ipsius b c ad, b e, ratio data est, & est e b, cum ipsa b a, data. Tota enim a e, data est. Igitur b a, cum consequenti ad quam b, rationem datam habet, data est.

Scholium.

Hoc est componendo maior est quàm in ratione, sicut magnitudo 10 & altera magnitudo 11 data autem sit 3 & utraque 11, & ipsa 10 in ipsa c d, est data quàm in ratione. Auferantur sicut à data cap. 10 ad 20 data sicut nunc in secunda ratione & sicut in diffinitionibus dictum est, sicut magnitudo a b, per hyyothesim 11 magnitudine b c, existente per hypothesim 10 dato maior esto quàm in ratione. Sitq; data ad 11, si igitur ab ipsa a b, abscindis datũ a d, hoc est 3 reliqua d c 20 ad b c 10 rationẽ habet datã. patuit autem in diffinitionibus, dato enim maior est quàm in ratiõe hoc patet, & manifestum quod & reliqua est, & tota a c, maior est dato quam in ratione. Si enim æqualis extiterit data a b reliqua b c ad eandẽ b c, rursus datã habet rationem, possum siquidẽ eandẽ eidem exhibere sicut in diffinitionibus. Datur siquidem e c. per 4 theorema. & quoniã datur utraque ipsarum c a, a e. & ipsarum adinuicem ratio datur, per primum theorema & ipsius a c ad c e. Sed ipsius a c, ad c b, sic ipsius b c ad c e. Quoniam enim est sicut a d ad d e, sic c d ad d b, & uicissim, per 16 quinti elemẽ. sicut a d ad d c sic e d ad d b. Et cõponẽdo igitur, 18 quinti element. sicut a c ad c d, sic e b. ad d b, & uicissim per 16 quinti element. sicut a c ad e b, sic, c d ad d b: datur autem ipsius a d, ad d b, ratio. Datur igitur & ipsius a c ad e b, ratio. Sed potius cõcisius dicẽdum est sicut unũ antecedentiũ ad unũ sequentiũ, hoc est sicut c d ad d b, sic omnia antecedentia, ad omnia sequentia, hoc est a c ad e b.

Theorema 11 *Propositio 11*

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & utraque dato maior erit quàm in ratione, & si eadem & utraque dato maior fuerit, quàm in ratione, eadẽ & reliqua dato maior igitur erit quàm in ratione.

Magnitudo enim a b ipsa b c dato maior sit quàm in rõne. Dico quod & ipsa a c, dato maior est quam in ratione. Quoniam enim a b ipsa b c, dato maior est quam in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b ad d c, ratio est data & econtra & componendo per 18 quinti elemen. & 4 datorum. Eadẽ eidem fiat, ipsius a d ad d e. Ratio igitur ipsius a d ad d e data est. Data est, a d, data igitur & d e. Quare per quartã propositionem reliqua e a data est. Est autem totius a c ad totam ratio, quare & ipsius e b ad a c. ratio est data & a e, data est. Igitur b a ipsa a c. dato maior est quàm in ratione. Dico quod eadem a b reliqua b c, dato maior est igitur quam in ratione. Quoniam enim ab ipsa a c dato maior est quam in ratione. auferatur data magnitudo a e, reliquæ igitur e b ad a c, ratio data est Quare & ipsius a c hoc est econtra a d. e b, ratio est data. Eadem eidem fiat, ipsius a d ad c d, & ipsius d a igitur ad e d, ratio est data. Et conuertendo per correlariũ 11 quinti ele. ipsius d a ad a e ratio est data, & econtra ipsius e a ad a d ratio est data & data est a e, data igitur & tota a d. Et quoniam tota a c ad totam e b, ratio data est quarum ipsius a d ad d e, ratic data . st, erit & per 19 quinti elementorum reliquæ c d ad reliquã d b ratio data. Et distribuendo per 7 propositionẽ ipsius c b ad b d. ratio est data. Quare & ipsius d b. ad b c, ratio est data. Ipsa enim d a data est, igitur a b ipsa b c maior est dato, quam minor.



Scholium

Quoniam enim est sicut a c ad e b, sic ablata a b ad ablatam d e, & reliqua igitur c d ad a d reliquam d b est sicut a c ad e b, per 19 quinti elementorum: data autem est ipsius a c ad e b, ratio data igitur & ipsius c d ad d b.

Theorema 12 *Propositio 12*

SI fuerint tres magnitudines, & prima cum secunda data fuerit, fuerit autem & secunda cum tertia data, prima tertiæ aut est æqualis uel altera dato maior est.

Sint tres magnitudines a b, b c, c d, & a b cum b c, data sit ut a c. At b cum c d, data sit ut d b

d b. Dico quod a b ipsi c d, aut est æqualis, uel altera altera dato maior est. Quoniã enim data est utraque ipsarũ a c, b d. Data iam aut sunt æqualia aut inæqualia. Sint primũ æqualia, æqualis igitur est a c ipsi b d, communis auferatur c b, reliqua igitur a b reliquæ c d est æqualis. Non sint autem æqualia, sed esto maior a c, ipsa b d & ipsi b d, exhibeatur æqualis c e, per 2 primi elemen. Ipsa b d, data est, data igitur est & c e, est autem & tota a c, data, & reliqua a e, data est. Et quoniam æqualis est e c ipsi b d, communis auferatur b c, reliqua igitur b e, reliquæ c d est æqualis. Est aũt data a e. Igitur a b ipsa c d, dato maior est.



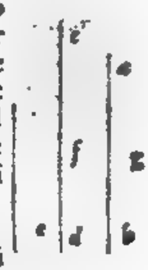
Scholium.

Si autem maior fuerit b d ipsa a c dato a c æquum aũt quod ex b & eadem efficiẽtes demõstrabimus, quod c d ipsa a b dato maior est, hoc enim patuit in prima, uel altera altera dato maior est.

Theorema 13 *Propositio 13*

SI fuerint tres magnitudines, & prima ad secundam rationẽ habuerit datam, secunda uero tertia dato maior fuerit quàm in ratione, & prima tertia dato maior erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e & ipsa quidem a b, ad c b, rationem habeat datam, at c d ipsa e dato maior sit quàm in ratione. Dico quod & a b ipsa e dato maior est quàm in ratione. Nam quoniã c d ipsa e dato maior est quàm in ratione: auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur d f, ad e ratio data est, & quoniam ipsius a b ad c d, ratio data est, eadẽ eidem fiat quæ ipsius a g ad c f, data. Data est c f, data igitur & a g & reliquæ g b ad reliquam f d, ratio data est, & ipsius d f ad e, ratio data est. & ipsius g b ad e igitur ratio data est. Est autem data a g. Igitur ipsa e dato maior est quã in ratione.



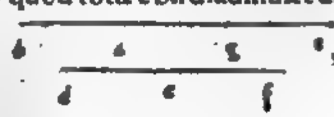
Scholium.

Si enim fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquũ ad reliquũ erit sicut totum ad totum, sicut patet per 19 quinti elemen. & in diffinitionibus, componitur enim dato quod maior sit quàm in ratione.

Theorema 14 *Propositio 14*

SI binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, appositaq; fuerit earum utrique data magnitudo, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera maior est quàm in ratione.

Binæ siquidem magnitudines a b, c d, adinuicẽ rationẽ habeant datam, & apponatur earũ utrique data magnitudo hoc est a e, & c f. Dico quod totæ e b, f d: adinuicẽ aut rationem habent datam, uel altera altera dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam data est utraque ipsarum e a, c f. Ratio igitur ipsius e a ad c f, data est, & siquidem eadem quæ ipsius a b ad c d igitur & totius e b ad totam f d, ratio est data. Non autem sit eadem. Fiatque sicut a b ad c d, sic g a ad c f. Ratio igitur & ipsius g a ad c f, data est. Data aũt est f c, data igitur & g a & ipsius f c ad g a, ratio data est. Et reliqua igitur e g, data est. Estq; sicut a b ad c d, sic g a ad f c. Ratio igitur ipsius g a ad f c est data. Data autem & f c. Data igitur est & g a. Est autem & ea data. & reliqua igitur e g, data est. Et quoniã sicut a b ad c d, sic g a ad f c, ratio igitur ipsius g b ad f d, data est. Est autẽ data & e g. Igitur e b ipsa f d. maior est dato quàm in ratione.



Scholium

Si uero efficiemus sicut a b ad c d, sic a e, ad id quod ex e, sicut in 7 inuenietur f d ipsa e b. dato maior quàm in ratione.

Theorema 15 *Propositio 15*

SI binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, & auferatur ab earũ utraq; data magnitudo, reliquæ adinuicẽ aut rationẽ

rationem datam habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Binæ nanque magnitudines a b.c d.adinuicē rōnē habeant datā.auferaturque ab earū utraque data magnitudo: ab ipsa.inquā,a b ipsa a e,ab ipsa uero c d ipsa c f. Dico quod & reliquæ e b.f d,adinuicē aut rationem habebunt datam.uel altera altera dato maior est quàm in ratione. Nā quoniā utraque a e,c f,data est,ratio igitur ipsius a e ad c f.data est,per primā propositionē Et siquidem eadem est ei quæ ipsius a b ad c d.erit & reliquæ e b,ad reliquā f d ratio data Non sit autem eadē fiatque sicut a b ad c d,sic a g ad c f. Ratio autē ipsius a b,a d c d,data est.Ratio ipsius igitur a g.ad c f data est. Data igitur est & a g. Est aūt & a e,data, Et reliqua igitur e g data est. Et quoniā est sicut a b ad,c d,sic est a g,ad c f. Reliquæ igitur g b.ad reliquā f d ratio data est.Est autē data e g. Igitur e b,ipsa f c.dato maior est quàm in ratione.

Scholium.

Hoc conuersum est quodammodo præcedentis,ostendens.quod si appositæ fuerint datæ magnitudines,eis datam habent rationem,nunc uero auferatur eadem ab eisdem idem ostendit.

Theorema 16 Propositio 16

SI binæ magnitudines inuicem rationem habuerint datam,& sub una earum data magnitudo auferatur,alteri uero earum data magnitudo apposita fuerit, tota dato maior est quàm in ratione.



Binæ siquidem magnitudines a b.c d,rationem habeant datam.& ab ipsa c d.data auferatur magnitudo,ipsi uero a b data apponatur magnitudo f a. Dico quod tota f b tota e d,dato maior est quàm in ratione Nam quoniam ipsius a b ad c d.ratio data est,eadem eidem fiat hoc est ipsius a g ad c e. Igitur ipsius a g ad c e ratio data est. Data autē est c e.data igitur & a g. Est autē & a f data Tota igitur f g,data est per 3 propositionē. Et quoniā est sicut a b ad c d sic est a g ad c e,& reliquæ g b.ad reliquā e d,ratio est data per 19 quinti elemētorum.Et g f data est. igitur f b ipsa e d dato maior est quam in ratione.

Theorema 17 Propositio 17

SI fuerint tres magnitudines,& prima secūda dato maior fuerint quàm in ratione,fuerit autem & tertia eadem dato maior quàm in ratione,prima ad tertiam aut datam rationem habebit,uel altera altera dato maior erit quam in ratione.



Sint tres magnitudines a b,c,d e,& utraque ipsarum a b,d e,ipsa c dato maior esto quàm in ratione. Dico quod ipsæ a b,d e, aut adinuicem datam habent rationē. uel altera altera dato maior est quàm in ratiōe. Auferatur data magnitudo d g. Reliquæ igitur g e ad c,ratio est data id propterea iam & ipsius f b ad c,ratio est data. & ipsius f b ad g e,igitur rō est data.& eis apponuntur datæ magnitudines a f.d g. Tota igitur a b,d e,adinuicem uel rationē habēt datam,uel altera altera dato maior est quàm in ratione.

Theorema 18 Propositio 18

SI fuerint tres magnitudines,una autem earum utraque reliquarum dato maior fuerit quam in ratione, binæ reliquæ adinuicem aut rationem datam habebunt,uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint tres magnitudines a b,c d,e f,earum uero una c d, utraque reliquarum a b,e f,dato

to maior sit quàm in rōne. Dico ꝙ ipsa a b, ad e f, aut rationem habet datam, uel altera altera dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam c d ipsa a b, dato maior est, quàm in ratione, auferatur data magnitudo c g. Reliquæ igitur g d ad a b, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius c g ad a h. Ratio igitur ipsius c g ad a h data est. Data autem est c g: data igitur, & a h & totius c d ad totam h b, ratio est data. Rursus quoniam c d ipsa e f, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo c k. Reliquæ igitur k d ad e f



ratio data est, eadē eidem exhibeatur quæ ipsius c k ad l e. Ratio igitur & ipsius c k, ad l e, data est. Data autem c k, data igitur & l e, & totius c d ad totum l f ratio est data. Ipsius autem c d ad h b, ratio est data. Et ipsius h b, igitur ad l f, ratio est data. Et ab ipsis datæ auferuntur magnitudines h a. l e. Ipsæ igitur a b, e f, aut adinuicem rationē habebūt datam, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Theorema 19 *Propositio 19*

SI fuerint tres magnitudines, & prima secunda dato maior fuerit quàm in ratione, fuerit autem & secunda tertia dato maior quam in ratione, & prima tertia dato maior igitur erit quā in ratione.

Si tres magnitudines a b, c d, e, & a b ipsa c d, dato maior esto quàm in ratione, & c d, ipsa e dato maior esto quàm in ratione. Dico quod & a b ipsa e dato maior est quàm in ratione: nam quoniam c d, ipsa e, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur f d ad e, ratio est data. Rursus quoniam a b ip sa c d, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo a g. Reliquæ igitur g b, ad c d, ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius g h ad c f. Ratio igitur ipsius g h ad c f data est. Data autem est c f, data igitur est & g h, est autem & g h data, & tota igitur h a, data est. Et quoniā est sicut g b ad c d, sic est, g h, ad c f, & reliquæ h b ad reliquam, f d ratio data est. Ipsius aūt f d, ad e, ratio est data, & ipsius h b, igitur ad e, ratio est data, & data est h a. Igitur b a ipsa e, dato maior est quàm in ratione.



Aliter.

Sint tres magnitudines a b, c, d, & a b ipsa c dato maior sit quàm in ratione. & c ipsa d, dato maior sit quā in ratione. Dico quod & a b ipsa d, dato maior est quā in ratione. Quoniā a b ipsa c dato maior est quā in ratione, auferatur data magnitudo a e. Reliquæ igitur e b ad c ratio est data per 4 ꝓpositionē. At c ipsa d, dato maior est ꝙ̄ in ratiōe, & e b igitur ip sa d, dato maior est quàm in ratione. Auferatur igitur data magnitudo e f. Reliquæ igitur f b ad d, ratio est data per eandem. At a f, data est, & a b igitur ipsa d, dato maior est quàm in ratione.



Theorema 20 *Propositio 20*

SI fuerint binæ magnitudines datæ ab eisdemꝙ́ ablatæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, reliquæ adinuicē aut datā rōnē habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint binæ magnitudines datæ a b. c d. & ab ipsis a b, c d auferātur magnitudines a e. c f, rationē adinuicē habētes datā. dico ꝙ ipsæ e b, f d. adinuicē rōnē datā habēt, uel altera altera dato maior est ꝙ̄ in rōne. Nā quoniā utraꝙ ipsarū a b, c d. data est. Ratio igitur ipsius a b ad c d, data est, & siquidē eadē est ei quæ ipsius a e, ad c f, erit & reliquæ e b ad reliquā f d, ratio data. Non sit iam eadem, fiatꝙ sicut e a, ad c f, sic a g, ad c d. Ratio autem ipsius a e ad c f, est data. Ratio igitur ipsius a g ad c d, data est. Data autem c d, data igitur & a g. Est autem & a b recta linea data, & reliqua igi-



tur g b.data est,& quoniam est sicut a e ad c f,sic est a g ad c d,& reliquæ g e.ad reliquã f d ratio est data. Data autem est g b,igitur e b,ipsa f d,dato maior est quàm in ratione.

Scholium

Quoniam enim est sicut a e ad c f,sic est a g.ad c d,manifestum quod & reliquæ e g ad reliquam. f d,ratio data per 19 quinti elementorum & in aliis eiusmodi per scholiũ maxime decimi theorematis.

Theorema 21 *Propositio 21*

SI fuerint binæ magnitudines datæ,eisdemq; appositæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.

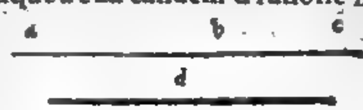
Sint binæ magnitudines datæ a b,c d,apponanturque eisdem magnitudines.e a,c f, rationem habentes datam adinuicem. Dico quod & totæ e b,f d. adinuicem rationem habebunt datã:uel altera dato maior est quàm in ratiõe. Quoniã enim data est utraq; ipsarum a b,c d. Ratio igitur ipsius a b ad c d.per primam propositionem data est & si quidem eadem est ei quæ ipsius a e ad c f erit.& totius e b ad totam f d ratio data est. Si autem nõ fiat sicut a e, ad c f,sic g a ad c d. Ratio igitur ipsius g a,ad c d.data est. Data autẽ est c d,data igitur est & g a Est autem & a b data.& reliqua igitur g b data est. Et quoniam est sicut e a,ad c f,sic est a g, ad c d,& totius e g,ad totam f d,ratio est data.& data est g b.igitur e b,ipsa f d,dato maior est quàm in ratione.



Theorema 22 *Propositio 22*

SI binæ magnitudines ad aliquam magnitudinem rationem datam habuerint, & utraque ad eandem rationem habebit datam.

Binæ siquidem magnitudines a b.b c,ad aliquam magnitudinem d rationem habeant datam. Dico quod & utraque a c ad eandem d rationẽ habet datam. Quoniam utraq; ipsarum a b,b c.ad d, rationem habet datam:ratio igitur & ipsius a b ad b c data est. Et componendo per 17 quinti elementorum ipsius a c ad c b,ratio est data:ipsius autem b c ad d ratio est data,& ipsius a c igitur ad d ratio data est.



Theorema 23 *Propositio 23*

SI totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autem partes ad partes rationes datas,non autem easdem,& omnia ad omnia rationes datas habebunt.

Habeat enim totum a b ad totum,c d.datam rationem, habeant autẽ & a e,e b, partes ad c f,f d,partes datas rationes.nõ autem easdem. Dico quod & omnia ad omnia rationes habebunt datas. Quoniam enim ipsius, a e, ad c f,ratio data est,eadem eidem fiat ipsius a b ad c g. Ratio igitur & ipsius rectæ lineæ a b,ad c g. rectã lineam data est. Erit & reliquæ e b,ad reliquam f g, ratio data. Ipsius aũt e b ad f d,ratio data est. Et ipsius f d ad f g,ratio data est per 18 quinti elemẽtorum,& conuertendo per correlarium eiusdem ipsius f d,ad d g, ratio data est. Et quoniam ratio ipsius b a ad utrunque ipsorum d c,c g,data est,& ipsius d c,igitur ad c g ratio est data.& conuertendo per idem correlarium & ipsius c d,ad d g,ratio est data. Sed ipsius d c ad d f,ratio est data,& ipsius c d,igitur ad d f,ratio est data: quare & ipsius c f,ad f d,ratio est data, Sed ipsius quidem c f, ad a e,ratio est data,ipsius autem f d,ad b e ratio est data. Quare omnium ad omnia ratio data est.



Scholium

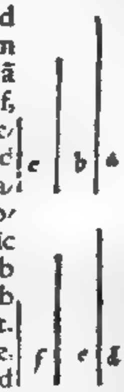
Receptum siquidem est quod ipsius c f ad f d,ratio data est, ponitur autem & ipsius e b ad f d:

ad f d, ratio data. & ipsius igitur c f. ad e b, ratio est data per 8 propositionē. Rursus quoniam ipsius a e, ad e b, ratio data demonstratur, ponitur autem & ipsius e b, ad f d, ratio data, & ipsius igitur e a, ad f d, ratio est data, per 8 propositionē, & quoniam a e, e b, ad inuicem rationem habent datam, & totum a b, ad utrunque ipsorum a e, e b. rationem habet datam. Quare & similiter & c, ad utranque ipsarum c f, f d, rationem habet datam. Et quoniam a b, ad c d, rationem habet datam: habet autem & c d, ad utranque ipsarum c f, f d, rationem datam & a b, igitur ad utranque ipsarum c f, c d, rationem habet datam. Quare omnia ad omnia rationes habēt datas.

Theorema 24 *Propositio 24*

SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima uero ad tertiam rationē habuerit datam, & ad secundā rationē habebit datam.

Sint tres rectæ lineæ proportionales a b c, sicut a ad b, sic b ad c. At a ad c, rationem datam habeat. Dico quod & ad b, rationem habebit datam. extendatur enim data recta linea d, & quoniā ratio ipsius a ad c, data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad f. Igitur ipsius d ad f, ratio data est. Data autem est d, data igitur est & f, accipiatur per 13 sexti elementorū ipsorum d f, media proportionalis e. Igitur per 17 eiusdem quod sub d f, æquum est ei quod ex e. Sed quod sub d f, datum est, utraque enim earum data est. Datum igitur & quod ex e. Est autem & d data. Ratio igitur ipsius d ad e, data est. Et quoniam est sicut a ad c, sic est d ad f. Sed sicut a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c, sicut autē d ad f, sic quod ex d ad id quod sub d f. Sicut igitur quod ex a, ad id quod sub a c, sic quod ex d, ad id quod sub d f. Sed ei quidem quod sub a c, æquum est id quod ex b per 17 sexti element. ipsæ a b c, sunt proportionales. Ei autē quod sub d f, æquū est id quod ex e per eandem. Sicut igitur id quod ex a, ad id quod ex b, sic quod ex d, ad id quod ex e, & sicut igitur a ad b, sic d ad e. Ratio autem ipsius d ad e data est. Ratio igitur ipsius a ad b data est.



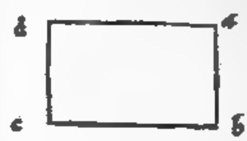
Aliter idem.

Quoniam ratio ipsius a ad c data est, sicut autem a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c. Ratio igitur ipsius a ad id quod sub a c data est. Et autem quod sub a c æquum est id quod ex b. Ratio igitur eius quod ex a, ad id quod ex b data est. Quare & ipsius a ad b, ratio data est: utrique siquidem ipsarū a b, æquas exhibuimus in proprio cuilibet quadrato.



Scholium.

Quoniam didicimus in diffinitiōibus, rectilineas figuras specie dari, quarum anguli dati sunt, & laterū rationes adinuicem sunt datæ, si efficimus parallelogrammū a b c d, rectangulum æquum habens d, ipsis a b. habemus siquidem angulorum unumquenque datum, quoniam recti sunt, omnis enim rectus angulus datur, rectus siquidem à recto non differt, sicut patet per quartum postulatum, & manifestum quod rationes laterū sunt datæ. Ratio siquidem ipsius a b, ad b c, datur. Quoniam & ipsius d ad f, ratio datur, ac per hoc quod sub d f, datur.



Theorema 25 *Propositio 25*

SI binæ rectæ lineæ positione datæ sese inuicem secuerint, signū in quo sese inuicem dispescunt positione datur.

Binæ, inquam, lineæ positione datæ a b, c d, sese inuicem secent in e, dico quod datum est e, signum. Si autem non intercidet e, signū: intercidet igitur & unius ipsarū a b, c d, positio, non intercidit autem. Datum igitur est signum e.



Theorema 26 *Propositio 26*

SI rectæ lineæ fines fuerint dati positione, datur ipsa recta linea positione & magnitudine.

Rectæ siquidem lineæ a b fines a b dati sint positione. Dico quod ipsa a b positiōe & magnitudine datur. Si enim manēte a intercidet ipsius a b rectæ

lineæ aut positio, aut magnitudo. Intercidet & b signum, nõ intercidit autem. Datur igitur a b, recta linea positione & magnitudine.



Theorema 27 *Propositio* 27

SI rectæ lineæ positione & magnitudine datæ unum extremum datum fuerit, & alterum dabitur.

Rectæ siquidem lineæ a b positione & magnitudine datæ unum extremum a datum sit. Dico quod & b datum est. Si enim manente a signo intercidit signum b, incidit igitur & ipsius a b rectæ lineæ aut positio aut magnitudo, non intercidit autem. Datum igitur est b signum, & centro a, interuallo uero a b, per tertiũ postulatum circunferentia describatur c b d, positione igitur est ipsa c b d, positiõe autem & ipsa a b, recta linea. Datum igitur est & b signum.



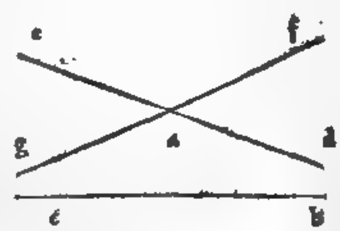
Scholium.

Siquidẽ enim b signũ aut introrsum aut exterius intercidit, igitur recta linea magnitudine data non est, si autem intercidit, aut supra aut infra nec positione data est igitur.

Theorema 28 *Propositio* 28

SI per datum signum ad positione datam rectam lineam linea acta fuerit datur quæ acta est positione.

Per siquidem datum signum a ad positione datam rectam lineam b c, recta linea agatur d a e. Dico quod ipsa d a e, positione datur, si autem non manente signo a intercidit ipsius d a e, positio permanente b c parallelo. Intercidat, & esto f a g, parallelus igitur est c b ipsi f a g, sed b c ipsi d a e, est parallel⁹, & d a e igitur ipsi f a g parallelus est. Sed est coincidens quod est absurdum. Ipsius igitur d a e, positio non intercidit, positione igitur est ipsa d a e.



Theorema 29 *Propositio* 29

SI additione data recta linea fuerit, ad signumque in ea datum recta linea acta fuerit, datum efficiens angulum, acta positione datur.

Additione siquidẽ recta linea a b, & ad signũ ad eam datum c, recta excitetur linea c d angulum datum efficiens eum qui sub b c d. Dico quod ipsa c d, est positione data. Si autem non manẽte signo c intercidit ipsius c d positio seruans ipsius b c d, anguli magnitudinem. Intercidat & sit c e, æquus igitur est angulus qui sub d c b, ei qui sub e c b, minor maiori quod est absurdum. Nõ intercidit ergo ipsius d c, positio, positione igitur est ipsa c d.



Theorema 30 *Propositio* 30

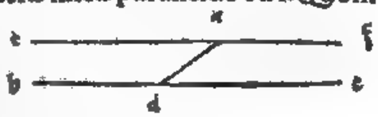
SI à dato signo in positione datam rectam lineam, linea acta fuerit datum efficiens angulum acta positione datur.

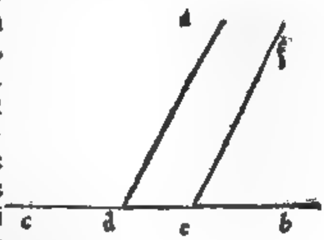
A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, datũ efficiens angulum sub a d c. Dico quod positione est ipsa a d, Si autem non manẽte a signo intercidit ipsius a d. positio, seruãs ipsius a d c anguli magnitudinem, intercidat & esto a f. Aequus igitur est qui sub a d c angulus ei qui sub a f c maior minori, quod est alienũ. Non intercidit igitur ipsius a d, positio, positione igitur est ipsa a d.



Aliter idem.

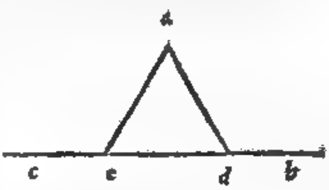
Excitetur per 31 primi elemen. ab a signo ipsi b d c, rectæ lineæ parallelus e a f. Quoniam igitur per datum signum a ad positione datā rectam lineam b d c, recta linea acta est e a f, igitur per 28 propositionem ipsa e a f. positione datur, & quoniam parallelus est e a f, ipsi b d c, & in eas incidit d a: æqualis igitur est per 29 primi elementorum angulus e a d angulo a d c. Datus igitur est & qui sub e a d. Quoniam igitur additione data recta linea e a f, & ad signum in ea datū à recta excitatur linea a d, datum efficiens angulū, igitur per uigesimānonā propositionē positione est ipsa a d. Assumatur in ipsa b c, datum signum e & per e signū ipsi a d, per 31 primi elementorum parallelus excitetur e f. quoniam parallelus est f e, ipsi a d, & in eas incidit b e d. Aequus igitur est per 29 primi elementorum qui sub f e d, angulus ei qui sub a d c. Datus igitur est & qui sub f e c. Quoniam igitur additione data recta linea b c & ad datū in ea signum e linea excitata est e f, datum efficiens angulū f e c, igitur per 29 propositionem positione data est ipsa e f. Quoniam per datū signum a ad positionē datam rectam lineā d c linea excitatur a d: igitur per 28 propositionem positione est ipsa a d.





Aliter.

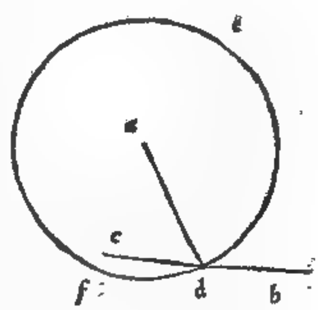
Assumatur in b c, contingens signum e. cōnectaturque e a, quoniam a signum: datum est igitur per 26 propositionem ipsa a e positione data est, positione autem & b c. Quoniam enim utraque ipsarū a e, b c, rectarū linearū positiōe datur. Datur qui sub a e d, angulus magnitudine, sicut in diffinitionibus, possumus enim eidem æquum exhibere. Datus igitur est qui sub a e d angulus, est aūt & qui sub a d e angulus datus, & reliquus igitur qui e a d, datus est. Quoniā igitur additione data recta linea e a & ad signū in ea a, recta excitatur linea a d datum efficiens angulum eū qui sub a e d, positione igitur est per 29 propositionem ipsa a d.



Theorema 31 Propositio 31

Si à dato signo in positiōe datam rectam lineam, recta linea proiecta fuerit data magnitudine, datur etiam positione.

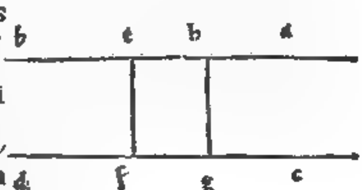
A dato enim signo a in positiōe datam rectam lineam b c recta excitetur linea d a. data magnitudine. Dico quod etiam positione datur. Centro siquidem a interuallo uero a d. per 3 postulatū circulus describatur e d f. positiōe igitur est. per 6 diffinitionē ipse circulus d f. Datur siquidem a cētrū positione, & quæ ex centro a d magnitudine, positione autē & b c. recta linea. Si uero binæ lineæ positiōe datæ sese inuicem secuerint, datur per 25 propositionem signum in quo se dispescūt positione. Est autem & a datum, igitur per 26 propositionē positione datur ipsa a d.



Theorema 32 Propositio 32

Si in parallelas positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datos efficiens angulos, acta magnitudine datur.

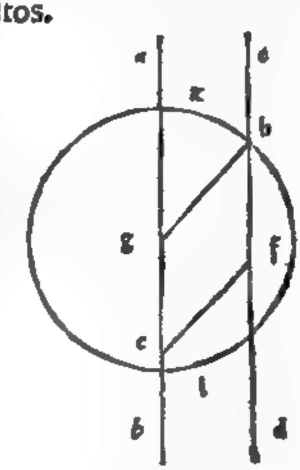
In parallellas enim positiōe datas rectas lineas a b c d, recta agatur linea e f. datos efficiens angulos sub b e f, & e f d. Dico quod ipsa e f, magnitudine datur. Assumatur enim in c d, datum signum g, & per g ipsi e f, per 31 primi elemento. parallelus excitetur g h. Quoniam igitur parallelus est g h ipsi f e, & in eas recta cecidit linea c d, æquus est igitur per 29 primi elementorum angulus e f d, angulo h g d. Datus autem est qui sub e f d



datus igitur est & qui sub h g d. Quoniam igitur additiõe data recta linea c d, & ad in eã datum signum g recta linea excitatur g h datum efficiens angulũ h g f. Igitur per 29 propositionem ipsa g h positione datur, positione autem & a b. Datum igitur est h signum, est autem & g. Data igitur est g h, magnitudine per 26 propositionem, & ipsi e f est æqualis. Data igitur est e f magnitudine.

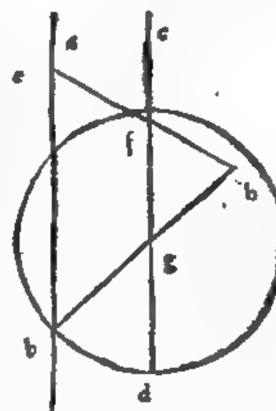
Theorema 55 *Propositio 55*

SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit magnitudine data, angulos efficiet datos.



Si in parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, recta linea excitetur e f magnitudine data. Dico quod angulos datos efficiet sub b e f, e f d, assumatur enim in ipsa a b datum signũ g & per g ipsi e f, per 31 primi ele. parallelus excitetur g h, æqualis igitur est e f ipsi g h. Data autem est e f magnitudine. Data igitur est & g h. Estq́ g datũ. Cẽtro igitur g, interuallo uero g h, circulus descriptus erit positiõe. Describatur sitq́ k h l, positiõe igitur est circulus k h l. positiõe aũt & c d, datũ igitur & h signum, est aũt & g datum positione, igitur est ipsa g h, per 26 propositionem, positiõe autem & c d. Datus igitur est qui sub g h d angulus & ei est æquus qui sub e f d. Datus igitur est & qui sub e f d, & reliquus igitur qui sub f e b, datus est.

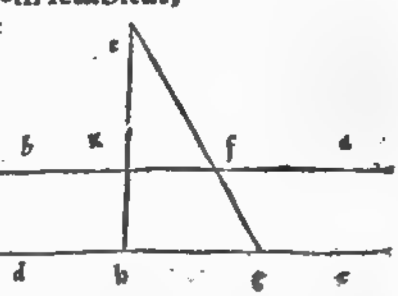
Aliter.



Assumatur in c d datum signum g ponaturq́ per 2 primi elemen. ipsi e f, æqualis g d, & centro quidem g spacio uero g d, per 3 postulatum circulus describatur d b, positiõe igitur est ipse b d circulus. Datur siquidem eius cẽtrũ positione & quæ ex centro magnitudine, positione autem & a b. Datum igitur est b signum, est autem & g datum positione igitur est ipsa b g, per 26 propositionem, positiõe autem & c d. Datus igitur est qui sub b g d angulus. Et siquidem parallelus est e f, ipsi g b erit, & qui sub e f g, angulus dat⁹: quare & reliquus qui sub f e b angulus datus est. Si autem non concurrunt ipsæ e f, b g in h. Quoniam æqualis est e f ipsi d g hoc est ipsi g b & parallelus est e b ipsi f g, æqualis igitur est f h ipsi h g. Quare & angulus qui sub h g f, ei qui sub h f g est æqualis. Datus autẽ qui sub h g f. Datus igitur & qui sub g f h, quare & consequens qui sub g f e, datus est, & reliquus qui sub f e b, datus est.

Theorema 54 *Propositio 54*

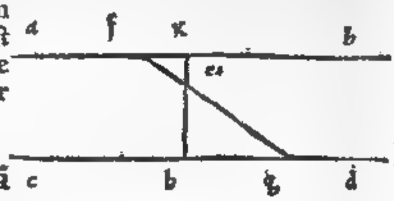
SI in parallelos positione datas rectas lineas à dato signo recta linea acta fuerit, in datam rationem secabitur.



In parellelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, à dato signo e, recta excitetur linea e f g. Dico quod ratio ipsius e f ad f g, data est, excitetur enim per 12 primi elemento. ab ipso e signo in c d perpendicularis e k h. Quoniam à dato signo e in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitata est e h, datum efficiẽs angulum sub e h g. Igitur per 30 propositionem ipsa e h positione datur, positione autem & utraque ipsarum a b, c d. Datum igitur est ũtrunque ipsorum k h. Est autem & e datum. Data igitur est ũtraque ipsarum e k, k h. Ratio igitur ipsius e k ad k h, per primã propositionem data est. Estque sicut e k, ad k h sic e f ad f g. Ratio igitur ipsius e f ad f g data est.

Aliter.

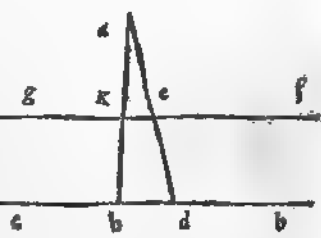
In parallelos siquidem positione datas a b, c d, à dato signo e, recta linea agatur f e g. Dico quod ipsius g e ad e f ratio data est: excitetur siquidem ab e signo per duodecimam primi elementorum in ipsam c d, perpendicularis e h, & extendatur in k. Quoniam à dato signo e, in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitatur e h, datũ efficiens angulum qui sub e h g, positione igitur est ipse h e a, positione autem & utraque ipsarum a b, c d. Datum igitur est utrunque ipsorum h k signorum, est autem & e datum. Data igitur est utraque ipsarum h e, e k. Ratio igitur ipsius h e ad e k data: sicut autem h e, ad e k, sic g e, ad e f. Ratio igitur & ipsius g e ad e f data est.



Theorema 35 Propositio 35

Si à dato signo in positione datã rectam lineam, recta linea acta fuerit & secta fuerit in datam rationem, & per sectionem ad positionem datam rectã lineam recta linea acta fuerit, datur acta positione.

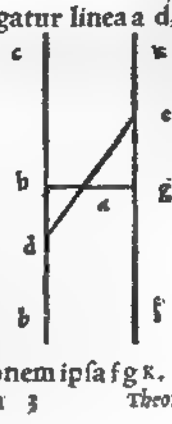
A dato siquidem signo a in positione datam rectam lineam c b, recta linea agatur a d seceturque per præcedentem in datam rationem ipsius d e, e a. Exciteturque per trigesimamprimã primi elemen. per e signum ipsi b c parallelus f e g. Dico quod positione est ipsa f e g. Excitetur enim per duodecimam primi elemẽtorum ab ipso a in ipsam b c, perpendicularis a h, quoniã à dato signo a in positiõe datam rectam lineam b c, recta excitatur linea a h, datũ efficiens angulum qui sub a h d, positione igitur est per trigesimamprimam propositionẽ ipsa a h, positione autem & b c. Datum igitur h signum. Est autem & a datum. Data igitur est per uigesimamsextam propositionẽ & a h. Et quoniam ratio ipsius d e ad e a, data est: sicut autem d e ad e a, sic h k ad k a. Ratio igitur & ipsius h k ad k a, data est. Componendo igitur per decimamoctauã quinti elementorũ: ratio ipsius h a ad a k, data est, data autem ipsa h a, data igitur & a k. Sed & positione, estque a datum, datum igitur & k. Quoniã igitur per datum signum k, ad positione datam rectam lineam b c, recta linea excitatur f g, positione igitur est & f g.



Theorema 36 Propositio 36

Si à dato signo in positione datam rectam lineam recta lineã acta fuerit, proiectáque fuerit eidem aliqua recta linea rationem habens ad eandem datam, ac per proiectæ finem ad positione datam rectam lineã linea acta fuerit, datur acta positione.

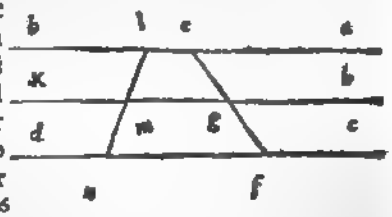
A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, & apponatur ipsi a d, ipsa a e, rationem habens ad a d datam, ac per e, per 31 primi elemen. ipsi b c parallelus excitetur f k. Dico quod positione est ipsa f k. excitetur per duodecimam primi elementorum ab ipso a in b c, perpẽdicularis a h, extendaturque in g. Quoniã à dato signo a in positione datam rectam lineam b c, recta excitata est linea a h, datum efficiens angulum a h c, positione igitur datur per 31 propositionem h a g, positione autem & b c. Datum igitur est h signum, est autem & a datum. Data igitur est ipsa a h per 26 propositionem. Et quoniam ratio ipsius d a ad a e, data est, sicut autem d a, e, sic h a, ad a g. Ratio igitur & ipsius h a ad g, data est, data autem h a Data igitur & a g, sed & positione, estque a datum, datum igitur & g. Quoniam igitur per datum signum g ad positiõe datã rectam lineam b c, recta excitatur linea f g k, positione igitur est per 28 propositionem ipsa f g k.



Theorema 57 Propositio 57

SI in parallelos positiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, sectaq̃ fuerit in ratiõe data, ac per sectionẽ ad positiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datur acta positione.

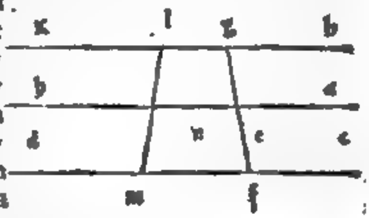
In parallelos enim positiõe datas rectas lineas a b, c d, recta excitetur linea e f. & secetur per 54 propositionẽ in datã rõnẽ ipsius f g ad g e. Excitetur p 31 primi ele. per g utriq; ipsarũ a b, c d parallelus h k Dico q positiõe est ipsa h k. Assumatur enim in ipsa a b, datũ signũ l & per 11 primi ele ab ipso l excitetur in c d perpẽdicularis l n. Quoniã à dato signo l in positiõe datã rectã lineam c d, recta linea excitatur l n, datũ efficiẽs angulũ l n d, positiõe igitur per 28 propositionẽ est ipsa l n. positiõe aũt & c d Datum igitur n signũ. Est autẽ & l datũ. Data igitur est ipsa l n per 26 propositionẽ. Et quoniã ratio ipsius f g ad g e data est: sicut autem f g ad g e, sic n m ad m l Ratio igitur ipsius n m ad m l data est. Quare & ipsius n l ad m l componendo per 18 quinti ele. ratio data est. Daũta at n l, data igitur & l m, sed & positione, estq; l datum. Datum igitur & m. Quoniam igitur per datum signũ m ad positione datam rectam lineã c d, recta linea acta est h k, positione igitur est h k, per 28 propositionem.



Theorema 58 Propositio 58

SI in parallelos positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, proiectaq; fuerit aliqua eidem recta linea rationem habẽs ad eandem datam. Ac per extremum ad positione datas parallelus recta linea acta fuerit acta positione datur.

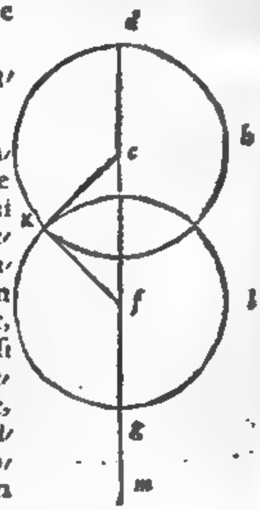
In parallelos positione datas, inquã lineas a b, c d recta excitetur linea e f, apponaturq; eidẽ aliqua recta linea e g rõnẽ habẽs ad e f. datã a c p 31 primi ele. utriq; ipsarũ a b, c d, rectarũ linearũ recta agatur linea h k. Dico q positiõe est h k, assumatur enim in a b datũ signũ n excitetur q; per 11 primi ele ab ipso n, in c d perpendicularis n m extendaturque in l. Quoniam à dato signo n in positione datã rectã lineam c d, recta linea c d, recta acta est n m, datũ efficiẽs angulũ n m d. Igitur per 30 propositionem positione data est ipsa l m, positione autem & c d. Datum igitur est m signum, est autem & n datum Igitur per 26 propositionem positione datur n m. Et quoniã ratio ipsius f e ad e g, data est. Sicut aũt f e ad e g. sic m n ad n l. Ratio igitur & ipsius m n ad n l data est. Data autem & n m, data igitur & n l. Sed & positione datum est n, datum igitur est & l. Quoniam igitur per datũ signum l ad positione datam rectam lineã a b recta linea acta est h k positione est ipsa h k.



Theorema 59 Propositio 59

SI trianguli unumquodq; latus datum magnitudine fuerit, datur triangulum specie.

Trianguli enim a b c unumquodq; latus esto magnitudine datũ. Dico quod & triangulum a b c. specie datur, exponatur enim recta linea positione data d m, terminata quidem in d infinita uero in reliquum, ponaturq; per secundam primi elementorum. ipsi quidem a b æqualis d e. Data autem a b, data igitur est & d e. Sed & positione, estq; datum ipsum d. datũ igitur & e. Ipsi autem b c æqualis e f data est b c, data igitur & e f, sed & positiõe. datũ est e. datũ igitur est & f. ipsi autem a c æqualis f g. Data est a c. Data igitur & f g sed & positione. Est autem datum f. datum igitur & g & centro quidem e, interuallo autem e d, per tertium postulatum circulus describitur d k h. positione igitur est ipse d k h. circulus per 6 diffinitionem



nem datorum. Rursus centro quidem f interuallo uero f g, per idem postulatum circu lus describatur g k l, positione igitur est ipse g k l circulus per eãdem diffinitionem, po sitione autem & circulus d k h. Datum igitur est & k, signum est autem & utrunque ipso rum e f datum. Data igitur est unaquæq; ipsarũ k e, e f, f k positione & magnitudine. Da tur igitur k e f triangulum specie, & æquum ac simile est ipsi a b c. Datur igitur a b c triã gulum specie.

Scholium.

Quoniam igitur datæ sunt ipsæ k e, e f earum adinuicem ratio data est per primũ theo rema datorum, similiter autem & ipsarum e f, f k ratio data est, estque ipsarum f k, k e ra tio data. Rursus quoniam ipsæ k e, e f, datæ sunt positione, eundem igitur semper locũ obtinent, ac per hoc qui sub k e f magnitudine datur, similiter autem & qui sub e f k, da tur magnitudine, & insuper qui sub f k e, datur magnitudine.

Theorema 40 Propositio 40

SI trianguli unusquisque angulus datus fuerit magnitudine, da tur triangulum specie.

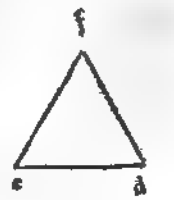


Trianguli enim a b c unusquisque angulus datus sit magnitudine. Dico quod a b c triangulum specie datur, exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e, & construatur ad d e, ad signa que in ea d e, per uigesimamtertiã primi elemen. ei qui sub c b a, angulo æquus rectilineus angulus qui sub e d f, ei aũt qui sub b c a, æquus qui sub d e f. Reliquus igitur qui sub b a c, reliquo ei qui sub d f e, est æqualis. Datus autem unusquisq; eorũ qui ad a b c signa. Datus i- gitur & unusquisque eorum qui ad d e f. Quoniã igitur additione da- ta recta linea d e, & ad signum in ea datũ d recta excitatur linea d f, da- tum efficiens angulum d. Igitur per 29 propositionem d f positione est, idque proppterea iam & e, f positione est. Datum igitur est f signum, est autem & utrũq; ipsorum d e datum. Data igitur est unaquæq; ipsarũ d f, d e, e f, positiõe & magnitudine, datum igitur d f e triãgulum specie, & simile est ipsi a b c triangulo. Datur igitur & a b c triangulũ specie.



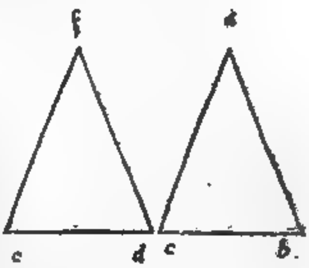
Scholium.

Quoniam igitur datur utraque ipsarum d e, e f, datur & earum adinui cem ratio per primum theorema. Similiter iam & ipsarum e f, f d, ra tio datur, & insuper ipsorum f d, d e, datur ratio. Insuper & unusquis que ipsorum d e f angulorũ datus est magnitudine. Datur igitur d e f triangulum specie sicut in diffinitionibus.



Theorema 41 Propositio 41

SI triangulum unum angulum datum habuerit, circum uero datum angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triã gulum specie.



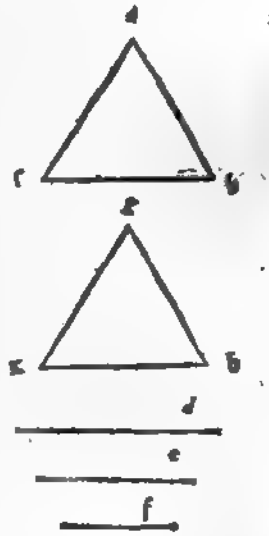
Habeat enim triangulum a b c, unum angulum datũ eũ qui sub b a c, circum uero b a c, latera b a, a c, adinuicem ra tionem habeant datam. Dico quod a b c, triangulum spe cies datur. Exponatur enim in positione data recta linea d f, constituaturque per uigesimamtertiã primi elemento rum ad ipsam d f, rectam lineã, ad signũq; in ea f, ei qui sub b a c angulo æqualis angulus qui sub d f e. Datus autem qui sub b a c, datus igitur & qui sub d f e. Quoniam igitur additione data recta linea d f, & ad signũ datum in ea f, re- cta linea acta est f e, datum efficiens angulum d f e. Igitur per 29 propositionem ipsa f e positione est. Et quoniam ratio ipsius b a ad a c data est, eadem eidem fiat, quæ ipsius d f ad f e, & connectatur, d e. Ratio igitur & ipsius d f ad f e data est. Data autem d f, da- ta igitur & f e. Sed & positione, & f datum est, datum igitur & e, est autem & utrum- que ipsorum d f, datum. Data igitur est unaquæque ipsarum d f, f e, d e, positione &

magnitudine datur igitur d f e triangulum specie. Et quoniam bina triangula a b c, d e f unum angulum uni angulo æquum habent eum scilicet qui sub b a c, et qui sub d f e, ea uero quæ circum eos qui sub b a c, d f e, angulos latera proportionalia, simile igitur est & æquale per primam diffinitionem & 6 propositionem sexti elementorum triangulū a b c ipsi d e f triangulo. Datur autem d f e, specie, datur igitur & a b c triangulum specie

Theorema 42 *Propositio 42*

SI trianguli latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

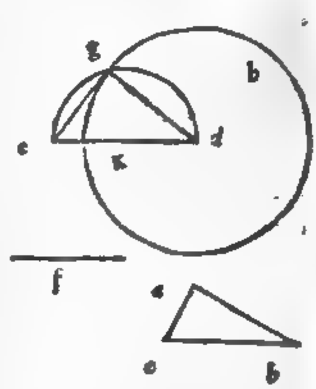
Triāguli enim a b c, latera adinuicem rationem habeant datam. Dico quod ipsum a b c, triangulū datur specie: exponatur enim data magnitudine recta linea d, & quoniā ratio ipsius a b, ad b c data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad e. Data autem d. Data igitur & e. Rursus quoniā ratio ipsius b c, ad a b data est, eadem eidem fiat ipsius e ad f. Data autē e data igitur & f, & ex tribus rectis lineis quæ æquales sunt tribus datis d e f, quarum binæ reliqua quomodocunque assumptæ sunt maiores, per 22 primi elementorum triangulum constituatur g h k. Quoniam æqualis est d ipsi g h, & e ipsi h k & f ipsi g k, Data autem unaquæq; ipsarum d e f. Data igitur & unaqueque ipsarum g h, h k, k g magnitudine. Datur igitur triangulū g h k, specie, & quoniam est sicut a b ad b c, sic est d ad e. Aequalis autē est d ipsi g h, & e ipsi h k: est igitur sicut a b ad b c, sic g h ad h k. Rursus quoniam est sicut b c ad c a sic e ad f. Aequalis autem est e ipsi h k: & f ipsi g k. Est igitur sicut b c ad c a sic h k ad k g. Ostensum autem est sicut a b ad b c, sic g h ad h k, ex æquali igitur per 22 quinti elemētorum, sicut b a ad a c, sic g h ad g k. Simile igitur est per primam diffinitionem 6 elementorum a b c triangulum ipsi g h k triangulo. Datur autem g h k triangulum specie. Datur igitur & a b c triangulum specie.



Theorema 43 *Propositio 43*

SI trianguli rectanguli circa unum acutorum angulorum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Trianguli enim rectanguli a b c, rectum habentis eum qui sub b a c, angulum, circa unum acutorum eiusdem angulorū qui sub a b c latera c b, b a, adinuicem rationem habeāt datam Dico quod ipsum a b c, triangulum datur specie. Exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e. Describaturq; super d e semicirculus d g e, positione igitur est d g e semicirculus, & quoniam ratio ipsius c b ad b a data est, eadem eidem fiat ipsius d e ad f. Ratio igitur ipsius d e ad f data est Data autem d e, data igitur & f & quoniam maior est c b ipsa b a, maior igitur est & e d, ipsa f. Congruat ipsi f per primam quarti elementorum, d g, connectaturque g e & centro quidem d, interuallo autem d g, per tertium postulatum circulus describatur h g k, positione igitur est circulus h g k. Datur enim ipsius centrū positiōe, & quæ ex centro magnitudine, positione autem & d g e, semicirculus datū igitur est & g signum, est autem utrunque ipsorum d e, datum. Data igitur est, per uigesimamsextam propositionem unaquæque ipsarum g d, d e, e g, positione & magnitudine. Datur igitur triangulum g d e specie Quoniam igitur bina triangula sunt a b c, d e g unum angulum uni angulo æquum habentia. eum scilicet qui sub b a c, et qui sub d g e. Circum uero alios angulos qui sub c b a, e d g, latera proportionalia. Reliquorum autem qui sub b c a, d e g, utrumque simul minorem recto. Simile igitur est per septimam sexti elemen. triāgulum a b c ipsi d e g, triāgulo



io. Datur autem d e g, triangulum specie, datur igitur & a b c, triangulum specie.

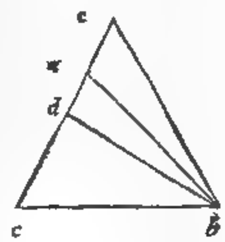
Scholium.

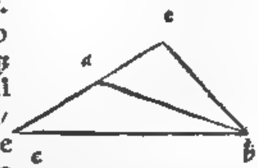
Quoniam enim ponitur d e, positione & magnitudine data, manifestum quod si cir, culus bifariam secetur est centrum circuli positione. Dimidia uero, hoc est quæ ex cen, tro datur positione & magnitudine sicut & circulus, per diffinitionem.

Theorema 44 *Propositio 44*

SI triangulum unum habuerit angulum datum, circum autem a, lium angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, da tur triangulum specie.

Sit triangulum a b c unum habens angulum datum eum qui sub b a c, circum autẽ alium angulum eum qui sub a b c latera a b, b c, rationem habe ant adinuicem datam. Dico quod triangulum a b c, specie da tur. Nõ sit autem qui sub b a c, angulus rectus. Sed sit prius acu tus. Exciteturq; per 12 primi elemento. ab ipso b signo in ipsam a c perpendicularis b d. Quoniã angulus b d a, datus est, est aũt & qui sub b a d, datus, & reliquus igitur qui sub a b d, datus est. Datur igitur triangulum a b d, specie. Ratio igitur ipsius b a ad b d data est, sed ipsius a b ad b c, ratio data est, & ipsius b d igitur ad b c, ratio data est. Rectus autẽ est qui sub b d c. Datur igitur triangulum b d c, specie. Datus igitur est qui sub b c d angulus. Est autem & qui sub b a c, datus, & reliquus igitur qui sub a b c. datus est. Datur igitur & a b c, triangulum specie. Sed iam esto qui sub b a c angulus obtusus, extẽdaturq; c a in e. Exciteturq; per 12 primi elementorum ab ipso b signo in ipsam a e perpẽdi cularis b e. Quoniam angulus b a c datus est, & consequẽs igi, tur qui sub b a e, datus est. Datur igitur triangulum e b a, specie Ratio igitur ipsius e b ad b a, data est, ipsius autem a b ad b c, ra tio data est, & ipsius igitur e b ad b c ratio est data. Et qui sub b e c, rectus est angulus. Dã tur igitur triãgulum e b c specie. Datus igitur est qui sub b c e, est autem & qui sub b a c. angulus datus, & reliquus igitur qui sub a b c angulus datus est. Datur igitur triangu lum a b c, specie.

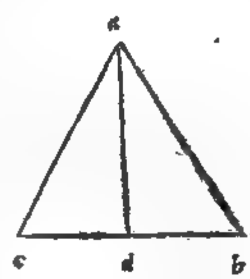




Theorema 45 *Propositio 45*

SI triangulum unum habuerint angulum datum, circũ uero datũ angulum latera utraque sicut unum ad reliquum rationem ha, buerint datam, datur triangulum specie.

Esto triãgulum a b c, unum habens angulum datum qui sub b a c, at quæ circum b a c, angulũ latera utraque hoc est b a c tanquam unum ad c b rationem habeãt datam. Dico quod a b c, triangulum specie datur. secetur per ter tiam primi elementorum angulus b a c, bifariam à recta linea a d. Datus igitur est qui sub b a d, angulus, & quoniã est sicut b a ad a c, sic b d ad d c, uicissim etiam per 16 quin ti elementorum, sicut a b ad b d, sic a c ad c d. Ratio utrius, que b a c ad b c, data est. Ratio igitur ipsius b a ad b d, da ta est, Estq; datus qui sub b a d angulus. Datur igitur a b d triangulum specie. Datus igitur est qui sub a b d, angu lus, est autem & qui sub b a c, angũlus datus, & reliquus i gitur qui sub a c b datus est. Datur igitur triangulum a b c specie.

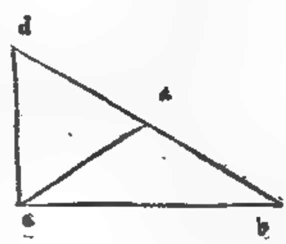


Scholium.

Sicut enim unum antecedentium ad unũ sequentium sic omnia antecedentia ad omnia sequentia per 12 quinti elementorum.

Alter

Extendatur b a in rectas lineas in d, & ipsi a c, ponatur æqualis a d & connectatur d c. Etenim ipsius b d ad b c. ratio data est. Et qui sub a d c, datus est, dimidius siquidẽ eius qui sub b a c. Datur igitur triangulũ b c d specie. Da



tus

tus igitur est qui sub a b c,angulus est autem qui sub b a c,datus,& reliquus qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c,triangulum specie.

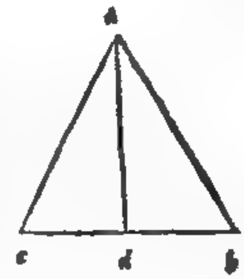
Scholium

Quoniam enim angulus qui ad a datus est,& qui ad a eis qui ad d c,angulis exterior bi nis interioribus est æqualis,& opposito per 32 pri elemen. & anguli d b,quare & anguli a c,dati sunt.

Theorema 46 *Propositio 46*

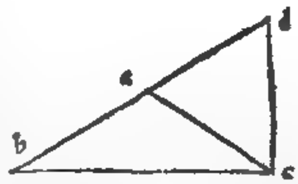
SI triangulum unum habuerit angulum datum,circum uero aliũ angulum latera utraque sicut unum ad reliquum rationem datam habuerint,datur triangulum specie.

Esto triangulum a b c,unum habens angulum datum qui sub a b c,circulum uero alium angulum b a c,latera utraq; hoc est b a c ad b c,rationem habeant datam. Dico quod ipsum a b c,triangulum specie datur. Secetur enim per 9 primi elementorũ angulus b a c.bifariã à recta linea a d. Est igitur utrũque b a c ad c b.sicut a b ad b d. Ratio autem utriusque b a c ad c b data est. Ratio igitur & ipsius a b ad b d, data est. Estq; datus qui sub a b d,angulus. Datur igitur triangulũ specie. Datus igitur est qui sub a b d.angulus,est autem duplus eius qui sub b a c. Datus igitur est & qui sub b a c. Est autẽ & qui sub a b c,datus,& reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c triangulũ specie.



Aliter

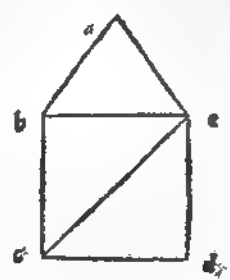
Ponatur ipsi c a,æqualis d a,& connectatur d c. Quoniã ratio utriusque b a c ad c b data est. Aequalis autem est c a ipsi a d. Ratio igitur & ipsius d b ad,b c data est. Et qui sub d b c angulus datus est. Datur igitur triãgulũ d b c specie. Datus igitur est qui sub b d c angulus. Et eius est duplus qui sub b a c. Qui sub b a c,angulus igitur datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.



Theorema 47 *Propositio 47*

DAta rectilinea specie,in data triangula specie diuiduntur.

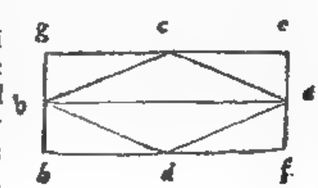
Esto datum rectilineum specie a b c d e. Dico quod ipsum a b c d e,rectilineum in data triangula specie diuiditur. Connectantur enim a e,e c. Quoniam rectilineũ a b c d e. specie datur. Igitur angulus q sub b a e,datus est,& ratio data est. Quoniam igitur angulus b a e,datus est,& ratio ipsius b a ad e a,data est. Datur igitur triangulũ b a e specie. Datus igitur est qui sub a b e,angulus. Est autem & totus qui sub a b c angulus datus,& reliquus igitur qui sub e b c datus est. Estq; ratio ipsius a b ad b e data,ipsius autem a b ad b c,ratio data est,& ipsius igitur e b ad b c,ratio data est,& datus est qui sub c b e angulus. Datur igitur b c e triangulum specie. Ac per hoc iam & c d e,triangulũ specie datur. Data igitur rectilinea specie in data triangula specie diuiduntur.



Theorema 48 *Propositio 48*

SI ab eadem recta linea descripta fuerint triangula specie data adinuicem rationem habebunt datam.

Ab eadem enim recta linea a b bina triangula specie data describantur a b c,& a b d. Dico quod ratio ipsius a b c ad a b d,data est. Excitentur per undecimam primi elementorum ab ipsis a b ,signis ipsi a b, rectæ lineæ ad angulos rectos a e. b g. Extendanturq; in f h, ac per c d signa per 31 primi elementorum ipsi a b paralleli excitẽtur e c,d h. Quoniam datur a b c,triangulũ specie. Ratio ipsius a c ad

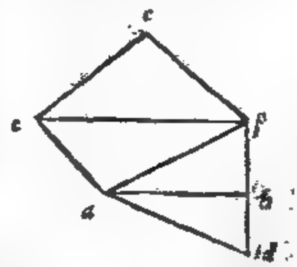


b a, data est. Quoniam igitur angulus qui sub c a b, datus est, est autẽ & qui sub e a b, datus. Reliquus igitur qui sub e a c, datus est, datur igitur triãgulũ a e c specie. Ratio igitur ipsius e a ad a c, data est, ipsius autem c a ad a b, ratio est data & ipsius e a ad a c igitur ratio data est. Idque propterea & ipsius f a, ad a b ratio est data, estque sicut a e, ad a f, sic b g ad b h. Quare & ipsius b g ad b h ratio est data. Est quæ ipsius quidẽ a g, dimidium triangulũ a b c, per 41 primi ele. Ipsius autem a h, per eandem dimidium est triangulum a b d, & ipsius igitur a b c ad a d b, ratio est data.

Theorema 49 *Propositio 49*

SI ab eadem recta linea bina rectilinea utcunque data specie descripta fuerint, adinuicem rationem datam habebunt.

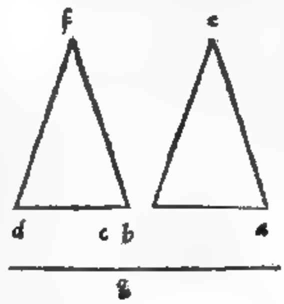
Ab eadem enim recta linea a b, bina rectilinea utcunque specie data describantur a e c f b & a d b. Dico ꝙ ratio ipsius a e c f b, ad a d b. est data. Connectantur a f, f e. Datur igitur unumquodꝙ ipsorũ e c f, e f a, f a b, triãgulorum specie. Et quoniam ab eadem recta linea e f, bina triangula specie data e f c, & e f a, describũtur. Ratio igitur ipsius c f e ad f e a, data est per præcedentem. & componendo igitur per 18 quinti elemẽtorum ratio ipsius c e a f data est. Ipsius autem f e a ad f a b, ratio est data. Quoniam ab eadem recta linea a f, describitur. Et ipsius f c e, e a f, igitur & a f b, ratio est data, & componendo igitur per 18 quinti ele, ipsius c e a b f ad b f a. rõ est data. Ipsius autem f b a, ad a d b, ratio est data. & ipsius igitur c e a b f, ad a d b, ratio est data.



Theorema 50 *Propositio 50*

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationẽ habuerint datam, & ab ipsis rectilinea similia, similiterꝙ descripta adinuicem rationem datam habebunt.

Binæ siquidẽ rectæ lineæ a b, c d, adinuicẽ rõnẽ habeant datã, describãturꝙ ab ipsis a b, c d, similia similiterꝙ posita rectilinea e f. Dico ꝙ earũ ratio data est. Assumatur enim ipsis a b, c d, per 11 sexti elementorum tertia proportionalis g. Est igitur sicut a b ad c d, sic c d ad g. Ratio autem ipsius a b ad c d data, ratio igitur & ipsius c d ad g data. Quare & ipsius a b ad g ratio est data. Sicut autẽ a b ad g, sic e ad f. Ratio igitur ipsius e ad f data est.

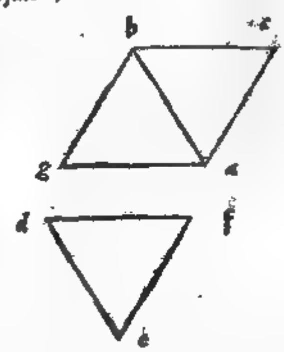


Scholium.

Quoniam enim ipsius a b ad c d, ratio est data, est autem & ipsius c d ad g, ratio data. manifestum est quod & composita ex binis datis rationibus ratio data est, uel & per octauum theorema quod & melius est.

Theorema 51 *Propositio 51*

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, & ab ipsis rectilinea utcunque descripta specie data rationẽ adinuicem datam habebunt.



Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, describanturque ab ipsis a b, & c, rectilinea utcunque specie data e f. Dicoque, & ipsius e ad f ratio est data. Describatur enim per uigesimãquintã sexti elemento. ab ipsa a b ipsi f, simile similiterꝙ positum rectilineum a g b. Datur autem f specie, datur igitur & a g b specie. Sed & e, spe

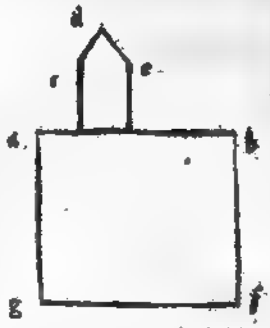
cie

cie datur & ab eadem deſcribitur recta linea a b. Ratio igitur ipſius e ad a g b. data eſt. Et quoniam ratio ipſius a b ad c d. data eſt. Deſcribunturq; ab ipſis a b, c d, ſimilia ſimiliterq; poſita a b g, f ratio igitur ipſius a g b. ad f data eſt. Ipſius aũt a g b, ad e, ratio eſt data. Et ipſius igitur e ad f, ratio eſt data.

Theorema 52 Propoſitio 52

SI à data recta linea magnitudine data ſpecie ſpecies deſcripta fuerit datur quæ deſcripta eſt magnitudine.

A data enim recta linea magnitudine a b data ſpecie ſpecies deſcribatur a c d e b, dico quod a c, d e b, datur magnitudine. Deſcribatur enim ab ipſa a b, per 46 primi elemen. quadratũ a f Datur igitur a f. ſpecie & magnitudine. & quoniam ab eadem recta linea a b, bina rectilinea deſcribuntur ſpecie data a c d e b, & a f. igitur per 49 propoſitionem ipſius a c d e b ad a f, ratio data eſt. Datur igitur & ipſum a c d e b, magnitudine.



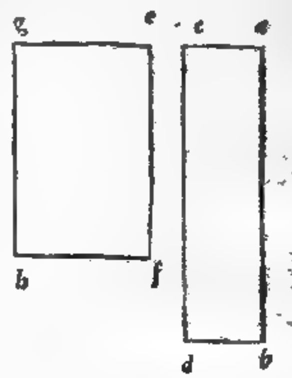
Scholium.

Omne enim quadratũ datum eſt ſpecie quandoquidem ipſius anguli dãtur, omnes enim ſunt recti, & rationes quoque laterũ, omnia enim ſunt æqualia. & enim non ſolum inæqualium eſt ratio, ſed & æqualium. Et quoniam exponitur quadratum: deſcribitur enim poſſum & eidẽ exhibere idem, ac per hoc datur & magnitudine idem quadratum & eius unumquodq; latus.

Theorema 53 Propoſitio 53

SI binæ ſpecies ſpecie datæ fuerint, & unum latus unius ad unum latus alterius rationem datam habuerit, & reliqua latera ad reliqua latera rationem datam habebunt.

Sint binæ ſpecies ſpecie datæ, a d. e h. ratio aũt ipſius b d ad f h, eſto data. Dico quod & reliquorũ laterũ ad reliqua latera ratio eſt data. Nã quoniã ipſius d b ad f h, ratio eſt data. ipſius aũt d b ad b a, ratio eſt data, & ipſius igitur d b ad f h, ratio data eſt, ipſius aũt f h, ad f e. ratio eſt data, & ipſius a b. igitur ad e f, ratio eſt data. Idq; propterea iam & reliquorũ laterũ ad reliqua latera ratio eſt data.



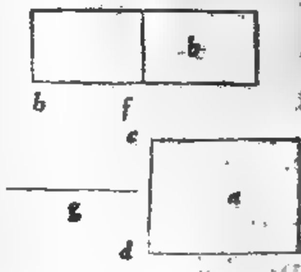
Scholium

Oſtenſum eſt in ſcholio 20 propoſitionis quod ſi a ad b, rationem habet datam: fuerit autẽ & c, datũ, & fiat ſicut a ad b ſic c ad aliud quid ut puta d, non tamen & uiciſſim rationẽ habebunt datam, quoniã & hic non per uices eſt eorum rationem datam inuenire, ſed aliter ſicut nunc.

Theorema 54. Propoſitio 54.

SI binæ ſpecies ſpecie datæ adinuicẽ rationem datam habuerint, & eorum latera adinuicem rationem habebũt datam.

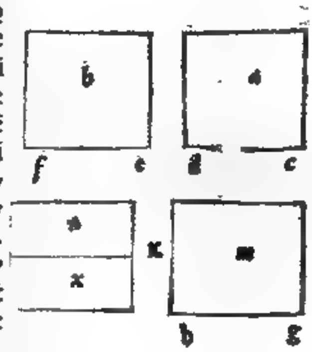
Binæ, inquã, ſpecies ſpecie datæ a. b adinuicem rationem nem habeant datam. Dico quod & eorũ latera adinuicem rationẽ habẽt datam. Ipſum enim a ipſi b aut eſt ſimile, aut non, ſit prius ſimile. Accipiaturq;. per 11 quinti ele. ipſorum c d, e f. tertia proportionalis g: eſt igitur ſicut c d ad g, ſic eſt a ad b. Ipſius autem a ad b ratio data eſt. Ratio quoque igitur c d ad g data eſt, & ſunt c d, e f, g, proportiõales, & ipſius, c d igitur ad e f, ratio eſt data. Similecq; eſt a ipſi b, & reliqua igitur latera ad reliqua latera per præcedentem rationẽ datam habebunt. Non ſit autem ſimile a ipſi b & deſcribatur a b, e f, per 25 ſexti elementorum ipſi a, ſimile ſimiliterq; poſitum e h, datur igitur & e h, ſpecie,



ſpecie. Datur autem & b. Ratio igitur ipſius b ad e h, data eſt. ipſius autem b ad a, ratio eſt data & ipſius a ad e h. igitur ratio eſt data. & ſimile eſt a ipſi e h. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt. Idque propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera per præcedentem ratio eſt data.

Aliter.

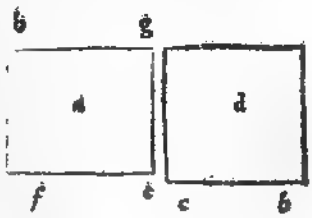
Exponatur recta linea g h iã d ipſi b, aut eſt ſimile aut nõ. Sit prius ſimile fiatq́ ſicut c d ad e f, ſic g h ad k l. Deſcribãturq́ p 15 ſexti ele. ab ipſis g h, k l ipſis a b, ſimiles ſimiliterq́ poſitæ m, n, ſpẽs. Et quoniã eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt g h ad k l. Deſcribunturque ab ipſis c d e f, g h, k l, ſimilia ſimiliterq́ poſita rectilinea a, b, m, n, eſt igitur ſicut a ad b ſic m ad n. Ratio autẽ ipſius a ad b data eſt. Ratio igitur ipſius m ad n data. Datũ autem m per 15 propoſitionẽ. à data ſiquidem magnitudine rectilinea deſcribitur ſpecies. Datum igitur eſt & n. Deſcribatur iam per 46 primi elemen. ex ipſa k l quadratum x. Datur igitur ipſum x ſpecie. Ratio igitur ipſius n ad x data, datũ aũt ipſum n, datum igitur & x. Data igitur eſt k l, eſt aũt & g h data. Rõ igitur ipſius g h ad k l data eſt. eſtq́ ſicut g h ad k l, ſic c d ad e f. Ratio igitur ipſius c d ad e f. data eſt. Simile eſtq́ a ipſi b & latera quoque reliqua ad reliqua latera per præcedentem rationem habebunt datam, non ſit autem ſimile, conſequenter iam priori oſtenditur demonſtratione.



Theorema 55 Propoſitio 55

SI areola ſpecie & magnitudine data fuerit, & eius latera magnitudine data erũt.

Sit areola ſpecie & magnitudine data a. Dico quod & ipſius latera magnitudine data recta ſunt, exponatur ſiquidem poſitione & magnitudine data recta linea b c deſcribaturq́ per 15 ſexti elemen. ex ipſa b c ipſi a ſimile ſimiliterque poſitum d. Datur iam ipſum d ſpecie, datur igitur & d magnitudine. Datur autem & a, ratio igitur ipſius a ad d, data. Simileq́ eſt a ipſi d, ratio igitur ipſius e f ad b c data. Data autem & b c data, igitur & e f. Et ipſius f e ad e g. data eſt ratio, data igitur e g. Idque propterea iam & unumquodque ipſorum magnitudine datur.



Aliter.

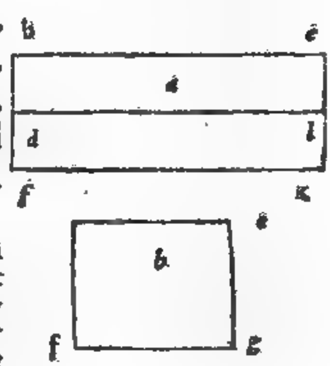
Eſto areola k l m n x, ſpecie data & magnitudine, dico quod & latera eius data ſunt ſpecie. Deſcribatur per 46 primi elementorum, ex m n, quadratum m o. Datur igitur ſpecie. Sed & l n. Ratio igitur ipſius l n ad m o data eſt. Data autem l n magnitudine. Data igitur & m o, magnitudine, eſtque quadratum ex m n. Datum igitur eſt quod ex m n. Data igitur eſt m n magnitudine. Idque propterea iam & unumquodque ipſorum m l, l k, k x, x n, data eſt magnitudine.



Theorema 56 Propoſitio 56

SI bina æquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habuerint datã, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic reliquum ſecundi latus ad quod alterum primi rationem habet datam, quam parallelogrammum ad parallelogrammum.

Bina enim æquiangula parallelogramma a, b, adinuicem rationem habeant datam. Dico quod eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt e g ad id quod ipſa c h rationem habet datam. quã parallelogrammum a ad parallelogrammum b extendatur in rectas lineas ipſi c h, ipſa c k, fiatque ſicut c d ad e f, ſic e g



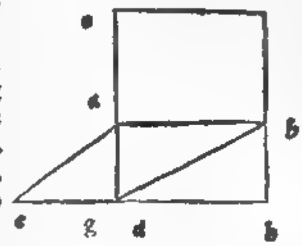
Bb. ad ck,

ad c k. Compleaturq; c l parallelogrammum. Quoniam igitur est sicut c d ad e f, sic e g, ad c k, æqualis autem est c d ipsi k l. Est igitur sicut k l ad e f, sic e g ad c k, circum æquales angulos qui sunt sub c k l, g e f, latera sunt reciproca, æquum igitur est per 14 sexti ele. k d ipsi g f. Et quoniam ratio ipsius a ad b est data, est aũt æquale b ipsi c l. Ratio igitur ipsius h d ad c l data est. At sicut h d ad c l, sic h c ad c k. Et ipsius igitur h c ad c k ratio est data: & quoniam est sicut c d ad e f, sic e g ad c k, at ipsa c h ad c k rationem habet datam. quam area a ad ipsam b: est igitur sicut c d ad e f: sic est e g ad quod h c, rationem habet quam areola a ad areolam b.

Theorema 57 Propositio 57

SI datum ad datam comparatum fuerit in angulo dato, datur latitudo excessus.

Datum enim a g ad datam b a, proiectum sit in angulo dato qui sub c a b. Dico quod ipsa c a data est. Describatur per 46 primi ele. ex a b quadratum e b. Datũ igitur est e b excitentur e a, f b, c g ad ipsa d h: & quoniam utrũque ipsorum e b, a g datum est. Ratio igitur ipsius e b ad a g data est, æquum autem est e b ipsi a h. Ratio igitur & ipsius e b ad a h. data est. Quare & ipsius e a ad a d ratio est data, æqualis autem est e a ipsi a b. Ratio igitur ipsius b a ad a d, data est, & quoniam qui sub c a b datus est & qui sub d a b datus est. Reliquus igitur qui sub a c d datus est. Datur igitur triangulũ a c d specie. Rõ igitur ipsius c a ad a d data est, ipsius autem d a ad a b ratio est data, & ipsius c a ad a b, igitur ratio est data, estque data ipsa b a. Data igitur & a c, & latitudo ipsius comparatiõis.



Scholium.

Quoniam binæ species e a, a d specie datæ sunt, adinuicem rationem habẽt datam. & ipsarum latera adinuicem rationem datam habebunt.

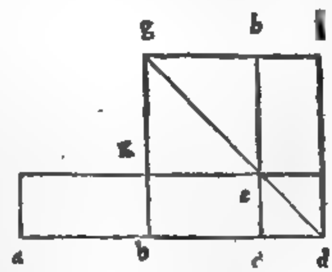
Scholium.

Ipsius, inquam, a g b latitudo parallelus est, & a h ad rectam existẽs ipsi a b. ipsius autem a c g b comparationis ut in quatuor rectis lineis a b, b g, g c, c a, longitudine existẽte ipsa a b latitudo erit ipsa a c: in quatuor siquidẽ propositis rectis lineis latitudinem quærit, non autem ueræ areæ latitudo alia est præter quatuor sicut a e.

Theorema 58 Propositio 58

SI datum ad datam proiectum fuerit specie deficiens à dato specie, dantur latitudines defectus.

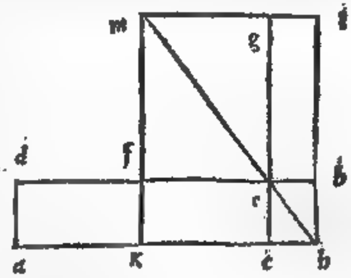
Datum enim a c ad datam a d proiectum sit specie deficiens à dato d c. Dico quod utraque ipsarum b c, b d data est. Secetur enim per decimã primi elemen. ipsa a d bifariam in e signo: data igitur est e d. Describatur ab ipsa e d per 18 sexti ele. ipsi c d simile, similiterque positum rectilineũ e f. Describaturque e f. Datur igitur e f specie. Et quoniam à data recta linea e d data specie species describitur e f, datur igitur ipsum e k magnitudine, & æquum est ipsis a c k h. Dantur igitur, ipsa a c k h magnitudine, est autem a c datum magnitudine, supponitur enim. Reliquum igitur k h, datum est magnitudine, est autem & specie datum simile, siquidẽ est ipsi c d. Ipsius h k, ergo latera data sunt, datum igitur k c, & est æquum ipsi e b. Ipsa igitur e b data est. Est autem & e d, data, & reliqua igitur b d data est, & ratio ipsius b d ad b c data est. Data igitur est & b c.



Theorema 59 Propositio 59

SI datum ad datam proiectum fuerit excedens specie dato specie, dantur latitudines excessus.

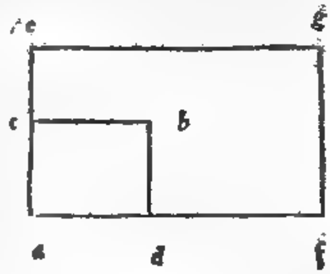
Datũ ſiquidẽ a b ad datã a c proiectũ ſit excedens ſpecie data c b, dico quod utraq; ipſarũ h c, c e data eſt. Secetur enim per 10 primi ele. ipſa d e bifariã in f ſigno. Deſcribaturq; per 18 ſexti ele. ex e f ipſi c b ſimile ſimiliterq; poſitum f g. Circa igitur eundẽ dimetientẽ eſt f g ipſi c b, excitẽtur per 26 ſexti ele. eorũ dimetiẽs h e m, deſcribaturq; figura. Et quoniã c b ipſi f g eſt ſimile. Datur autem c b ſpecie. Datur igitur & f g ſpecie, & deſcribitur à data recta linea f e. Data igitur ſunt a b, f g & ipſi k a, ſũt æqualia. Datum igitur eſt b c. Ipſius ergo k a latera ſunt data, data igitur eſt K h, & K c data eſt, & ipſi e f æqualis, reliqua igitur c h, data eſt, & ad h b rationem habet datam. Data igitur eſt & h b.



Theorema 60 *Propoſitio 60*

SI parallelogrammum ſpecie & magnitudine datũ dato gnomone auctum aut imminutũ fuerit. Dãtur latitudines gnomonis.

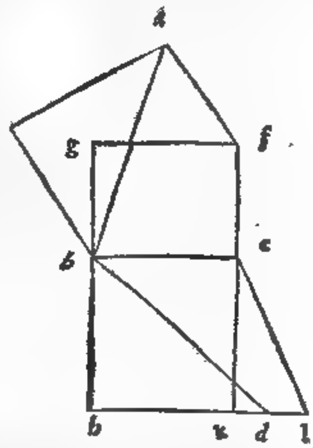
Parallelogrammum enim a b datum ſpecie & magnitudine augeatur prius dato, gnomone e c b d f g. Dico quod datæ ſunt utræq; ipſarum c e, d f. Nam quoniam a b datũ eſt, eſt autem d f g gnomon datus, & totũ igitur a g datũ eſt. Sed & ſpecie, ſimile enim eſt ipſi a b. Igitur ipſius a g latera data ſunt. Data igitur eſt utraque ipſarum a e, a f, eſt autem utraque ipſarum c a, a d data, reliqua igitur utraque ipſarum c e, d f data eſt. Rurſus iam parallelogrãmũ a g, datũ ſpecie & magnitudine minuatur dato gnomone e c b d f g. Dico quod utraque ipſarum c e, d f, data eſt. Quoniã igitur datũ eſt a g cuius gnomõ e c b d f g. datus eſt. Reliquum igitur a b datũ eſt. Sed & ſpecie. Ipſius igitur a b latera data ſunt. Data igitur eſt utraque ipſarum c a, a d, eſt autẽ & utraque ipſarum e a, a f, data. Et reliqua utraque igitur ipſarum e c, d f data eſt.



Theorema 61 *Propoſitio 61*

SI data ſpecie ſpecie, ad unum latus parallelogrãma area proiecta fuerit in dato angulo, habeat autem ſpecies ad parallelogrãmum rationem datam. Datur parallelogrammum ſpecie.

Data enim ſpecie ſpecie a f c b, ad unum latus c b parallelogramma areola proiecta ſit c d in dato angulo l c b. Ratio autem ſit ipſius a c ſpeciei ad c d parallelogrãmũ data. Dico q; datur c d ſpecie, excitetur enim ſiquidẽ per 31 primi ele. ipſi f c parallelus b g, & per f ipſi b c, parallelus f g extẽdaturq; f c g h, in h K ſigna. Quoniã datus eſt qui ſub f c b angulus. Et ipſius f c ad c b ratio data eſt. Datũ eſt igitur ipſum f p parallelogrammum ſpecie. Datur autẽ ſpecie a f c b ſpecies, & deſcribitur eadem recta linea c b. Ipſius igitur a b ſpeciei ad f b, parallelogrãmũ per 49 propoſitionẽ ratio data eſt. Ipſius autem f b ad c d, ratio eſt data, quoniã iam ipſius a b, ad ſupponitur. Aequum autem eſt c d, ipſi k b, per 35 primi elementorum. ratio igitur ipſius K b ad c g, eſt data. Quare & ipſius f c ad c k, ratio eſt data. ipſius autem f g ad c b, ratio eſt data, ipſius igitur b c ratio data eſt. Et quoniã angulus qui ſub b c k datꝰ eſt & qui ſub b c l datus eſt, & reliquus igitur qui ſub l c k datus eſt. Eſt autẽ & qui ſub l k c, datus angulus, æquus ei qui ſub k c b. Reliquus igitur qui ſub c l K datus eſt. Datur igitur l c k triangulum ſpecie. Ratio ipſius igitur l c ad c k data eſt. Ipſius autem c K ad b c ratio eſt data. Et ipſius igitur l c ad c b ratio eſt data. & qui ſub l c b angulus datus eſt. Datur igitur c d, parallogrammũ ſpecie.



Scholium

Datur f b, parallelogrammũ manifeſte, quoniã angulus f c b datur. Datur igitur & c f g

 angulus

angulus,in parallelos enim f g.c b recta cecidit linea c f,efficiens interiores & ad easdē partes binis rectis æquales. Quorū qui sub f c b.datur:& reliquus qui sub c f g datur. Quare & reliqui dati sunt & qm̄ datur ratio c f ad c b,æqualis aūt ipsa g b ipsi c f & c b ipsi f g,quare & laterū ratio datur.

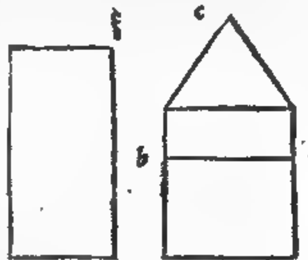
Scholium.

Quoniam enim ipsius f b parallelogrāmi ad a f c b,speciē ratio est data,ipsius autē a f c b,speciei ad c d,ratio est data. & ex æquali per 22 quinti ele. ipsius b f ad c d,ratio est data.

Theorema 62 *Propositio 62*

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datā. Descriptáque fuerit ab una quidem data specie species, altera uero area parallelogramma in angulo dato, habuerit aūt species ad parallelogrammū rationē datā. Datur parallelogrāmū specie.

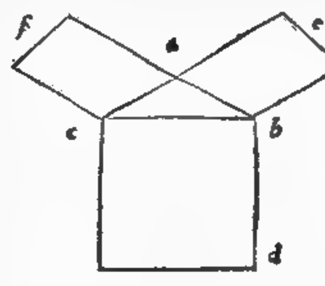
Binæ enim rectæ lineæ a b, c d,adinuicē rationē habeāt datā, & describatur ab ipsa quidē a b, data specie species a e b & ab ipsa c d, parallelogrammū f d in dato angulo f c d. Rō autē sit ipsius a e b speciei ad f d parallelogrammū data. Dico ꝙ datur d f. parallelogrāmū specie. Describatur enim ab ipsa a b ipsi d f,per 18 sexti ele. simile similiterꝗ positū a g. Quoniam ratio ipsius a b ad c d data est. Describātùrꝗ ab ipsis a b c d similia similiterꝗ posita rectilinea a g,f d. Ratio igitur ipsius a g ad f d,data est. Ipsius autē f d ad e b ratio est data. & ipsius e b igitur ad a g,ratio data est,& angul9 qui sub b a h,datus est,æquales enim ei qui sub f c d. Quoniā igitur data specie:specie e b ad unum latus a b proiectū est a g in dato angulo h a b,& ratio ipsius e b speciei ad a g. parallelogrammum data est. Datur igitur a g specie, estꝗ similis ipsi f d,datur igitur f d specie.



Theorema 63 *Propositio 63*

SI triangulum specie datum fuerit,quod ex uno quoꝗ latere ipsius,quadratum ad triangulum rationem datam habebit.

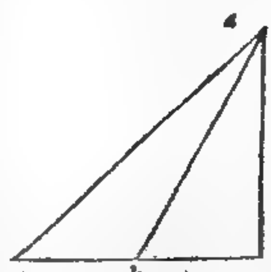
Esto triangulū specie datū a b c. Describaturꝗ ex uno quoꝗ ipsius latere quadratū e b,c d,c f. Dico quod unūquodꝗ ipsorū e b,c d,c f ad a b c,triāgulum rationē datā habebit Nam quoniā ab eadē recta linea b e,rectilinea data specie describūtur utcunꝗ a b c d. Igitur per 49 propositionē,ratio ipsius a b c ad c d data est. Idꝗ propterea iam,& utriusꝗ ipsorum e b & c f ad a b c,triangulū ratio est data.



Theorema 64. *Propositio 64.*

SI triangulum obtusum habuerit angulum datū qua maius quod obtusum angulū subtendit latus,area lateribus obtusum angulū cōprehendentibus ad triangulum, rationem datam habebit.

Sit triangulum obtusum habens angulum eum qui sub a b c,datum,extendaturꝗ in rectas lineas ipsius b c,recta linea b d,exciteturque per duodecimam primi elementorum ab ipso a in c d.perpendicularis a d. Dico quod quo maius est quod ex a c eis quæ ex a b,b c.hoc est quod bis sub d b. b c. ea area ad a b c.triangulū datam rationem habebit. Quoniā nāꝗ angulus qui sub a b c,per hypothesim datus est, & qui sub a b d,datus est,est aūt & qui sub a d,d b,datus. Reliquus

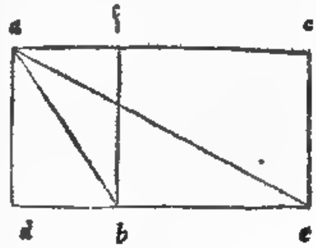


igitur

igitur qui sub d a b,datus est. Datur igitur d a b triãgulum specie. Ratio igitur ipsius a d ad d b,data est,estq́; sicut a d ad d b,sic quod sub a d,b c ad id quod d b,b c,quare & ipsius d a,b c,ad id quod sub d b,b c,ratio data est Et eius quod bis sub d b,b c,igitur ad id quod sub a d,b c,ratio data est. Sed eius quod sub d a,b c ad a c b triangulum ratio est data,& eius igitur quod bis sub d b,b c ad a b c,triãgulum ratio est data, estq́; quod bis sub d b,b c,quo maius est quod a c,eis quæ ex a b,b c,ipsa igitur area ad a b c, triangulum rationem datam habet.

Scholium.

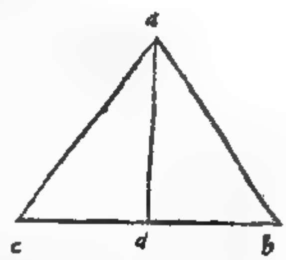
Excitetur ad angulos rectos ab ipso b signo ipsi a d per 31 primi ele. æqua & parallelus b f,& ab ipso a signo ipsi d c,per eandem æqua & parallelus excitetur d c,& connectatur e c,& quoniã per 31 primi elementorum parallelogrammum b e ipsius b a c trianguli duplum est,super namq; eadem basi,& in eisdem est parallelis. comprehẽditurque parallelogrãmum sub f e,e c,æqualis autem est e c,ipsi a d & f e ipsi b c. Quoniam parallelogrammum ad triangulum rationẽ habet,quare & parallelogrammũ ad triãgulũ ratio est etiam dupla. Quod uero bis sub a d,c b, rationẽ habet datam,ad triangulum quadruplam,est enim sub d c,c b sicut in 2 elementorum.



Theorema 65 Propositio 65

Si triangulum acutum habuerit angulum datum, qua minus potest angulum acutum subtendens latus comprehendentibus lateribus acutum angulum,illa areola ad triangulum rationem habebit datam,

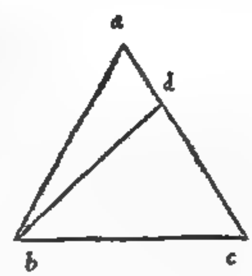
Esto triangulum acutum habens angulum a b c. Exciteturq́; ab ipso a per 12 primi elementorum perpendicularis a d. Dico quod qua minus est quod ex d c,eis quæ ex a b, b c, hoc est quod bis sub c b,b d ad a b c triangulum rationẽ habet datam. Nam quoniam angulus a b d datus est & qui sub a d b, datus est. Reliquus igitur q sub b a d datus est. Datur igitur a b d,triãgulum specie. Ratio igitur ipsius b d ad d a data est. Quare & eius qui sub c b d,ad id quod sub c b,ratio data est,& eius quod bis sub c b,b d igitur. Sed eius quod sub c b,b d ad ea quæ ex a b,b c,quo igitur minus est quod ex a c eis quæ ex a b,b c,ea area ad a b c,triãgulum rationem habet datam.



Theorema 66 Propositio 66

Si triangulum datum habuerit angulum,rectangulum sub datum angulum comprehendentibus rectis lineis ad triangulum rationẽ habebit datam.

Esto triangulum a b c,datum habens angulum eum qui ad a. Dico q quod sub b a c ad a b c,triangulum rationẽ habet datam,excitetur enim per duodecimam primi elementorum ab ipso b in ipsam a c perpendicularis b d. Quoniam igitur angulus b a c,datus est. Est autem & qui sub a d b,angulus datus. Et reliquus igitur qui sub a b d angulus datur. Datur igitur a b d,triangulum specie. Ratio igitur ipsius a b ad b d data est. Sicut autem a b ad b d,sic quod sub b a c ad id quod sub b d a c. Quare & eius qui sub b a c,ad id quod sub b d a c ratio est data. Eius autem quod sub a c,b d ad a b c,triangulum ratio est data. Et eius qui sub b a c,igitur ad a b c, trianguli ratio est data.

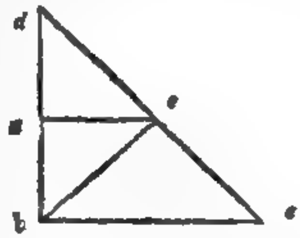


Theorema 67 Propositio 67

Si triangulum datum habuerit angulum,qua maius possint datum angulum comprehendentia latera ut unum,ea quæ ex reli

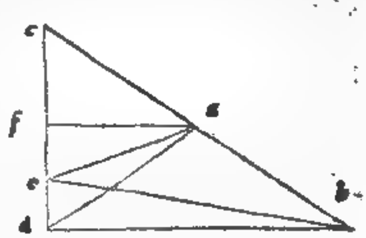
quo, area ad triangulum rationem habebit datam,

Esto triangulum a b c, datum habens angulum b a c. Dico quod quo maius est quod ex utraque b a c. eo quod ex b c. ea area ad a b c, triangulum ratione habet datam. Extendatur enim in rectas lineas ipsius a b ipsa a d ponaturq́; ipsa a c æqualis ipsi a d per 2 primi elementorum & connexa recta linea d c extendatur in e, exciteturq́; per 31 primi elementorum ab ipso b ipsi a c parallelus b e. Et quoniam æqualis est a d ipsi a c æqualis igitur est & d b ipsi b e. extenditurq́; quædam b c. Quod igitur sub d c e, una cum eo quod ex b c, æquum est ei quod ex b d, æqualis autem est d a ipsi a c Quod igitur ex utroque b a c. æquum est ei quod sub d c e. una cum eo quod ex b c. Quare quod ex utroque b a c. eo quod ex b c maius est eo quod sub d c e. Dico iam quod eius quod sub d c e ad a b c triãgulum ratio est data. Quoniam enim angulus b a c, datus est, & cõsequens igitur qui sub d a c, datus est. est autem & uterque ipsorum a b c, d e a datus. Dimidia namque sunt eius qui sub b a c. Datur enim qui sub b a c. datur igitur triangulum d a c specie. Ratio igitur ipsius d a ad d c, data est. Quare & eius quod ex a d ad id quod ex d c ratio data est Et quoniam est sicut b a ad a d, sic est e c ad c d, sed sicut quidem b a ad a d. sic quod sub b a ad id quod ex a d. Sicut autem e c ad c d. sic quod sub e c. c d ad id quod ex c d, & sicut igitur per undecimam quinti elemẽtorum, quod sub b a ad id quod ex d a, sic quod sub e c d, ad id quod ex c d. Et uicissim igitur per decimamsextam quinti elementorum quod sub b a d ad id quod sub e c d. sic quod ex a d id quod ex d c. Ratio autem eius quod ex a d ad id quod ex d c data est. Ratio igitur & eius quod sub b a d ad id quod sub e c d data est. Aequalis autem est d a ipsi a c. Ratio igitur eius quod sub b a c, ad id quod sub e c d. data est. eius autem quod sub b a c. trianguli ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c datus est. Et eius qui sub d c e. igitur ad a b c ratio est data Estq́; quod sub d c e. eo maius quod est ex utraque b a c. eo quod ex b c Quo uero maius est quod ex utroque b a c, eo quod ex b c ea area ad triãgulum rationem datam habebit.



Aliter.

Construantur enim eadem quæ prius, exciteturq́; per duodecimam primi elementorum ab ipso a in e c perpendicularis a f, connectaturque a d, & quoniam datus est angulus b a c & eius dimidium est angulus a c f. est autem & angulus a f c. datus. Datur igitur triangulum a f c specie. Ratio igitur ipsius a f ad f c, data est, ipsius autem f c ad c e, ratio data est Dupla siquidem eius est. & ipsius igitur e c, ad a f ratio data est. Quare & eius qui sub e c d ad eũ qui sub a f c d ratio data est. Quare & eius qui sub e c d, ad eum qui sub a f c d, ratio data est. Duplum siquidem illius est & eius qui sub e c d, igitur ad eum qui sub a c d, ratio data est, æquum autem est a c d. triangulum ipsi a b c triangulo per trigesimamseptimam primi elementorum, in eadem siquidem basi a c, & in eisdem sunt parallelis a c, b d, & eius qui sub e c d, igitur ad a b c. triangulum ratio est data, estque quæ sub e c d, qua maius est quod ex utroque b a c, ea quæ ex b c, qua maius est quod ex utroque, b a, a c. ea quæ ex c b area ad triangulum rationem habet datam.

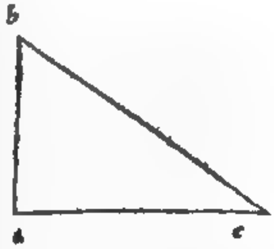


Aliter

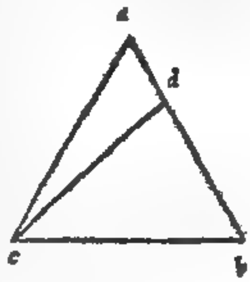
Angulus a aut est rectus, aut acutus, aut obtusus, sit prius rectus, quod igitur ab utroque b a c. id quod ex b c excedit eo quod bis sub b a c & eius quod bis sub b a c ad a b c triangulum ratio data est. Esto autem acutus qui sub b a c exciteturque per duodecimam primi elementorum ab ipso c in ipsam a b perpendicularis c d, quoniam triangulum a b c. oxygonium est. & excitatur perpendicularis c d. Quæ igitur ex b a c, æqua sunt & ei quod ex b c, & eis quod bis sub b a d. Commune adiungatur quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a c. una cum eo quod bis sub b a c, quod est ex utroque b a c, æqua sunt ei quod ex b c & ei quod bis sub b a d. & insuper ei quod bis sub b a c, hoc

est

est ei quod bis sub utroque e c d & a b. Quare quod ex utroque b a c maius est eo quod ex b c, eo quod bis sub utroque c a d & a b. Quare quod ab utroque b a c maius est eo quod ex b c, eo quod bis sub utroque d a c & b a, & quoniam angulus b a c datus est, & qui sub a d c quoque datus est. Et reliquus igitur qui sub d c a datus est. Datur igitur triangulum a d c, specie. Ratio igitur ipsius a d ad a c, data est, quare & utriusque d a c ad a c, ratio est data. Et eius igitur quod sub utroque d a c, & a b ad id quod sub b a c, ratio est data. Et eius quod bis sub utroque d a c & a b ad id quod sub b a c ratio est data. Eo quia qui sub b a c, angulus datus est, & eius quod bis sub utroque d a c. & a b igitur ad a b c triangulum ratio data est. Sed iam esto angulus qui sub b a c obtusus, & producta b a in eam per duodecimam primi elementorum perpẽdicularis agatur c e, & ponatur per secundam primi elementorum ipsi a e æqualis a f.



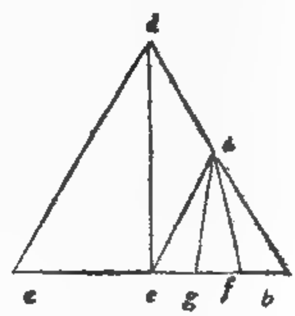
Quoniã igitur angulus b a c, est obtusus excitaturque perpendicularis c e, quæ igitur ex b a, a c una cum eo quod bis sub b a e, hoc est bis sub b a f, æqua sunt ei quod ex b c. Cõmune proiectum sit quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a, a c unà cum eo quod bis sub b a c, hoc est, ex utroque b a c, una cum eo quod bis sub b a f, æqua sunt ei quod ex b c, una cum eo quod bis sub b a c. Cõmune auferatur quod bis sub b a f, quod igitur ab utroque b a c æquũ est ei quod ex b c, & ei quod bis sub b a c f. Quare quæ ex utroque b a c. id quod ex b c. excedit eo quod bis sub b a c f. & quoniam angulus b a c. datus est, & qui sub e a c, igitur datus est. Sed & qui sub c e a, datus est, & reliquus igitur qui sub a c e. datus est. Datur igitur a e c triãgulum specie. Ratio igitur ipsius c a ad a e, data est, hoc est ad a f. Quare & ipsius a c ad c f, ratio est data. Ipsius autem a c ad c e ratio est data, & ipsius e c ad c f igitur ratio est data. Quare & eius qđ sub e c, a b ad id quod sub c f a b ratio est data. Ipsius autẽ quod ex a b, c e ad a b c, triãgulum ratio est data: quare & eius quod sub c f, b a ad b c triangulum ratio est data, estque quod bis sub f c b a, quo maius est quod ex b c: eo igitur maius est quod ex utroque b a c eo quod ex b c, ea area ad triangulum rationem habet datam.





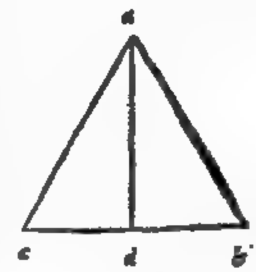
Aliter.

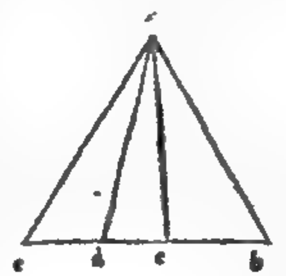
Excitetur b a & ipsi a c æqualis ponatur d a connectaturque d c. Quoniam igitur angulus a b c datus est, & eius uterque qui sub a d c, a c d, dimidium est. Datur ergo uterque eorum qui sub a d c, a c d. & reliquus igitur qui sub d a c, datus est. Datur ergo triangulum a c d specie. Ratio igitur ipsius a c ad c d, data est. Et quoniam qui sub a d c, datus est, excitetur eidem æquus uterque eorum qui sub d e c. a f c, per uigesimamsecundam primi elementorum. Et quoniam angulus b d c, ipsi d e c æquus est. Cõmunis autem qui sub a b c, ipsius d b e trianguli existens, & ipsius d b c. Reliquus igitur angulus d b e, reliquo angulo b c d est æqualis, æquiangulum igitur est b d e, triangulum ipsi d b c triangulo. Est igitur sicut e b ad b d, sic est d b ad c b. Quod igitur sub e b, b c. hoc est quod sub e c b, una cum eo quod ex c b ei æquum est quod ex b d, hoc est ei quod ex utroque b a c, æqualis enim est d a ipsi a c. Quod igitur sub e c b, una cum eo quod ex c b, æquum est ei quod ex utroque b a c. Quod igitur ex utroque b a c, id qđ ex b c excedit eo quod sub b c e. Dico igitur quod ratio ipsius qui sub b c e ad a b c, triangulũ data est. Quoniã æqualis est angulus b d e, angulo b c d, quorũ qui sub a d c, ei qui sub a c d, est æqualis. Reliquus ergo qui sub c d e, reliquo qui sub a c b est æqualis. Est autem & qui sub d e c, ei qui sub a f c, æqualis: reliquus ergo qui sub c a f, reliquo qui sub d c e, est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum a c f, triangulo d e c. Est igitur sicut c a ad a f, sic d c ad c e: & uicissim igitur per decimãsextam quinti



elementorum sicut c a ad d c, sic a f ad c e. Ratio autem ipsius a c ad c d, data est. Ratio i-gitur ipsius a f ad c e, data. Excitetur per duodecimam primi elementorum, ab i-pso a in b c perpendicularis a g, & quoniam angulus a f c datus est, est autem & qui sub a g f. datus, & reliquus ergo qui sub g a f. datus est. Datur ergo a g f triangulũ specie. Ratio igitur ipsius f a ad a g, data est, ipsius autẽ f a, a c. c e ratio data est. Quare & quod sub a g b c ad id quod sub b c, c e, ratio data est. Eius autẽ quod sub a g, b c, ad id quod sub a b c, triangulum ratio est data, & eius quod sub b c, c e, ad a b c ratio est data. Est au-tem quod sub b c, c e, qua maius est quod ex utroque b a c eo quod ex b c. Qua igitur maius est quod ex utroque b a c eo quod ex d c, ea area ad triangulum rationẽ habet datam. Scholium super prima demonstratione 65 propositionis.

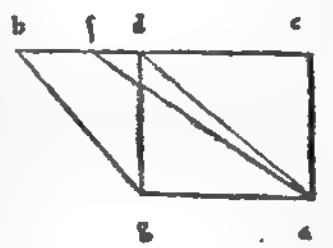
Si in triangulo isosceIe acta fuerit aliqua recta linea utcunque in basim, quod ex a-cta una cum eo quod sub basis segmentis, æquum est ei quod ex uno laterum æqualiũ gignitur. Sit nempe isoceles triangulum a b c. æquum habens latus a b lateri a c, & ab i-pso a in b c agatur quadã recta linea utcũq; a d. Dico quòd quod ex a d una cum eo quod sub b d c, æquũ est ei quod ex a c. Ipsa a d in b c. aut perpendicularis est aut non. Sit pri-us perpendicularis, & quoniã recta linea aliqua b c secatur bifariam in d. Quod igitur sub c d b: æquum est ei quod ex b d. cõmune apponatur quod ex a d, quod igitur sub c d b una cum eo quod ex a d, æquum ei est quod ex a d. d b. At eis quæ ex a d. d b æquum est quod ex a b. Quod uero sub d b una cum eo quod ex a d. æquum est ei quod ex a b. Sed iam non sit perpendicularis a d, exciteturque ab ipso a, in b c perpendicularis a e. Et quoniam recta quæ-dam linea secatur in æqualia in e, & in inæqualia in d. Igitur per nonam secundi elementorum quod sub c d b, una cum eo quod ex d e, ei est æquum quod ex b e commune apponatur quod ex a e, igitur quod sub c d b una cum eo quod sub a e, e d, æquum est ei quod ex a e, e b, æquum est autem eis quæ ex a e, e d, id quod ex a d. Quod igitur sub c d b, unà cum eo quod ex a d. eis est æquum quod ex a d b, & eis quæ ex a d b, id quod ex a b, est æquum, quod autẽ sub c d b, una cum eo quod ex a d ei quod ex a b.





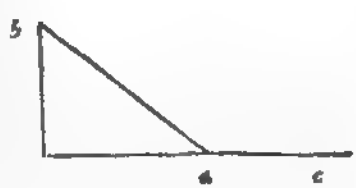
Scholium in secundam demonstrationem.

Quoniam autem quod sub a f c d. trianguli duplũ sit sic demonstrabimus, excitetur per a ipsi c d, parallelus per trigesimam primi elementorum, ipsa a g. & per eandem ipsi a f, per g parallelus excitetur g h. Bina igitur sunt pa-rallelogramma ipsa a h. a d, supponitur autem a c ipsi d g parallelus super eadem basi a g existentes & in eisdem parallelis a g, c h, parallelogrammum igitur a h per trige-simamquintam primi elementorum. ipsi a d parallelo-grammo æquum est, & quoniam quod sub a f, a g, est i-psum a h. æqualis autẽ est a g ipsi c d & quod igitur sub a f. c f d, est q; a h. Duplum autem est a h ipsius a c d triãgu-li per 41 primi elemẽtorum: quoniam & a d. Quod igitur sub a f, c d, duplum est ipsius a c d trianguli.



Item scholium.

Si enim efficiemus in rectas lineas d a ipsi a c, sicut d a c, & per d ipsi d c, per undecimam primi elementorum ad angulos rectos excitemus d b. Manifestũ quod ma-nente quidem æquali d a ipsi d c ipsa autem d c ipsi a c, ipsa uero b a ipsi d a, manifestum erit quod dictum est. Quoniam enim sicut se habent bases, sic & parallelogrã-ma sub eodem fastigio existentia.



Super tertia demonstratione scholium.

Esto recta linea d e, & ipsi quidem d e, ponatur d a, ipsi autem a c, ipsa a c, & ab ipso a ipsi d c per undecimam primi elementorum ad angulos excitetur rectos a b & ipsi a b æ-

qualis

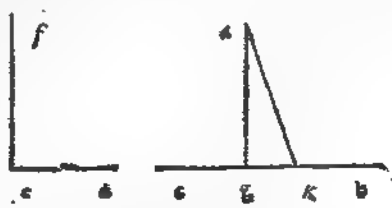
qualis esto d c. Quoniam igitur ipsius d a c ad c a, ratio data est, sicut autem d a c, ad c a; sic quod sub d a c, a b, ad id quod sub c a, a b, & eius quod sub d a c, a b ad id quod sub c a, a b, igitur ratio est data: est autem & eius quod sub c a, a b ad a b c, triangulum ratio data per 66 theorema, & quod sub d a c, a b, igitur ad id quod ex a b c triangulum ratio est data per 8 theorema.

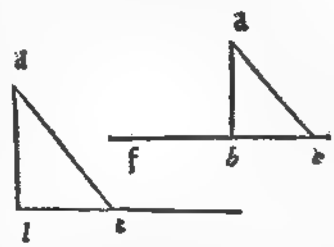
Super eadem ubi agitur de angulo obtuso.

Si enim per c ipsi e b: per 31 primi elementorum agamus parallelos, & per eandem per a b ipsi e c, agamus parallelos, manifestum enim quòd quod sub e c, a b est ipsum a b & a g ipsius a b c, trianguli duplum est, ac per hoc & a b c, triangulum rationem datam habet: si enim per c ipsi e b, & per a b ipsi e c, per eandem parallelos agamus. manifestum igitur, quæ enim ex a ipsi e c, est æqualis, sicut in superiori scholio habetur.

Super quarta demonstratione 67.

Quoniam autem ipsam d e c, ipsi a d c, æqualem constituere possimus: seorsum ab Apollonio sic demonstrabimus, quoniam enim angulus a c d æquus est angulo a d c, maior est qui sub b c d, eo qui sub a d c: ponatur, inquam, ipsi b c d, æquus angulus qui sub b d e, & extendatur b c, est autem angulus qui a d b, communis & ipsius d b c, & ipsius d b e, trianguli. Reliquus ergo qui sub b d c, reliquo qui sub d e c est æqualis. Quoniam autem uniuersaliter sit possibile à dato signo sicut a, in datam rectam lineam b c, deducere rectã lineã æquũ efficientẽ angulũ dato angulo d e f, sic ostẽdemus. Angulus enim d e f, aut est rectus, aut acutus, aut obtusus. Siquidẽ igitur rectus est, manifestũ, ago enim ab ipso a perpẽdicularẽ a g, æquus igitur est angulus e ipsi g. Sed iã esto angulus d e f, acutus exciteturq; per duodecimã primi elementorum ab ipso d in e f, perpendicularis d h, ab ipso autem a in b c ipsa a g, constituaturque ad ipsam a g rectam lineam ad signum que in ea a ipsi e d h, per 23 primi elementorum, æquus angulus g a k. Reliquus igitur qui sub d e f, ei est æquus qui sub a k g. Sed iam esto obtusus angulus qui sub d e f, extensa igitur d e, in l: acutus igitur qui sub f e l, perpendicularis excitetur per duodecimam primi elementorum d l, & ipsi l d e æqualis ponatur g a k. Sic igitur qui sub d e l, ei est æquus qui sub a k g. Quare & ex consequẽti qui sub d e f, ei qui sub a k b est æqualis.

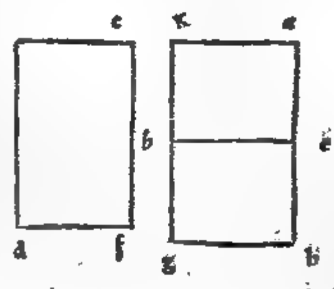




Theorema 68 Propositio 68

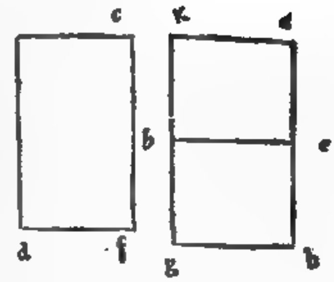
Si bina æquiangula parallelogramma adinuicem rationem datam habuerint, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, & reliquum latus, ad reliquum latus rationem habebit datam.

Bina siquidem parallelogrãma a b, c d adinuicem rationem habeant datam, habeat autem & unum latus ad unum latus rationem datam, sit autem ipsius b e ad f d, ratio data. Dico quod & ipsius a e ad f c, ratio est data comparetur enim ad ipsam e b, parallelogrammum æquum ipsi c d, sitque per uigesimamquintam sexti elementorum e g, ponaturque ut a e ipsi e h, sit in rectas lineas. in rectas igitur lineas est k b ipsi b g. Quoniam igitur ipsius a b ad c d ratio est data, æquum est autem c d ipsi e g. Ratio igitur ipsius a b ad e g, est data: quare & ipsius a e ad e h, ratio est data. Et quoniam æquũ est e g,



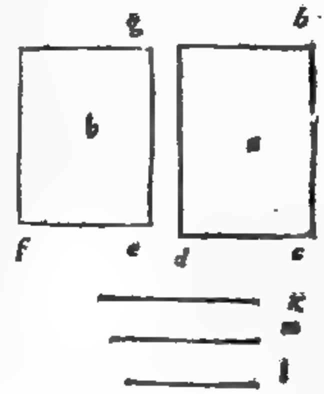
ipsi

ipsi c d, est autem & æquiangulum. Igitur per 14 sexti elementorum latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca, est igitur sicut e b ad f d, sic est c f ad e h. Ratio autẽ ipsius e b ad f d datã, & ipsius igitur c f ad e h. ratio est data, ipsius autem e h ad a e, ratio est data, & ipsius igitur a e ad cf, ratio est data.



Aliter.

Exponatur data recta linea k, & quoniam ratio ipsius a ad b data est, eadem eidem fiat quæ ipsius K ad l. Ratio autẽ ipsius a ad b data, & ipsius igitur K ad l ratio est data. Data autem est K, data igitur & l per cõuersionem primæ diffinitionis. Rursus quoniam ipsius c d ad e f. ratio est data, eadem eidem fiat quæ ipsius K ad m. Igitur ratio ipsius k ad m data est. Data autem & K, data igitur & m, est autem & l data. Ratio igitur & ipsius l ad m data est, & quoniam æquiangulum est a ipsi b. igitur a ad b rationẽ habet ex lateribus cõpositam, per 23 sexti ele. hoc est ex ea ratione quam habet c d ad e f, & h c ad e g. Sed & k ad l rationem habet cõpositã ex ea quam habet k ad m, & m ad l. Ratio igitur composita ex ea quam habet c d ad e f, & h c ad g e eadem est compositæ rationi ex ea quam habet K ad m, & m ad l. Quarũ ipsius c d ad e f. ratio eadẽ est ei quæ est ipsius k ad m ratiõi, reliqua ergo quæ ipsius h c ad g e, ratio eadẽ est ei quæ est ipsius m ad l. ipsius autẽ m ad l ratio est data. Igitur & ipsius h c ad e g, ratio est data.



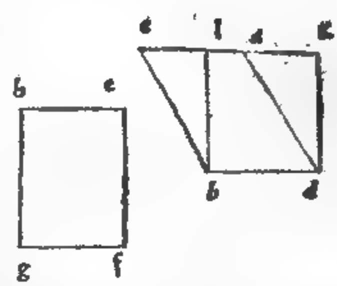
Scholium.

Si fuerint binæ rectæ lineæ, assumaturq́; quædam una recta linea, una priorum ad alteram rationem habet cõpositam ex ea quam habet prima ad extrinsecus utcunq; sumptam, & quam assumpta ad alteram.

Theorema 69 *Propositio 69*

SI bina parallelogramma datos angulos habuerint, habuerint autem & ad inuicem rationem datam, unumq́; latus uni lateri rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem datam habebit.

Bina siquidem parallelogramma a b, g e, datos habẽtia angulos, eos qui ad d f. ad inuicem rationẽ datã habeant. Ipsius autem d b ad f g, ratio sit data. Dico quod & ipsius a d ad e f ratio data est. Siquidem igitur æquiangulum est a b parallelogrammum ipsi e g, parallelogrammo, manifestũ est. Si autẽ non. Cõstituatur per 23 primi elemen. ad ipsam d b ad signumq́; in ea d ei qui sub e f g, æqualis angulus b d k. Compleaturq́; d l. parallelogrammum. Quoniã uterq; ipsorũ d a c, a k d, angulorum datus est, & reliquus igitur qui sub a d K, datus est. Datur igitur triangulum a d k specie. Igitur ipsius a d ad d k, ratio data est. Et quoniam ipsius d c ad f h ratio est data, supponitur enim & est æquũ d c ipsi d l, per 35 primi ele. Ratio igitur ipsius d l ad f h data est. Et æquiangulum est d l ipsi f h, & ratio ipsius d l ad f h data est. Estq́; ipsius d l ad e g, ratio data, & insuper ipsius d b ad f g id enim est receptum. Ratio igitur & ipsius d k ad e f data est, & ipsius d K ad d a ratio est data & ipsius igitur a d ad e f, ratio est data.



Scholium.

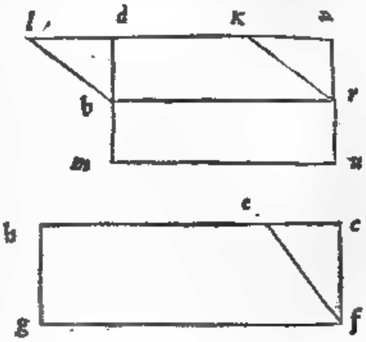
In uniuersum enim si parallelogrammi unus angulus datus fuerit, & reliqui dati erunt, uno enim dato necessario & consequentes dabuntur, quare & econuerso.

Theorema 70 *Propositio 70*

SI binorum parallelogrammorum quæ circum æquales angulos uel

uel inæquales datos tamen latera adinuicem rationem datam habuerint, & ipsa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum siquidem parallelogrammorum a b, e g, quæ circum angulos qui ad f c, aut æquos aut inæquales, datos tamen latera adinuicem rationem habeant datam, hoc est sit ratio ipsius quidem a c ad e f, data itidemque ipsius b c ad f g. Dico quod & ipsius c d ad f h, ratio est data, esto enim æquiangulum c d ipsi f h. Comparetur per uigesimam quintã sexti elemen. ad c b, rectam lineam ipsi f h. parallelogrammo æquũ parallelogrãmum c m, ponaturq; ut a c ipsi c n, sit in rectã lineam. Igitur & d b ipsi b m, erit in rectam lineam. Et æquum est b n ipsi f h, est autem & æquiãgulũ. Igitur per decimamquartã sexti elementorum ipsorum b n, h f, latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca. Est igitur c b ad f g sic f e ad c n. Ratio aũt ipsius e b ad f g data est. Rõ igitur & ipsius e f ad c n data est, ipsius aũt e f ad a c rõ est data: & ipsius igitur a c ad c n rõ est data. Quare & ipsius c d ad c m, rõ est data: est aũt c m ipsi f h, æquale. Rõ igitur & ipsius c d ad e g, data. Non sit iam æquiangulũ a b ipsi f h. Construaturq; per 23 primi elemẽtorũ ad ipsam b c, rectã lineam, ad signumq; in ea c ei qui sub e f g angulo æqualis angulus b c k, compleaturque parallelogrammum c l. Et quoniam angulus a c b datus est, & reliquus igitur qui sub a k c, datus est, est autem & qui sub c a k datus, & reliquus igitur qui sub a k c datus est. Datur ergo triangulũ a c k specie. Ratio igitur ipsius a c ad e k est data, ipsius autem a c ad e f, ratio est data, ipsius aũt a c ad e f, rõ est data, & ipsius c k, igitur ad e f, ratio est data, est autem & ipsius c b ad f g, ratio data, æquũ aũt est c l ipsi c d. Ratio ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad f h, data est.



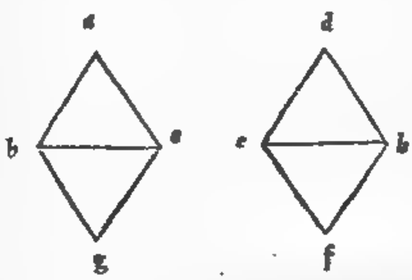
Scholium.

Nam quoniam æquiangulum est a b ipsi e g, æqualis est qui sub a c b ei qui ad g & qui ad f exterior interiori, & alius igitur ad g ei qui ad f est æqualis, similiter quoque & alij a c b, in rectum igitur est d b ipsi b m. Quoniam enim parallelus est a g ipsi d m anguli qui sub d b c, b c n, inuicem sunt æquales. Rursus quoniã parallelus est m b ipsi a c, qui sub m b c, a c b sunt inuicẽ æquales, qui sub a c b, b c n, eis qui sub d b c, c b l sunt æquales. Recti enim duo, qui sub a c b, b c n, & qui sub d b c, c b m. Si autem ad aliquam rectã lineam & ad signum & quæ sequuntur ut in 23 primi elementorum.

Theorema 71 *Propositio 71*

SI binorum triangulorum quæ circum æquos angulos, uel inæquales, datos tamen, latera rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem datam habebunt.

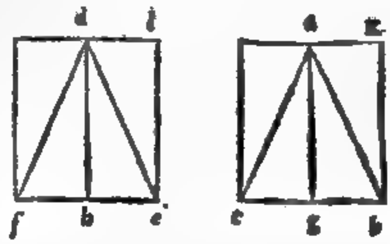
Duorum, inquam, triangulorum a b c, & d e h. quæ circum æquos angulos, aut inæquales datos tamen, latera adinuicem rationem habeant datam. Sitque ipsius b a ad d e, ratio data, & ipsius a c ad d h. Dico quod & ipsius a b c trianguli ad d e h triangulum ratio est data. Compleantur enim a g, d f, parallelogramma: quoniam igitur binorum parallelogrammorum a g, d f, quæ circum æquos angulos, uel inæquales datos tamen, eos qui ad a d latera adinuicem rationem habent datam, & parallelogramma per præcedentem rationẽ datã habebunt. Ratio igitur ipsius a g ad d f data est, ipsius autem a g dimidium est per conuersionẽ quadragesimamprimam primi elementorum. triangulum a b c, ipsius autem d f, per eandem ipsum d e h. Ratio igitur a b c trianguli ad d e h triangulum data est.



Theorema 72 Propositio 72

SI duorum triangulorum bases in data ratione fuerint, & quæ in ipsas ductæ ab angulis aut æquos aut inæquales angulos efficiẽtes, datos tamen, eos qui ad basim, adinuicem rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem habebunt.

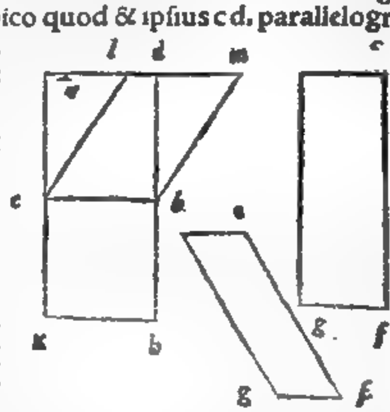
Sint bina triangula a b c, d e f, excitẽturq́ a g, d h, aut æquos angulos efficiẽtes a g c, d h f, uel inæquales: datos tamen. Estoq́ ratio ipsius quidẽ b c ad e f data ipsius aũt a g, ad d h, itidem data. Dico q̃ & ipsius a b c triãguli ad d e f, triangulum ratio data est. Cõpleantur enim ipsa k c, l f, parallelogramma, & quoniam anguli a g c, d h f, aut æquales, aut inæquales sunt, dati tñ, æqualis aũt est anguls a g c, angulo k b c, & q sub d h f, ei qui sub l e f. Et qui ad b e, igitur anguli aut æquales aut inæquales sunt, tamẽ dati. Et quoniã ratio ipsius a g ad d h data est, æqualis autem est a g ipsi k b & d h, ipsi l e. Ratio igitur ipsius k b ad l e, data est: est autem & ipsius b c ad e f, ratio data, & qui ad b e, signa anguli aut æquales, aut inæquales sunt, dati tamen. Et ipsius igitur c k, parallelogrammi ad l f, parallelogrammum ratio est data. Quare & ipsius a b c trianguli ad d e f, triangulum ratio est data.



Theorema 73 Propositio 73

SI binorum parallelogrammorum quæ circũ æquos aut inæquales angulos, datos tamen, latera sic se habuerint sicut latus ad aliquid aliud, habuerit autem & reliquum primi latus ad idem rationẽ datam & ipsa parallelogramma adinuicem rationẽ datã habebunt.

Binorum, inquam, parallelogrammorũ a b, e g, quæ circũ æquales aut inæquales angulos, datos tamen, eos qui ad c f, latera sic adinuicem se habeãt, ut sit sicut c b ad f g, sic e f ad c k ipsius autem a c ad c k ratio esto data. Dico quod & ipsius c d, parallelogrammi a e g parallelogrammũ ratio est data. Sit enim prius a b ipsi e g, æquiangulum, compareturque per 45 sexti elementorum ad ipsam c b, rectam lineam ipsi e g parallelogrammo æquum c h, ponaturque ut a c ipsi c k, sit in rectam lineam. In rectã igitur est lineam & d b: ipsi b h, & quoniã c h, ipsi e g est æquale, est autem & æquiãgulum c h ipsi e g. Ipsorum igitur c h e g, latera quæ circũ æquales angulos per 14 sexti elemẽtorum sunt reciproca: est igitur sicut b c ad f g, sic est f e ad c k. Sicut autẽ c b ad f g, sic e f, ad quã a c, rõnẽ habet datã. At a c uerbi gratia ad d aut quãpiã aliã rõnẽ habet datã Ratio igitur ipsius a c ad c k est data. Quare & ipsius a b ad c h, hoc est e g, ratio data est. Non sit autem æquiangulum. Cõstituaturque per 23 primi elementorum ad ipsam c b rectam lineam, ad signaque ad ipsam c ei qui sub e f g, angulo, æquus angulus qui sub b c l, cõpleaturque c m parallelogrammũ. Quoniam uterq; qui sub a c b, l c b angulorum datus est, & reliquus igitur q sub a c l est datus. Datur autem & qui sub c a l, & reliquus ergo qui sub c l a datur. Quare triãgulum a c l specie datur. Ratio igitur ipsius a c ad c l data est. Et quoniã est sicut b c ad f g, sic est e f, a d, quam ipsa a c, rationem habet datã. Ipsius autẽ a c ad c l, ratio est data: est igitur sicut c b ad f g, sic f e ad c l. Estque æqualis angulus l c m, angulo e f g Ratio igitur ipsius c m parallelogrammi ad e g, parallelogrammũ data est. Aequum autem est c m ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad h g data est.



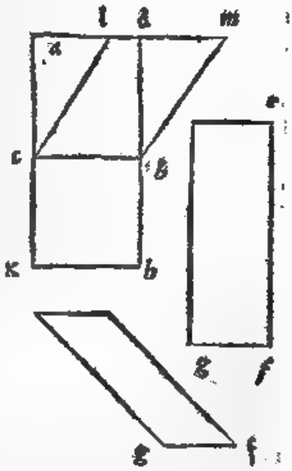
Theorema 74 Propositio 74

SI bina parallelogramma rationem adinuicem datam habuerint, aut in angulis æqualibus, aut inæqualibus datis tamẽ, erit

sicut

ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquũ primi rationem habet datam.

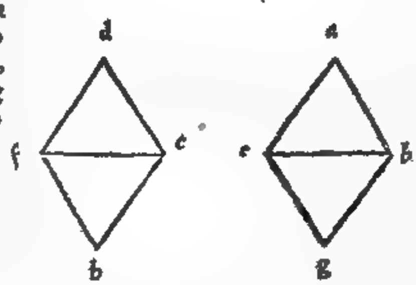
Bina ſiquidem parallelogramma a b, e g, adinuicẽ rationẽ habeant datã, aut in æqualibus aut in inæqualibus angulis datis tamen eis qui ad c f. Dico quod eſt ſicut c b ad f g, ſic eſt e f ad quod a c, rationem habet datam. Ipſum, inquam, a b. ipſi e g, aut eſt æquiangulum aut non. Sit prius æquiangulũ, cõpareturq́ ad rectã lineã c b ipſi e g. parallelogrãmo per 45 ſexti elemẽtorũ æquũ parallelogrãmũ c h, ponaturq́ ut a c ipſi c k, ſit ĩn rectam lineã. In rectã igitur eſt lineã d b ipſi b h, & quoniã ipſius a b ad e g, ratio eſt data, æquum autem eſt e g ipſi c h: ratio igitur ipſius a b ad c h, data eſt. quare & ipſius a c ad c k ratio eſt data. Et quoniam æquũ eſt c h. ipſi e g, eſt aũt & æquiãgulum. Ipſorũ igitur c h. e g. per 14 ſexti ele. latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f, ad quod a c, rationẽ datam habet. Non ſit autem æquiangulum conſtituaturq́ per 23 primi ele. ad ipſam c b rectam lineã ad ſignumq́ in ea c ei qui ſub e f g, angulo, æqualis angulus l c b. Compleaturq́ c m parallelogrammum. Quoniam igitur ipſius c m ad e g, ratio eſt data. æquũ eſt autem c d ipſi c m. Ratio igitur ipſius c m ad e g data eſt, eſt autem angulus l c b, angulo e f g, æqualis, eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic e f ad quod c l rationem habet datam, ipſius autem c a ad c l, ratio eſt data, eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f ad quod a c, rationem habet datam.



Theorema 75 *Propoſitio 75*

SI bina triangula adinuicem rationem habuerint datam, aut in æqualibus angulis autẽ in inæqualibus, datis tam, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datam.

Sint bina triangula a b c, d e f, adinuicem rationem datã habentia, ſintque anguli qui ad a d aut æquales aut inæquales, dati tamen. Dico quod eſt ſicut a b ad d e, ſic eſt d f, ad quod a c, rationem habet datam. Compleantur enim a g d h parallelogramma, & quoniam trianguli a b c ad d e f, triãgulum ratio eſt data. Ratio igitur & ipſius a g. parallelogrammi a d. d h parallelogrammum data eſt. Quoniã igitur bina parallelogramma a g, d h adinuicem rationẽ habẽt datã aut in æqualib9, aut in inæqualibus angulis, datis tamen Eſt igitur per præcedentem ſicut a b ad d e, ſic d f ad quod a c rationẽ habet datam



Theorema 76 *Propoſitio 76*

SI à uertice triãguli ſpecie dati in baſim perpẽdicularis acta fuerit, acta ad baſim rationẽ habet datã.

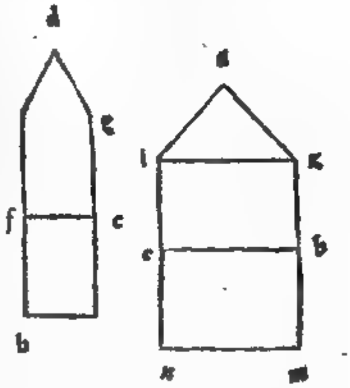
Sit ſpecie datũ triãgulum a b c, exciteturq́ ab ipſo a in b c, perpendicularis a d. Dico quod ratio ipſius a d ad b c, data eſt. Quoniam enim triangulum a b c datum eſt ſpecie, datus igitur eſt & qui ſub a b d, angulus eſt autem & qui ſub b d a, datus: & reliquus igitur qui ſub b a d, datus eſt: datur ergo triangulum a b d ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b c data eſt. & ipſius igitur a d ad c b ratio eſt data.



Theorema 77 *Propoſitio 77*

SI binæ ſpecies ſpecie datæ adinuicem ra

tionem datam habuerint, & unumquoduis unius latus speciei ad quod/uis alterius rationem datam habebit.

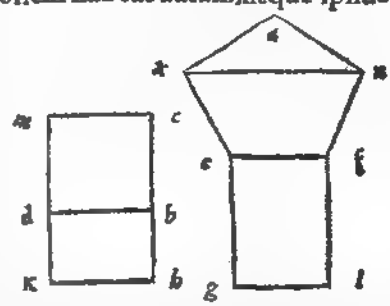


Binæ, inquam, species a b c, d e f, specie datæ adinuicē rationē habeant datam. Dico quod & unum quoduis latus ipsius a b c ad unum quoduis latus ipsius d e f, rationem habet datam. Describantur per 46 primi elementorum ex b c, e f quadrata b n, e h. Quoniam ab eadem recta linea b c, binæ species describuntur quæ utcunq; specie sunt datæ scilicet a b c & b n. Igitur per 49 propositionē ratio ipsius a b c ad b n. data est. Idq; propterea iam rursus & ipsius d e f ad e g, ratio est data. Quoniā igitur ipsius a b c ad d e f, ratio est data, sed ipsius quidē a b c ad b n, ratio est data, quare & ipsius b c ad e f: ratio est data.

Theorema 78 *Propositio 78*

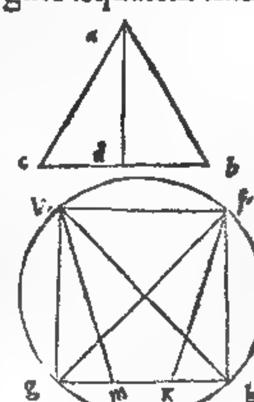
SI data species ad rectangulum aliquod rationem habuerit datam, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, datur rectangulum specie.

Data enim species a f b ad rectangulum c d, rationem habeat datam, sitque ipsius f b ad c d, ratio data. Dico quod c d specie datur. Describatur per 46 primi ele. ex f b, quadratū f g. Cōpareturq; per 25 sexti ele. ad ipsam e d ipsi f g, æquum parallelogrammum e k ponaturque ut c e ipsi e h, sit in rectam lineam. in rectā igitur lineā est & m d. ipsi d k. Et quoniā ab eadem recta linea f b bina rectilinea quæ utcūque specie data sunt describuntur a f b, f g. Ratio igitur ipsius a f b ad f g per 49 propositionem data est. Ipsius autē a f b ad c d ratio est data. & ipsius ergo f g ad c d, ratio est data. Sed f h ipsi e k est æquale, & ipsius c d ergo ad e k, ratio est data. Quare & ipsius c e ad e h ratio est data. Et quoniā f g ipsi e k, æquum & æquiāgulū est, est autē & rectāgulū. Igitur per 14 sexti el. ipsorū latera reciproca sunt, estque sicut f b ad e d, sic e h ad f l. Ratio autē ipsius f b ad e d, supponitur data. Ratio igitur & ipsius e h ad f l data est. Ipsius autem e h ad c e, ratio est data, & ipsius ergo c e ad f l ratio est data, æqualis autem est f l ipsi f b, quadrati enim'. Ipsius ergo l f ad e d, ratio est data. componatur enim, & ipsius igitur c e ad e d, ratio est data, & angulus qui ad e rectus est. Datur ergo c d specie.



Theorema 79 *Propositio 79*

SI bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, & ab æqualibus angulis in bases perpēdiculares rectæ lineæ actæ fuerint fuerit aūt sicut primi triāguli basis ad perpendicularem, sic alterius triāguli bases ad perpendicularem, æquiangula erūt ipsa triangula.



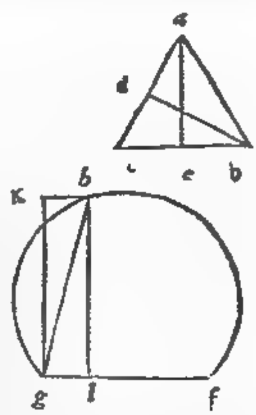
Sint bina triāgula a b c, h f g, æquos habētia angulos qui ad f b, exciteturque qer 11 primi ele. ab ipsis f b, perpēdiculares b d, f k, sit autē sicut a c ad b d, sic g h ad f k. Dico quod æquiangulum est b c triangulum ipsi h f g triangulo. Describatur per 5 quarti ele. circū triāgulū f g h circulus, cuius segmētum sit h f g. Cōstituaturque per 23 primi ele ad ipsam h g rectā lineā ad signū que in ea h ei qui sub b a c angulo æquus an/

angulus qui sub g h l. Connectãturq́ ipse f l, l g exciteturq́ per 11 primi ele. perpendicularis l m. Et qm̃ angulus b a d angulo l h g est æqualis, & qui sub h l g ei qui sub a b c, & reliquus igitur qui sub b c a reliquo qui sub h g l, est æqualis. Simile igitur est triangulũ b c a ipsi h l g triãgulo & perpẽdiculares ductæ sunt b d, l m, est igitur sicut a c ad b d, sic h g ad l m per 76 propositionẽ. Erat autẽ sicut a c ad b d sic h g ad f k, supponitur enim. Et sicut igitur per 11 quinti ele. h g ad m l. Sic h g ad fk, æqualis igitur est f k ipsi l m, est autem & parallelus & f l ipsi h g, est æqualis & parallelus. Aequalis igitur est angulus f l h ipsi l h g angulo. Sed qui sub l h g ipsi b a c est æqualis, qui uero sub f l h ipsi f g h est æqualis. Et qui sub b a c igitur ei qui sub f g h est æqualis, est autem & qui sub a b c ei qui sub f h g, æqualis. Reliquus igitur qui sub b c a, reliquo qui sub f h g est æqualis, æquiangulum igitur est a b c triãgulum ipsi f h g triangulo.

Theorema 80 *Propositio 80*

SI triangulum unum habuerit angulũ datum, & quod sub datum angulum comprehendentibus rectis lineis, ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam, datur triangulum specie.

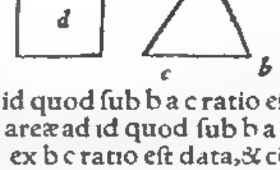
Esto triangulum a b c datum habens angulum qui ad a, & quod sub b a c ad id quod ex b c rationem habeat datã. Dico quod ipsum a b c triãgulum specie datur, excitentur enim per 12 primi elemẽtorum. ab ipsis a b in ipsas b c, c a. perpẽdicularis b d, a e. Quoniã igitur angulus b a d. datus est est aũt & qui sub a d b datus. Datur ergo triangulũ a d b specie, ratio igitur ipsius a b ad b d. data est, quare & eius quod sub a c b d, ratio est data. Ei autẽ quod sub a c, b d. æquũ est id quod sub b c, a e, utrũque enim eorum ipsius a b c triãguli duplũ est. Ratio igitur & eius quod sub b a c ad id quod sub b c, a e data est. Eius autem quod sub b a c ad id quod ex b c ratio est data, & eius q sub b c, a e, igitur ad id quod ex b c ratio est data, & ipsius b c ad a e. ratio est data. exponatur positione, & magnitudine data recta linea f g. Describaturq́ super ipsa f g segmentum f h g per 33 tertij ele. datũ habẽs angulũ æquũ ipsi b a c. Datus autẽ est qui sub b a c angulus, datus igitur & qui in f h g, segmẽto angulus. positione igitur est segmentũ f h g excitetur per 11 primi ele. ab ipso g ipsi f g ad angulos rectos g k, positiõe igitur est g K fiatq́ sicut b c ad a e, sic f g ad g K. Ratio autem ipsi9 b c ad a e data est.



Ratio igitur & ipsius f g ad g k data est. Data autem est f g. data igitur & g k. sed & positione. estq́ datũ ipsum g. datũ igitur & k excitetur per 31 primi ele. per ipsum k ipsi f g. parallelus K h positiõe igitur est k h, positione autẽ ipsum f h g. Datũ igitur est signũ h. Cõnectatur f h, h g exciteturq́ per 12 primi ele. ppẽdicularis h l. Data igitur est h l. est autẽ & h signũ datũ. Et utrũq ipsorũ f g. Datur igitur unaquæq ipsarũ h f. f g, g h, positiõe & magnitudine datur ergo f h g, triangulum specie Et quoniã est sicut b c ad a e. sic f g, ad g k, æqualis autem est g K. ipsi h l, est igitur sicut b c ad a e. sic f g ad h l estq́ æqualis angulus b a c angulo f h g, æquiangulum igitur est per præcedentem a b c, triangulũ ipsi h f g triangulo. Datur aũt h f g triangulũ specie. datur igitur & a b c triangulum specie.

Aliter.

Sit triangulum a b c, datum habẽs angulum qui ad a, sit autem eius quod sub b a, a c, ad id q ex c b ratio data. Dico quod triangulum a b c specie datur. Nam quoniã angulus b a c. datus est. qua igitur maius est quod ex utroq; ipsius b a c, eo quod eo b c, ea area ad b a c triãgulum rationẽ habet datã, qua autẽ est maius quod ex utroque ipsius b a c eo quod ex b c sit area d. Ratio igitur



ipsius d areæ ad a b c, triangulum data est, Ipsius aũt a b c ad id quod sub b a c ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c datus est. Et ipsius igitur d areæ ad id quod sub b a c ad id quod ex b c ratio est data, & ipsius igitur d ad id quod ex b c ratio est data, & cõponendo igitur per 18 quinti elemen. ipsius d areæ una cum ea quod ex b c, ad id quod

ex b c,ratio est data. Sed area d una cũ ea quæ ex b c est id quod ex utraque b a c. Ratio enim eius quod ex utraq; b a c ad id quod ex b c data est,quare & utriuſque b a c ad b c ratio data est,estq; angulus qui sub b a c,datus:datur igitur triangulũ a b c specie.

Theorema 51 *Propositio 51*

SI tres rectæ lineæ proportionales, existẽtes tribus rectis lineis ꝓportionalibus existẽtibus,extremas in rõne data habuerint, medias in data ratione habebunt & si extrema ad extremam rationem datam habuerit,& media ad mediam reliqua ad reliquam extremam rationem datam habebit.

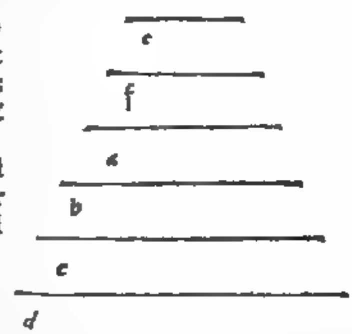
Tres,inquam,rectæ lineæ proportionales existentes a,b c,tribus rectis lineis proportiõalibus existẽtibus d e f,extremas in data rõne habeãt,sitq; ipsius quidẽ a ad d ratio data,ipsius autem c ad f,ratio quoq; data. Dico quod ipsius b ad e,rõ est data.nã qm̃ ipsius a ad d ratio qdẽ data est,ipsius aũt c ad f,rõ quoq; est data. Rõ igitur eius quod sub a c ad id q; sub d f, data est. Sed ei quidẽ quod sub a c,æquũ est id q; ex b,per 17 sexti ele.ei autem quod sub d f per eandẽ:æquũ est id qđ ex e,ratio igitur eius quod ex b ad id quod ex e data est,quare & ipsius b ad e,ratio data est. Esto iã rursus ipsius quidẽ a ad d ratio data,ipsiusq; b ad e,ratio est data. Dico qđ & ipsius c ad f ratio est data. Nam quoniã ratio ipsius a ad d est data,ipsius autẽ b ad e,ratio est data:rõ quoq; eius quod ex b ad id quod ex e data. Sed ei quidẽ qđ ex b æquũ est id quod ex a c per 17 sexti ele. Ei aũt quod ex e.per eandẽ æquũ est id quod sub d f:ratio igitur eius quod sub a c ad id quod sub d f est data,& unius lateris a ad unum latus d ratio est data. & reliqui igitur c ad reliquum f ratio est data.



Theorema 52 *Propositio 52*

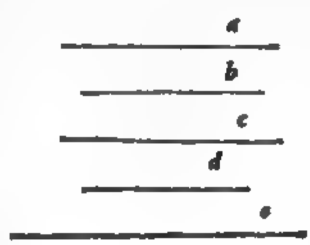
SI quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit sicut prima ad quam secunda rationem habet datam, sic tertia ad quam quarta rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ proportiõales a.b,c,d, sicut a ad b sic c ad d. Dico quod est sicut a ad quã b rationẽ habet datã Sic c ad quã d rationẽ habet datã:esto enim ad quã b rõnẽ habet datã e,fiatq; sicut b ad e, sic d ad f. Ratio aũt ipsius b ad e data, ratio igitur ipsius d ad f data. Et qm̃ est sicut a ad b,sic c ad d. Est autẽ & sicut b ad e,sic d ad f,ex æquali igitur per uigesimã secundam quinti elemẽ sicut a ad e,sic c ad f. Estq; e ad quam b rationẽ habet datam & f ad quã d:est igitur sicut a ad quã b rationẽ habet datã,sic c ad quam d rationẽ habet datã.



Theorema 53 *Propositio 53*

SI quatuor rectæ lineæ sic se adinuicem habuerint,sicut tribus assumptis ex ipsis quomodocũq;, & quarta eisdẽ proportiõali assumpta ad quã reliqua earũ quæ in principio quatuor linearum rectarũ rõnẽ habet datã, proportionales gigni ipsas quatuor rectas lineas, erit sicut quarta ad tertiã,sic secũda ad quam prima rationem habet datam.



Sint quatuor rectæ lineæ a.b,c,d,sic se habentes adinuicẽ ut tribus ex ipsis quomodocũq; assumptis,& quarta eisdem hoc est e ad quã d rationẽ habet datã proportionales fieri ipsas a b c e,rectas lineas. Dico qđ est sicut d ad c,

sic b ad quam a rationem habet datam. Nam quoniã est sicut a ad b, sic e ad e. Quod igitur sub a e, ei est æquum quod sub b c, per 16 sexti ele. Et quoniã ratio ipsius e ad d, data est. Ratio igitur ipsius quod sub a d ad id quod sub a e data est. Quod autem sub a e, ei est æquum quod sub b c. Ratio igitur eius quod sub a d ad id quod sub b c data est, igitur sicut d ad c sic b ad quam a rationem habet datam.

Theorema 54 *Propositio 54*

SI binæ rectæ lineę datam areolam cõprehẽderint in dato angulo, & altera altera data maior fuerit, & ipsarum utraque data erit.

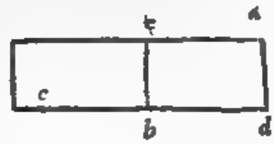
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c areolam comprehendant a c in angulo sub a b c. At c b ipsa b a dato maior sit. Dico ꝙ utraqꝫ ipsarũ a b. b c. data est. Nã quoniã c b ipsa b a dato maior est. Sit data d c. Reliqua igitur d b ipsi a b, est æqualis: Cõpleatur a c. Et quoniã æqualis est a b ipsi b d. Ratio igitur ipsius a b ad b d data est. Datus autem est angulus a b d. Datur igitur a d specie. Quoniã igitur a c data est. ad datam d c adiũgitur excedẽs specie dato a d. Datur igitur excessus per 59 datorũ. Data igitur est b d. Sed & d c. Igitur tota b c data est, est autem & a b data, utraque igitur a b, b c data est.



Theorema 55 *Propositio 55*

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, fuerit aũt & utraque simul data, & ipsarũ utraque data erit.

Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c, datã areolam comprehendant a c in dato angulo a b c data. Dico quod & utraqꝫ ipsarũ a b. b c. data erit. Extendatur c b in d ponaturqꝫ per 3 primi ele. ipsi a b æqualis b d, & per 31 primi ele. per d ipsi b a parallelus excitetur d e Compleaturqꝫ a d, & quoniam æqualis est d b ipsi b a. Et angulus a b c datus est, qm̃ & qui ex utraque parte datus est, datur igitur e b. specie. Et qm̃ a b c, simul data est, æqualis autẽ est & a b ipsi d b. Data igitur est d c. Quoniã igitur a c data est, ad datam d c comparatur deficiẽs specie dato e b, igitur per 58 datorum dantur latitudines defectus. Datæ igitur sunt ipsæ a b, b d. Sed & utraqꝫ simul a b c. data est. Data igitur est utraqꝫ ipsarũ a b, b c.



Theorema 56 *Propositio 56*

SI binę rectę lineæ datam areolam comprehenderint in da to angulo, potuerit autem utraque utraque dato maius quàm in ratione, & ipsarum utraque data erit.

Binæ, inquã. rectæ lineæ a b, b c datam areã cõprehendant a c, in dato angulo a b c, quod autẽ ex b c eo quod ex a b dato maius sit quàm in ratione. Dico quod & utraque ipsarũ a b, b c, data est. Nã qm̃ quod ex c b eo quod ex b a dato maius est ꝙ̃ in ratione. Auferatur datum, sitqꝫ quod sub c b, b d. Reliqui igitur quod sub c d, c b ad id quod ex a b ratio data est. Et quoniã quod sub a b, b c, datũ est, est aũt quod sub c b, b d datũ. Ratio igitur eius quod sub a b, b c ad id quod sub c b, b d, data est. Sicut autẽ qđ sub a b. b c, ad id quod sub c b, b d: Sic a b ad b d. Quare & ipsius a b ad b d ratio est data. Quare & eius quod ex a b ad id quod ex b d ratio est data. Eius aũt quod ex a b, ad id quod sub b c, c d ratio est data. & eius quod sub b c, c d igitur ad id quod ex d b ratio est data. Quare & eius quod quater sub b c, c d ad id quod ex b d ratio est data. Et eius igitur quod quater sub b c, c d una cum eo quod ex b d ad id quod ex b d ratio est data. Sed id quod quater sub b c, c d una cum eo quod ex b d id est quod ex utroqꝫ simul est ipsius b c, c d. Ratio igitur utriusqꝫ simul quod ex b c, c d ad id quod ex b d data est. Quare & utriusqꝫ b c, c d, ad b d, ratio data est. Et componendo igitur per 18 quinti ele. binarum b c ad b d, ratio est data. Quare unius c b ad b d ratio est data. Sicut autem c b ad b d, sic quod sub c b. b d ad id quod ex b d. Et eius quod sub c b, b d igitur ad id quod ex b d ratio est data. Datum autem quod sub c b d. datum igitur & quod ex b d. Data igitur est b d. quare & b c, data est, ipsius enim c b ad b d ratio est data: & da-



tur b d. Datur igitur & b c, est aũt & a c, datũ, & angulus a b c datus. Data igitur est a b, utraq; igitur ipsarum a b, b c, data est. *Theorema 87* *Propositio 87*

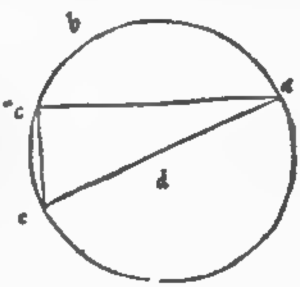
SI binæ rectæ lineæ areolam comprehenderint datã in dato angulo, quod à maiori uero minore dato maius fuerit, & ipsarum utraque data erit.

Binæ, inq;, rectæ lineæ a b, b c datã areã cõprehẽdant a c in dato angulo a b c, quod aũt ex a b dato maius esto, eo q ex b c, dico q utraq; ipsarũ a b, b c data est. Nã qm̃ quod ex a b, eo quod ex b, dato maius est. Auferatur datũ sitq; quod sub a b, b d. Reliquũ igitur quod sub b a, a d, æquum est ei quod ex b c. Et quoniã quod sub a b, b c, datũ est, est aũt & quod sub a b, b d datum. Ratio igitur eius quod sub a b, b d ad id q sub a b, b c data est. Estq; sicut quod sub a b, b d ad id quod sub a b, b c, sic d b ad b c. Ratio igitur ipsius d b ad b c, data est. Ratio igitur & eius quod ex d b, ad id quod ex b c data est. Et autem quod ex b c, æquũ est id quod sub b a, a d. Ratio igitur eius quod sub b a, a d, ad id qđ ex d b, data est. Et eius igitur quod quater sub b a, a d una cũ eo quod ex d b ad id qđ ex d b ratio est data. Sed quod quater sub b a, a d una cum eo quod ex b d, id est quod ex utraq; simul ipsarũ b a, a d. Ratio igitur & eius quod ex utraq; simul b a, a d, ad id quod ex d b data est. Ratio igitur & utriusque simul b a ad d b data est. Et cõponẽdo igitur p 18 qnti ele. utriusq; simul b a, a d una cũ ipsa d b hoc est binarũ a b ad b d, ratio est data, & unius igitur a b ad d b, rõ est data. Ipsius autẽ d b ad b c, ratio est data. Et ipsius igitur a b ad b c, ratio est data. Et qm̃ ipsius a b ad b d ratio est data, estq; sicut a b ad b d, sic quod ex a b ad id quod sub a b, b d. Ratio igitur & eius quod ex a b ad id quod sub a b, b d data est. Datũ aũt est q sub a b, b d. Sic enim datũ aufertur. Datũ igitur est & qđ ex a b. Data igitur est a b, estq; ratio ipsius a b ad b d data. Data igitur est & b c. *Theorema 88* *Propositio 88*



SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit assumens segmẽtũ capiẽs angulũ datũ, datur acta magnitudine.

In circulo enim a b c magnitudine dato, excitetur a c assumẽs segmẽtũ a e c, accipiẽs angulũ datũ. Dico quod a c datur magnitudine. Assumatur enim per 1 tertij ele centrũ circuli sitq; illud d, & cõnexa a d & extẽdatur in e & cõnectatur c e. Datus igitur est qui sub a c e. rectus enim est, est aũt & q sub a e c, datus, & reliquus igitur qui sub c a e, datus est, datur igitur triãgulũ a e c specie. Ratio igitur est ipsius a e ad a c data, data autem est ea magnitudine, quoniã & circulus datur magnitudine. Data igitur est a c magnitudine.



Theorema 89 *Propositio 89*

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit data magnitudine, relinquetur segmẽtũ capiens angulũ datum.

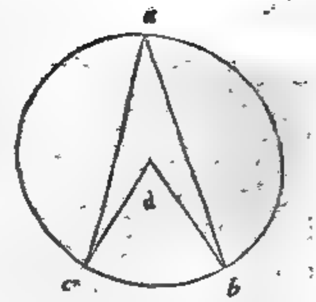
In circulo enĩ magnitudine dato a b c, recta linea excitetur a c data magnitudine. Dico quod relinquetur segmẽtũ capiens angulũ datũ. Accipiatur enim per 1 tertij ele. cẽtrũ circuli sitq; illud d & cõnexa a d extẽdatur in e, & qm̃ utraq; ipsarũ e a, a c est data. Rõ igitur ipsius e a ad a c, data est. Et angulus qui sub a c e. rectus est Datur igitur a c e triãgulũ specie. Datus igitur est angulus a e c. *Theorema 90* *Propositio 90*



SI in circuli positione dati circunferentia assumptũ fuerit signũ datũ, ab hoc autẽ ad circuli circunferentiã infringatur aliqua recta linea datum angulum efficiens, datur alter finis refractæ.

Circuli enim positione dati a b c in circũferẽtia accipiatur datũ signũ b, ab ipso aũt b refringatur recta linea b a c, datũ efficiẽs angulũ b a c. Dico quod c signũ datur. Assumatur

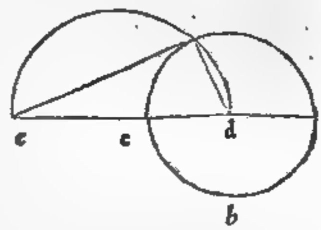
tur per 1 tertij elementorũ. ipsius circuli centrũ d & cõne-ctãtur b d,d c. Et qm̃ utrũq; ipsorũ b d,datũ est positione Igitur est ipsa b d. Et qm̃ angulus b a c,datus est. Datus igitur est angulus b d c. Quoniã igitur ad positione rectam lineã b d ad signũq; d recta linea excitatur d c datũ efficiẽs angulũ b d c. Data igitur ipsa d c positiõe, datus est aũt & circulus a b c. Datũ igitur est c signum.



Theorema 91 *Propositio 91*

SI à dato signo, positiõe datũ circulũ tãgẽs recta linea acta fuerit, datur acta põne & magnitudine.

A dato enim signo c positiõe datũ circulũ a b tãgẽs recta linea excitetur c a. Dico q; c a recta linea datur positiõe & magnitudine. Accipiatur enim p 1 tertij el. ipsius circuli cẽtrũ d,& cõnectatur d a,& qm̃ datũ est utrũq; ipsorũ d c,data est igitur d c,estq; ãgulus d a c,datus igitur sup c d. descriptus semicirculus ueniet p a, ueniat sitq; d a c,positiõe igitur est d a c,positiõe aũt est a b circul9. Igitur a datũ est. Sed & c datũ est. Data igitur est a c põne & magnitudine.



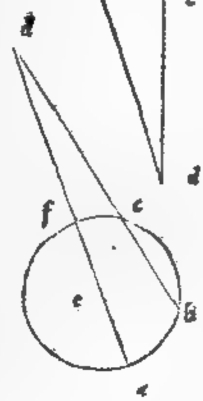
Theorema 92 *Propõ 92*

SI extra circulũ positiõe datũ assumptũ fuerit aliquod datũ signũ ab ipso aũt signo in circulũ acta fuerit aliqua recta linea, quod sub acta & ea quæ inter ipsum signũ & curuã circũferentiam comprehẽsum rectangulum datum.

Extra enim circulũ positiõe datũ a b c assumatur signũ aliquod d, ab ipso aũt d signo extẽdatur recta linea d b secãs circulũ. Dico q; quod sub b d,d c datũ est, excitetur enim ab ipso d signo ipsum a b c,circulũ tãgẽs, recta linea d a per 17 tertij ele. Data igitur est d a positiõe & magnitudĩe. Qm̃ igitur data est a d,datũ igitur est & quod ex a d,& est æquale ei quod sub b d,d c,per 36 tertij el. Datũ igitur est quod sub b d,d c. Aliter.

Assumatur per 1 tertij ele ipsius circuli cẽtrũ e,& cõnectatur d e, extẽdatur in a & quoniã datũ est utrũq; ipsorũ e d. Data igitur est e d positiõe Datur autẽ & a b f circulus, datũ igitur est utrũq; ipsorũ a f,est aũt ipsum d datũ. Data igitur est utraque ipsarũ a f, f d Datũ igitur est quod sub a d,d f & ei est æquũ quod sub b d,d c ei quod sub a d,d f Datum igitur est quod sub b d,d c.

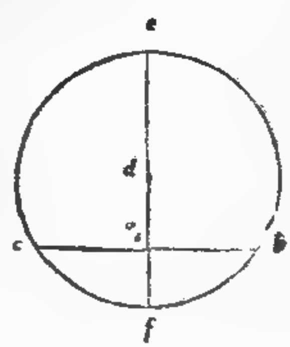




Theorema 93 *Propositio 93*

SI in circulo positione dato, assumptũ fuerit aliquod datũ, ac per signũ illud acta fuerit aliqua recta linea in ipso circulo, quod sub actæ sectionibus comprehensum rectangulũ datũ est.

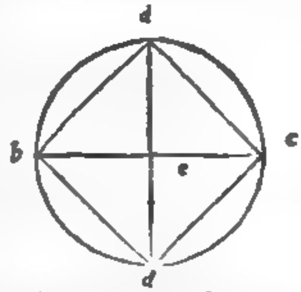
In circulo enim dato positione b c accipiatur signum aliquod datum a, ac per a excitetur quædam recta linea b c. Dico quod quod sub b a,a c datum est. Assumatur enim per primam tertij elemen. ipsius circuli centrum sitque d & connexa a d extendatur ad f e. Quoniam igitur utrũq; ipsorum d a,datum est, positione igitur est d a, positiõe autem & c b f circulus. Datum igitur est utrunque ipsorum f e, est autem & a datum. Data igitur est utraque ipsarum f a,a e. Datum igitur quod sub f a,a e,& ei est æquũ quod sub b a,a c,datum igitur est quod sub b a,b c.



Theorema 94. *Propositio 94.*

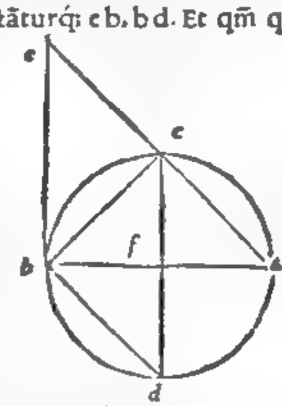
SI in circulo magnitudine dato recta linea acta fuerit, assumens segmentum capiens angulum datum, & qui in segmento angulus bifariam sectus fuerit, utraque simul angulum datum comprehendens ad secantem angulum bifariam rationem habebit datam, & quod sub utraque simul angulum datum comprehendente recta linea, & infra assumpta ab ea quæ angulum bifariam ad circunferentiam dispescit datum erit.

In circulo enim magnitudine dato a b c recta excitetur linea b c assumens segmentũ capiens angulum datum qui sub b a c, seceturq; ipse b a c per 9 primi elementorum bifariam recta linea a d. Dico quod ratio utriusq; simul b a c ad a d, data est: & etiã quod datũ est id sub utraq; simul b a c, & e d. Connectatur b d & quoniã in circulo magnitudine dato d a c. excitatur b c assumẽs segmentũ b a c, capiens angulũ datũ b a c. Data igitur est b c magnitudine. Idq; propterea iam & b d, data est magnitudine. Ratio igitur ipsius b c ad b d data est. Et quoniam angulus b a c, bifariam secatur à linea recta a d est igitur sicut b a ad a c, sic b e ad e c, uicissim igitur p 16 quinti ele. sicut a b ad b e, sic a c ad c e, & sicut utraq; simul b a c ad b c, sic a c ad c e. Et quoniã angulus b a e angulo e a c, est æqualis, est autem & qui sub a c e. ei qui sub b d e æqualis. Reliquus igitur qui sub a e c, reliquo qui sub a b d, est æqualis, æquiangulum igitur est a e c triangulum ipsi a b d triangulo. Est igitur sicut a c ad c e. Sic a d ad b d. Sed sicut a c ad c e. sic utraque simul b a c ad b c, & sicut igitur per 11 quinti ele. utraq; simul b a c ad b c, sic a d ad d b. uicissim igitur per 16 quinti el. sicut utraq; simul b a c ad a d, sic b c ad b d. Ratio autẽ ipsius b c ad b d data est. Ratio igitur & utriusq; simul b a c ad a d data est. Dico quod & quod sub utraq; simul b a c, & d e datum est: nã quoniã æquiangulum est triangulum a e c ipsi d e b, triãgulo, est igitur sicut b d ad d e, sic a c ad c e. Sicut autem a c ad c e, sic est utraq; simul b a c ad b c & sicut igitur per 11 quinti ele. utraque simul b a c ad b c, sic est b d ad b e. Igitur quod sub utraque simul b a c & d e æquum est ei quod sub c b & b d. Datum est quod sub c b, & b d datum igitur & quod sub utraque simul b a c, & e d.



Aliter idem.

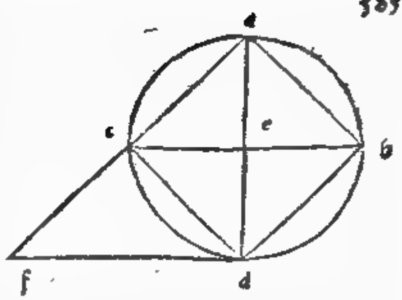
Extendatur a c. in e, ponaturq; ipsi c b æqualis c e. connectãturq; e b, b d. Et qm̃ qui sub a c b, duplus est utriusq; ipsorum a c d, c e b, æqualis igitur est qui sub c b e angulus ei qui sub a c d, hoc est ei qui sub a b d. Cõis põatur qui sub a b c. Toti igitur qui sub d b c, toti qui sub f b e. est æqualis est aũt & qui sub c a b, ei qui sub c d b, æqualis. Reliquus igitur angulus qui sub c e b. reliquo ãgulo qui sub d c b est æqualis, æquiãgulũ igitur est e a b triãgulũ ipsi c d b triãgulo. Est igitur sicut e a ad a b Sic c d ad d b. Ipsa aũt utraq; d e est ipsa a c b, & sicut igitur utraq; ipsarũ simul a c b ad a b, sic c d ad b d. Et uicissim igitur per 15 quinti ele. sicut utraque simul a c b ad c d. Sic a b ad b d. Ratio autem est ipsius a b ad d b data: utraq; enim ipsarum data est. Ratio igitur & utriusq; simul a c b ad c d data est. Et qm̃ æquiangulũ est triangulũ e a b triangulo f b d: est igitur sicut e a ad a b, sic b d ad d f. Ipsa autem e a, utraq; est a c b. & sicut igitur utraq; a c b ad a b, sic b d ad d f Igitur quod sub utraq; simul a c b & f d æquũ est ei quod sub a b, b d. Datũ est aũt q; sub a b, b d. Data igitur ipsarũ utraq;. Datũ igitur est & quod sub utraq; simul a c b & f d.



Aliter idem.

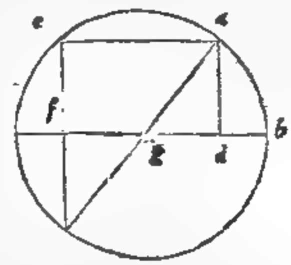
Extẽdatur a c. in f ponaturq; ipsi b a æqualis c f. Cõnectãturq; b d, d c, d f, & qm̃ æqualis est b a ipsi c f. & d b ipsi d c. Binæ iã a b, b d binis f c, c d, sunt æquales altera alteri, & angulus q sub a b d, angulo q sub d c f, est æqualis, qñquidẽ a b c d, quadratũ est. basis igitur a d per 4 primi ele. basi d f, est æqualis, & triãgulũ a b d, triangulo c d f, est æquale, & reliqui

liqui anguli reliquis angulis æquales erũt, quos æqualia latera subtendunt Igitur angulus b a d. angulo d f c est æqualis: datus autẽ est angulus b a d, datus igitur est & qui sub d f c angulus: est aũt & qui sub d a f, angulus datus. Datur igitur triangulum a d f specie. Rõ igitur ipsius f a ad a d, data est. At a f, utraque est simul b a c, eo quia æqualis est c f, ipsi b a. Ratio igitur utriusque simul b a c ad a d, data est, & similiter sicut prius demonstrabimus quod id quod sub utraque b a c, & e d datum est. *Theorema 95 Propositio 95*



SI in circuli positione dati diametro datũ signum assumptũ fuerit, ab ipso aũt signo ad ipsum circulũ proiecta fuerit aliqua recta linea, & à sectione ad rectos angulos acta fuerit ipsi excitatæ, à signo aũt in quod cócurrit quæ ad rectos angulos ipsi circuli circunferẽtia parallelus acta fuerit excitatæ. Datũ est signũ ꝙ concurrit parallelus diametro, & quod sub parallelis comprehẽsum rectãgulũ datũ erit.

In circuli enim a b c, positione dati diametro b c assumptum sit datũ signũ d ac per ipsum d ad circulũ producatur quædã utcũꝗ recta linea d a, ab ipso autẽ a ipsi d a angulus excitetur rectus a e, ac per e ipsi a d, per 31 primi ele. parallelus excitetur e f Dico quod f datum est, & quod ea quæ sub a d, e f, area data est extẽdatur e f in h, & cõnectatur a h. Quoniam angulus h e a. rectus est, & h a dimetiẽs est circuli a b c, est autẽ & b c dimetiẽs. Igitur g centrũ est circuli a b c. Datũ igitur est signũ g, est aũt & d datũ. Data igitur est d g, magnitudine: & quoniã a d ipsi e h. parallelus est. Et æqualis est h g ipsi g a, per 15 diffinitionẽ primi el. & d g ipsi g f & a d, f h. Data igitur d g. Data igitur est & f g. Sed & positione. Vtraꝗ igitur ipsarũ g f, g d data est, & g datũ est. Datũ igitur & f, & quoniã in circulo a b c positiõe dato, assumitur signũ f datũ, & extenditur e f h. Datũ igitur est per 95 datorũ, quod sub e f, f h, æqualis aũt est h f ipsi d a. Datum igitur est quod sub a d, e f. *Finis Datorum.*



EVCLIDIS DE LEVI ET PONDEROSO FRAGMENTVM.

Diffinitiones.

1 Æqua magnitudine corpora sunt, quæ loca replent æqua. 2 Diuersa magnitudine corpora sunt, quæ loca replent non æqua. 3 Grãdiora magnitudine dicũtur corpora, quæ loco sunt ampliore. 4. Æqua potentia corpora sunt, quorũ & tempore & aére aquáue media æqualibus & per æqualia interualla æquales sunt motus. 5 Diuersa potentia corpora sunt, quorum tẽpore diuerso motus sunt æquales. 6 Diuersorũ potẽtia corporum, maius id potentia dicitur, quod mouendo temporis insumpsit minus: minus autem potẽtia, quod temporis amplius. 7 Generis eiusdem corpora sunt, quæ cum æqua magnitudine sint, etiam sunt potentia. 8 Diuersa genere corpora sunt, quæ cum æqua magnitudine sint, potentia non sunt, per idem licet medium moueãtur. 9 Diuersorum genere corporum, potentius id dicitur, quod est solidius.

Theoremata. *Theorema primum*

DIuersorum potentia corporum, quod spatium amplius mouetur, habet amplius potentiæ.

Sint

Sint a & b corpora duo, sint g d & e f, spatia duo, g d maius per quod a, e f, minus per quod b mouetur resecabo à spatio g d, g r spatium, sic ut sit e f spatio spatiũ g r æquale. Cætera sponte patent.



Theorema secundum

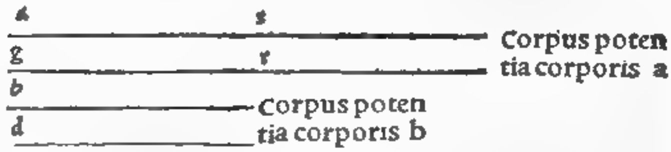
EOrundem genere corporũ si ipsa inter se erunt multiplicia, erunt æque ipsorum potentiæ multiplices.



Sit corpus a g, eodem genere corpori d, duplum, dico, etiam potentia duplum esse. Sit enim a g, quidem corporis potentia e h, d uero & a g iuxta multiplicis excessum in a b & b g, diuidatur, sic ut utriusque potentia, ipsius d corporis potẽtiæ quæ erat c æqualis, fiat rursus ut a g corpus in partes a b, b g corpori d æquas diuisimus, sic e h, potentiam in partes e r & r h, æquas c potentia diuidamus. Liquidum est e h potentiã duplum potentiæ c euadere.

Theorema tertium

EOrundẽ genere corporũ, proportio & magnitudine, & potentia est eadem.



Sit à corpus corporis eodem genere b duplum, dico ut a corpus ad b corpus est, sic corporis a potẽtia g ad corporis b potentiam d esse. Patet si ut corpora sic potentias æque utrinque multipliciter diuidamus.

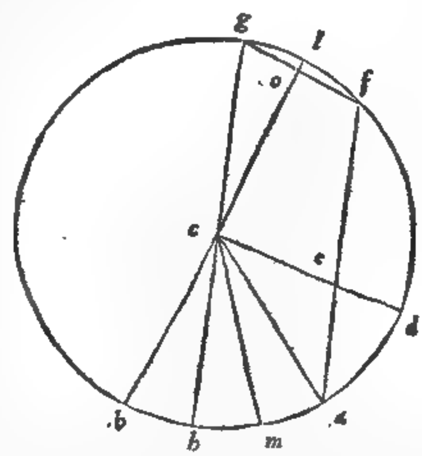
Theorema quartum

QVæ corpora, æqua potentia eiusdem generis corpori sunt, eiusdẽ sunt inter se generis, ablatis enim æqualibus illi tertio, erũt ipsorum uirtutes æquales, quia potentiæ tertij æquales.

Quorũ corporũ & magnitudo & potentia proportio una est, ipsa generis eiusdẽ erunt. Sit ut a corpus ad corpus b, sic corporis a potentia ad corporis b potentiã d, dico a, b, corpora generis eiusdẽ esse. Statuamus. n. a corpus, æquale corpori cuius potentia sit r. Erunt igitur ut b ad a, sic r ad potentiam ipsius a quæ est g. Reliqua patẽt.

Ad finem quarti libri hæc à Campano adiecta sunt.

DAtum triangulum in tria æqualia diuidere.

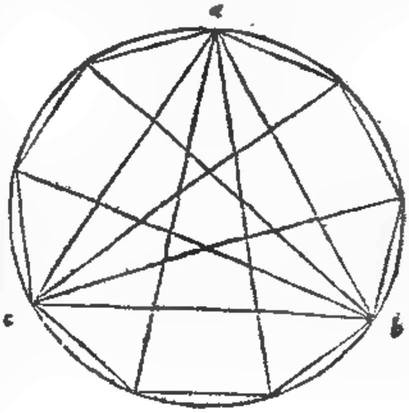


Sit angulus datus c, uolo ipsum diuidere in tres æquales angulos ꝙ sic facio. Pono primo c, cẽtrũ circuli describendo circulũ usqꝫ quo secẽt circũferẽtiã in pũctis a & b, tũ a pũcto c ꝙ est centrũ circuli, duco lineã c d perpẽdiculariter ad lineã c b & in linea c d assignabo pũctũ e, a quo duco lineã ad æqualitatẽ c b usqꝫ quo secet circũferẽtiã circuli in pũcto f, & produco usqꝫ ad a, deinde ꝓtraho lineã g h æquidistãtẽ f a quæ, s. g h trãseat per cẽtrũ, & duco lineã f g æquidistãtẽ lineæ e c & protraho lineã c b in cõtinuũ & directũ usqꝫ ad l quæ secat lineã f g orthogonaliter in puncto o & per æqualia, dico ergo quod arcus l g est æqualis arcui h b, propter hoc quod angulus l c g est æqualis angulo h c b cũ sint cõtra se positi. Cum igitur arcus f g sit duplus arcui l g erit duplus arcui h b, sed arcus f g est æqualis arcui h a cum sint inter duas æquidistantes lineas quæ sunt f a & g h ergo arcus h a est duplus arcui h b, ergo

& an-

& angulus a c h est duplus angulo h c b, diuidã ergo angulum c h per æqualiã per lineam c ut patet propositum.

Intra datum circulum nõ angulũ æquilaterũ atque æquiangulum designare. Quod sic fieri potest, iuxta doctrinã secundæ huius inscribo circulo assignato triangulũ æquilaterum atq; æquiangulum qui sit a b c, & unumquemque angulum eius diuidam per tria æqualia & protraham lineas diuidentes angulos usque ad circunferentiam & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt æquales, de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt æquales protraham enim cordas subtractas singulis arcubus & habebo intentum.



REGESTVM.

† a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u x y z.
A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.
Aa Bb Cc, Omnes sunt terniones
præter † qui est duernio.

BASILEAE APVD IOHANNEM
HERVAGIVM, ANNO
M. D. XXXVII.
MENSE AVGV-
STO.



Euclides Elem